



# Tratamiento de Señales

Version 2024-I

## Convolución 2D usando Fourier

[ Capítulo 4 ]

**Dr. José Ramón Iglesias**

DSP-ASIC BUILDER GROUP

Director Semillero TRIAC

Ingeniería Electronica

Universidad Popular del Cesar

# Extensión a Funciones de Dos Variables

---

- Teorema de la convolución en dos dimensiones
- Extendiendo (41) a dos dimensiones resulta en la siguiente expresión para la *convolución circular 2-D*:

$$f(x, y) * h(x, y) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f(m, n) h(x - m, y - n) \quad (82)$$

para  $x = 0, 1, 2, \dots, M - 1$  e  $y = 0, 1, 2, \dots, N - 1$ .

- El teorema de la convolución en dos dimensiones está dado por la expresión

$$f(x, y) * h(x, y) \iff F(\omega, \nu) H(\omega, \nu) \quad (83)$$

y por

$$f(x, y) h(x, y) \iff F(\omega, \nu) * H(\omega, \nu) \quad (84)$$

# Extensión a Funciones de Dos Variables

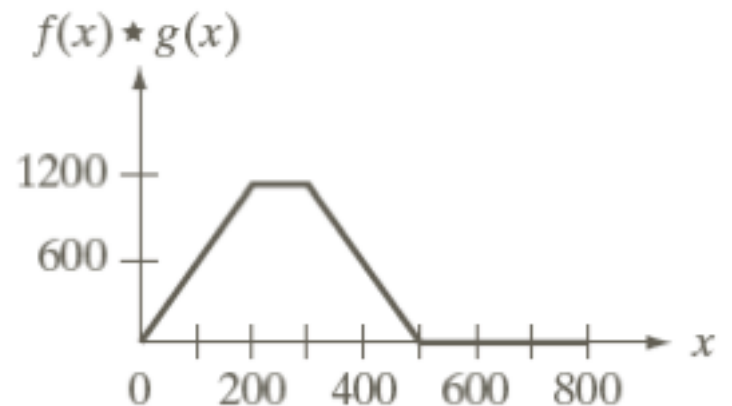
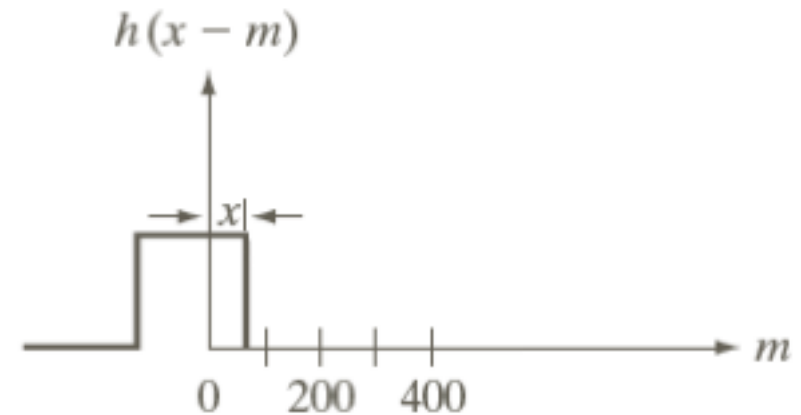
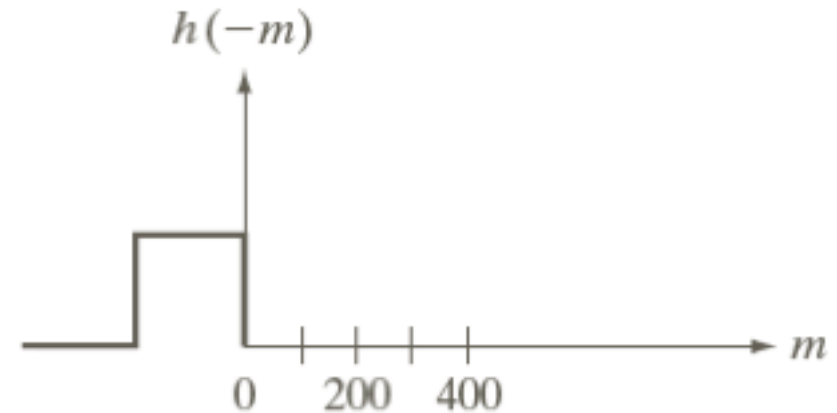
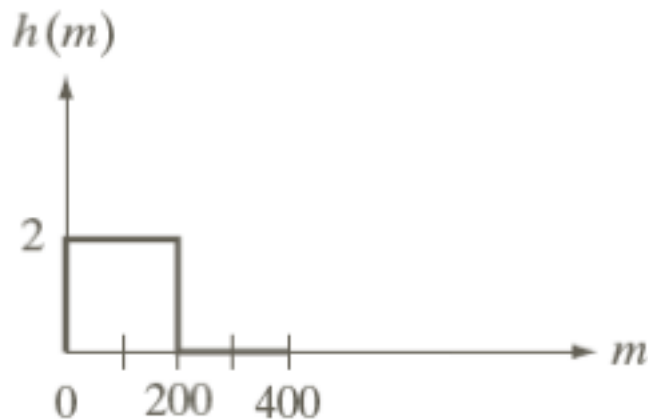
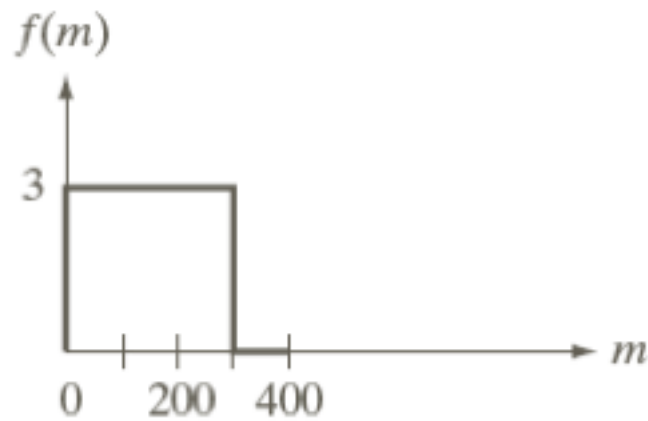
---

