



Tratamiento de Señales

Version 2022-I

Transformada de Fourier en 2D

[Capítulo 4]

Dr. José Ramón Iglesias

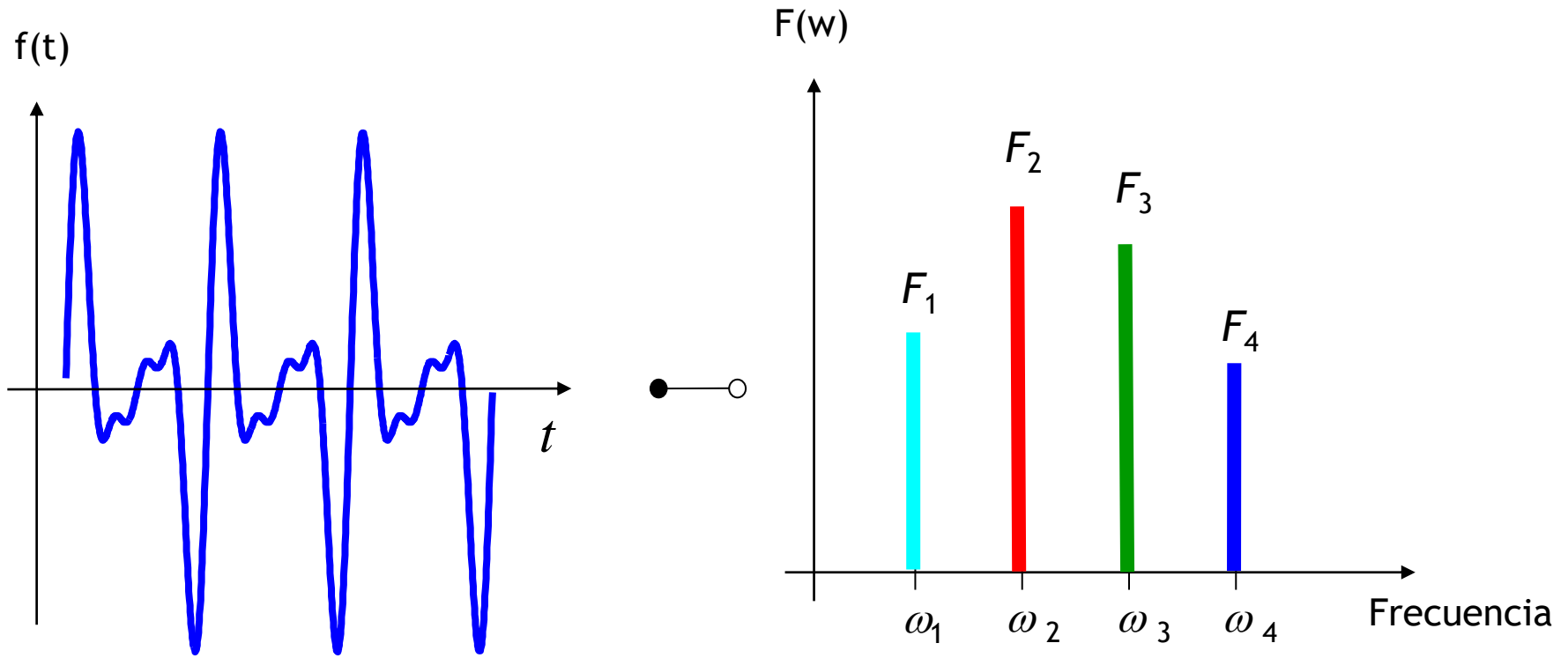
DSP-ASIC BUILDER GROUP

Director Semillero TRIAC

Ingeniería Electronica

Universidad Popular del Cesar

Transformada de Fourier en 1D



Señal $f(t)$

Espectro de la señal $F(w)$

$$f(t) \quad \bullet \longrightarrow \circ \quad F(w)$$

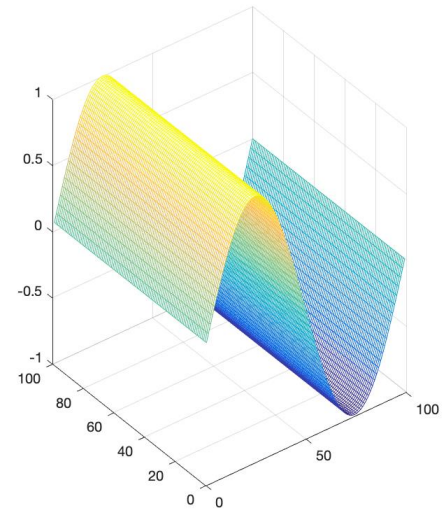
¿Cómo sería la Transformada de Fourier en 2D?

Se define una frecuencia horizontal



Se define una frecuencia horizontal

1

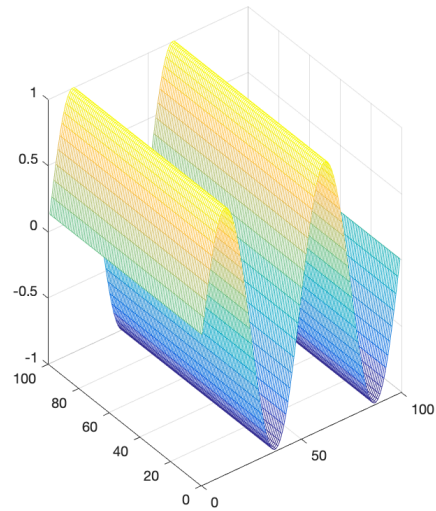
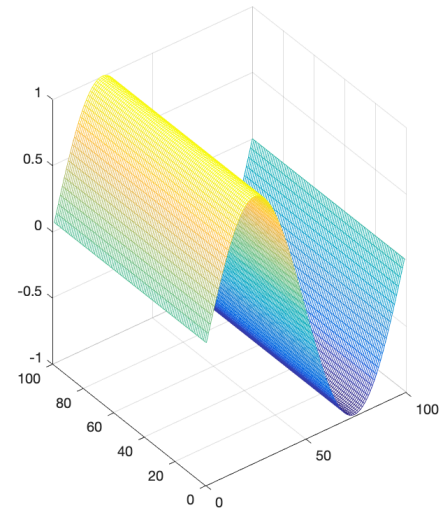


Se define una frecuencia horizontal

1



2



Se define una frecuencia horizontal

1



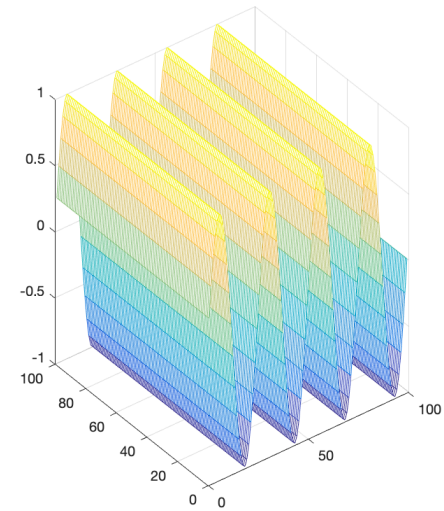
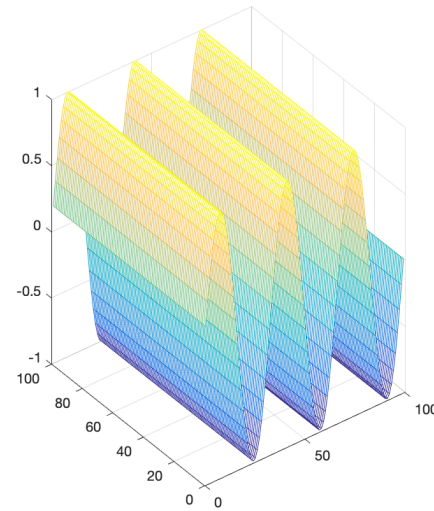
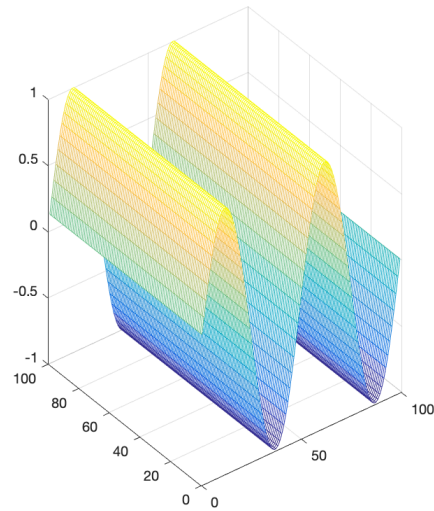
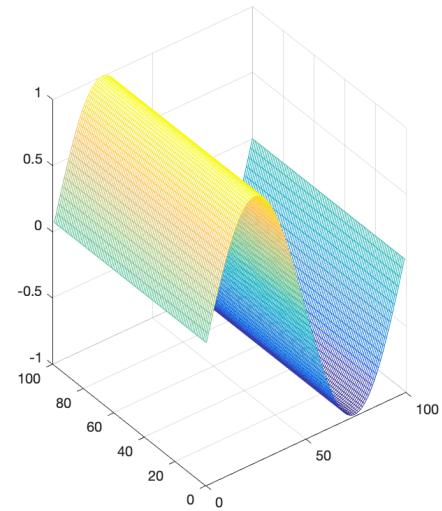
2



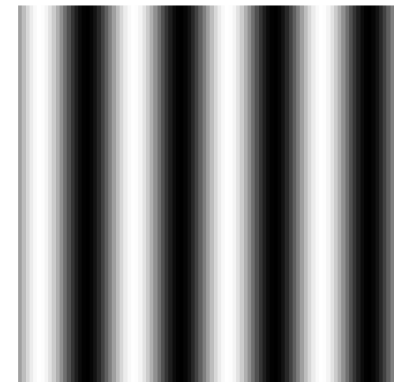
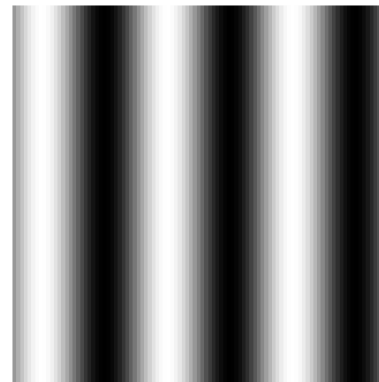
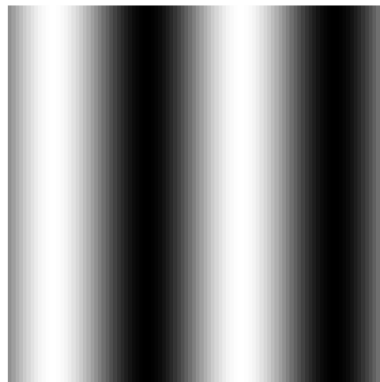
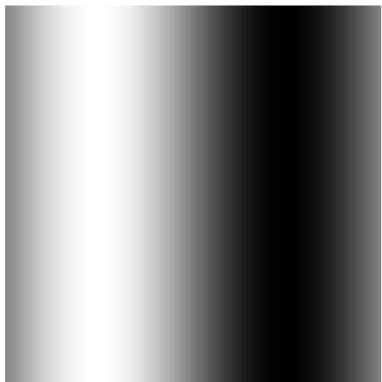
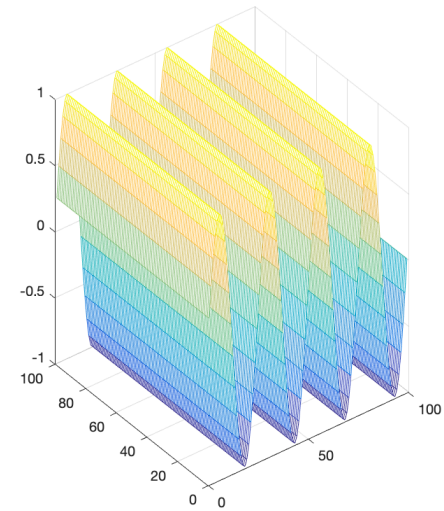
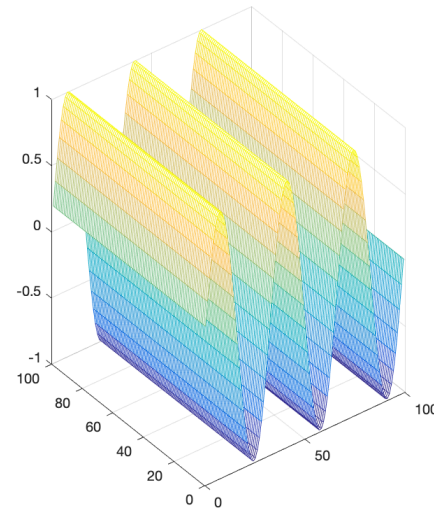
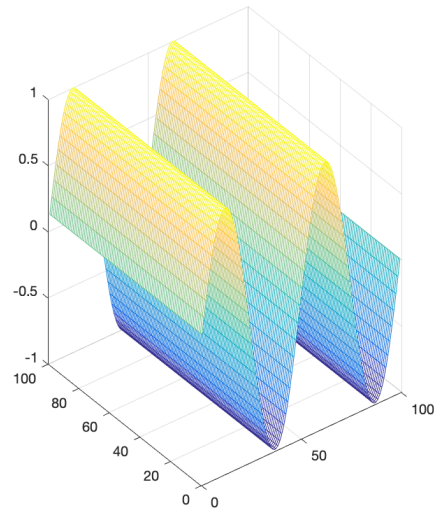
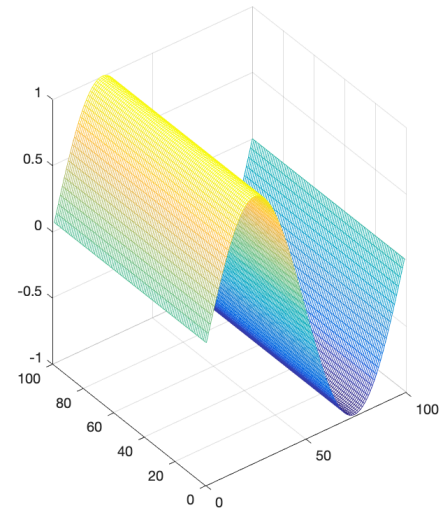
3



