



Tratamiento de Señales

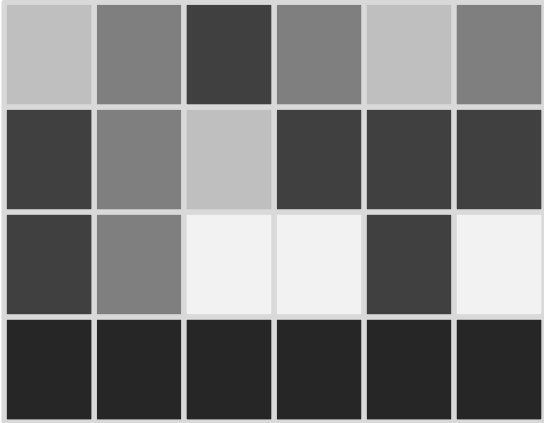
Version 2024-I

Restauración con regularización 2D

[Capítulo 6]

Dr. José Ramón Iglesias

DSP-ASIC BUILDER GROUP
Director Semillero TRIAC
Ingeniería Electronica
Universidad Popular del Cesar



4	6	9	6	4	6
9	6	4	9	9	9
9	6	2	2	9	2
10	10	10	10	10	10

4	6	9	6	4	6
9	6	4	9	9	9
9	6	2	2	9	2
10	10	10	10	10	10

4	6	9	6	4	6
9	6	4	9	9	9
9	6	2	2	9	2
10	10	10	10	10	10

	6.1				

Average: $[(4+6+9)+(9+6+4)+(9+6+2)] / 9 = 6.1$

4	6	9	6	4	6
9	6	4	9	9	9
9	6	2	2	9	2
10	10	10	10	10	10

	6.1	5.6			

4	6	9	6	4	6
9	6	4	9	9	9
9	6	2	2	9	2
10	10	10	10	10	10

	6.1	5.6	6.0		

4	6	9	6	4	6
9	6	4	9	9	9
9	6	2	2	9	2
10	10	10	10	10	10

	6.1	5.6	6.0	6.2	

4	6	9	6	4	6
9	6	4	9	9	9
9	6	2	2	9	2
10	10	10	10	10	10

	6.1	5.6	6.0	6.2	
	7.3				

4	6	9	6	4	6
9	6	4	9	9	9
9	6	2	2	9	2
10	10	10	10	10	10

	6.1	5.6	6.0	6.2	
	7.3	6.6			

4	6	9	6	4	6
9	6	4	9	9	9
9	6	2	2	9	2
10	10	10	10	10	10

	6.1	5.6	6.0	6.2	
	7.3	6.6	7.2		

4	6	9	6	4	6
9	6	4	9	9	9
9	6	2	2	9	2
10	10	10	10	10	10

	6.1	5.6	6.0	6.2	
	7.3	6.6	7.2	7.8	

4	6	9	6	4	6
9	6	4	9	9	9
9	6	2	2	9	2
10	10	10	10	10	10

	6.1	5.6	6.0	6.2	
	7.3	6.6	7.2	7.8	

4	6	9	6	4	6
9	6	4	9	9	9
9	6	2	2	9	2
10	10	10	10	10	10

6.1	5.6	6.0	6.2
7.3	6.6	7.2	7.8

f_1	f_5	f_9	f_{13}	f_{17}	f_{21}
f_2	f_6	f_{10}	f_{14}	f_{18}	f_{22}
f_3	f_7	f_{11}	f_{15}	f_{19}	f_{23}
f_4	f_8	f_{12}	f_{16}	f_{20}	f_{24}

