



# Tratamiento de Señales

Version 2024-I

## Análisis de Frecuencias y Fourier en 1D

[ Capítulo 4 ]

**Dr. José Ramón Iglesias**

DSP-ASIC BUILDER GROUP

Director Semillero TRIAC

Ingeniería Electronica

Universidad Popular del Cesar

## Joseph Fourier



[https://es.wikipedia.org/wiki/Joseph\\_Fourier](https://es.wikipedia.org/wiki/Joseph_Fourier)

**Nacimiento** 21 de marzo de 1768  
Auxerre, Francia

**Fallecimiento** 16 de mayo de 1830  
(62 años)  
París, Francia

El procesamiento en el dominio de la frecuencia se basa en la Transformada de Fourier, que “traduce” las señales del dominio original al dominio de la frecuencia.

Esto es análogo a hablar dos idiomas.

# Ejemplo: Partes de un Computador

## Hardware

**hardware.** Voz inglesa que se usa, en informática, para designar el conjunto de los componentes que integran la parte material de una computadora u ordenador. Puede sustituirse por expresiones españolas como *equipo (informático)*, *componentes* o, en contextos muy especializados, *soporte físico* (en oposición al *soporte lógico*, que son los programas): «Si su ordenador es un 486 o inferior [...], es mejor cambiar entero el equipo» (Mundo [Esp.] 29.6.97).

## Software

**software.** Voz inglesa que se usa, en informática, con el sentido de 'conjunto de programas, instrucciones y reglas para ejecutar ciertas tareas en una computadora u ordenador'. Puede sustituirse por expresiones españolas como *programas (informáticos)* o *aplicaciones (informáticas)*, o bien, en contextos muy especializados, por *soporte lógico* (en oposición al *soporte físico*; → [hardware](#)): «La Ley de Protección Jurídica de Programas de Ordenador [...] contrarrestará la piratería de programas informáticos» (Vanguardia [Esp.] 14.1.94); «El equipo mínimo aconsejable para poder ejecutar aplicaciones multimedia» (Bustos Multimedia [Esp. 1996]).

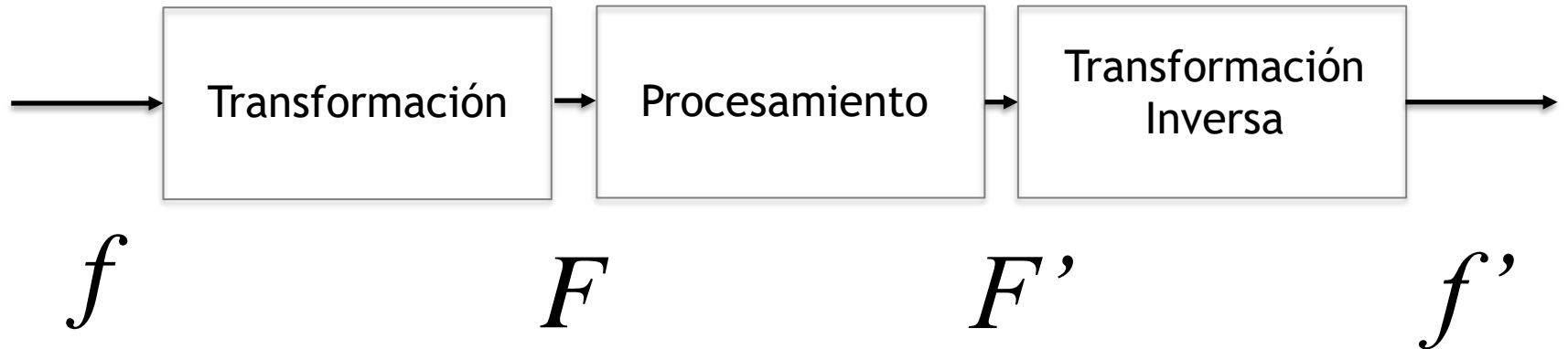
# Transformada de Fourier

$$f \quad \longleftrightarrow \quad F$$

Función en el  
dominio  
original

Función en el  
dominio  
de la frecuencia

# Procesamiento en el Dominio de la Frecuencia



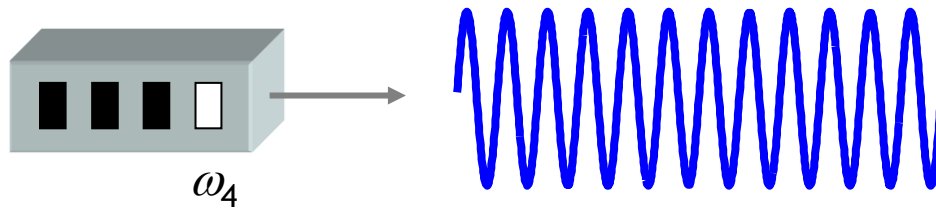
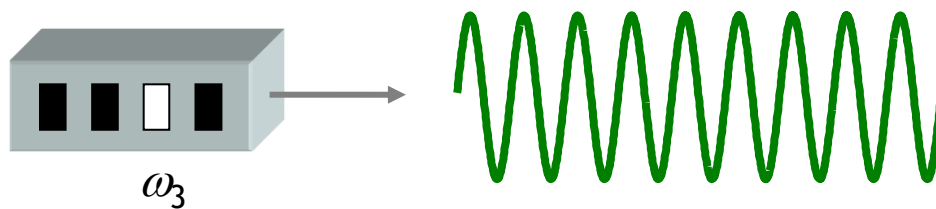
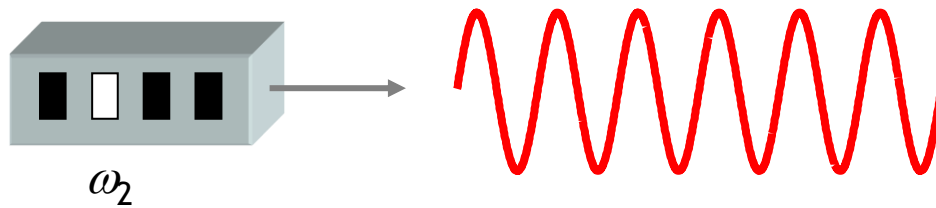
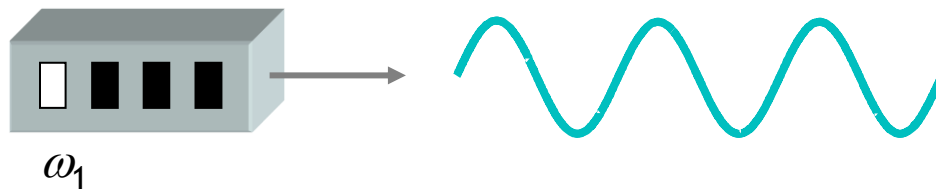
Función en el  
dominio  
original

Función en el  
dominio  
de la frecuencia

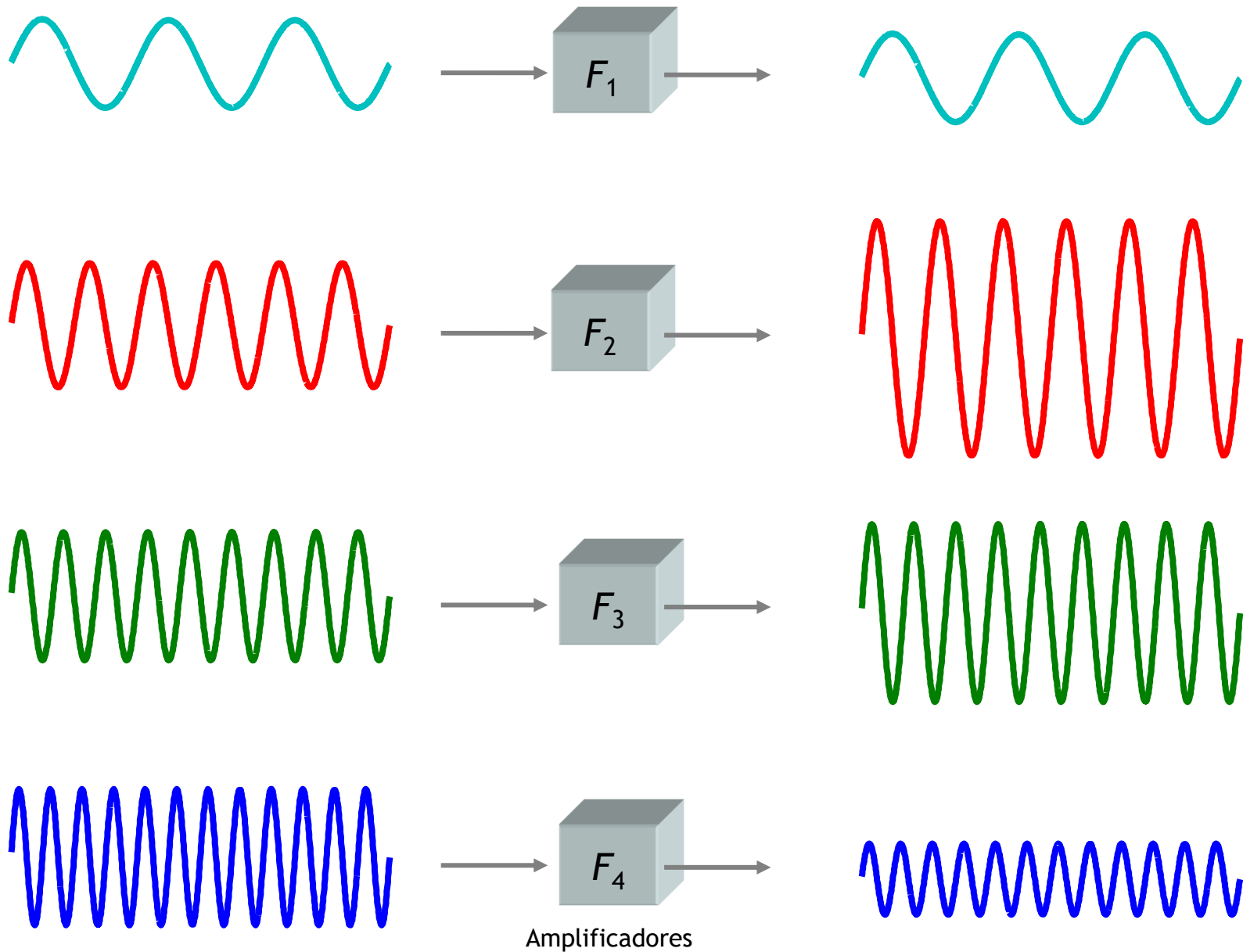
Función **procesada**  
en el dominio  
de la frecuencia