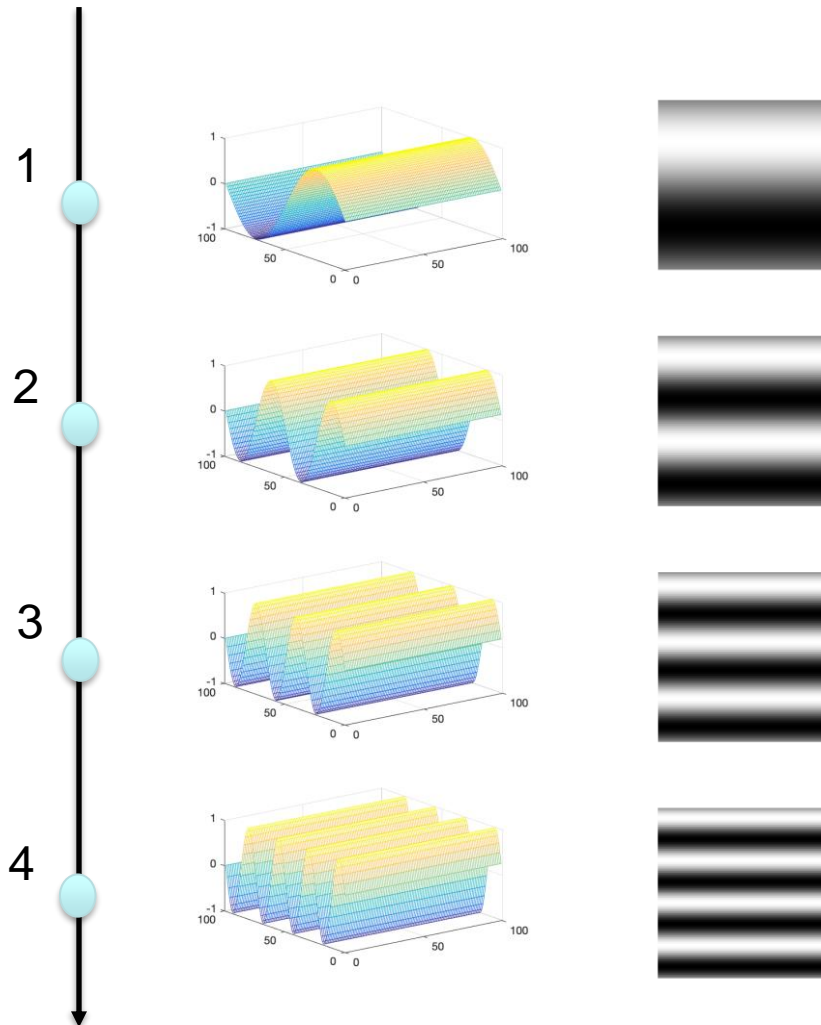
4



Se define una frecuencia horizontal

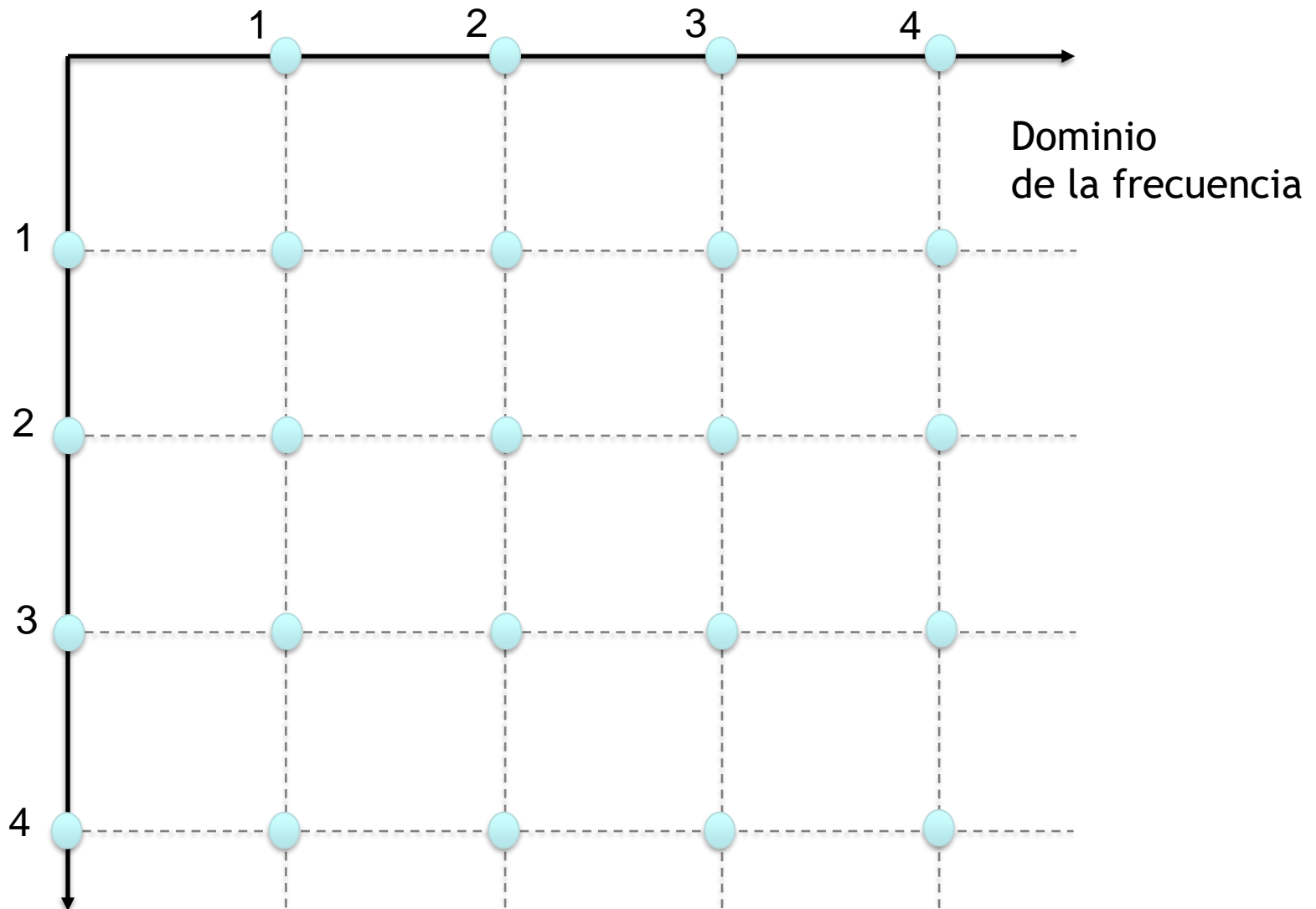


De la misma manera, se define una frecuencia vertical

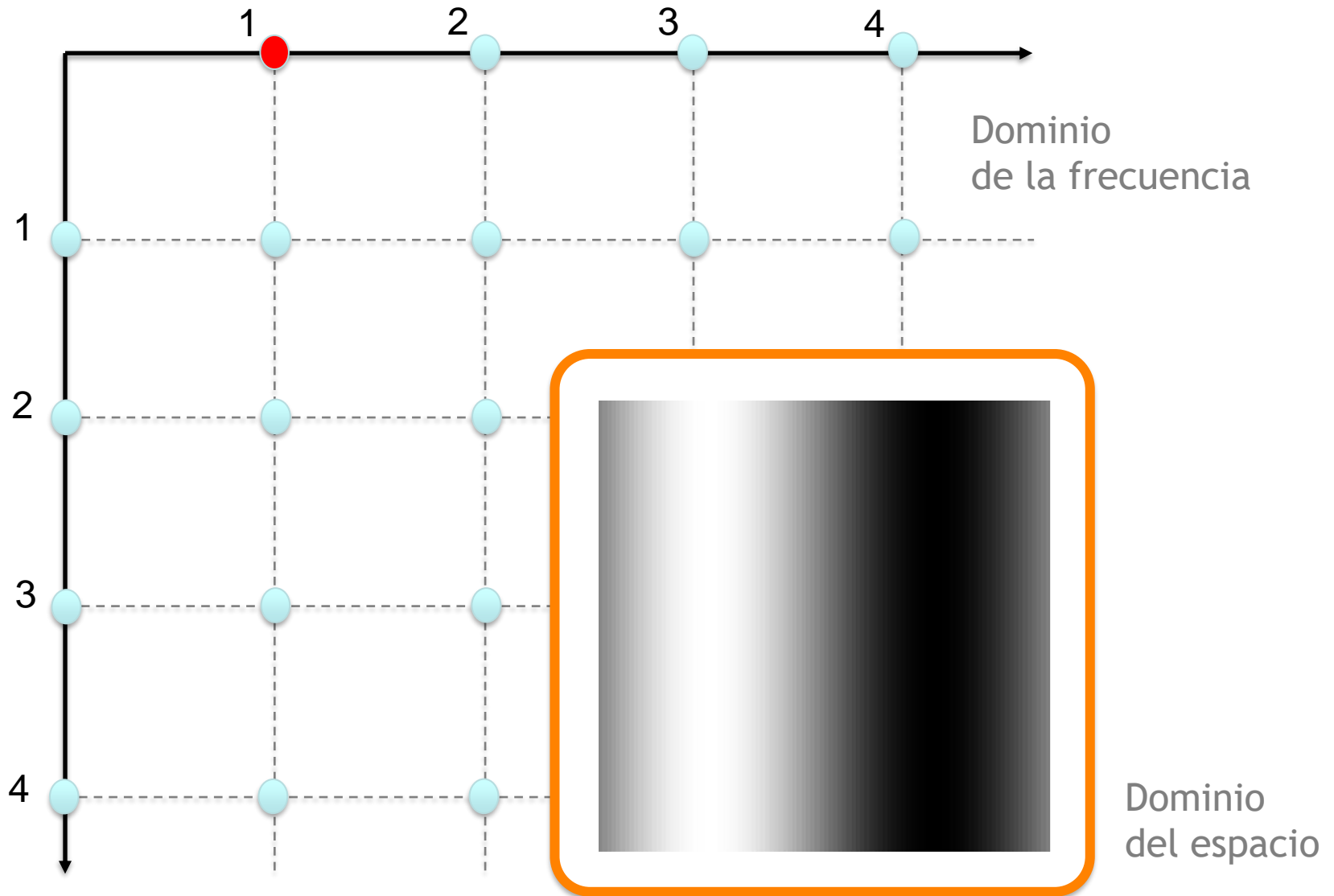


Ahora definimos un espacio de dos frecuencias

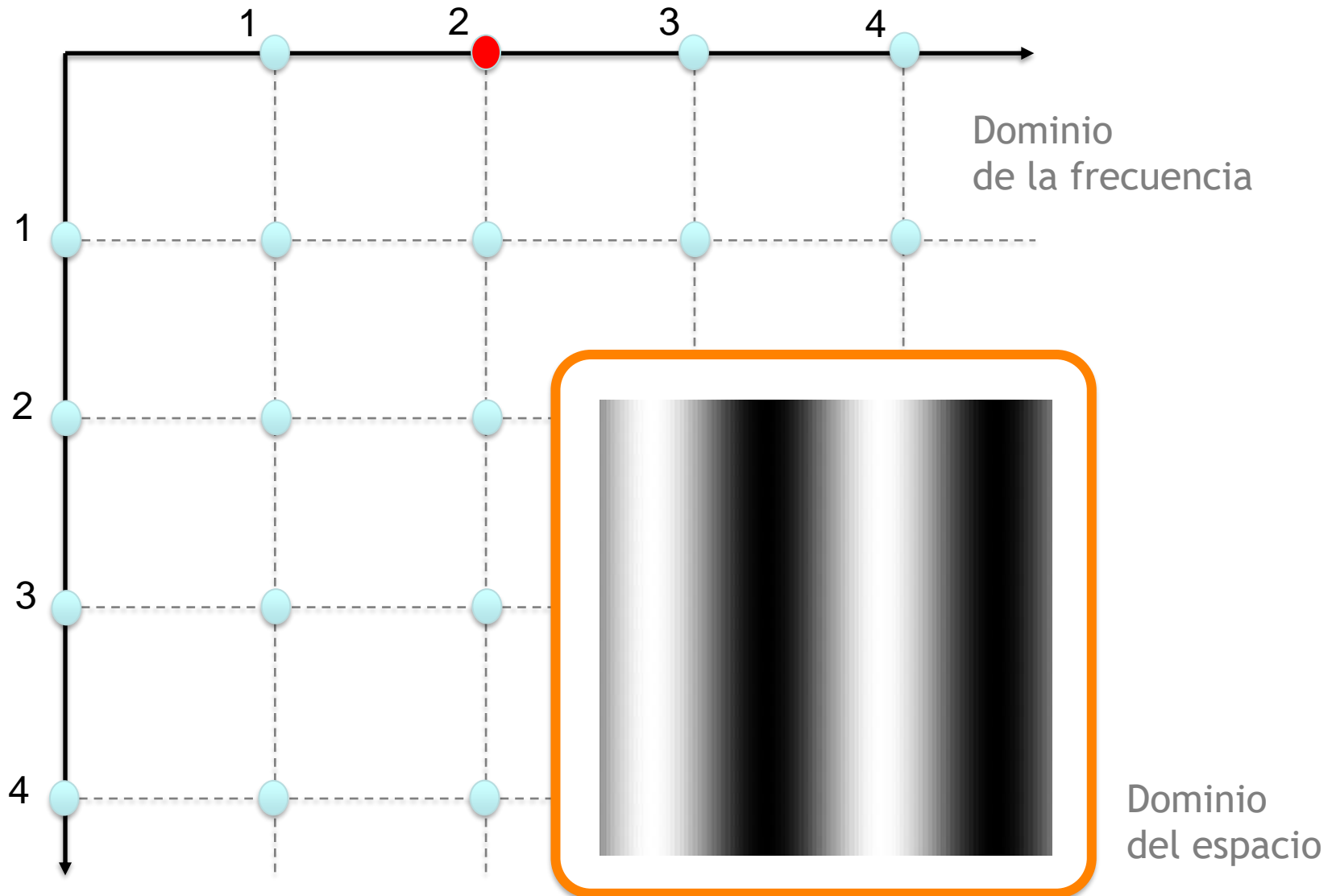
Espacio de dos frecuencias



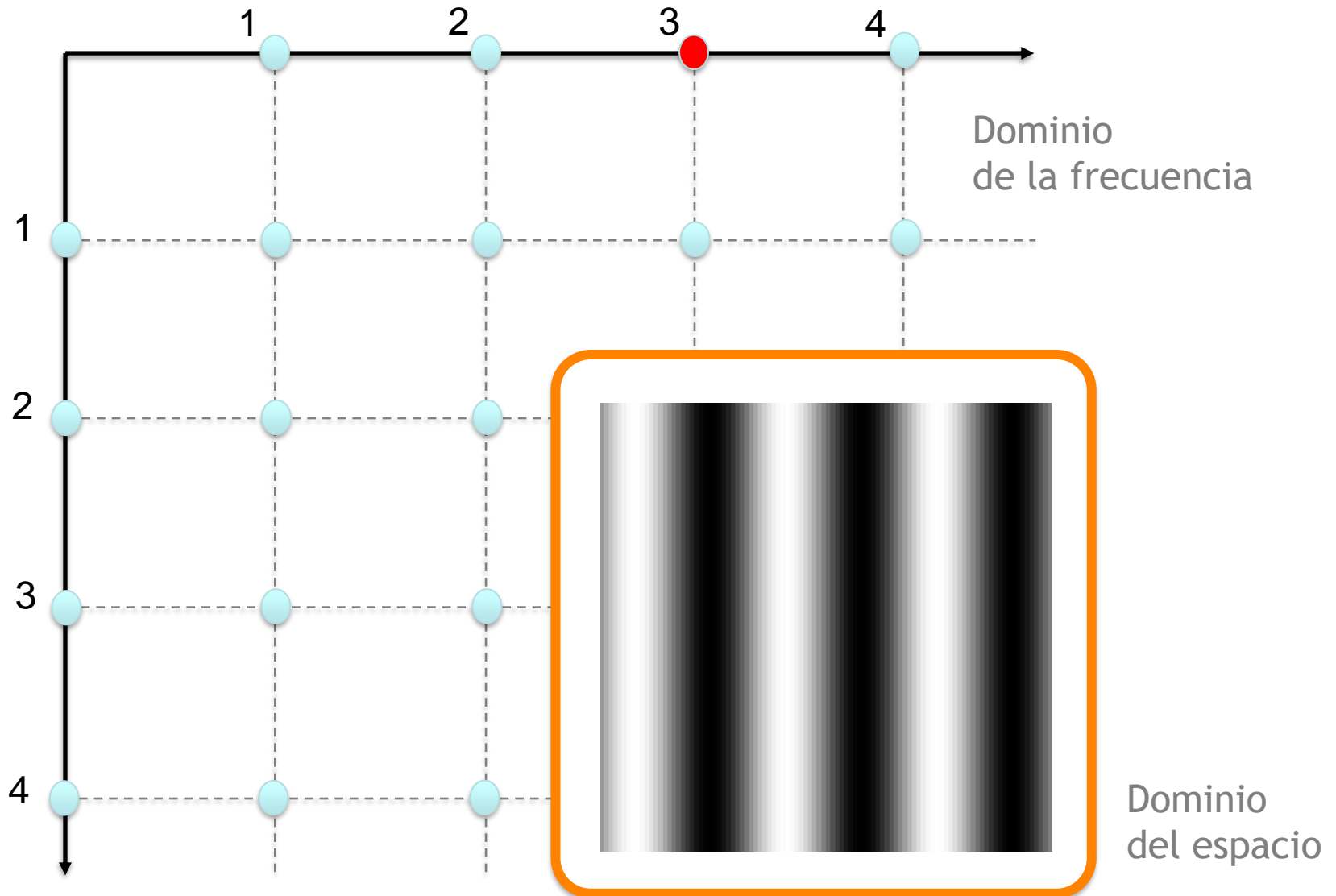
Espacio de dos frecuencias



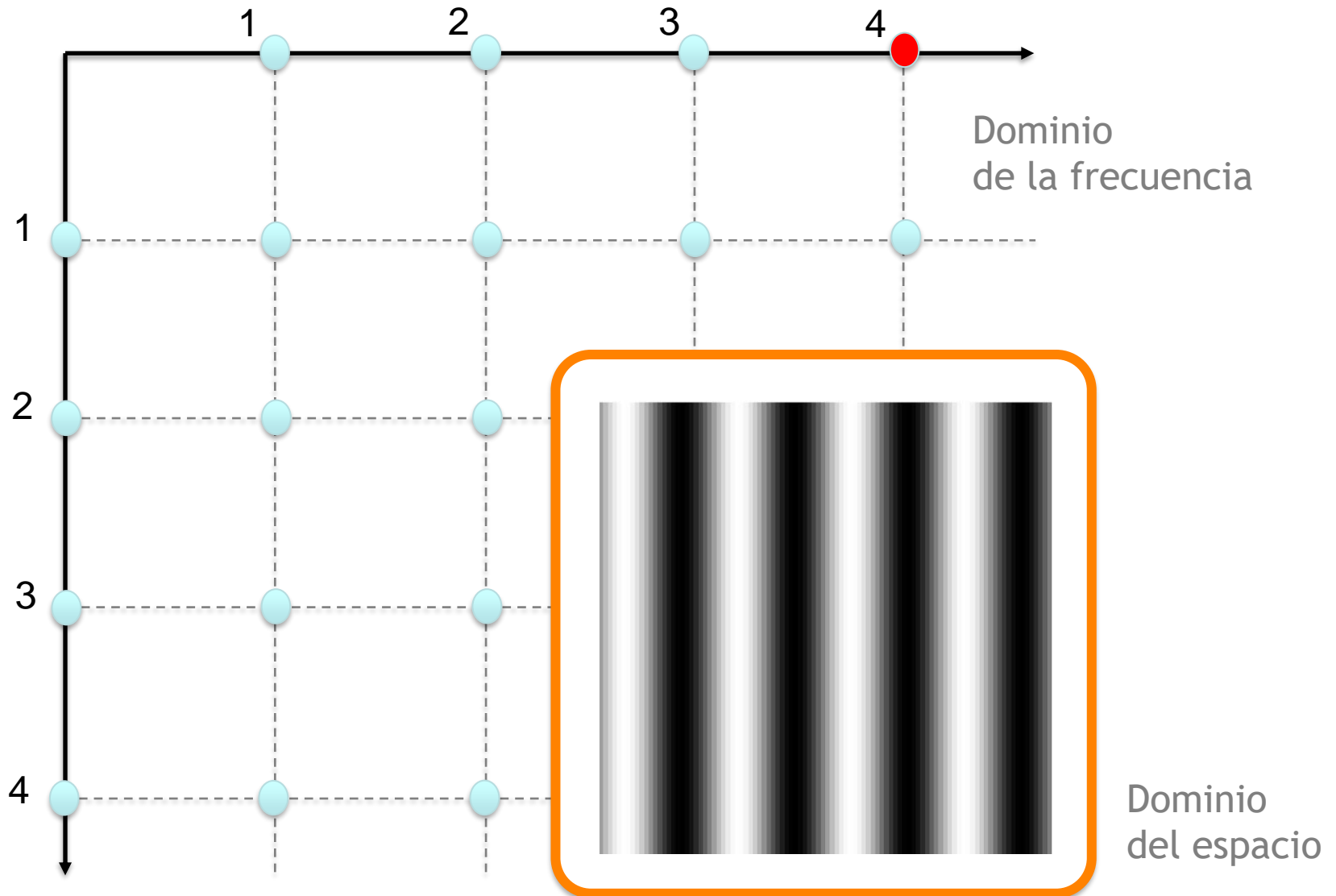