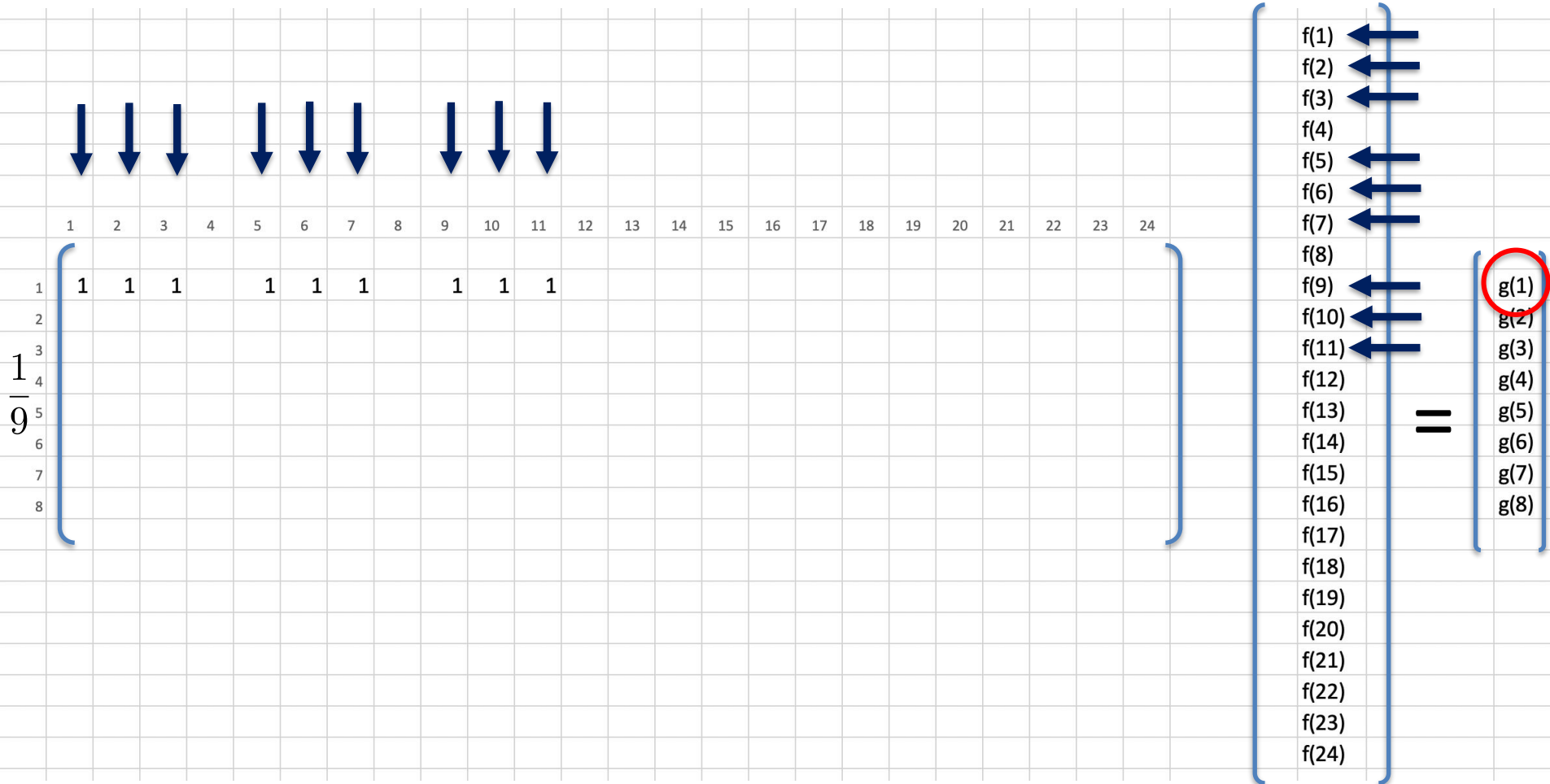
6.1	5.6	6.0	6.2
7.3	6.6	7.2	7.8

$$\text{Average: } [f_1 + f_2 + f_3 + f_5 + f_6 + f_7 + f_9 + f_{10} + f_{11}] / 9 = 6.1$$

f_1	f_5	f_9	f_{13}	f_{17}	f_{21}
f_2	f_6	f_{10}	f_{14}	f_{18}	f_{22}
f_3	f_7	f_{11}	f_{15}	f_{19}	f_{23}
f_4	f_8	f_{12}	f_{16}	f_{20}	f_{24}

