Tratamiento de Señales
Version 2024-1

Deconvolución

[Capítulo 6]

Dr. José Ramón Iglesias
DSP-ASIC BUILDER GROUP
Director Semillero TRIAC
Ingenieria Electronica
Universidad Popular del Cesar

Degradación en el dominio de Foruier

$$\mathbf{F} \longrightarrow \boxed{\mathbf{H}} \longrightarrow \mathbf{G}$$

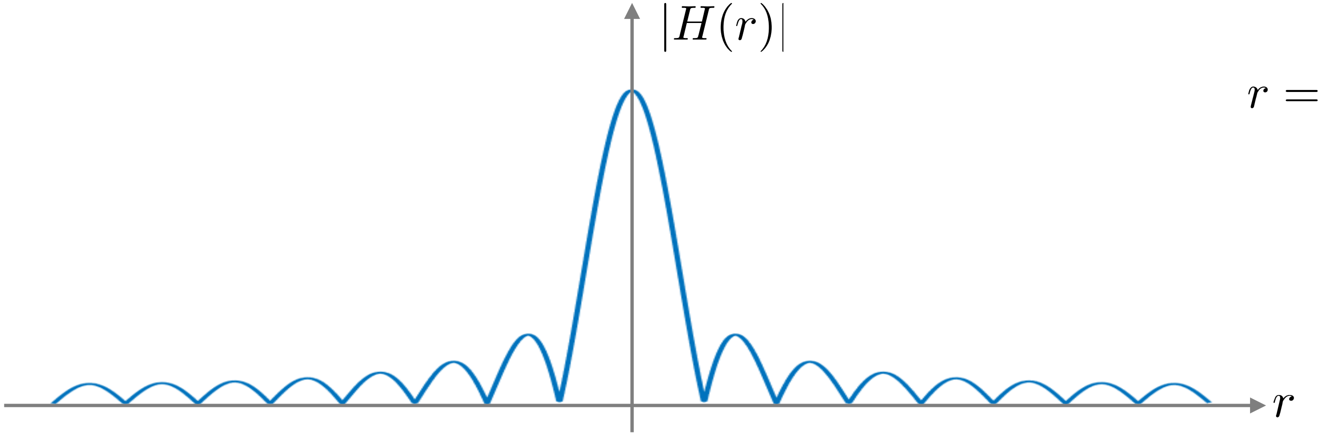
$$G(u,v) = F(u,v)H(u,v)$$

Entonces, podemos pensar que la restauración sería:

$$\hat{F}(u,v) = \frac{G(u,v)}{H(u,v)} \Rightarrow \hat{\mathbf{f}} = \mathrm{IDFT}(\hat{\mathbf{F}})$$

Por qué no funciona?

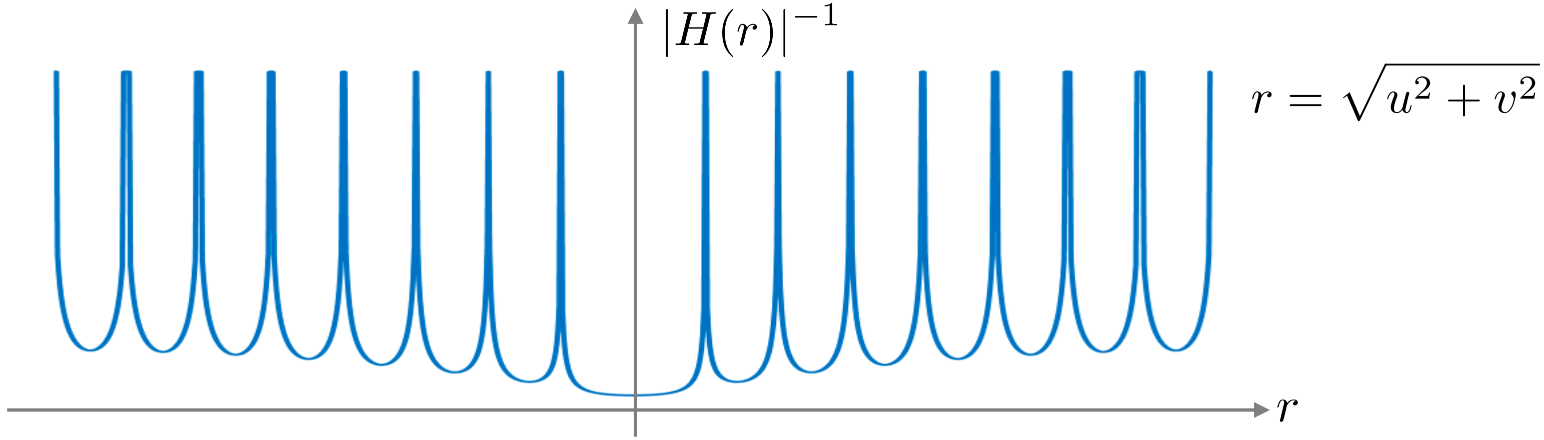
$$\hat{F}(u,v) = \frac{G(u,v)}{H(u,v)}$$



$$r = \sqrt{u^2 + v^2}$$

Por qué no funciona?