Espacio de dos frecuencias



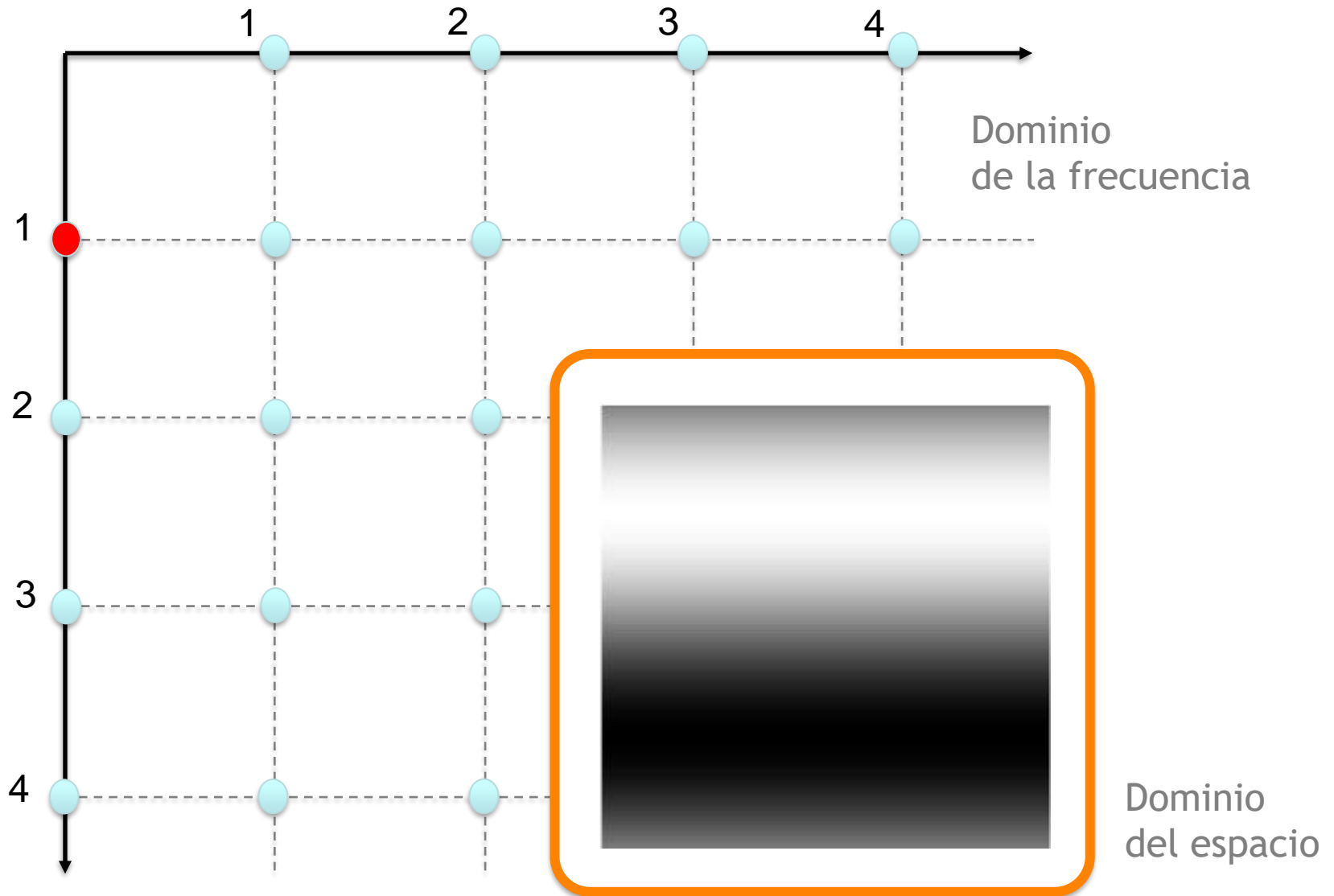
Espacio de dos frecuencias



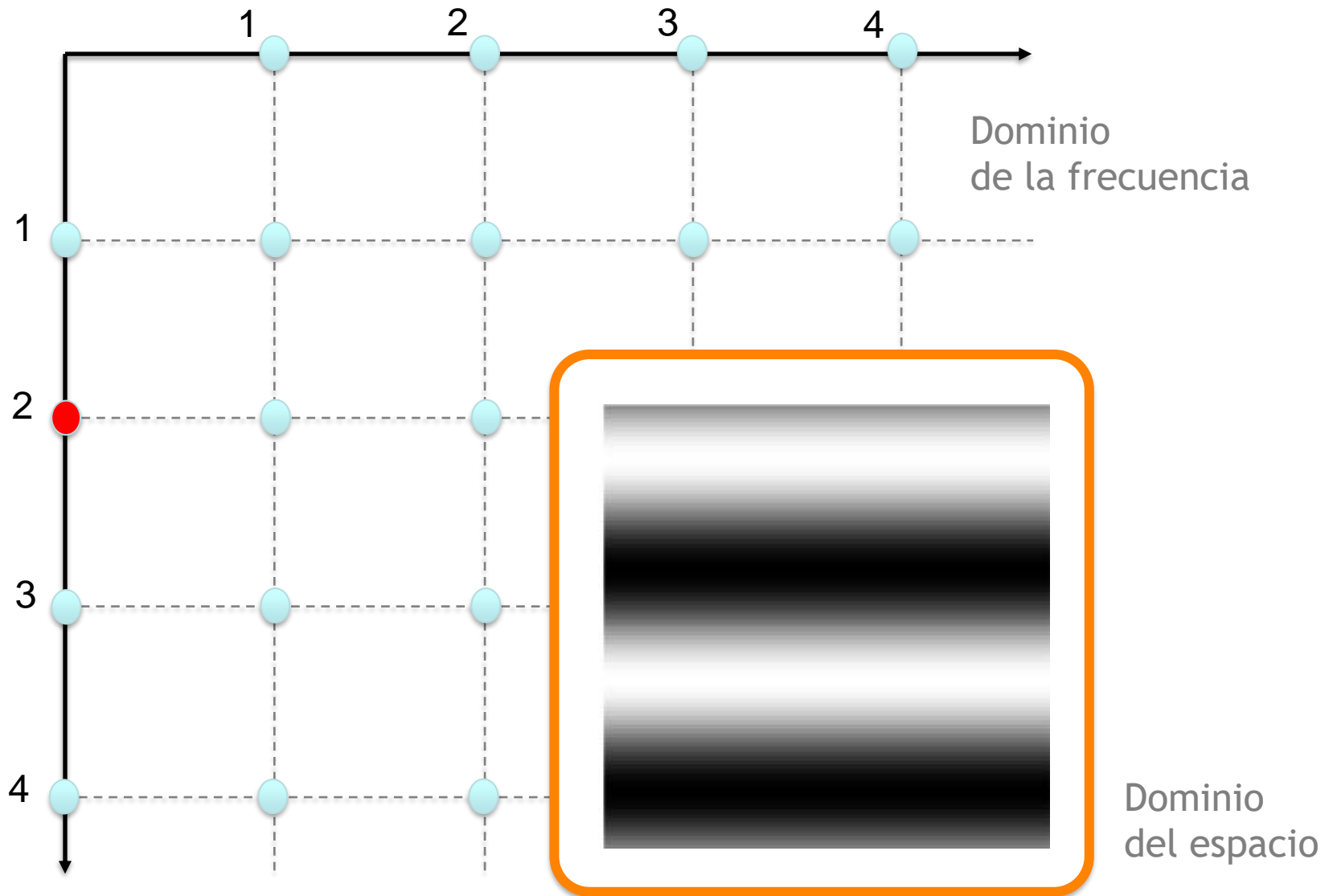
Espacio de dos frecuencias



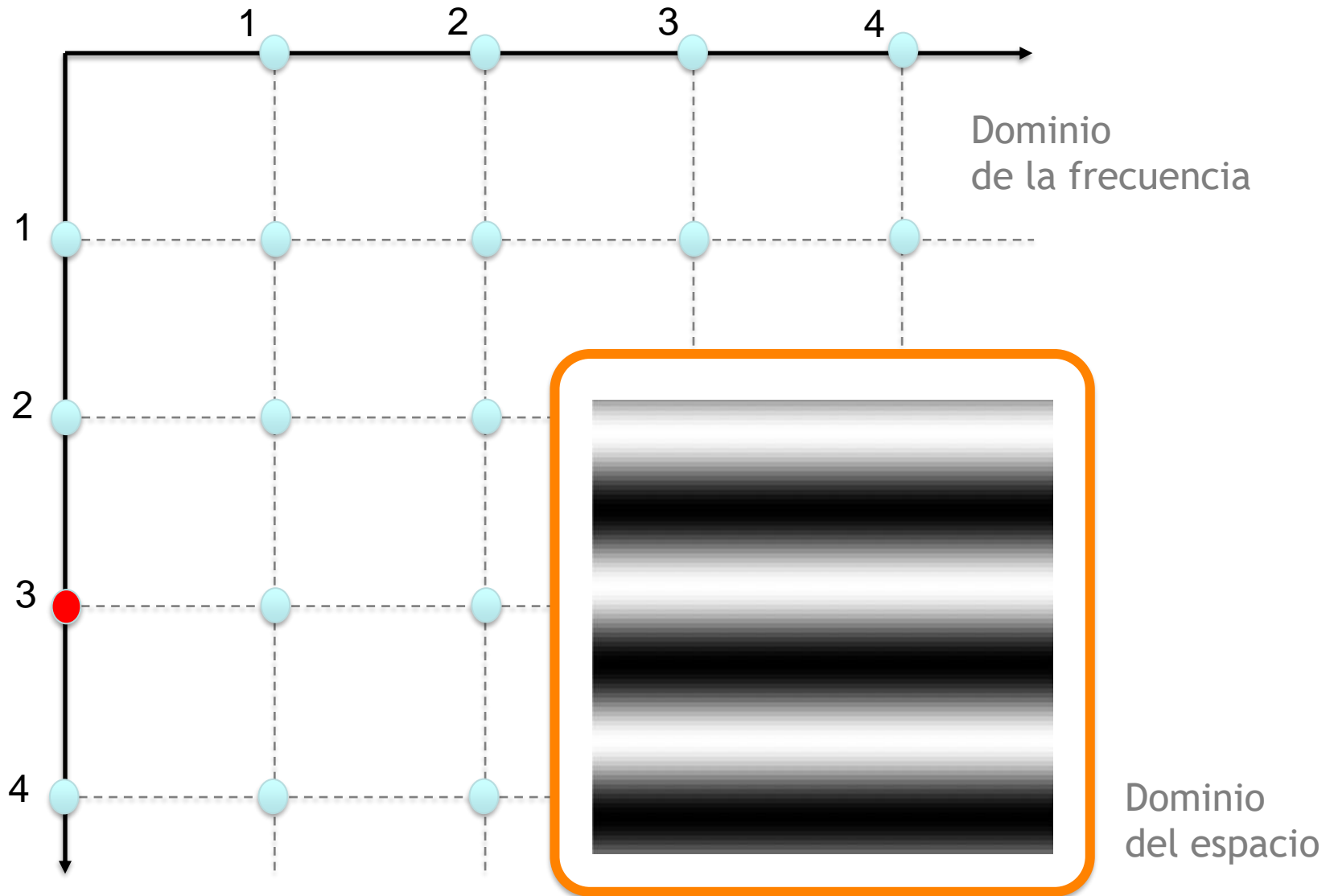
Espacio de dos frecuencias



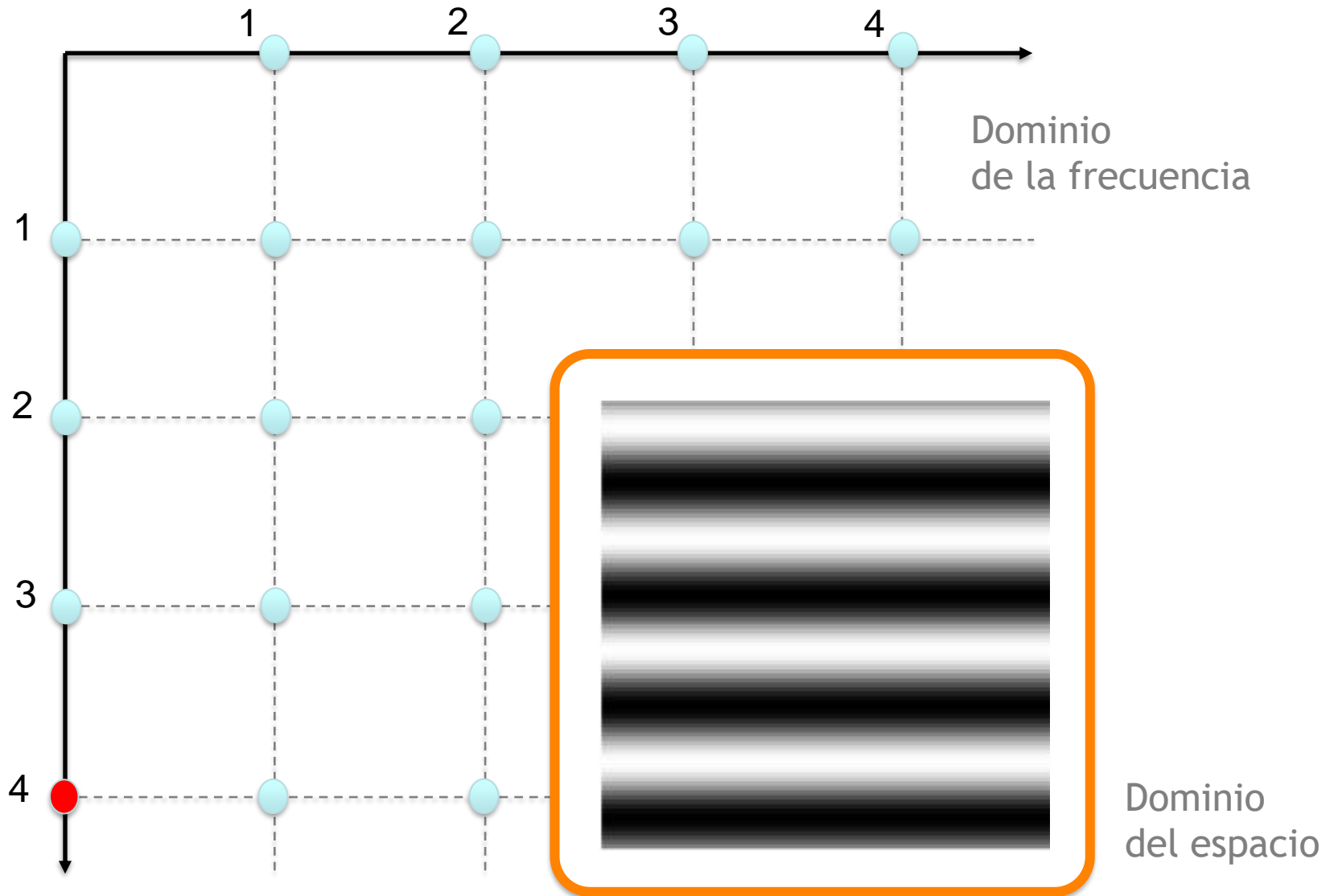
Espacio de dos frecuencias



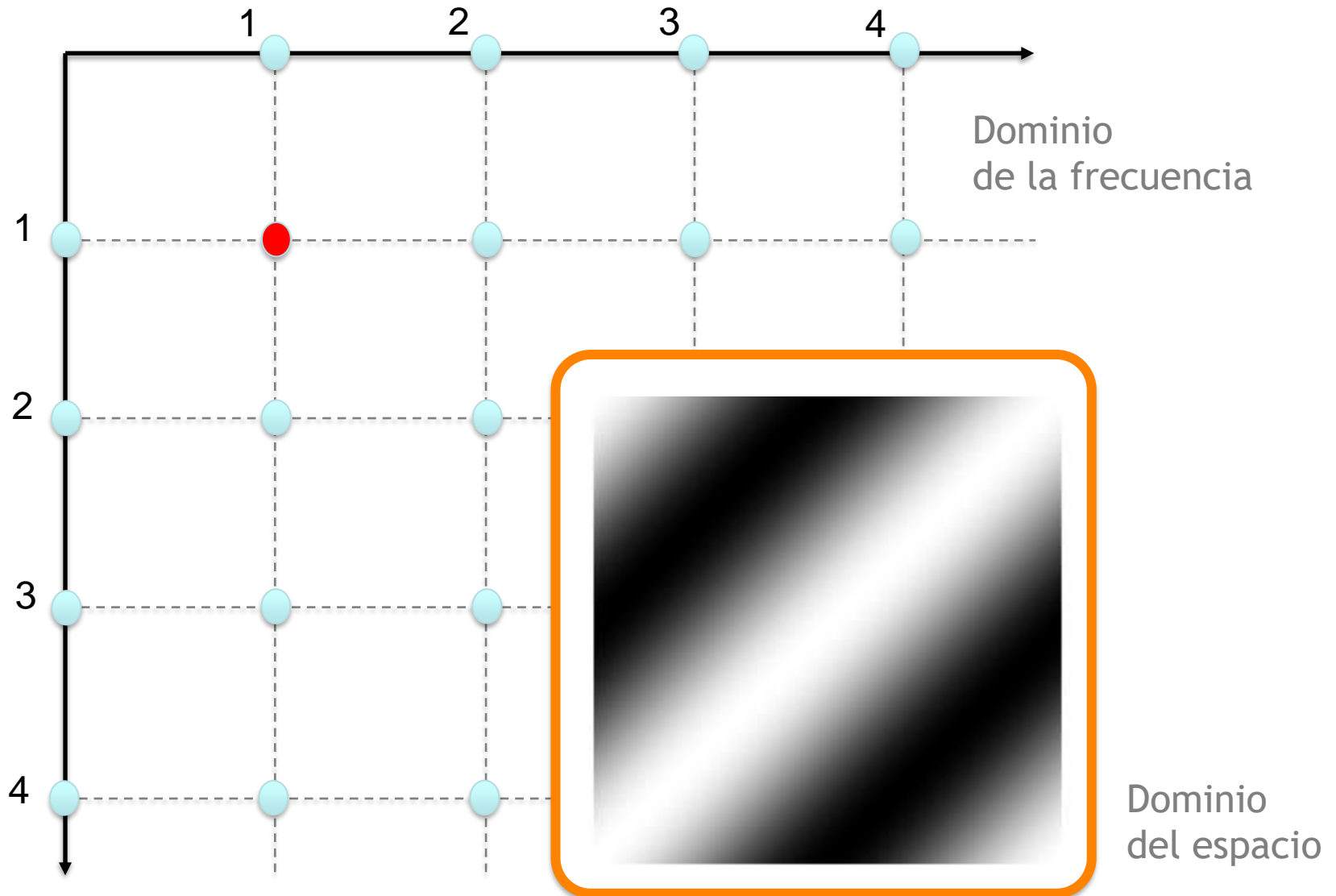
Espacio de dos frecuencias



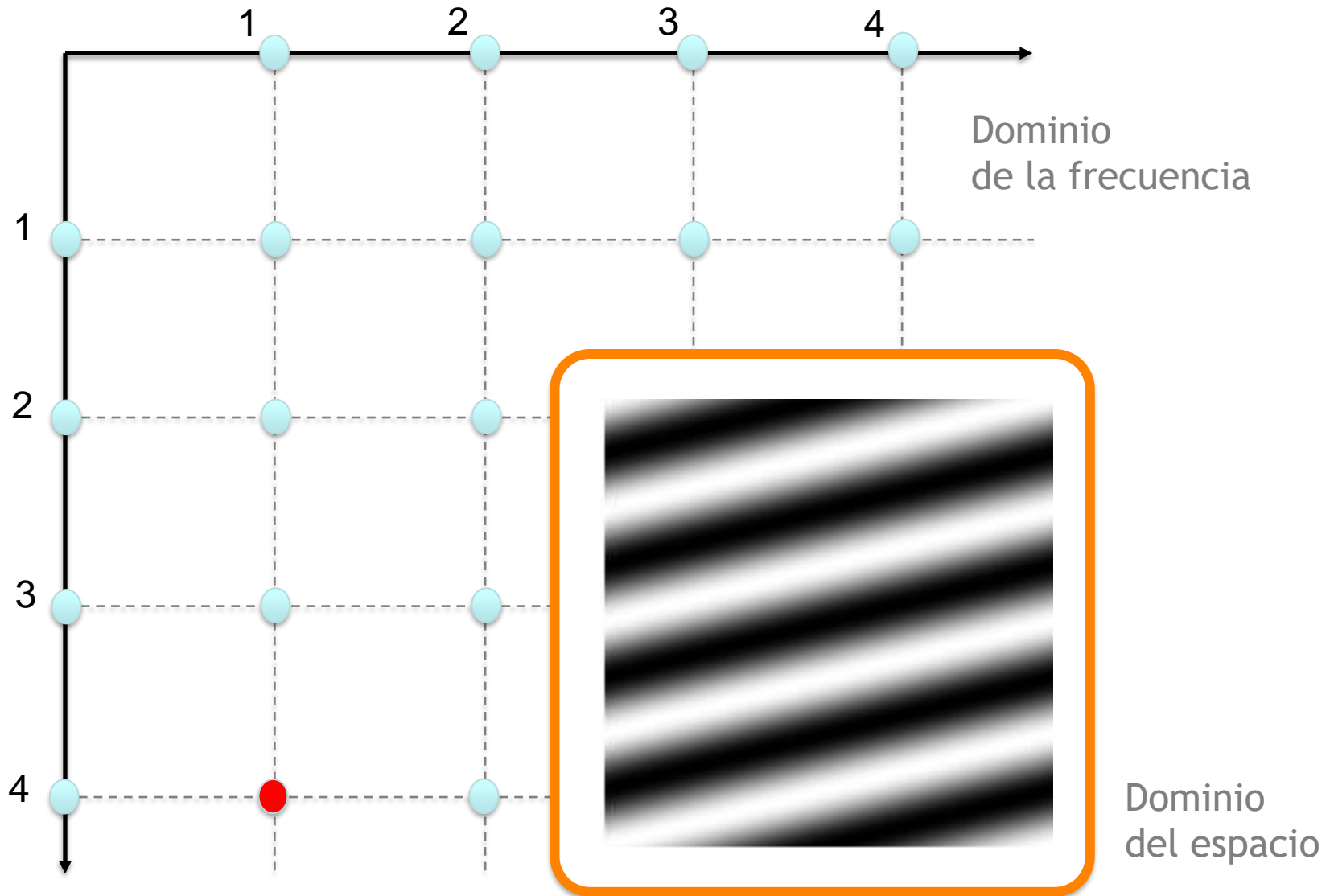