Función **procesada**  
en el dominio  
original

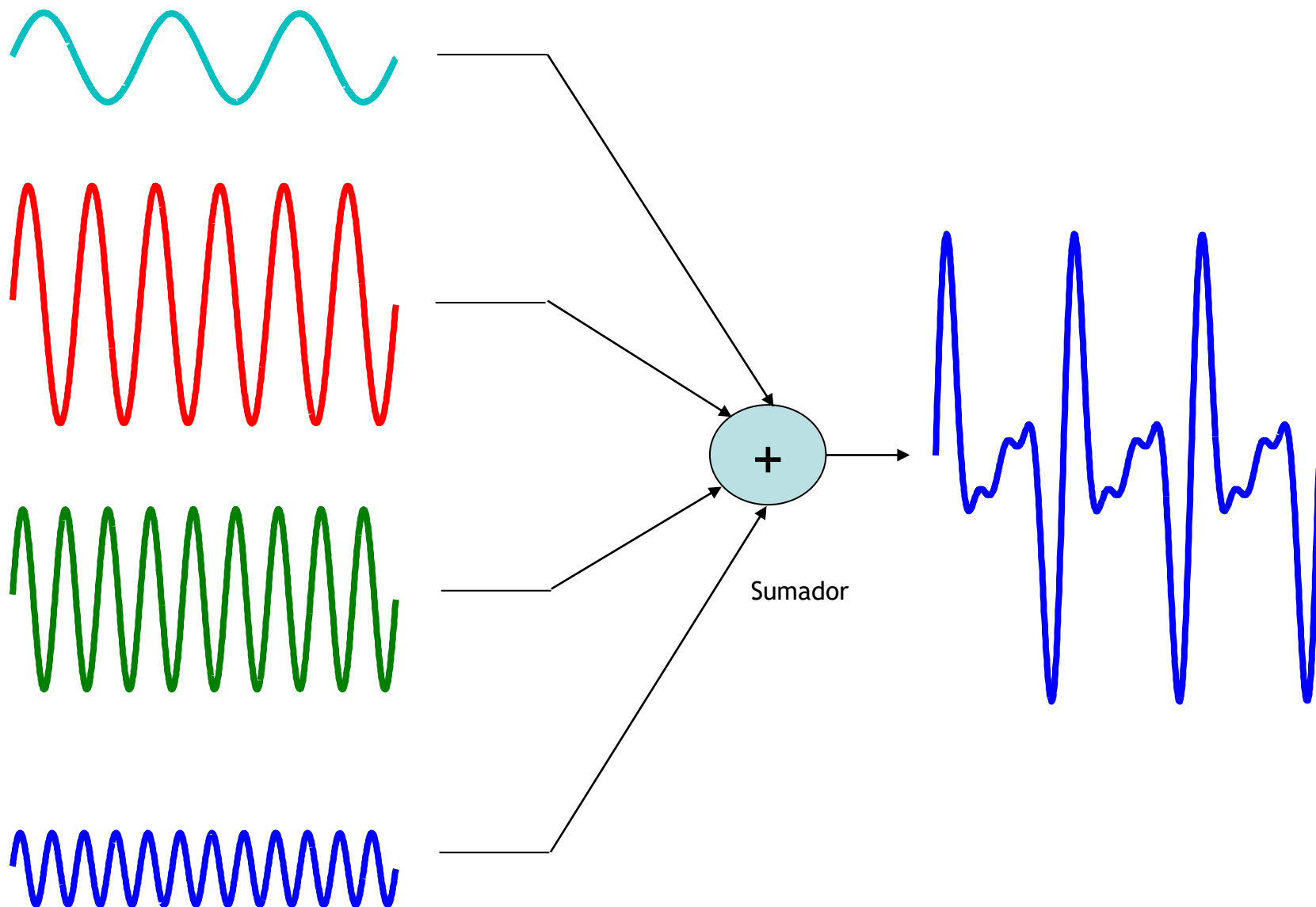
# Explicación Simple de la Transformada de Fourier

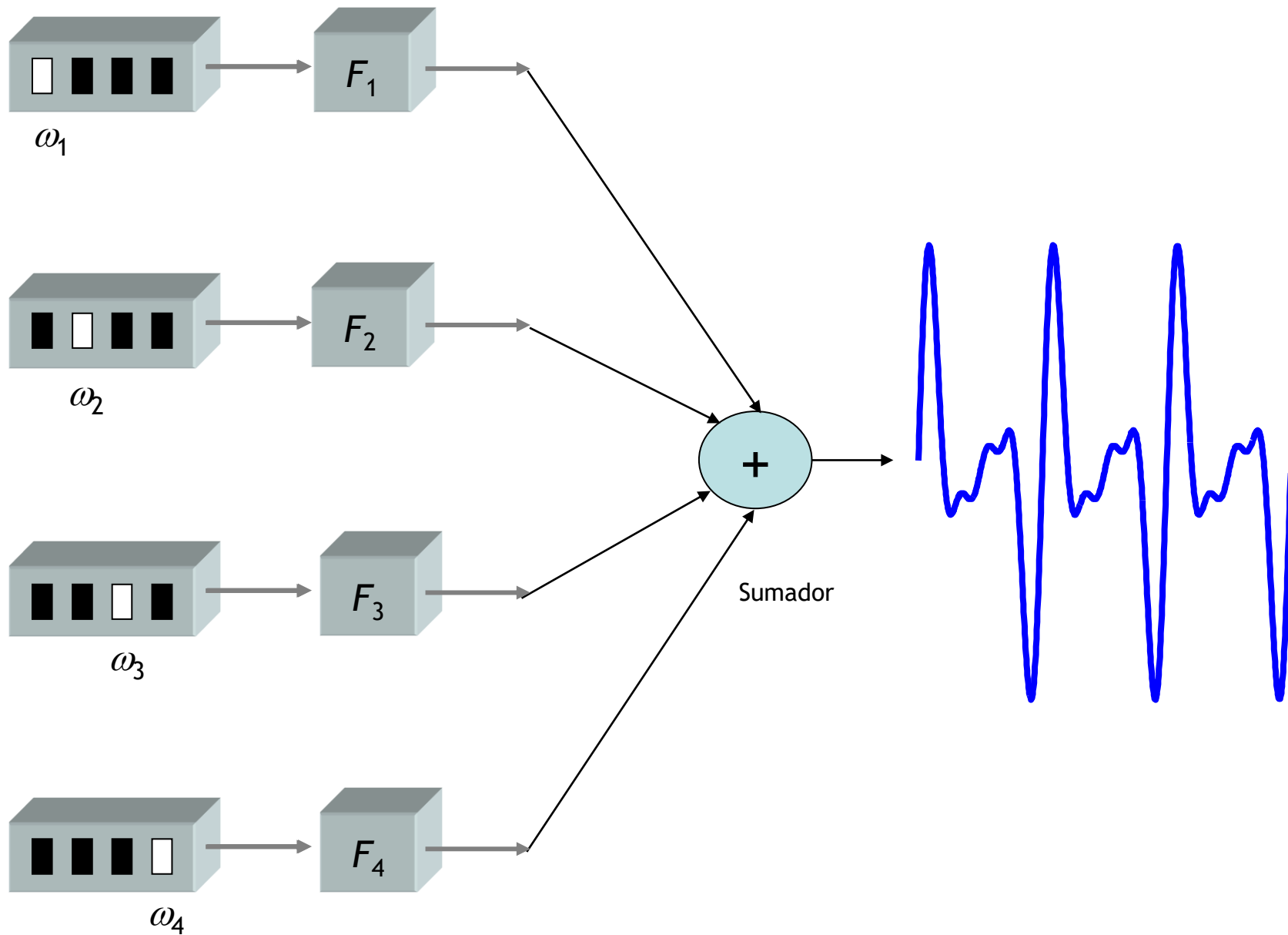


Osciladores sinusoidales



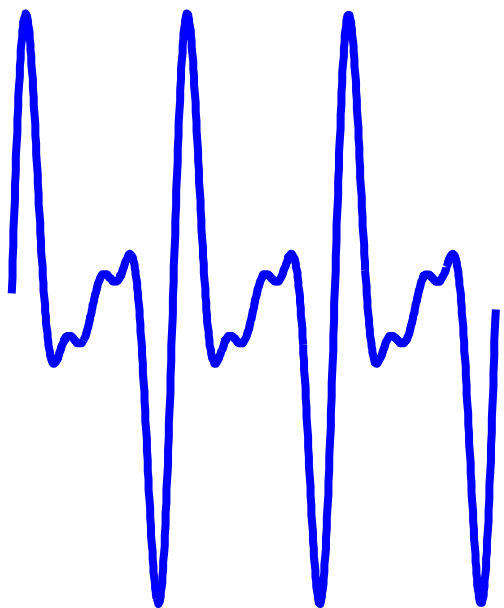






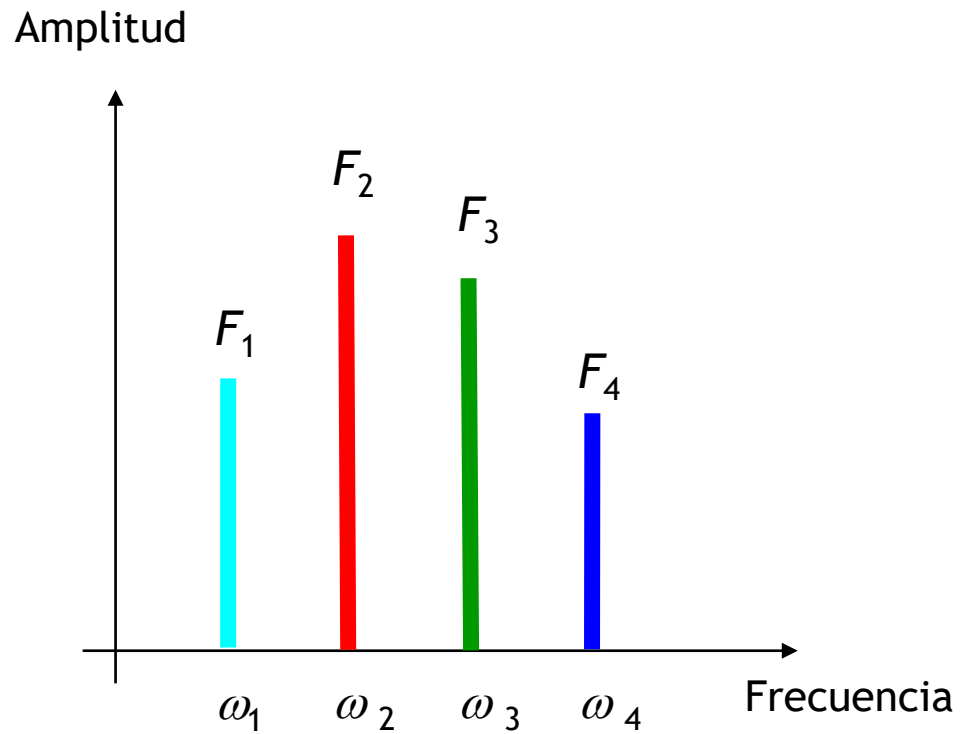
Osciladores sinusoidales

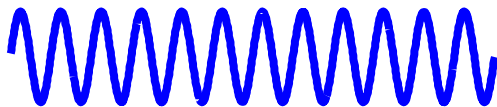
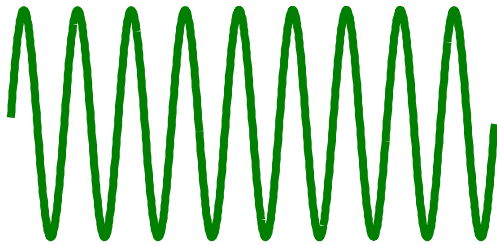
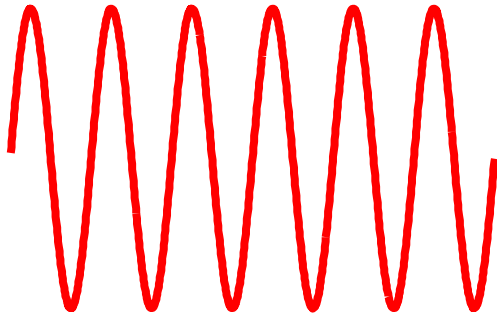
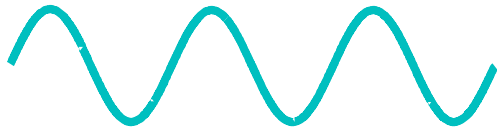
Amplificadores