g_1	g_3	g_5	g_7
g_2	g_4	g_6	g_8

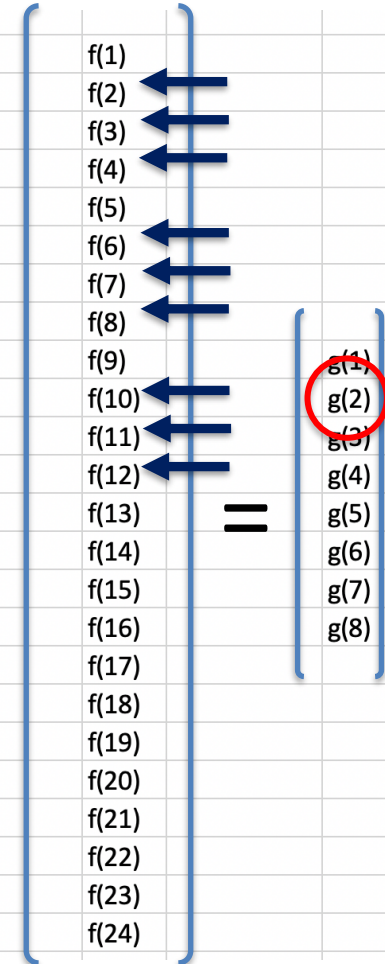
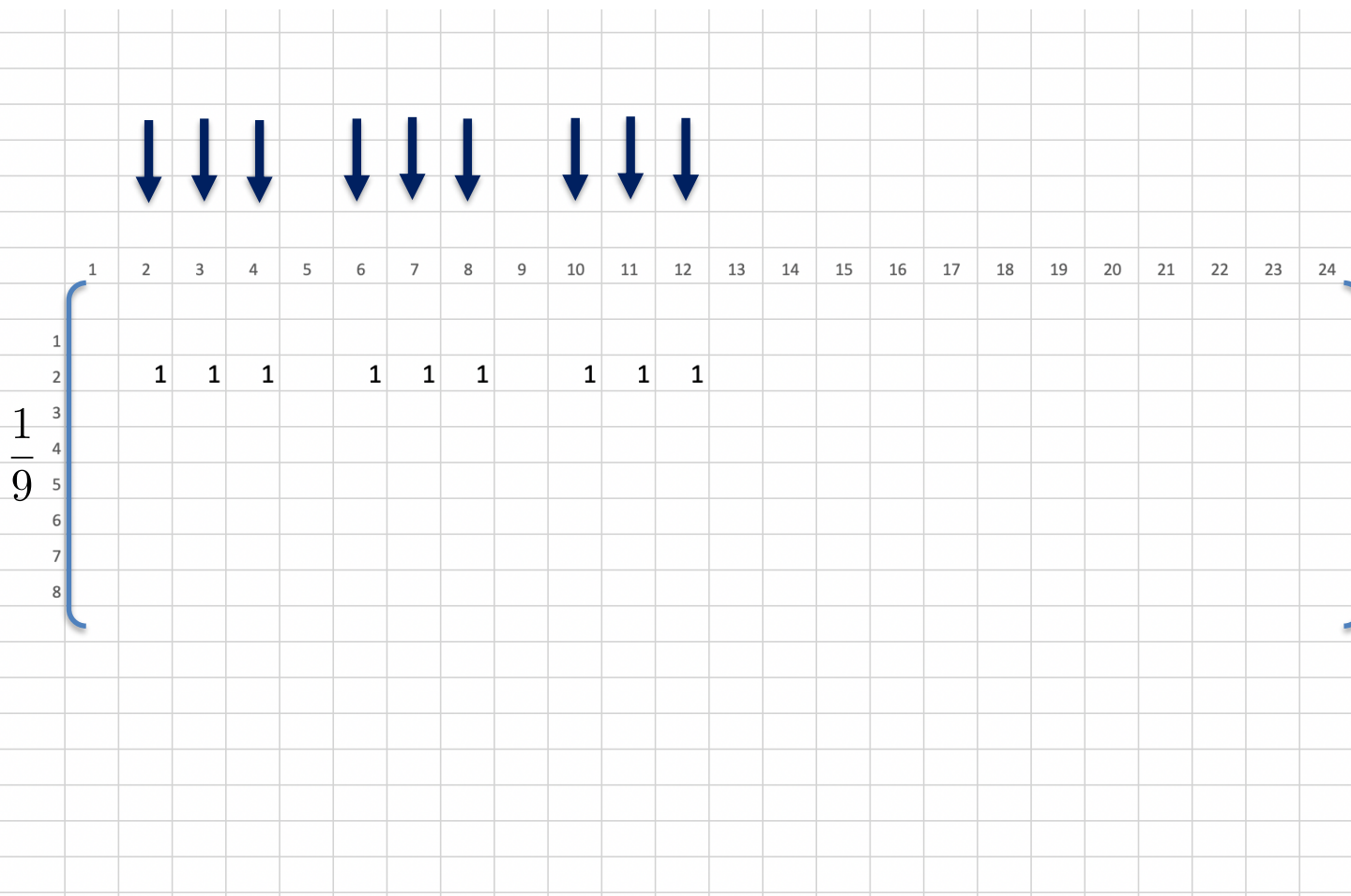
$$\text{Average: } [f_1 + f_2 + f_3 + f_5 + f_6 + f_7 + f_9 + f_{10} + f_{11}] / 9 = g_1$$