Espacio de dos frecuencias



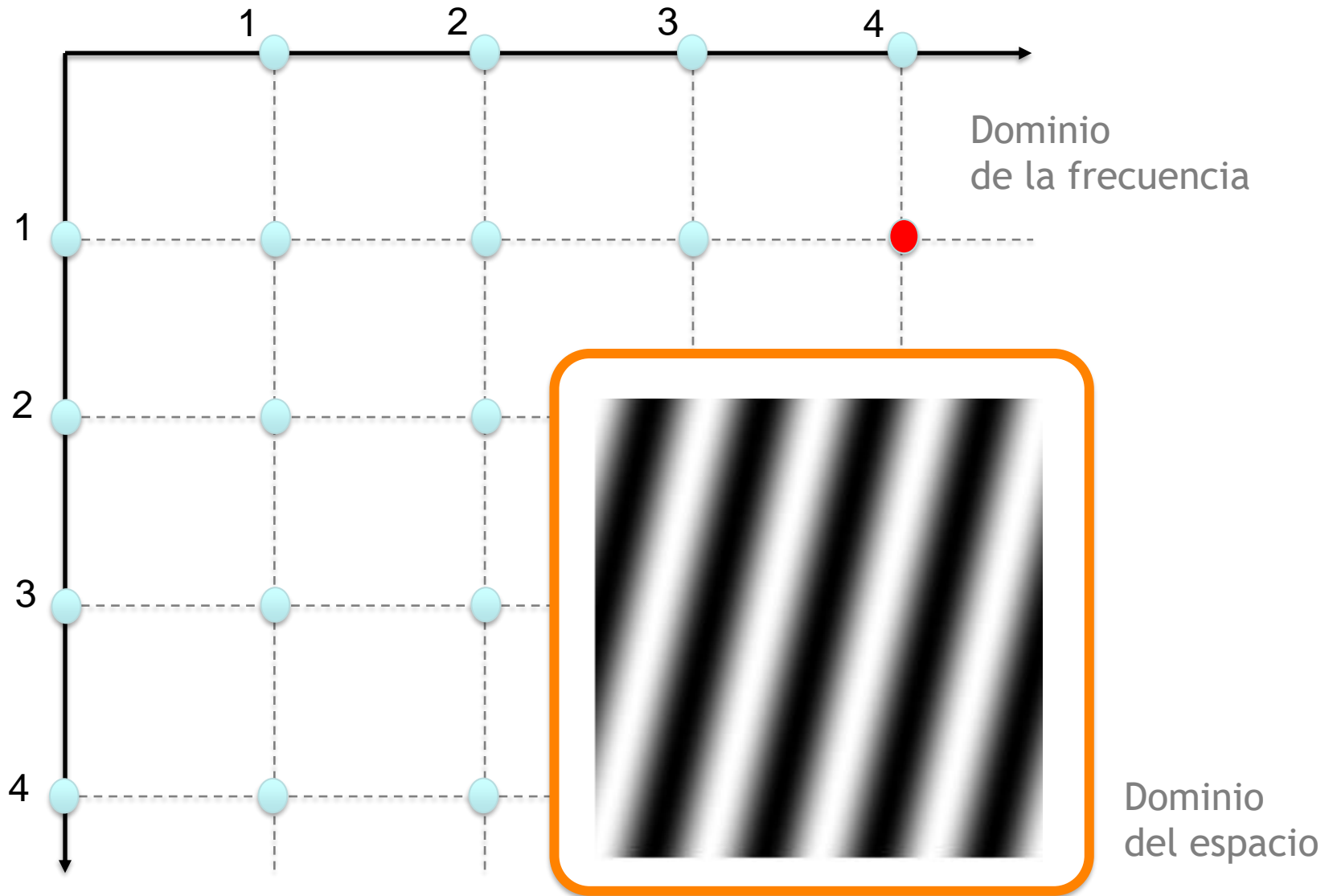
Espacio de dos frecuencias



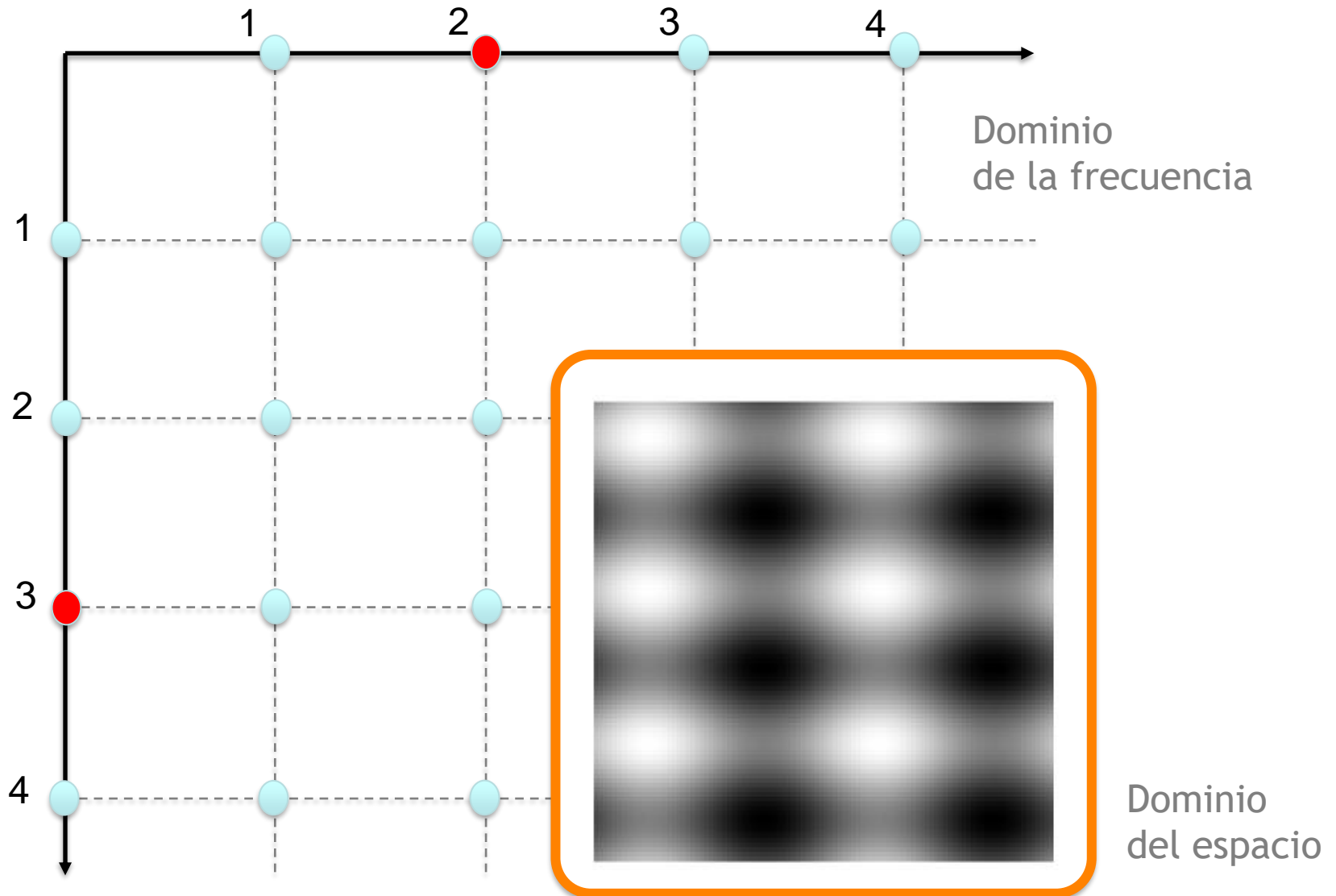
Espacio de dos frecuencias



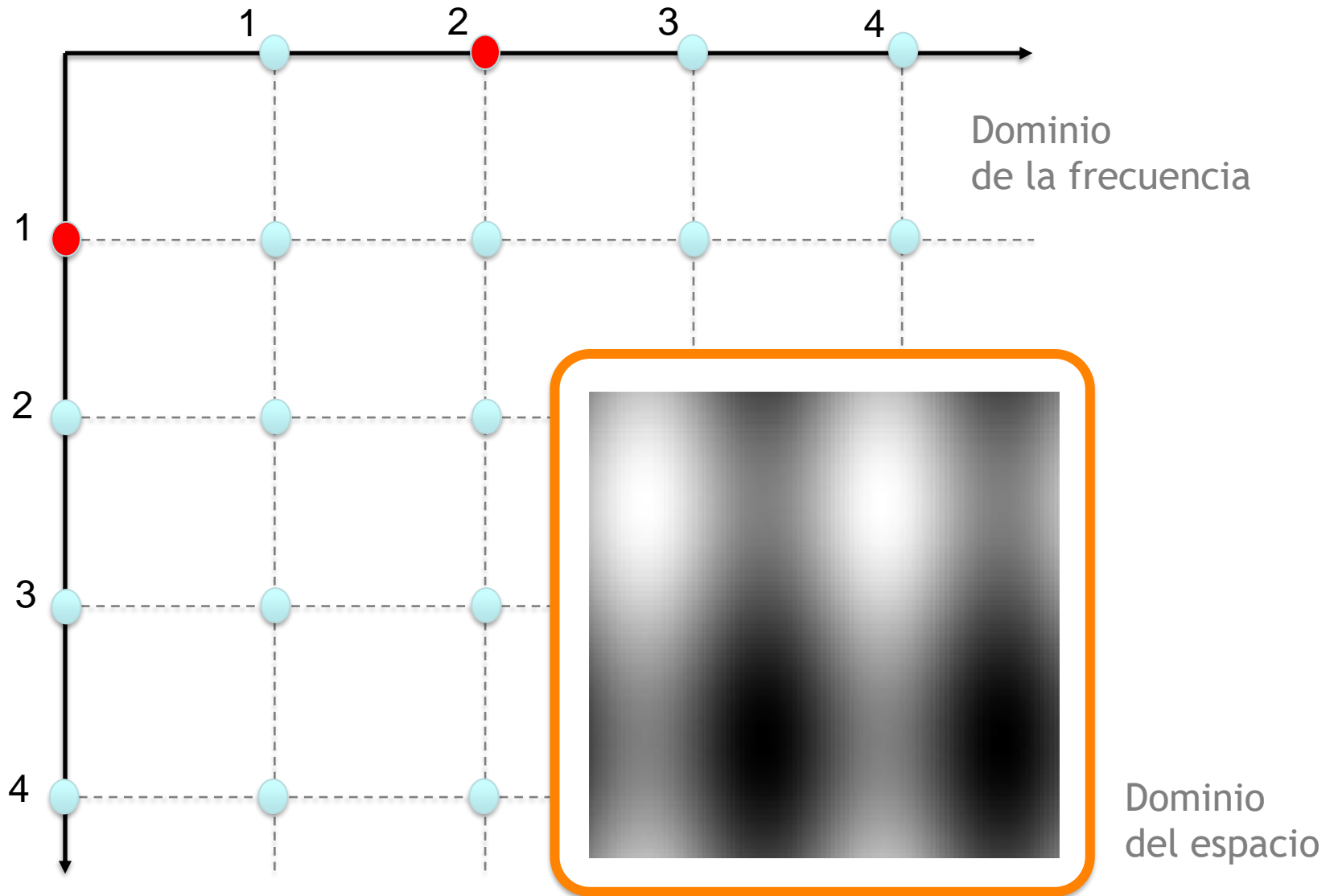
Espacio de dos frecuencias



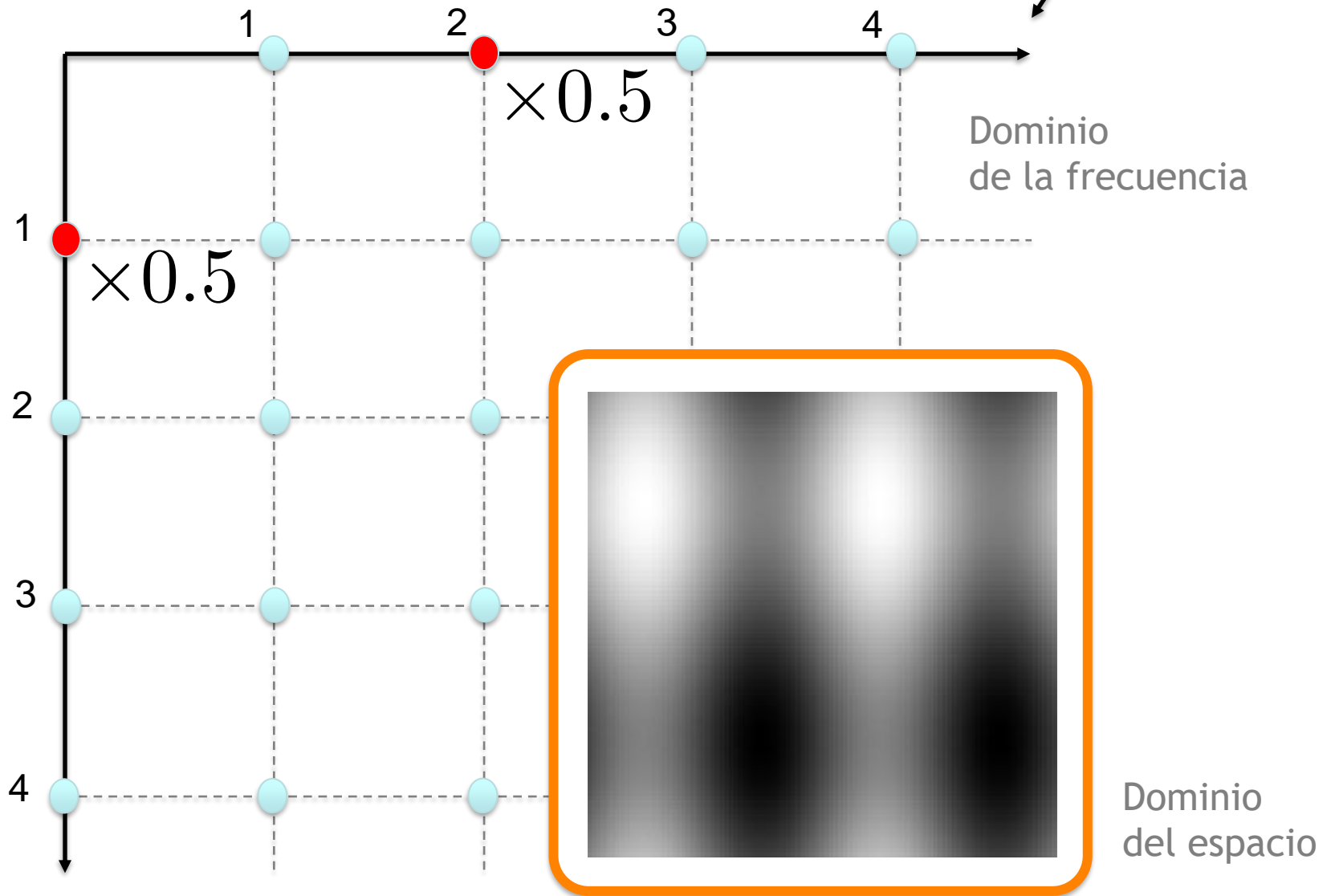
Espacio de dos frecuencias



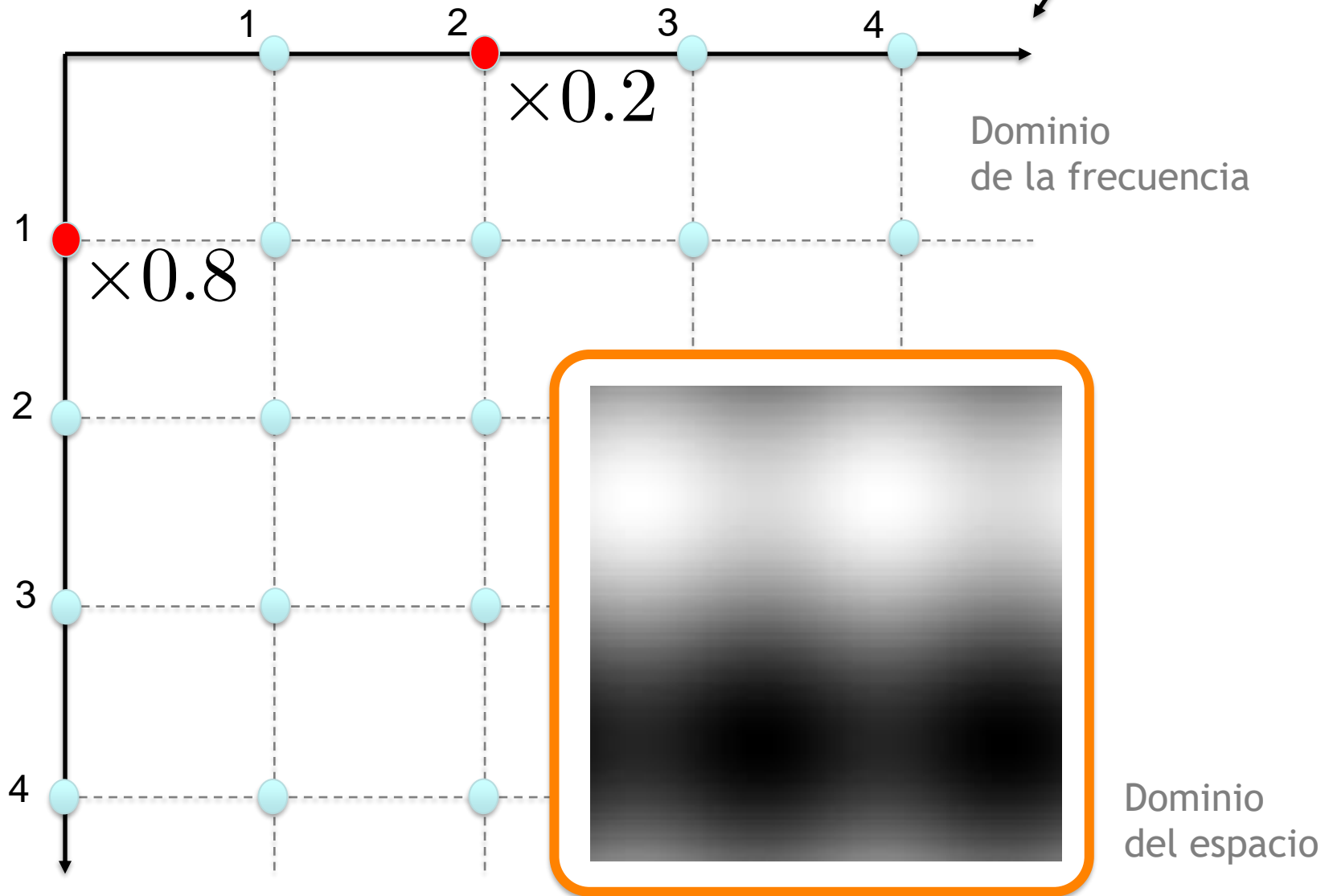
Espacio de dos frecuencias



Espacio de dos frecuencias