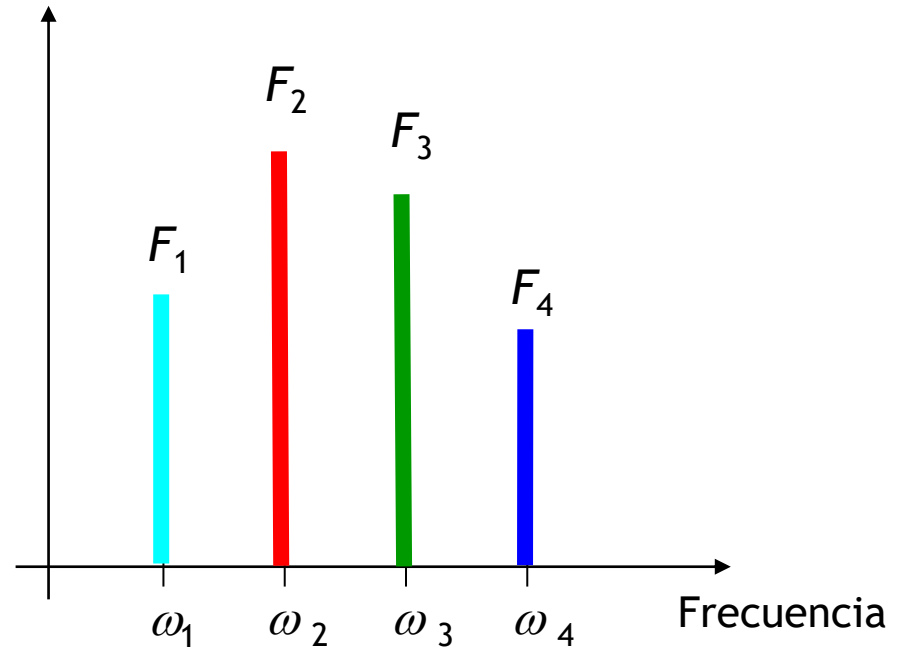
Frecuencia	Amplitud
$\omega_1$	$F_1$
$\omega_2$	$F_2$
$\omega_3$	$F_3$
$\omega_4$	$F_4$

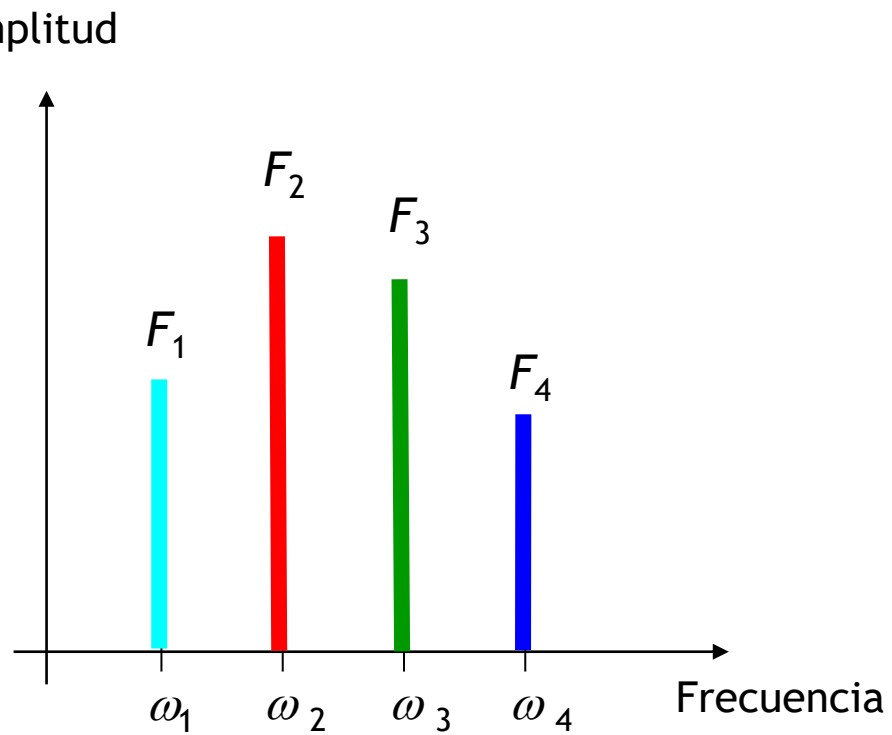
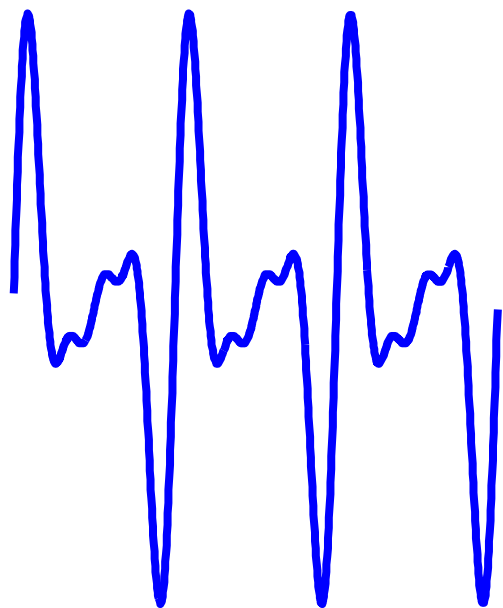
Frecuencia	Amplitud
$\omega_1$	$F_1$
$\omega_2$	$F_2$
$\omega_3$	$F_3$
$\omega_4$	$F_4$