- Convolución en dos dimensiones - consideraciones
- Si escogemos realizar la convolución espacial utilizando la IDFT del producto de las dos transformadas, es necesario considerar las consecuencias de la periodicidad de la DFT.
- A continuación veremos gráficamente un ejemplo 1-D para ilustrar el punto y luego estenderemos las conclusiones a 2-D.
- consideraremos dos funciones del mismo tamaño, de 400 muestras cada una.
- la convolución entre las dos funciones  $f$  y  $h$  está dada por

$$f(x) * h(x) = \sum_{m=0}^{399} f(x)h(x - m)$$

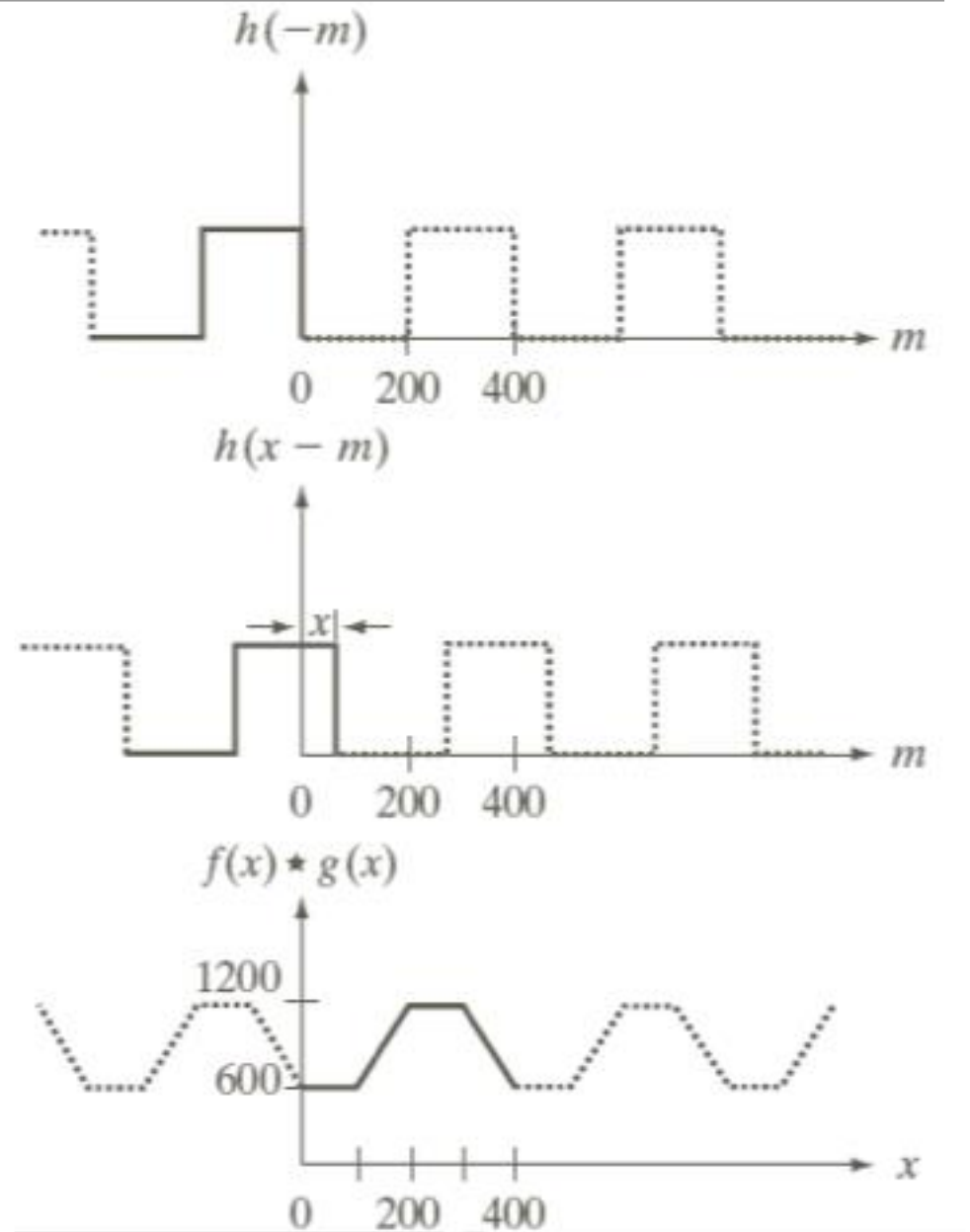
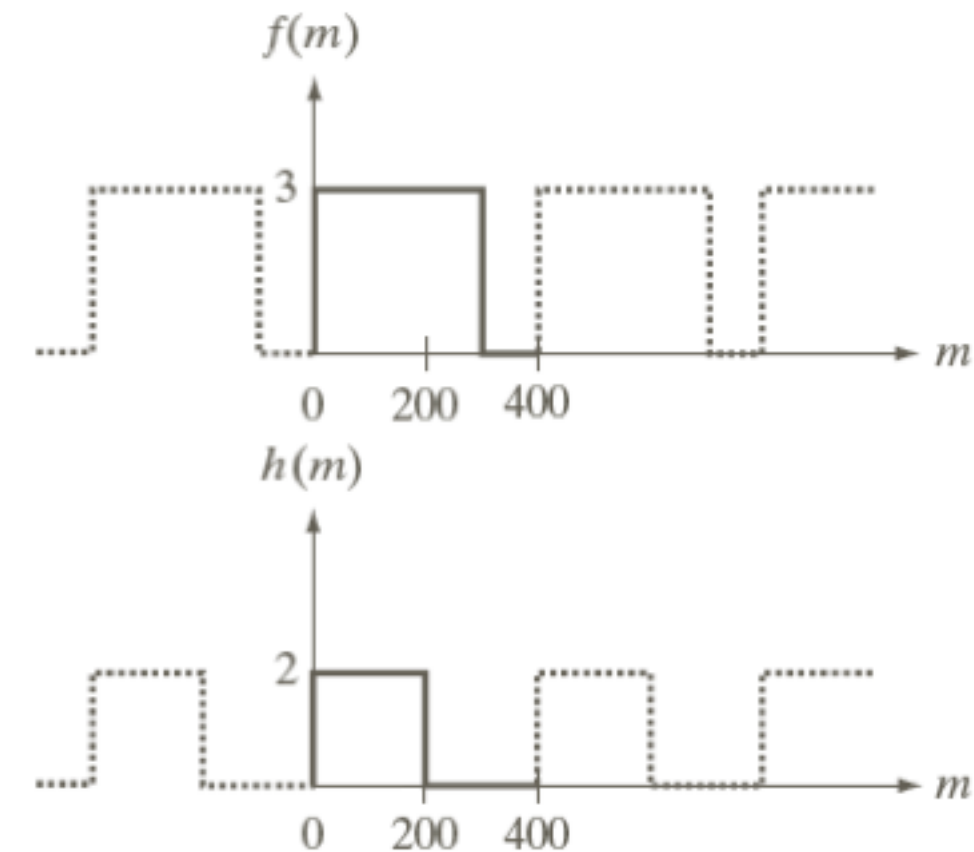
# Extensión a Funciones de Dos Variables