Espacio de dos frecuencias




Transformada de Fourier 2D

CONTINUA

$$F(\omega, \nu) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(t, z) e^{-j2\pi(\omega t + \nu z)} dt dz$$

Transformada Directa

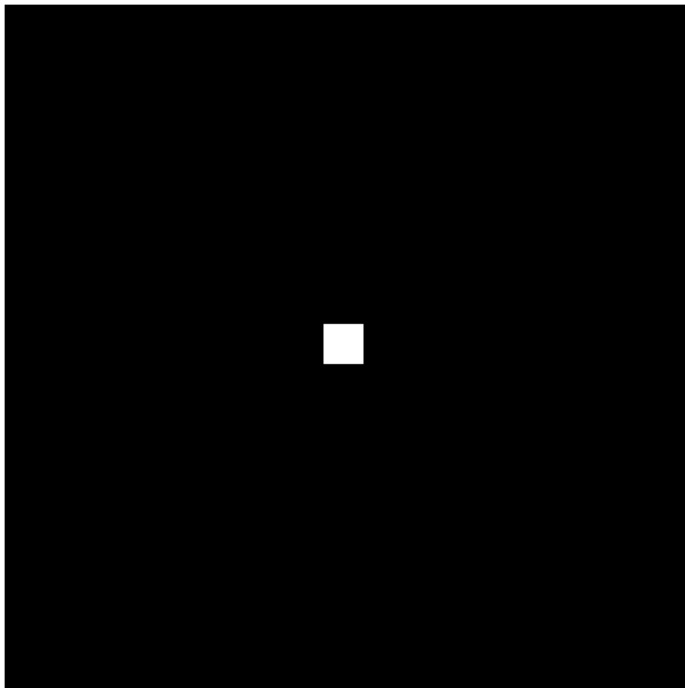

$$f(t, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega, \nu) e^{j2\pi(\omega t + \nu z)} d\omega d\nu$$

Transformada Inversa

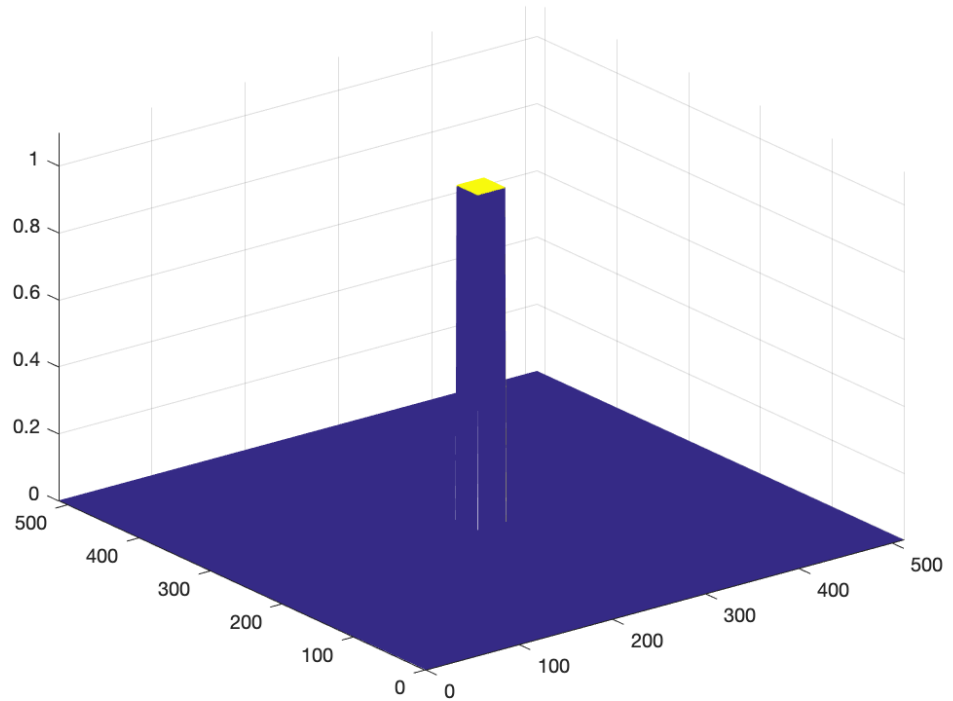
$$j = \sqrt{-1}$$