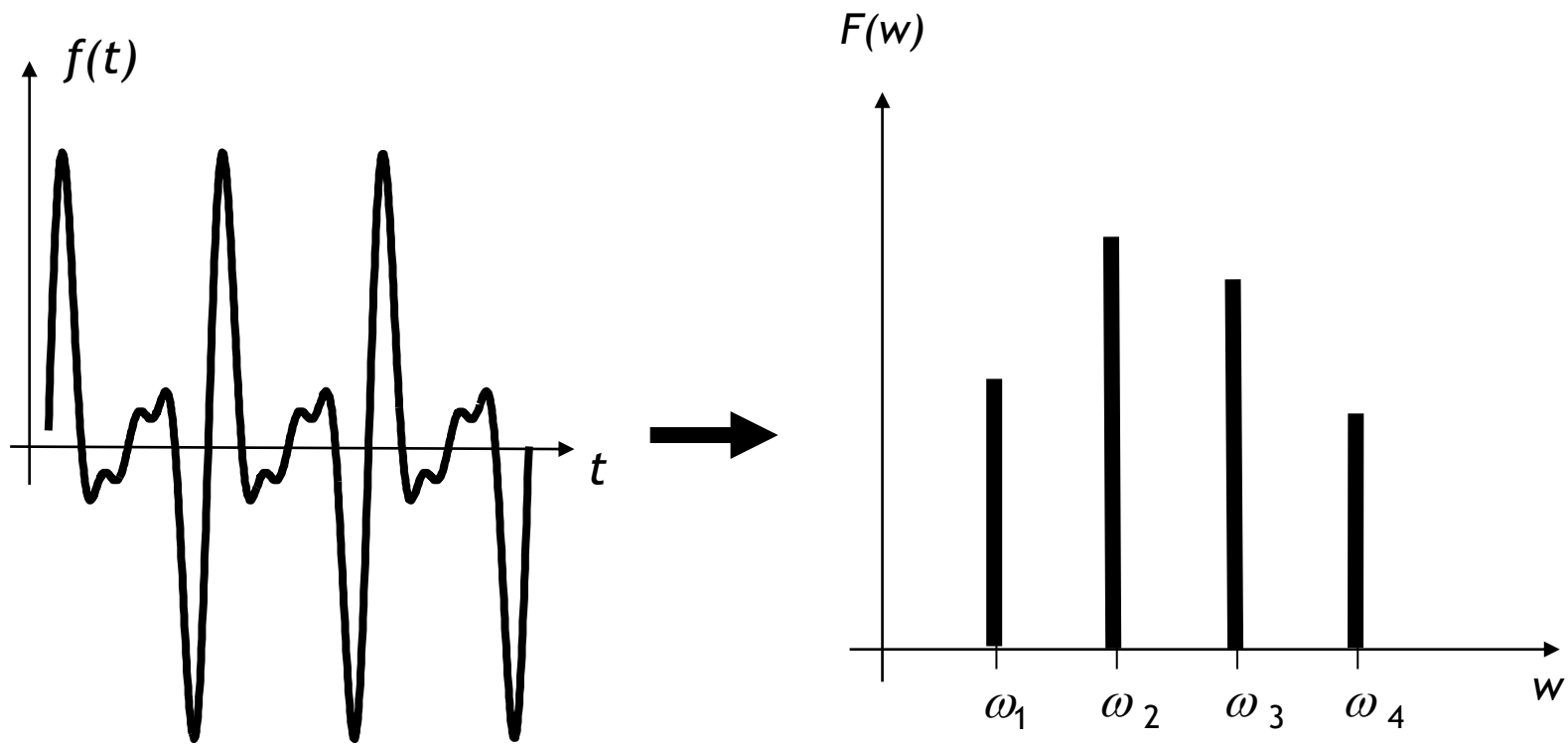




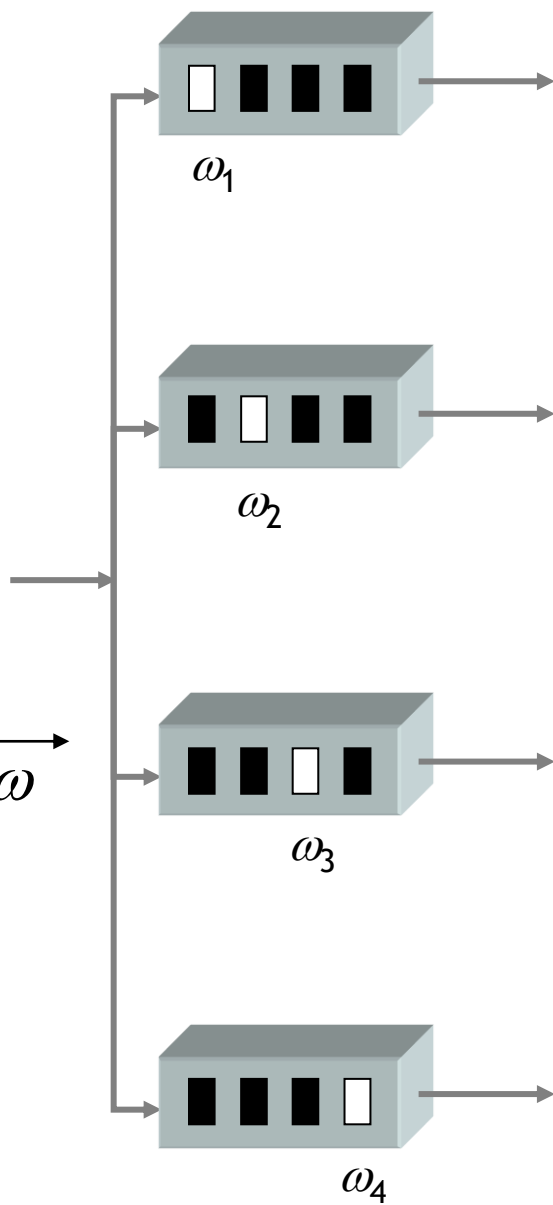
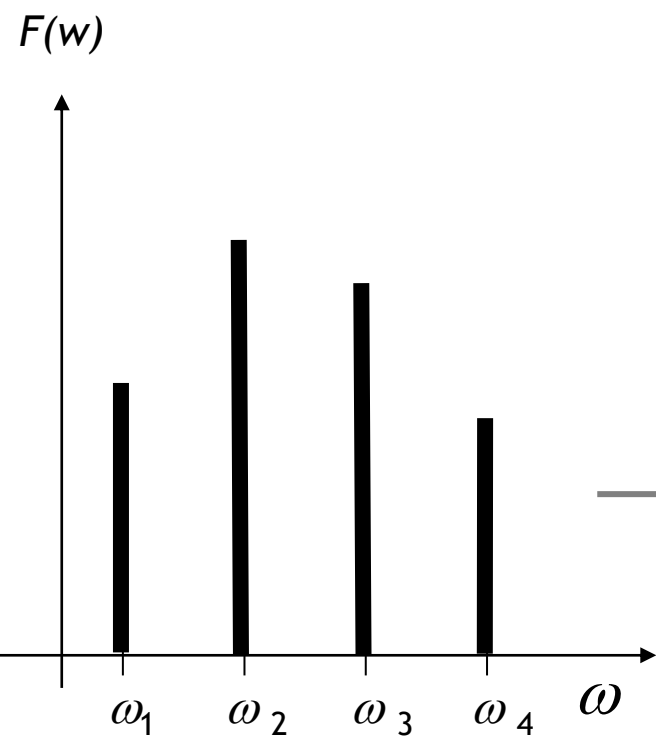
Amplitud



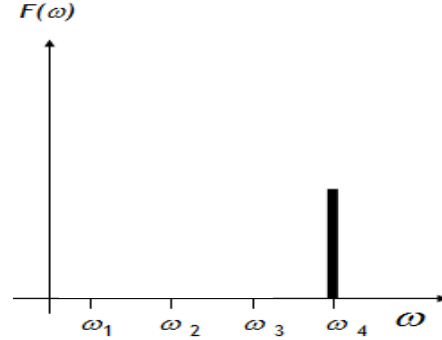
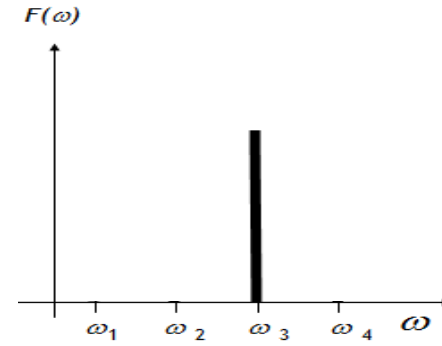
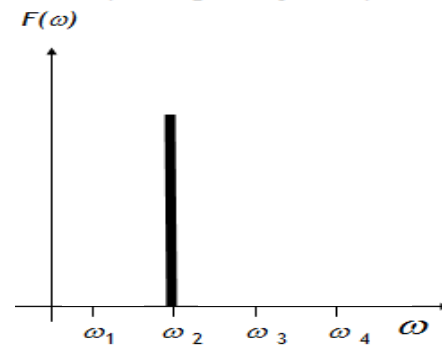
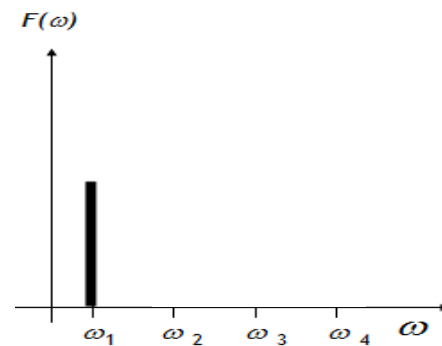




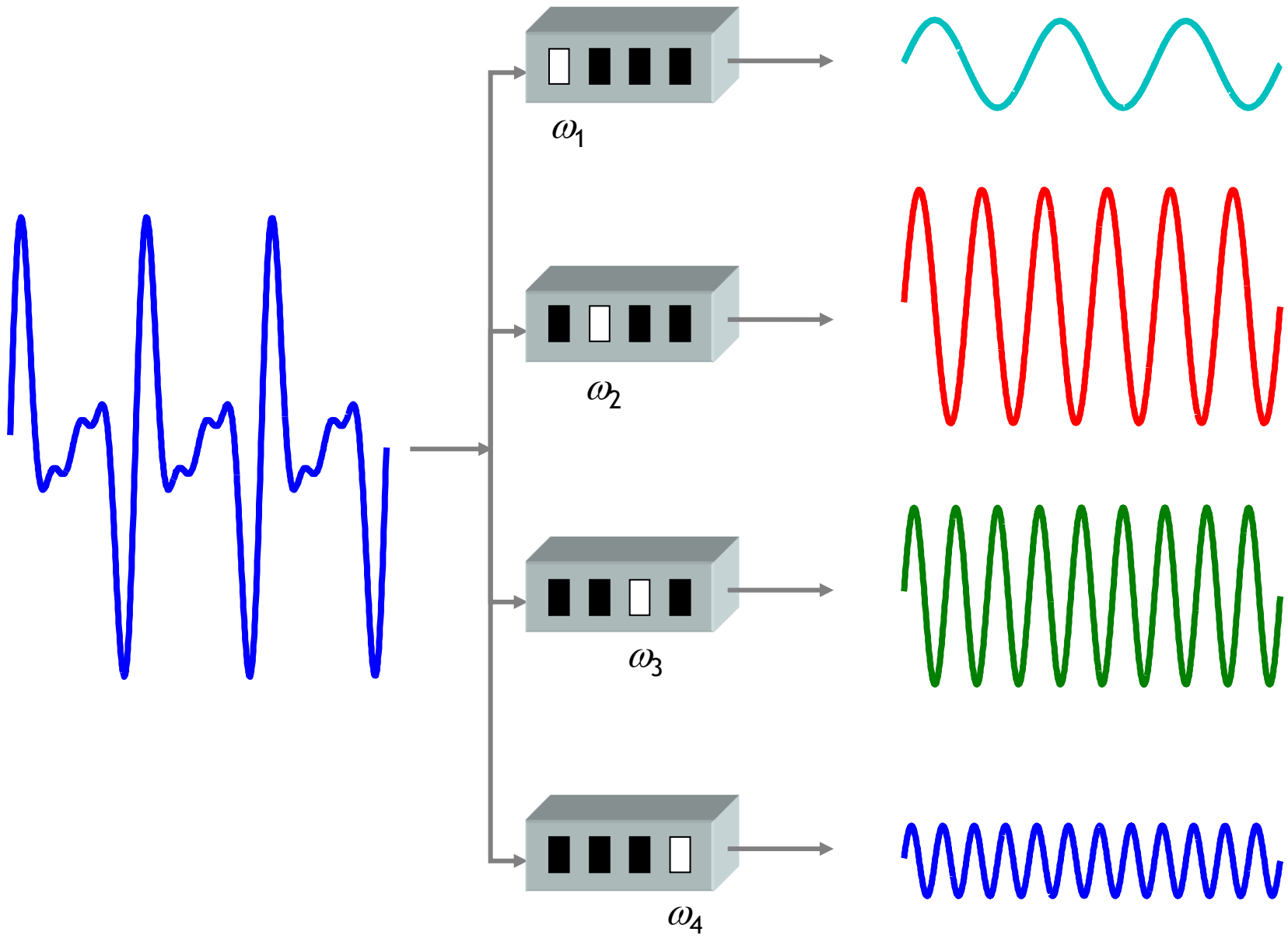
$f(t)$  ● — ○  $F(w)$



Filtros pasa banda







Filtros pasa banda

# Matemática de la Transformada de Fourier

# Transformada de Fourier

## CONCEPTOS BÁSICOS

$$f(t) \longleftrightarrow F(\omega)$$

Función en el  
dominio  
del tiempo

Función en el  
dominio  
de la frecuencia

# Transformada de Fourier

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-j2\pi\omega t} dt$$



$$f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega) e^{+j2\pi\omega t} dt$$

$$j = \sqrt{-1}$$

# Transformada de Fourier

## CONCEPTOS BÁSICOS

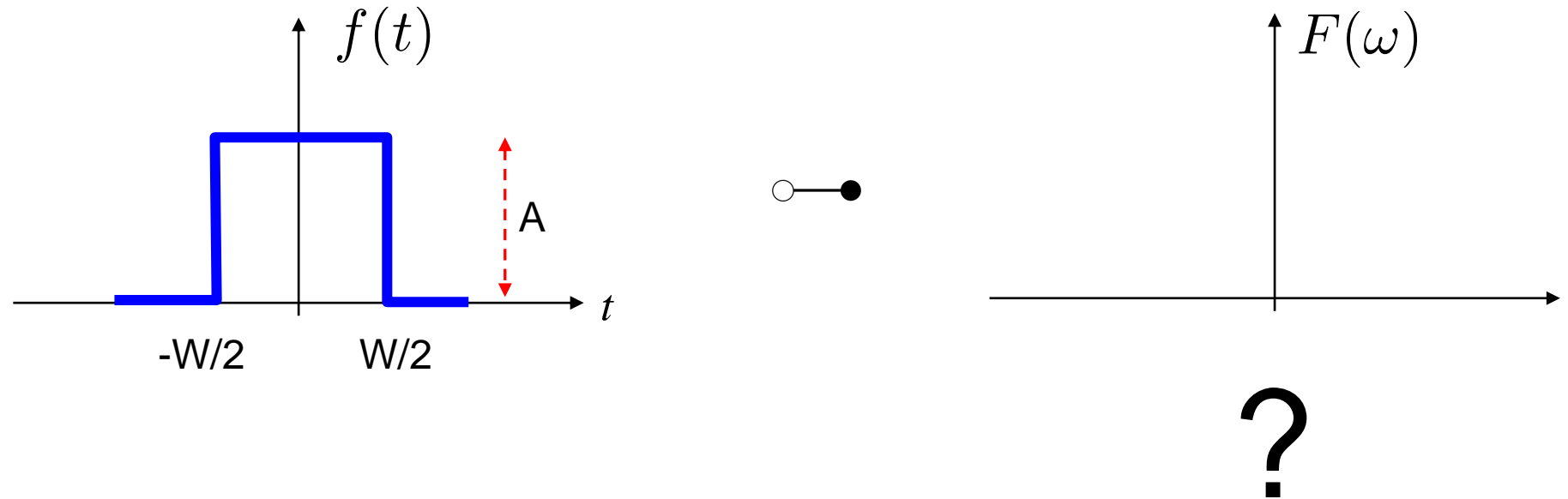
$$e^{\pm j2\pi\omega t} = \cos(2\pi\omega t) \pm j \sin(2\pi\omega t)$$

$$\cos(\theta) = \frac{e^{+j\theta} + e^{-j\theta}}{2} \quad \sin(\theta) = \frac{e^{+j\theta} - e^{-j\theta}}{2j}$$