f_1	f_5	f_9	f_{13}	f_{17}	f_{21}
f_2	f_6	f_{10}	f_{14}	f_{18}	f_{22}
f_3	f_7	f_{11}	f_{15}	f_{19}	f_{23}
f_4	f_8	f_{12}	f_{16}	f_{20}	f_{24}

g_1	g_3	g_5	g_7
g_2	g_4	g_6	g_8

Average: $[f_2 + f_3 + f_4 + f_6 + f_7 + f_8 + f_{10} + f_{11} + f_{12}] / 9 = g_2$





$$\mathbf{H}\mathbf{f} = \mathbf{g}$$

Para imagen **F** *cuadrada* de $M \times M$ pixeles, y máscara **h** de $n \times n$ pixeles, entonces:

- la imagen **G** tiene $N \times N$ pixeles, donde $N = M - n + 1$,
- el vector **f** tiene M^2 elementos,
- el vector **g** tiene N^2 elementos, y
- la matriz **H** tiene $N^2 \times M^2$ elementos.

Como hay más ecuaciones que incógnitas, existen infinitas soluciones, para encontrar la solución es necesario emplear un criterio adicional.

Como hay más ecuaciones que incógnitas ($N^2 > M^2$), existen infinitas soluciones para

$$\mathbf{H}\mathbf{f} = \mathbf{g}$$

Es necesario contar con un criterio adicional como $||\mathbf{W}\mathbf{f}|| \rightarrow \min$

Entonces la solución $\hat{\mathbf{f}}$ debe satisfacer:

1) $\mathbf{H}\hat{\mathbf{f}} = \mathbf{g}$

2) $||\mathbf{W}\hat{\mathbf{f}}|| \rightarrow \min$

Solución del Problema:

$$||\mathbf{W}\hat{\mathbf{f}}|| \rightarrow \min \quad \text{sujeto a} \quad \mathbf{H}\hat{\mathbf{f}} = \mathbf{g}$$

:

Ejemplo:
($\mathbf{W} = \mathbf{I}$)

$$\hat{\mathbf{f}} = \lambda \left[\lambda \mathbf{H}^T \mathbf{H} + \mathbf{W}^T \mathbf{W} \right]^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{g}$$

Una vez que se tiene la solución en forma de columna es necesario reordenar los elementos en una matriz de $M \times M$ elementos.

$$\underset{M \times M}{\hat{\mathbf{F}}} = \text{reordenar}(\underset{M^2 \times 1}{\hat{\mathbf{f}}})$$

Cálculo del Error Promedio



$$\text{ERR} = \frac{1}{Q} \sum_i \sum_j |F(i, j) - \hat{F}(i, j)| \times \frac{100}{255}$$