Transformada de Fourier 2D

EJEMPLO



(escala de grises)

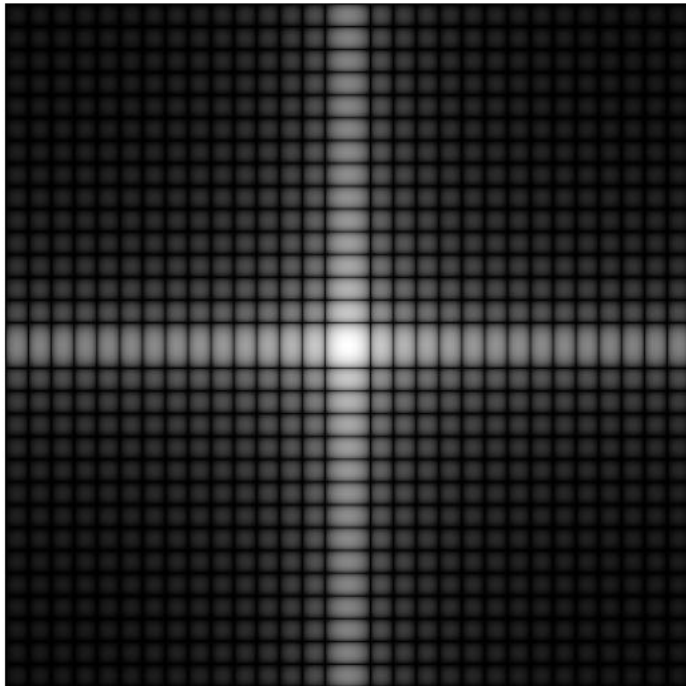


(representación 3D)

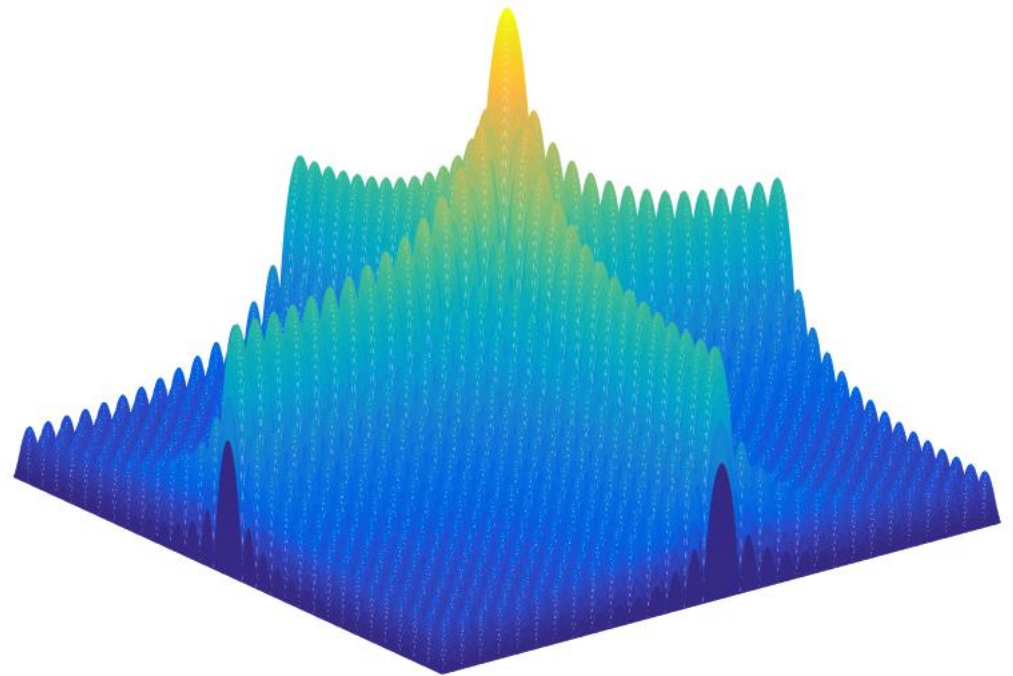
Dominio del Espacio

Transformada de Fourier 2D

EJEMPLO



(escala de grises)



(representación 3D)

Dominio de la Frecuencia

Transformada de Fourier 2D

DISCRETA

$$F(\omega, \nu) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{-j2\pi(\omega x/M + \nu y/N)}$$