# Ejemplo de la Transformada de Fourier

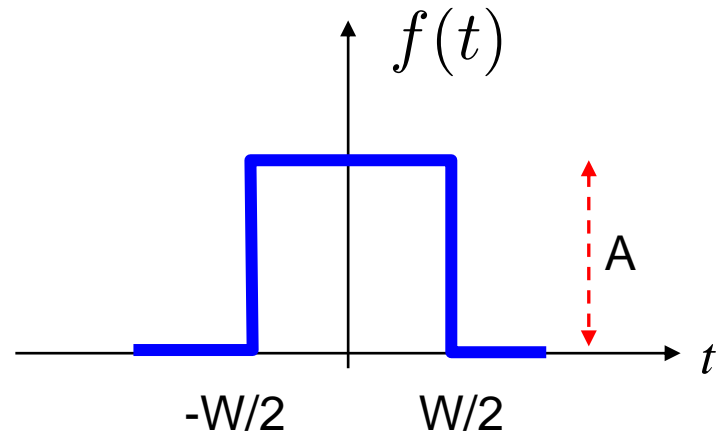
# Transformada de Fourier

EJEMPLO:



# Transformada de Fourier

EJEMPLO:



$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-j2\pi\omega t} dt$$

$$F(\omega) = A \int_{-W/2}^{+W/2} e^{-j2\pi\omega t} dt$$

$$F(\omega) = \frac{A}{-j2\pi\omega} e^{-j2\pi\omega t} \Big|_{-W/2}^{+W/2}$$

$$F(\omega) = \frac{A}{-j2\pi\omega} (e^{-j2\pi\omega W/2} - e^{+j2\pi\omega W/2})$$



# Transformada de Fourier

$$F(\omega) = \frac{A}{-j2\pi\omega} (e^{-j2\pi\omega W/2} - e^{+j2\pi\omega W/2})$$

# Transformada de Fourier

$$F(\omega) = \frac{A}{-j2\pi\omega} (e^{-j2\pi\omega W/2} - e^{+j2\pi\omega W/2})$$

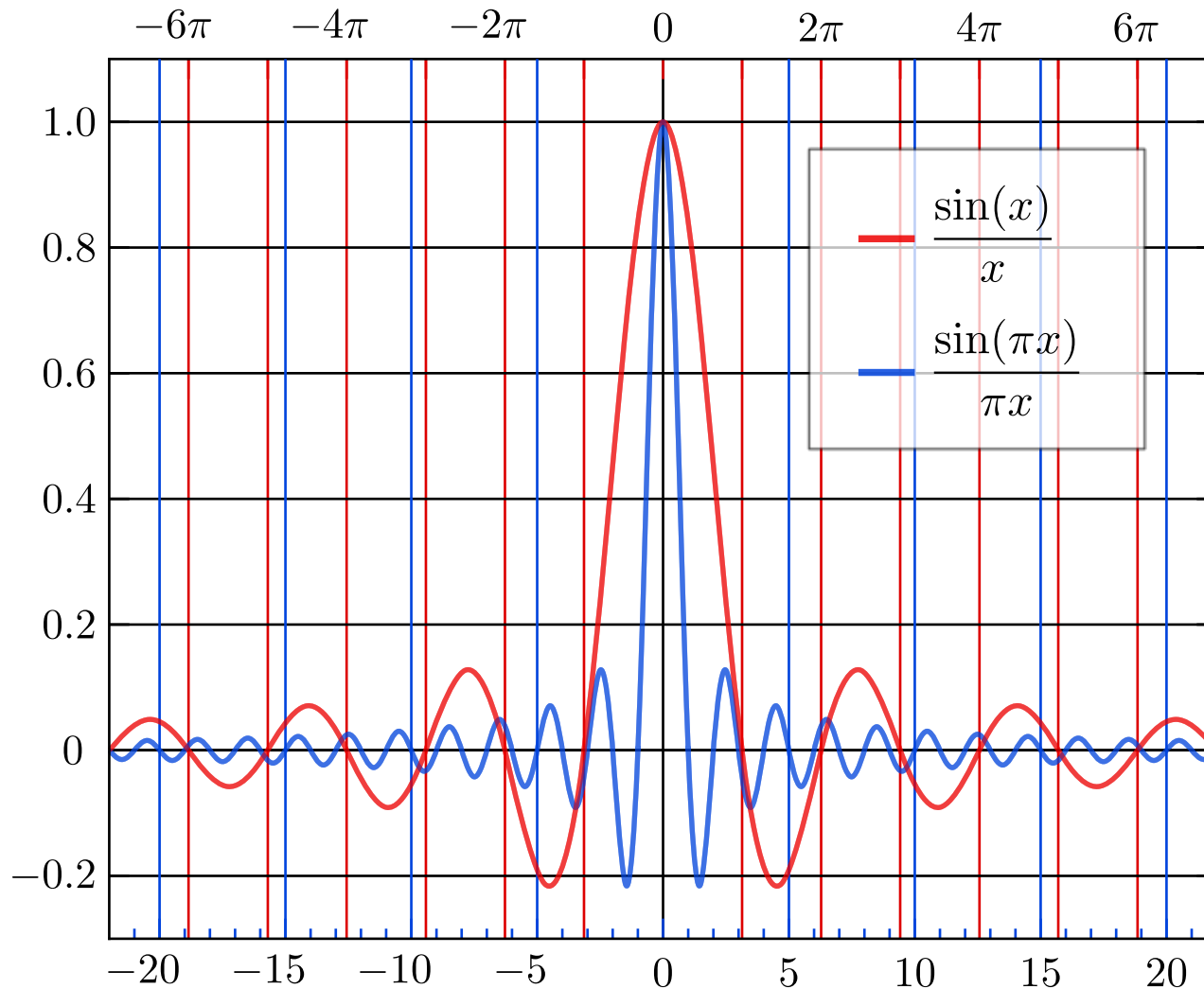
$$F(\omega) = \frac{A}{-j2\pi\omega} (-2j) \sin(2\pi\omega W/2)$$

$$F(\omega) = \frac{A}{\pi\omega} \sin(\pi\omega W) = \frac{AW}{\pi\omega W} \sin(\pi\omega W)$$

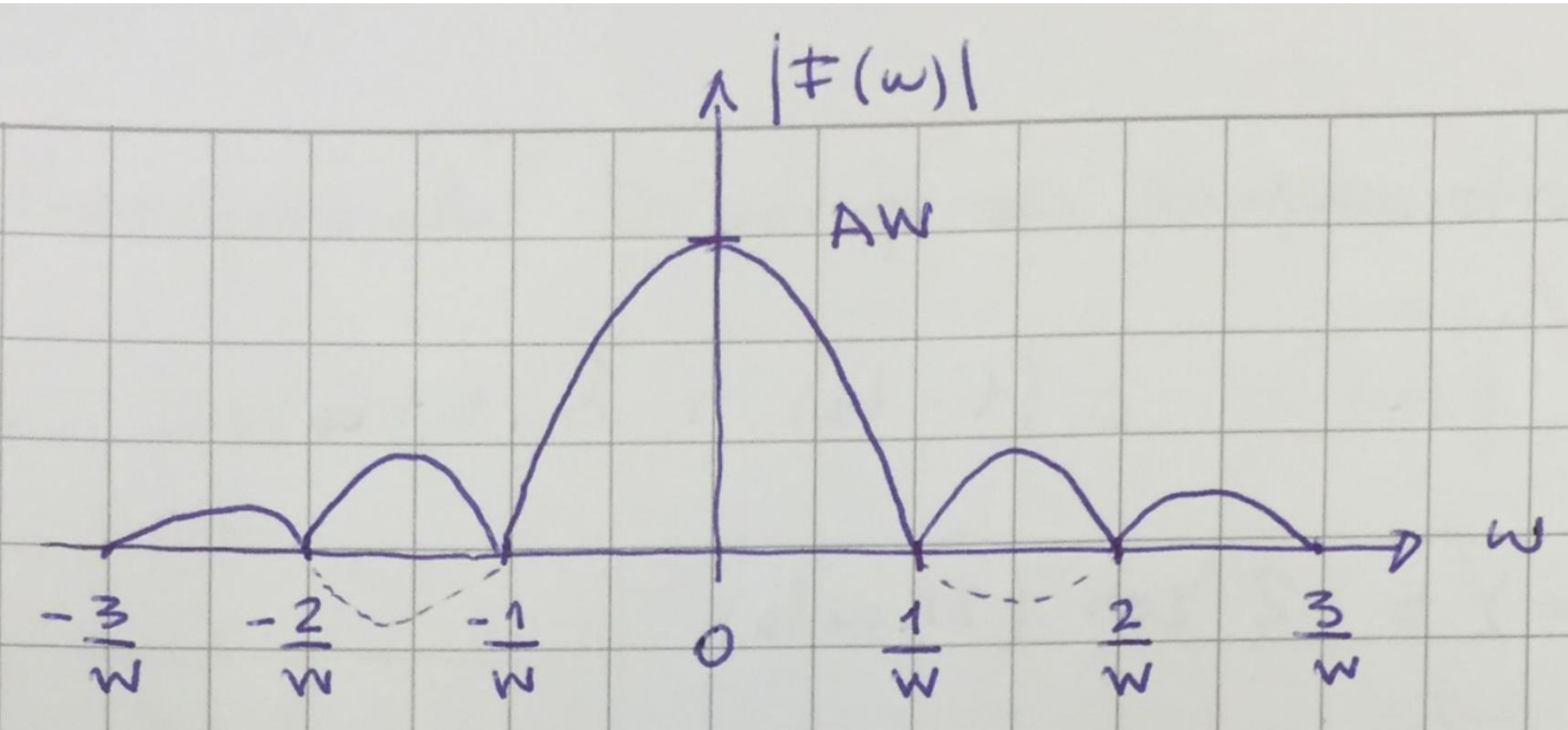
$$F(\omega) = AW \operatorname{sinc}(\omega W)$$