donde Q es el número de pixels de \mathbf{F}

Ejemplo

ORIGINAL
64x64



RESTAURADA
64x64



ERR = 0.76%



ERR=1.74%

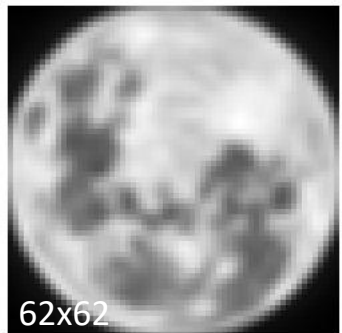


ERR=2.63%



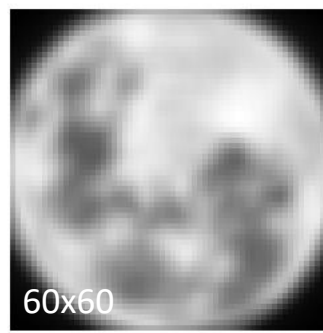
ERR=3.20%

DEGRADADA



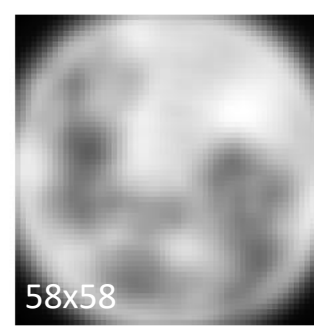
62x62

3x3



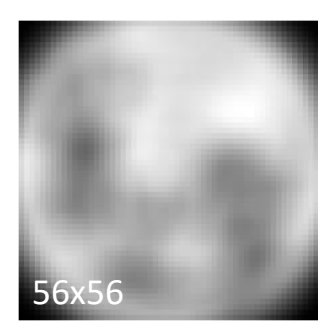
60x60

5x5



58x58

7x7

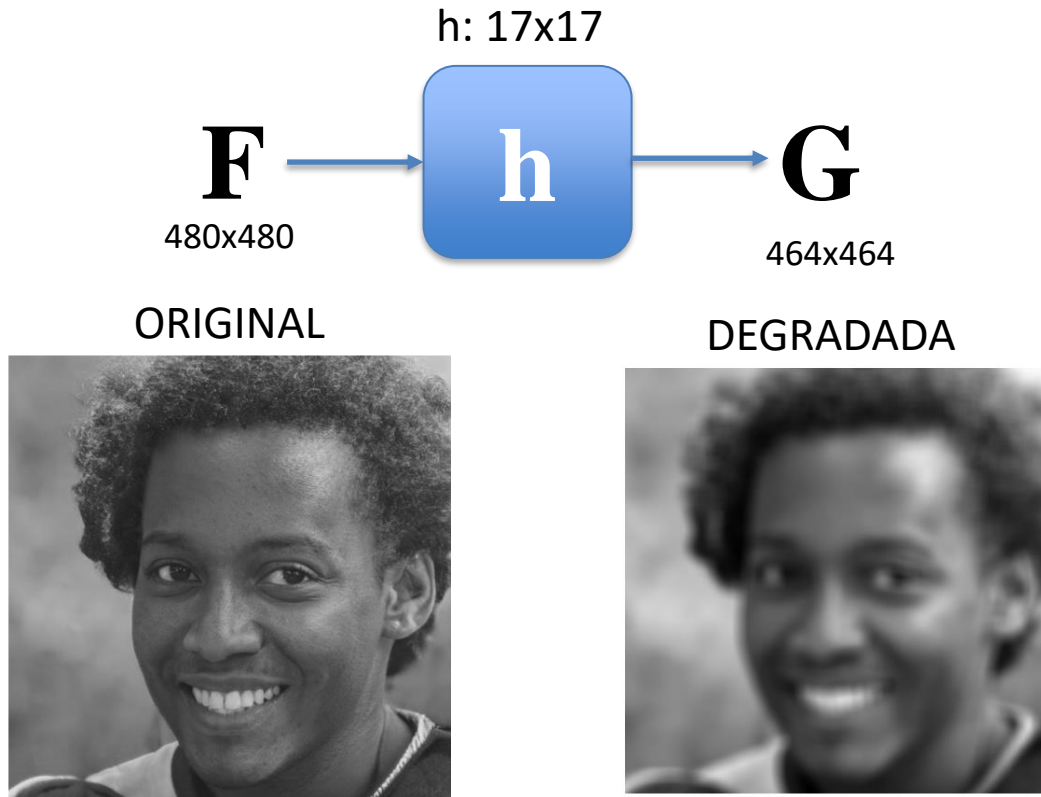


56x56

9x9

Tamaño de máscara promedio

¿Qué pasa con imágenes más grandes?



$$Hf = g$$

H tiene $464^2 \times 480^2$ elementos!

es decir:

215296×230400 elementos!

es decir:

49604 millones de elementos!!!

Solución del Problema:

$$||\mathbf{W}\hat{\mathbf{f}}|| \rightarrow \min \quad \text{sujeto a} \quad \mathbf{H}\hat{\mathbf{f}} = \mathbf{g}$$