Transformada Directa



Funciones Base

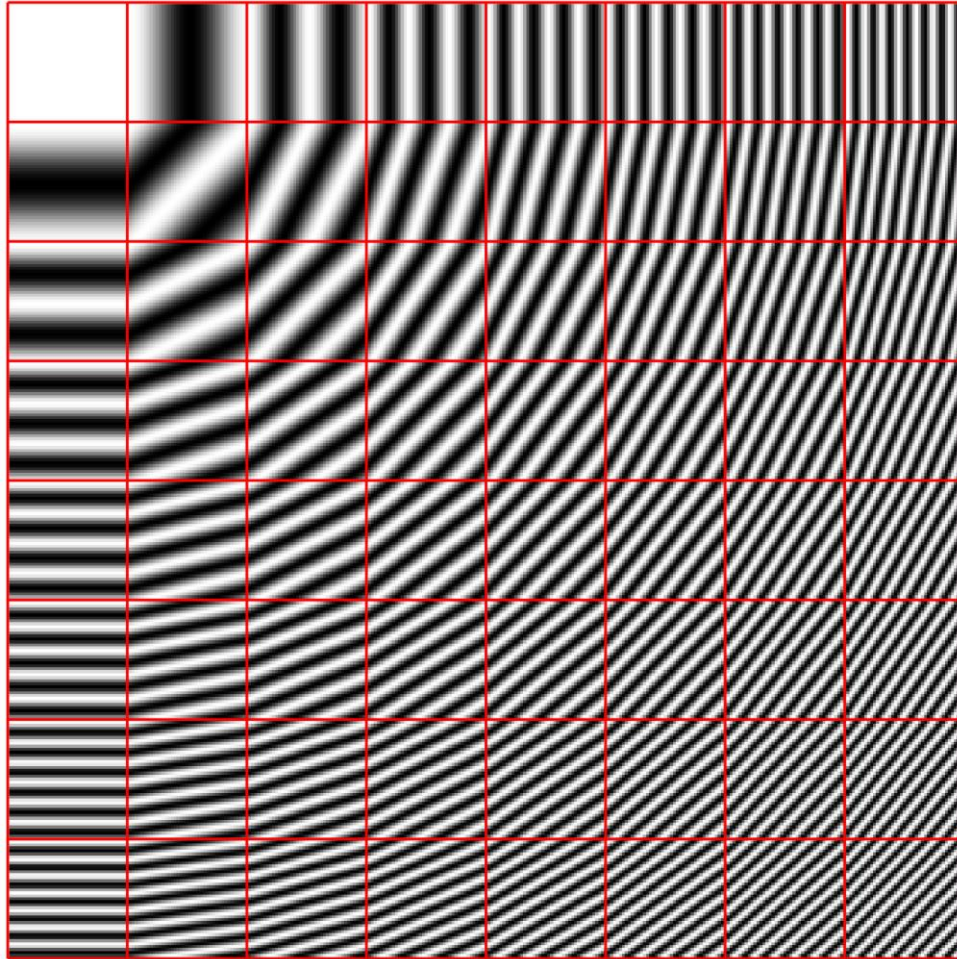
$$f(x, y) = \frac{1}{MN} \sum_{\omega=0}^{M-1} \sum_{\nu=0}^{N-1} F(\omega, \nu) e^{j2\pi(\omega x/M + \nu y/N)}$$

Transformada Inversa

Coeficientes

Transformada de Fourier 2D

Funciones Base



Transformada de Fourier 2D

DISCRETA

$$F(\omega, \nu) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{-j2\pi(\omega x/M + \nu y/N)}$$

Transformada Directa



Funciones Base

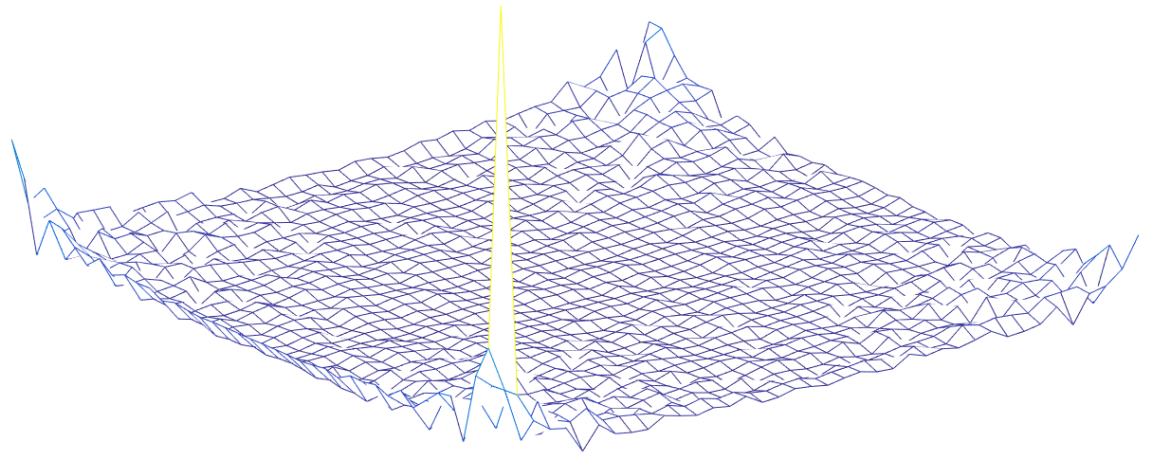
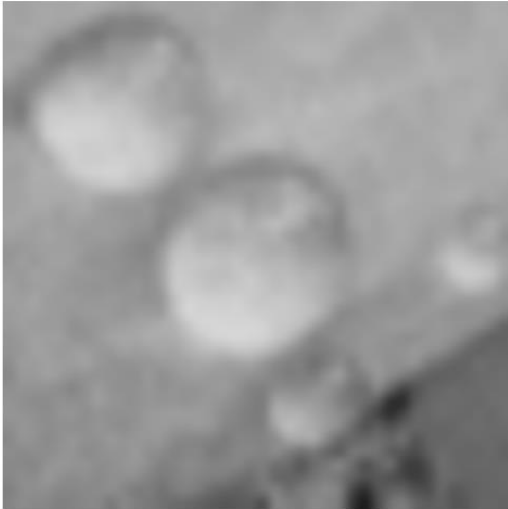
$$f(x, y) = \frac{1}{MN} \sum_{\omega=0}^{M-1} \sum_{\nu=0}^{N-1} F(\omega, \nu) e^{j2\pi(\omega x/M + \nu y/N)}$$

Transformada Inversa

Coeficientes

Ejemplo

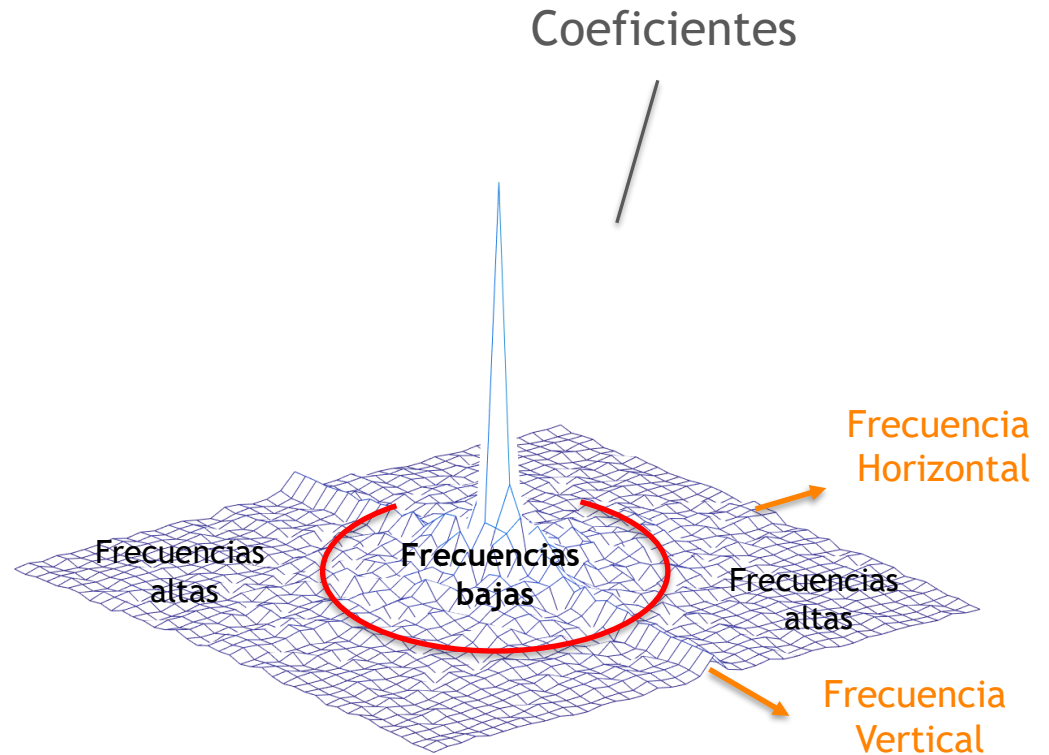
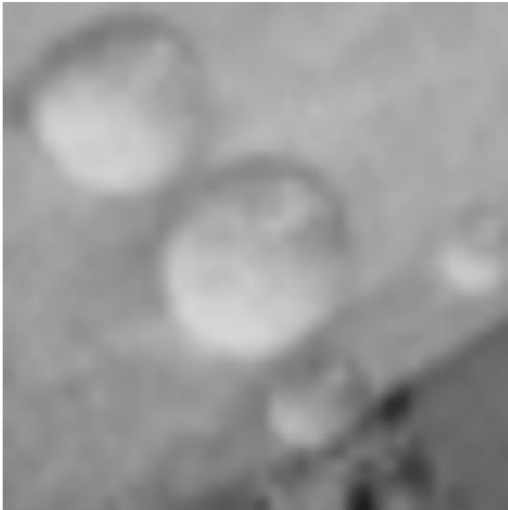
Imagen



Transformada Discreta de Fourier
(original)

Ejemplo

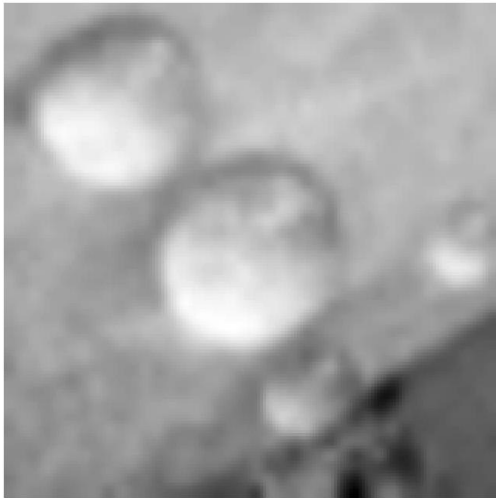
Imagen



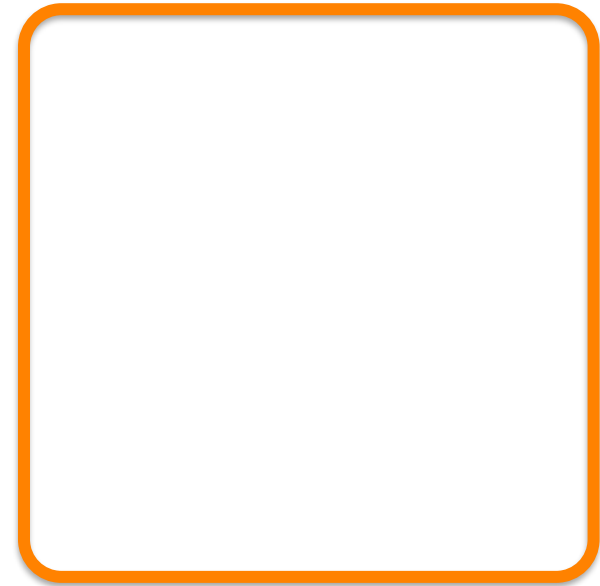
Transformada Discreta de Fourier
(con FFTSHIFT)