$$\operatorname{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$$

# Transformada de Fourier



# Transformada de Fourier



# Ejemplos Prácticos de la Transformada de Fourier

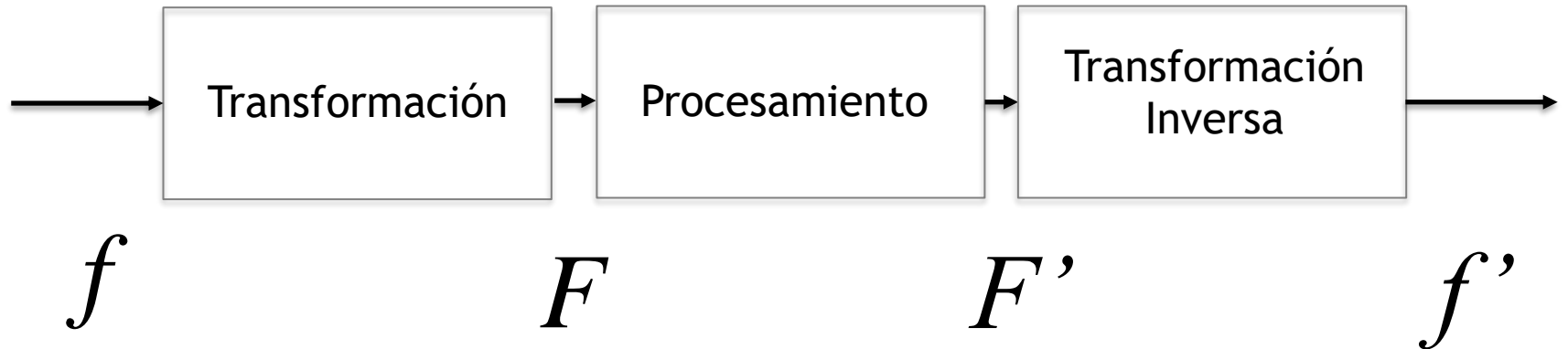
# Transformada de Fourier

$$f \quad \longleftrightarrow \quad F$$

Función en el  
dominio  
original

Función en el  
dominio  
de la frecuencia

# Procesamiento en el Dominio de la Frecuencia



Función en el  
dominio  
original

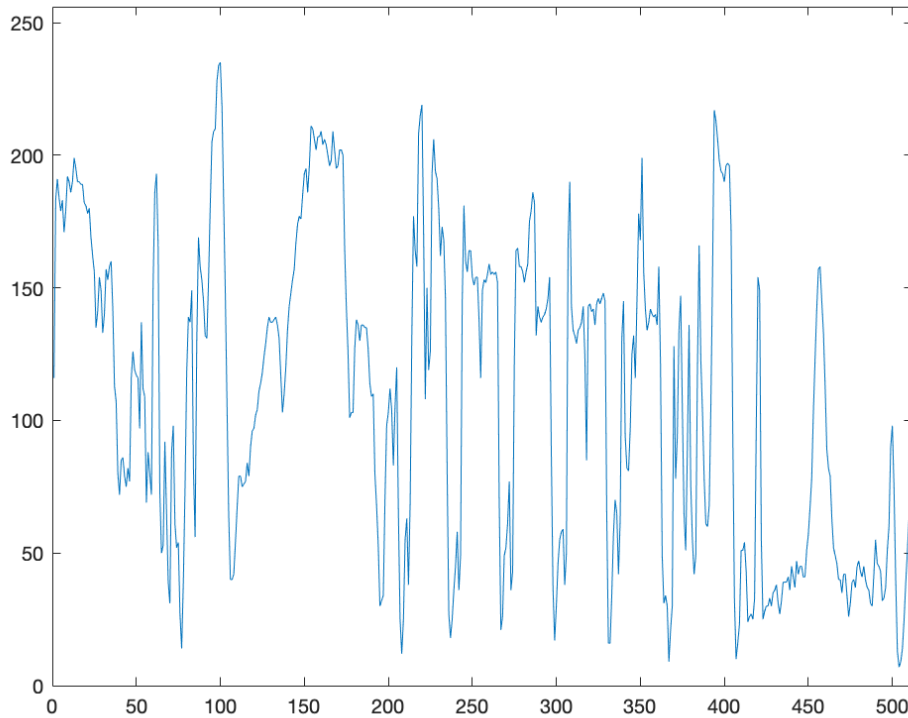
Función en el  
dominio  
de la frecuencia