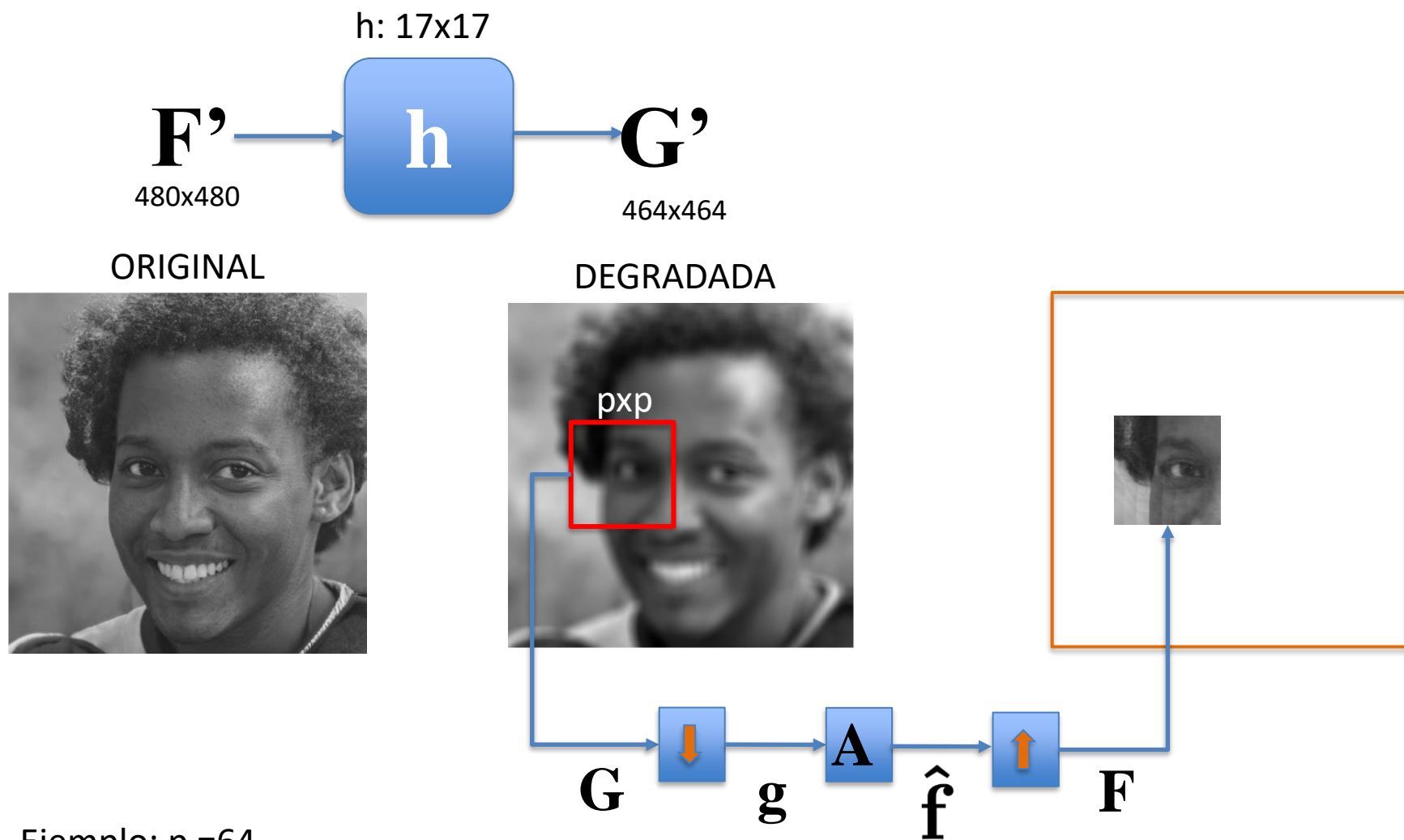
:

Ejemplo:
($\mathbf{W} = \mathbf{I}$)

$$\hat{\mathbf{f}} = \lambda \underbrace{[\lambda \mathbf{H}^T \mathbf{H} + \mathbf{W}^T \mathbf{W}]^{-1}}_{\mathbf{A}} \mathbf{H}^T \mathbf{g}$$

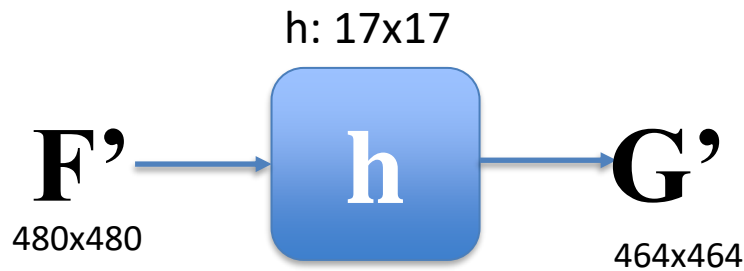
Se puede usar esta solución para ventanas más pequeñas de la imagen, por ejemplo para ventanas de 64x64. La matriz \mathbf{A} es la misma para cada ventana.