Ejemplo

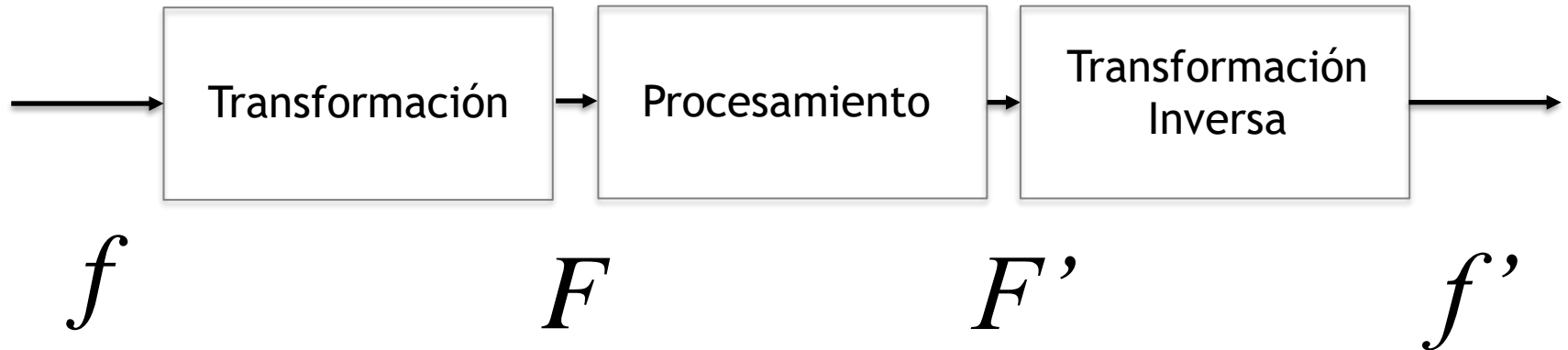
Imagen



Reconstrucción



Procesamiento en el Dominio de la Frecuencia



Función en el
dominio
original

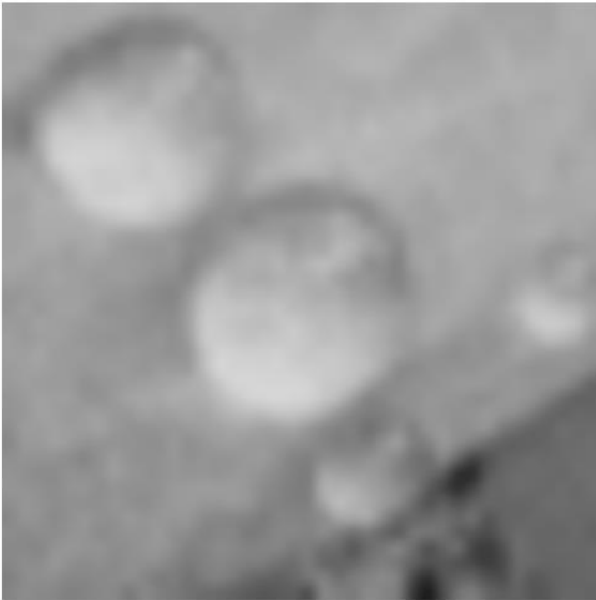
Función en el
dominio
de la frecuencia

Función **procesada**
en el dominio
de la frecuencia

Función **procesada**
en el dominio
original

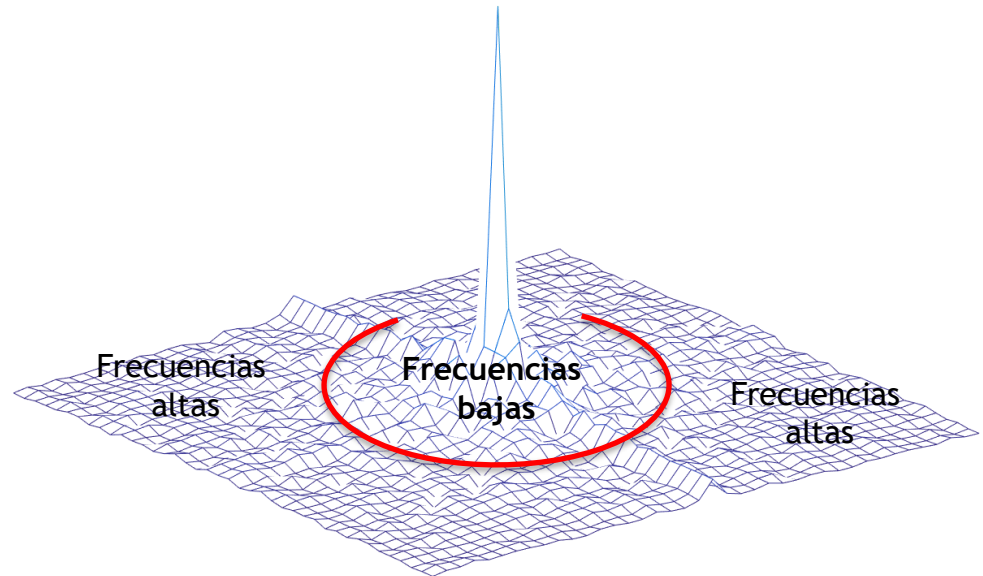
Ejemplo

f



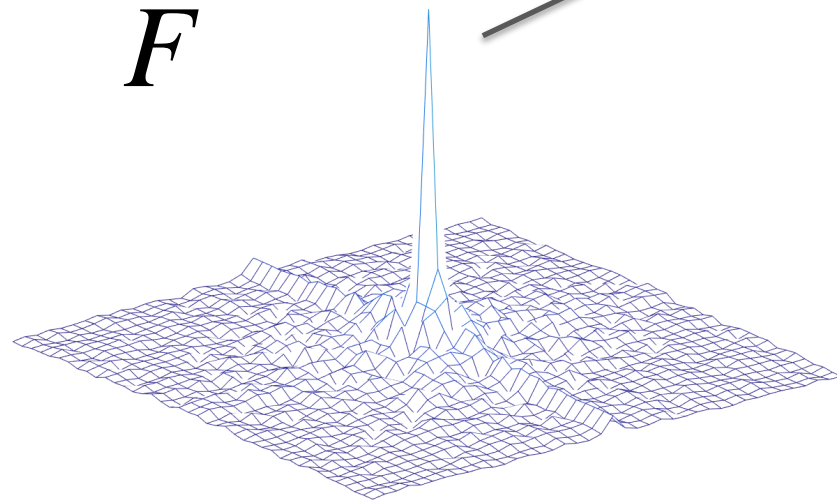
Función en el
dominio
original

F

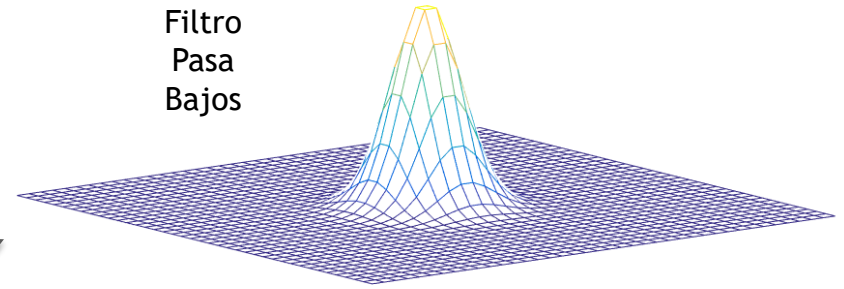
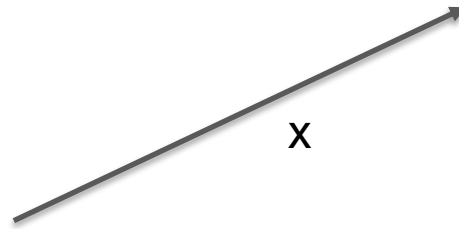


Función en el
dominio
de la frecuencia

Ejemplo



Función en el
dominio
de la frecuencia

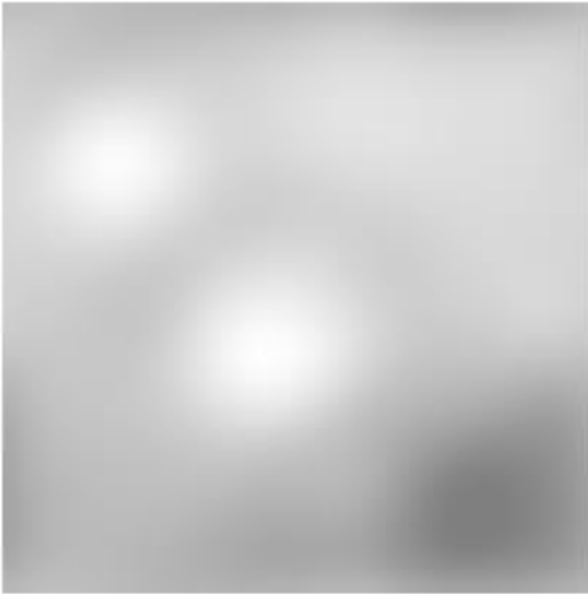


F'

Función **filtrada**
en el dominio
de la frecuencia

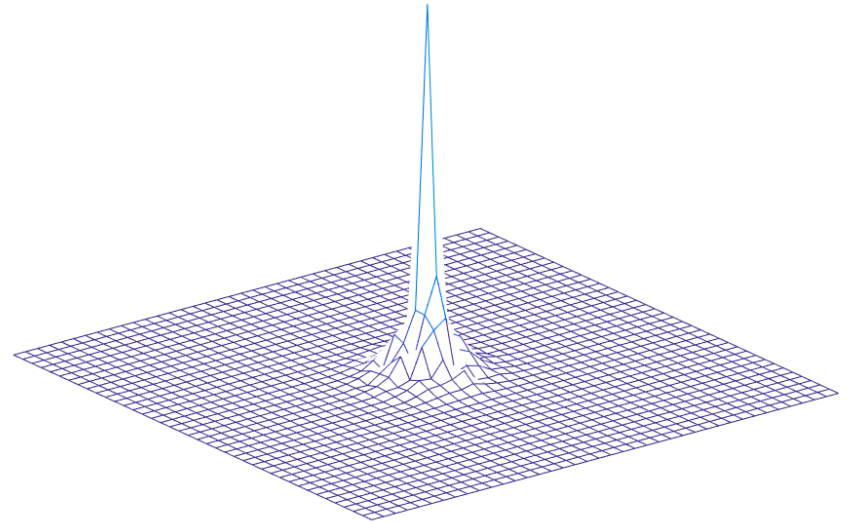
Ejemplo: Filtro Pasa Bajos

f'



Función **filtrada**
en el dominio
original

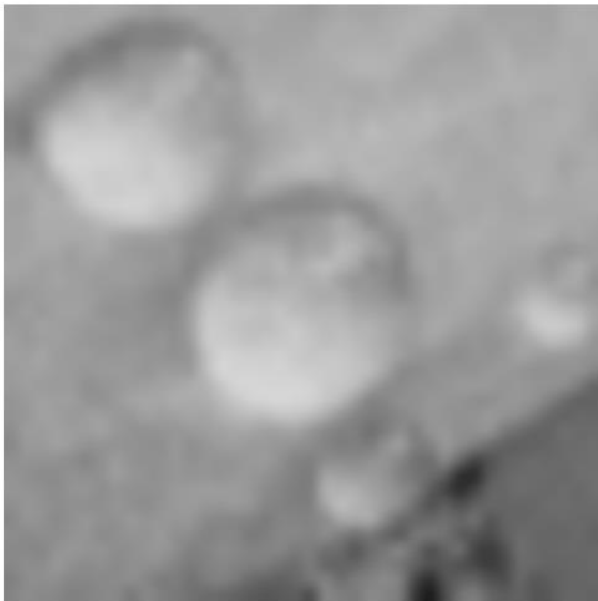
F'



Función **filtrada**
en el dominio
de la frecuencia

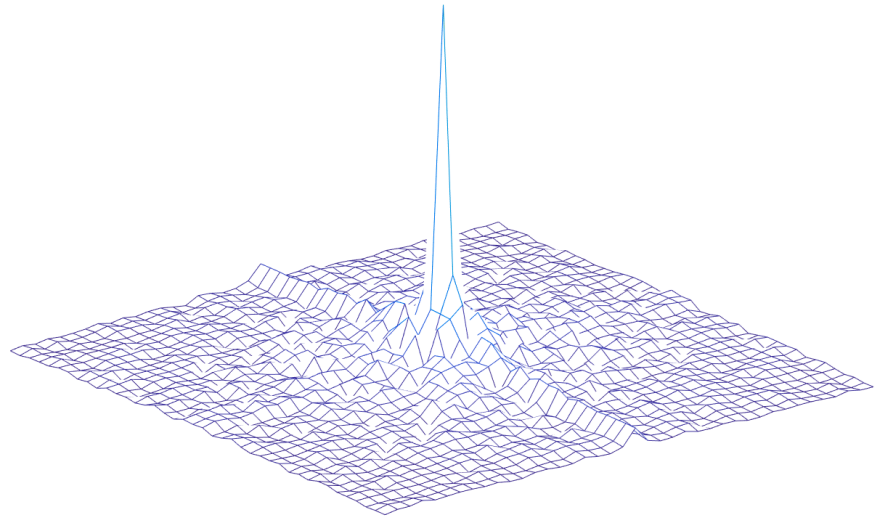
Ejemplo

f



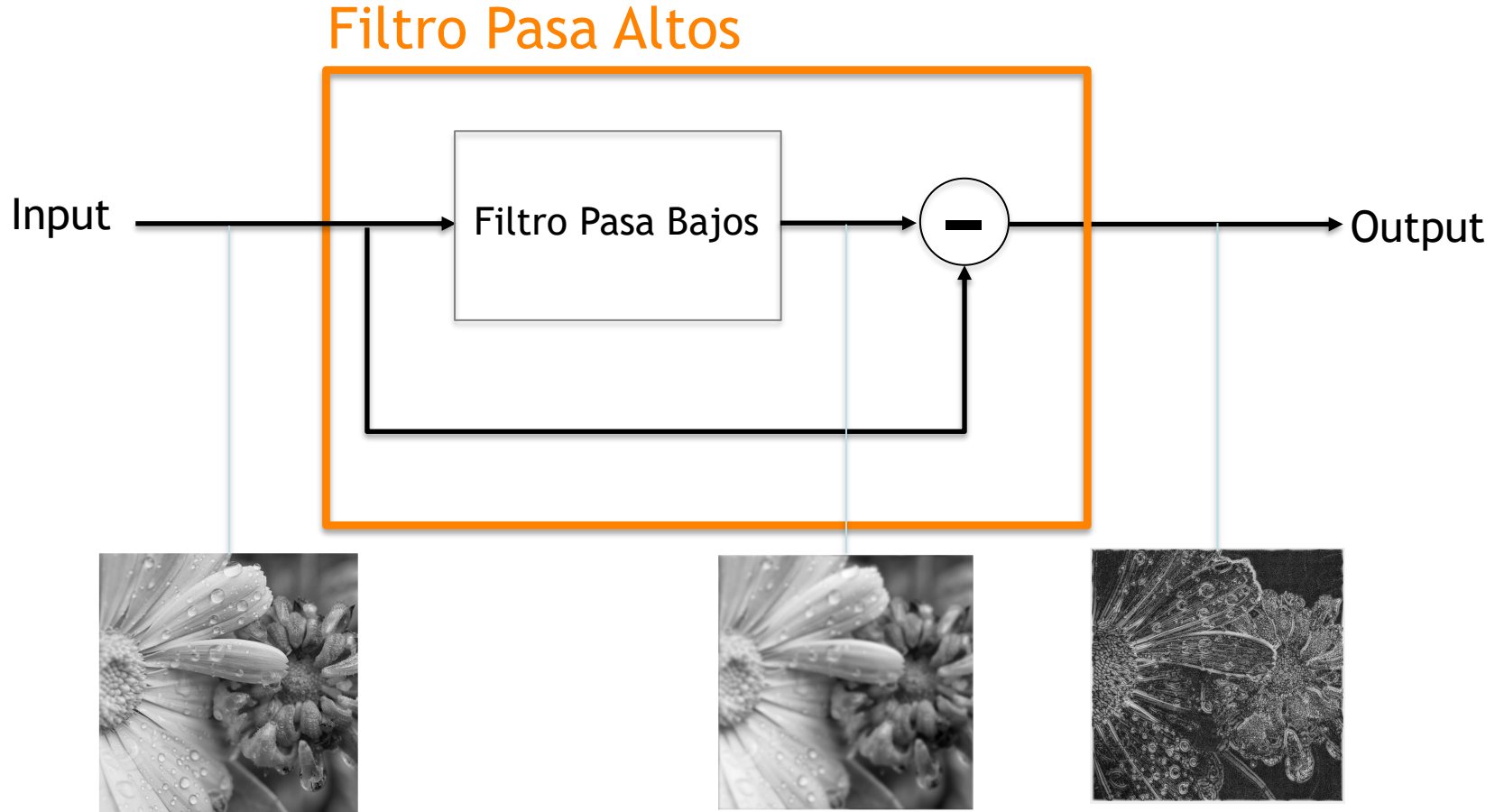
Función
en el dominio
original

F




Función
en el dominio
de la frecuencia

Ejemplo: Filtro pasa altos






Input



Pasa bajos



Pasa altos