Función **procesada**  
en el dominio  
de la frecuencia

Función **procesada**  
en el dominio  
original

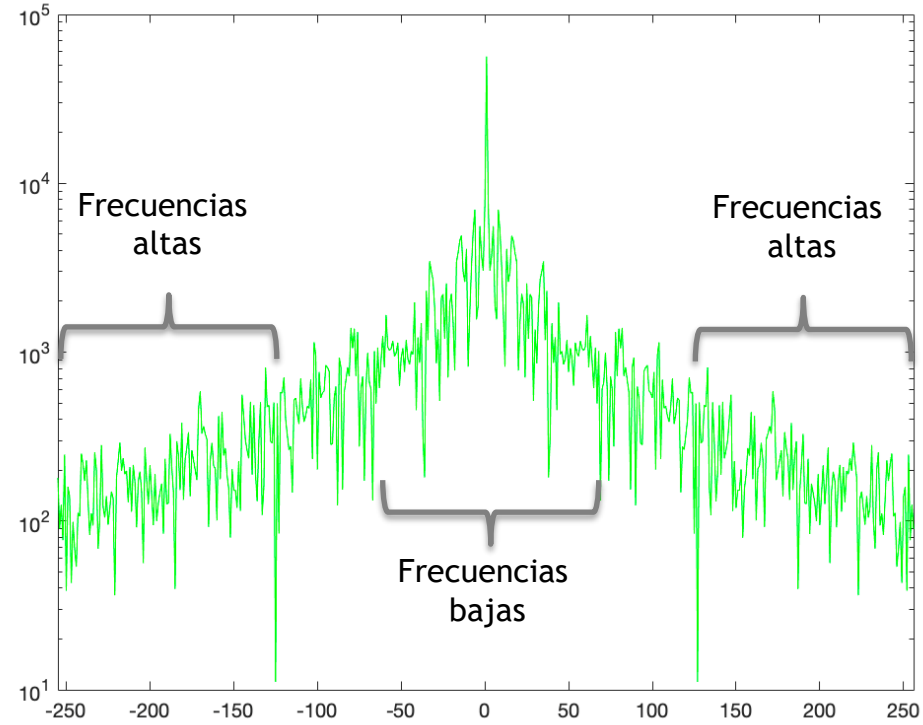
# Ejemplo

$f$



Función en el  
dominio  
original

$F$

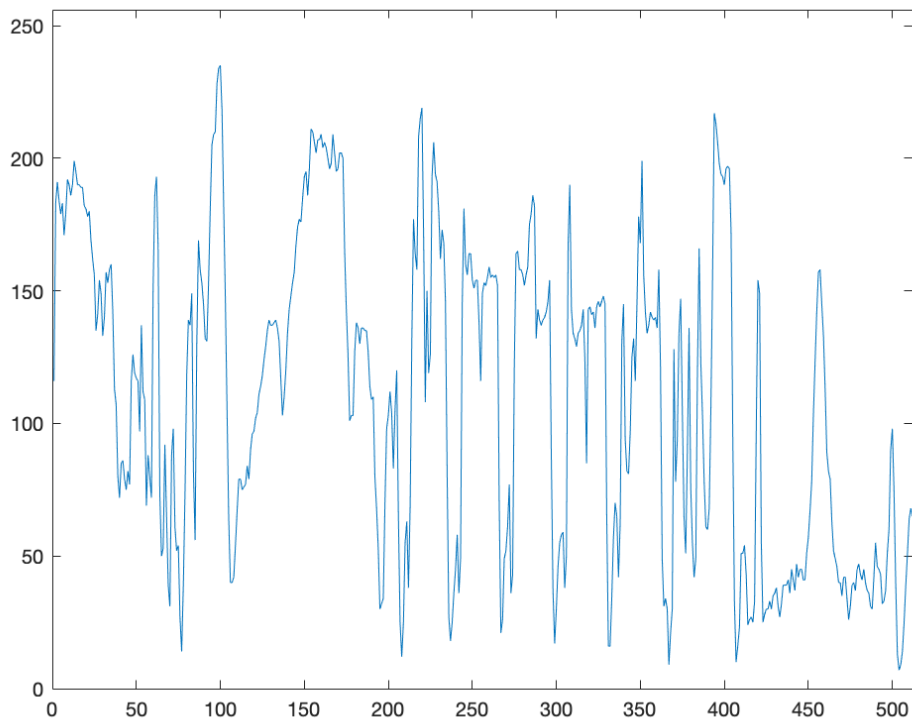


Función en el  
dominio  
de la frecuencia



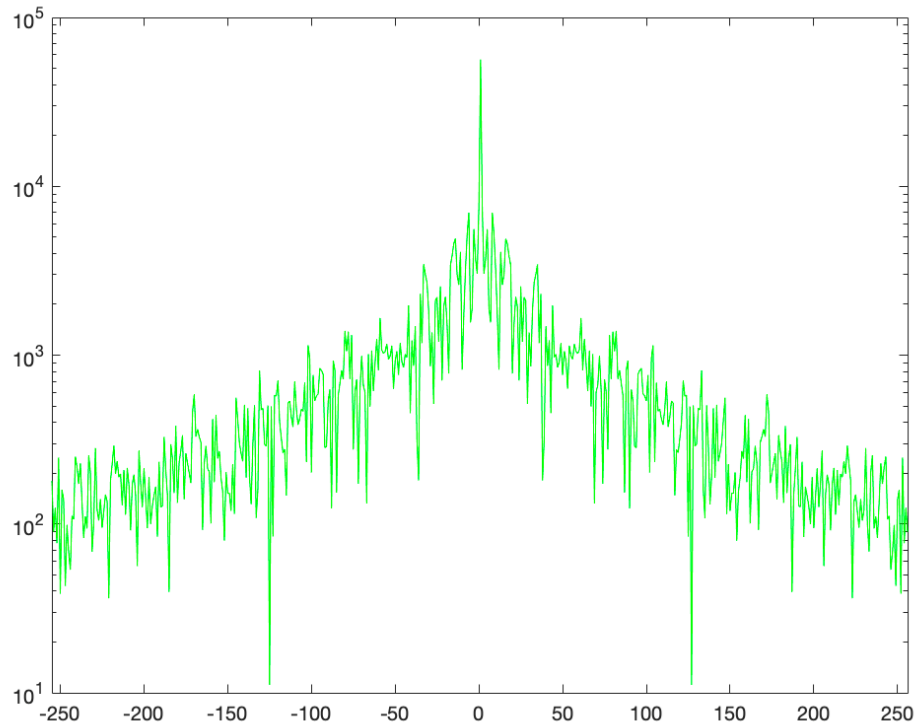
# Ejemplo

$f$



Función en el  
dominio  
original

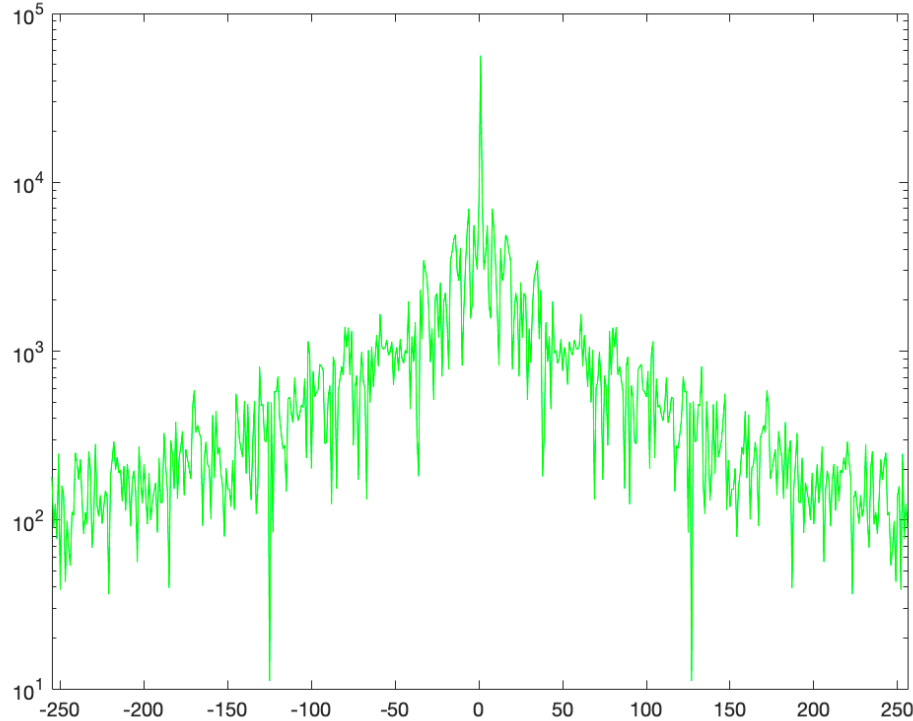
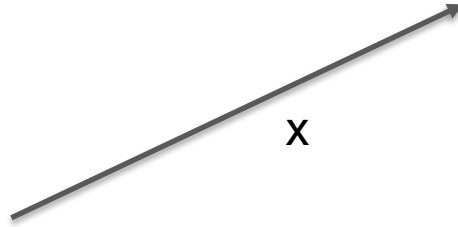
$F$



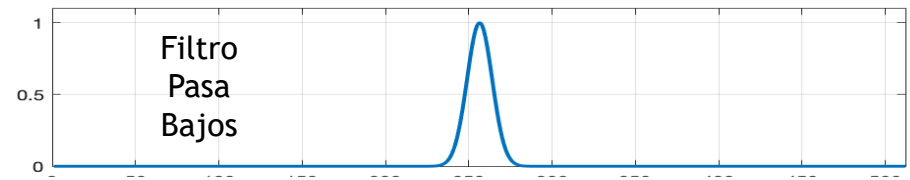
Función en el  
dominio  
de la frecuencia

# Ejemplo

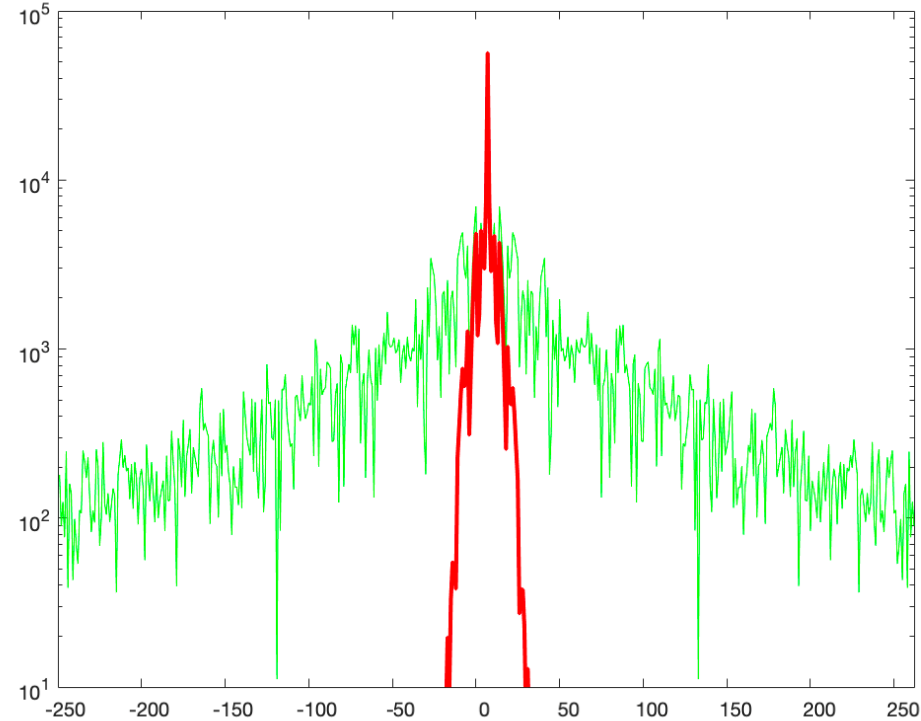
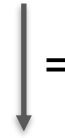
$F$