¿Qué pasa con imágenes más grandes?



Ejemplo: $p = 64$

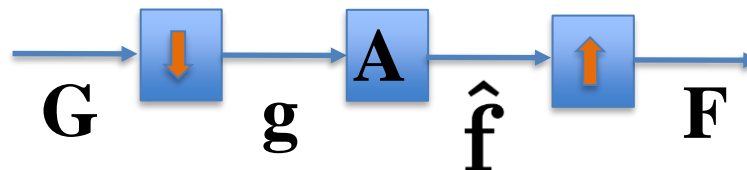
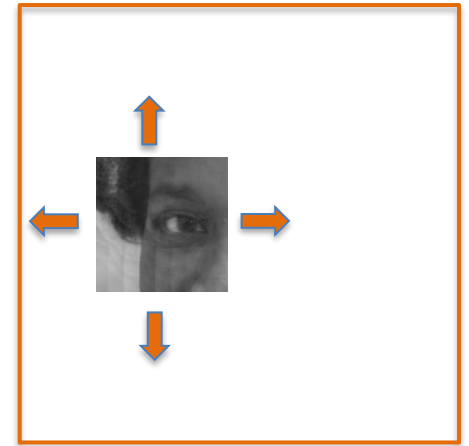
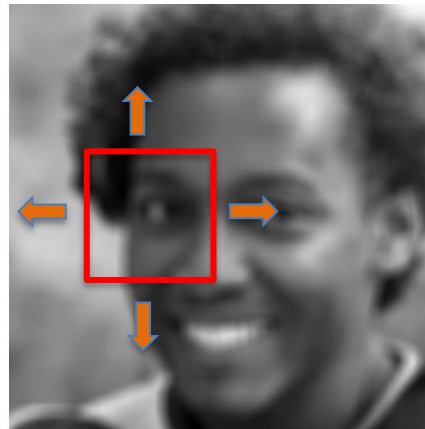
¿Qué pasa con imágenes más grandes?



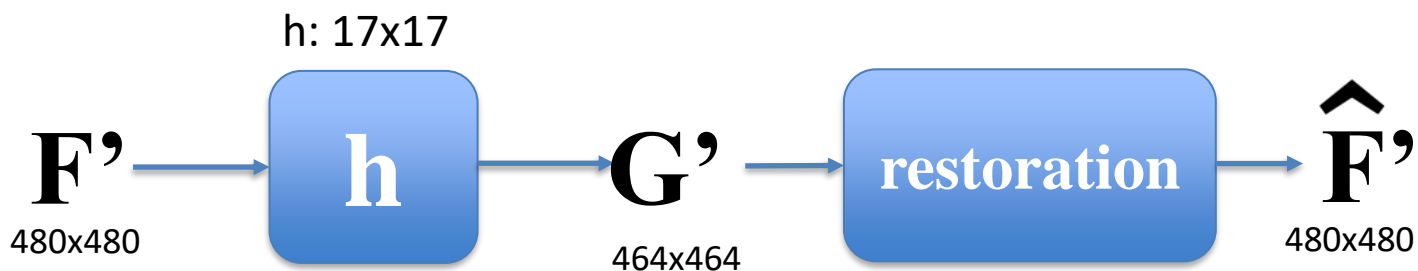
ORIGINAL



DEGRADADA



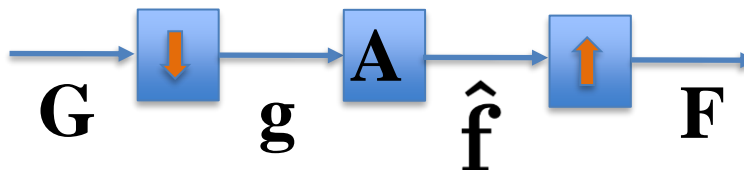
¿Qué pasa con imágenes más grandes?



ORIGINAL



DEGRADADA



Ejemplo

ORIGINAL: (*)



DEGRADADA con h: 17x17



pxp

20x20 ERR = 6.50%

30x30 ERR = 6.81%

40x40 ERR = 4.21%

50x50 ERR = 2.50%

60x60 ERR = 3.03%

70x70 ERR = 2.43%

80x80 ERR = 2.27%

90x90 ERR = 2.17%



(*) Foto de <https://thispersondoesnotexist.com>