- Convolución en dos dimensiones - consideraciones



# Extensión a Funciones de Dos Variables

- Convolución en dos dimensiones - consideraciones



# Extensión a Funciones de Dos Variables

---

- Convolución en dos dimensiones - consideraciones
- La cercanía de los períodos es tal que se interfieren entre sí causando lo que comunmente se conoce como *wraparound error* (error de envoltura)
- De acuerdo al teorema de la convolución, si hubiésemos calculado la DFT de las dos funciones (de 400 muestras c/u),  $f$  y  $h$ , multiplicado las dos transformadas (punto a punto) y luego calculado la IDFT, tendríamos la respuesta errónea de la segunda figura.
- La solución al problema del *error de envoltura* consiste en agregar ceros (*zero padding*) a ambas funciones de acuerdo a la siguiente regla (Brigham [1988]). Sea  $f(x)$  y  $h(x)$  compuestas de  $A$  muestras y  $B$  muestras respectivamente, a ambas secuencias se le agregan ceros a la derecha de tal forma que las dos tengan en mismo número  $P$  de muestras, donde

$$P \geq A + B - 1 \quad (85)$$

# Extensión a Funciones de Dos Variables

- Convolución en dos dimensiones - consideraciones

---

- La visualización del problema en dos dimensiones es más compleja pero se llega a un resultado similar.
- Sea  $f(x, y)$  y  $h(x, y)$  dos imágenes muestreadas de tamaños  $A \times B$  y  $C \times D$ , respectivamente. El error de envoltura se evita agregando ceros como sigue:

$$f_p(x, y) = \begin{cases} f(x, y) & 0 \leq x \leq A - 1 \quad \text{y} \quad 0 \leq y \leq B - 1 \\ 0 & A \leq x \leq P \quad \text{o} \quad B \leq y \leq Q \end{cases} \quad (86)$$

y

$$h_p(x, y) = \begin{cases} h(x, y) & 0 \leq x \leq C - 1 \quad \text{y} \quad 0 \leq y \leq D - 1 \\ 0 & C \leq x \leq P \quad \text{o} \quad D \leq y \leq Q \end{cases} \quad (87)$$

con  $P \geq A + C - 1$  y  $Q \geq B + D - 1$ , resultando dos imágenes de tamaño  $P \times Q$ . Si ambos arreglos son del mismo tamaño  $M \times N$ , entonces  $P \geq 2M - 1$  y  $Q \geq 2N - 1$