Función en el  
dominio  
de la frecuencia



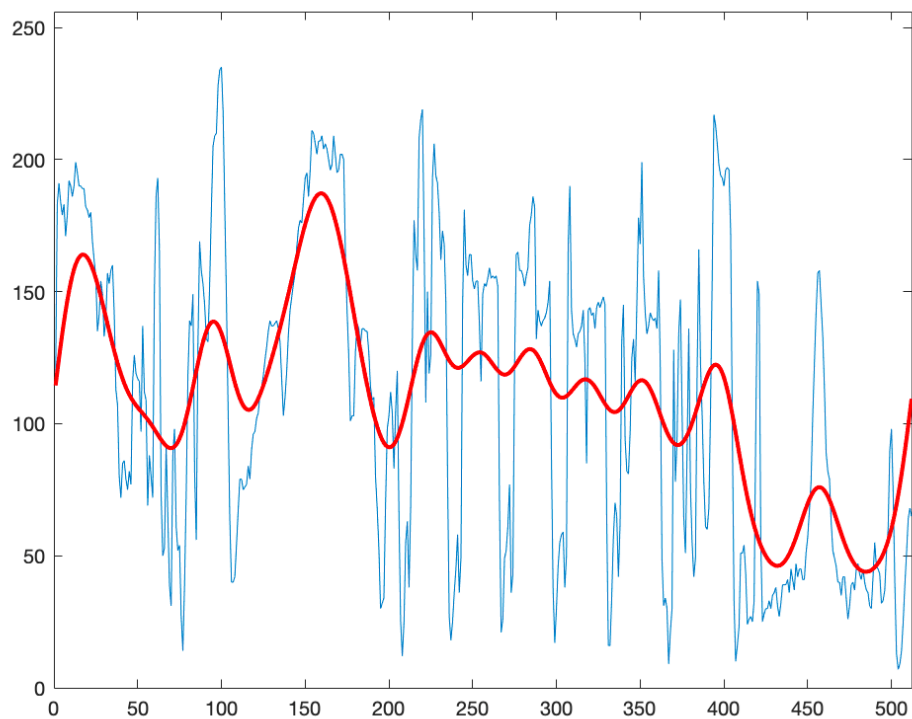
$F'$



Función **FILTRADA** en el  
dominio  
de la frecuencia

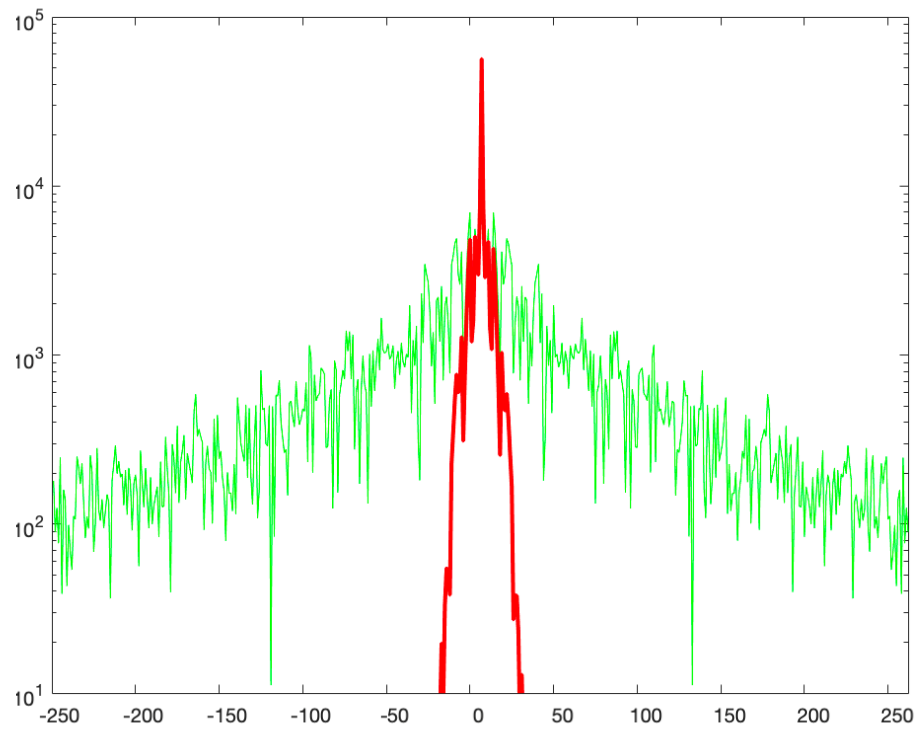
# Ejemplo

$f'$



Función en el  
dominio  
original

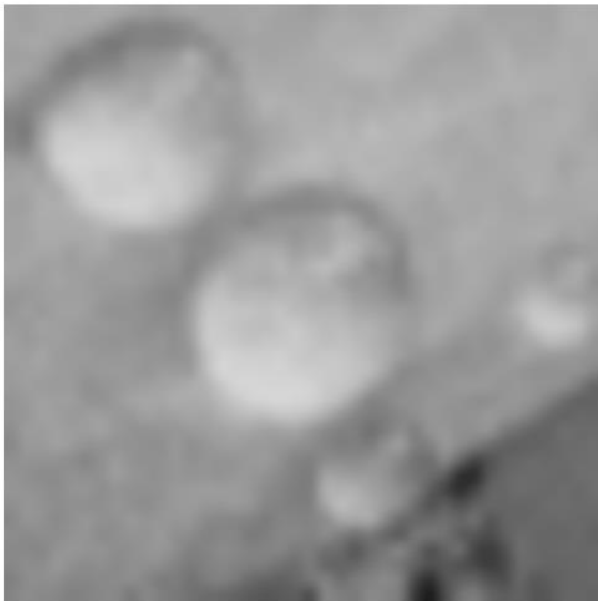
$F'$



Función en el  
dominio  
de la frecuencia

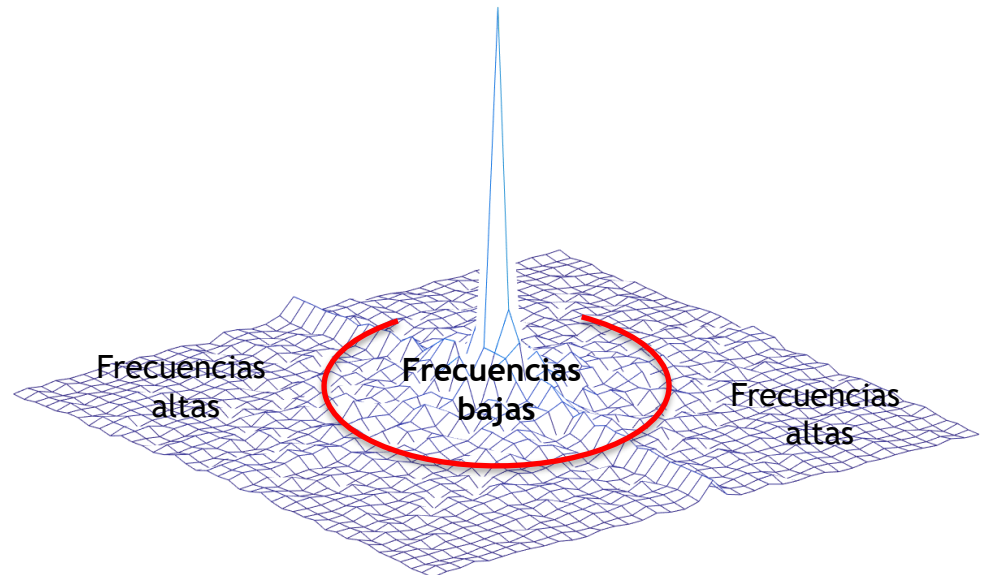
# Ejemplo en 2D

$f$



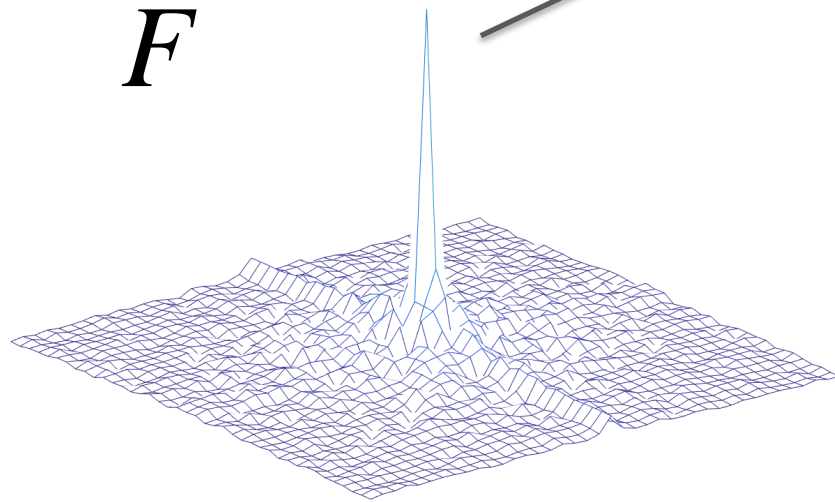
Función en el  
dominio  
original

$F$

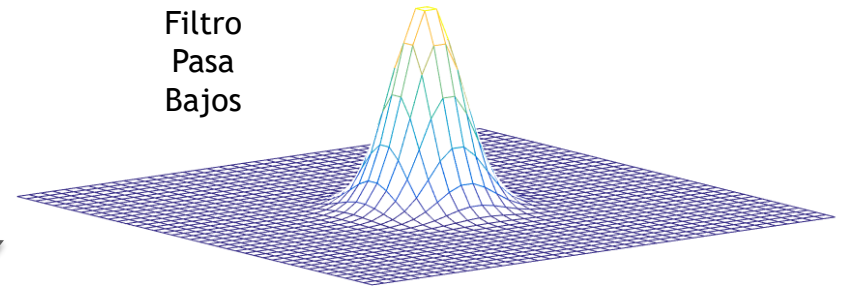


Función en el  
dominio  
de la frecuencia

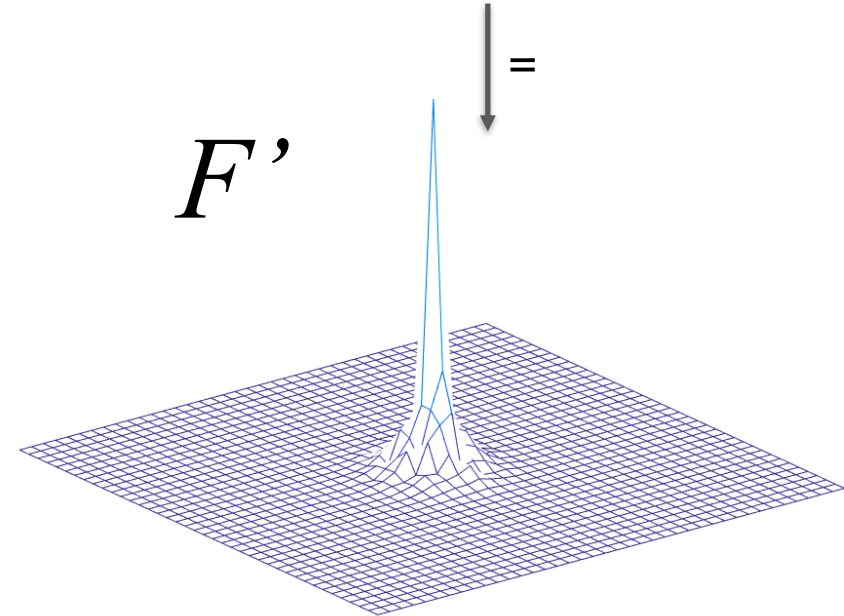
# Ejemplo en 2D



Función en el  
dominio  
de la frecuencia



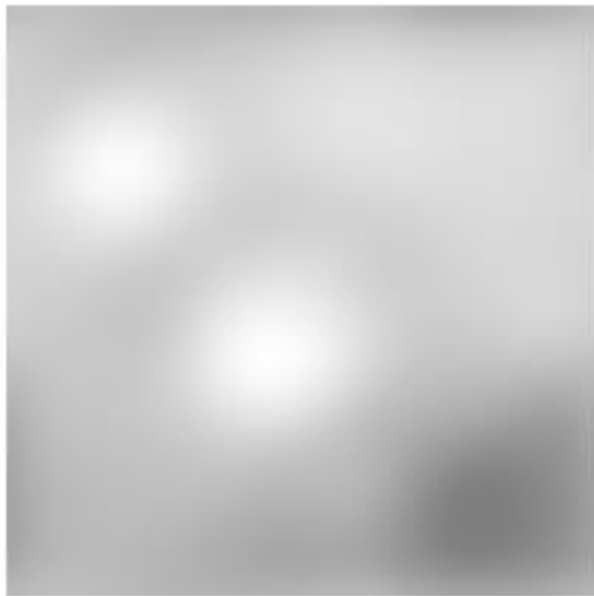
$F'$



Función **filtrada**  
en el dominio  
de la frecuencia

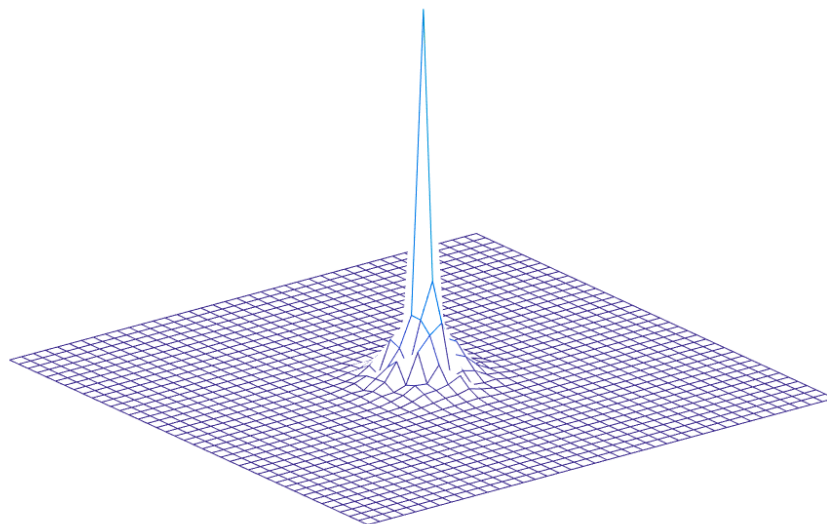
# Ejemplo en 2D

$f'$



Función **filtrada**  
en el dominio  
original

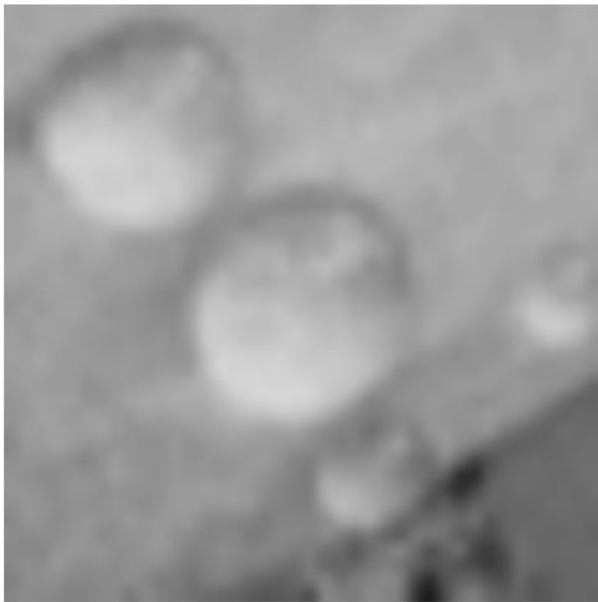
$F'$



Función **filtrada**  
en el dominio  
de la frecuencia

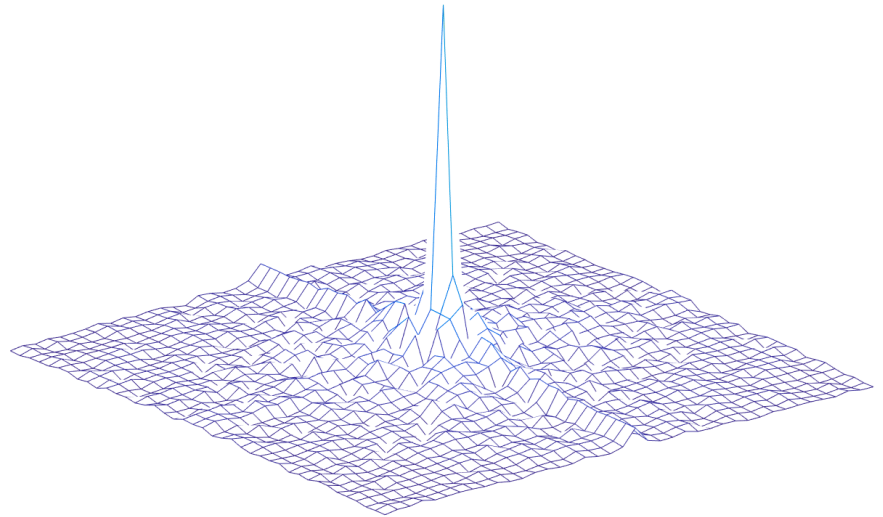
# Ejemplo en 2D

$f$



Función  
en el dominio  
original

$F$



Función  
en el dominio  
de la frecuencia