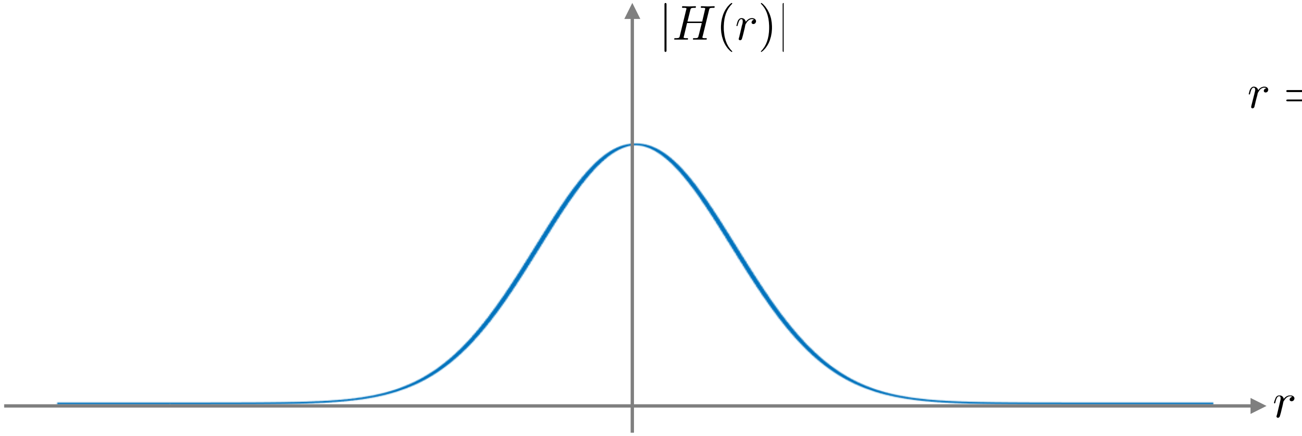
$$\hat{F}(u,v) = \frac{G(u,v)}{H(u,v)}$$



H al ser un filtro pasa bajos tiene ceros y valores cercanos a cero, genera divisiones por cero que ocasionan un serio problema.

Por qué no funciona?

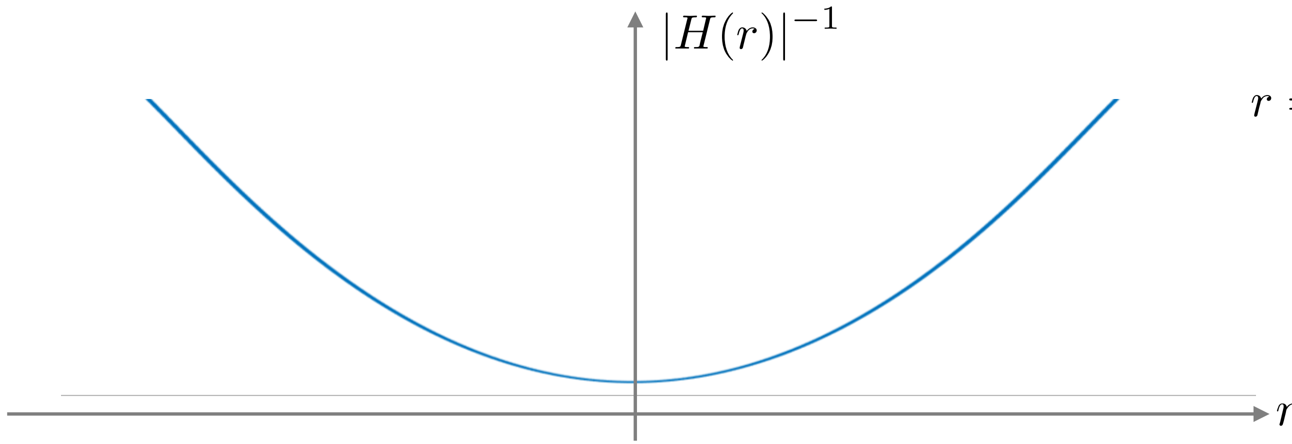
$$\hat{F}(u,v) = \frac{G(u,v)}{H(u,v)}$$



$$r = \sqrt{u^2 + v^2}$$

Por qué no funciona?

$$\hat{F}(u,v) = \frac{G(u,v)}{H(u,v)}$$

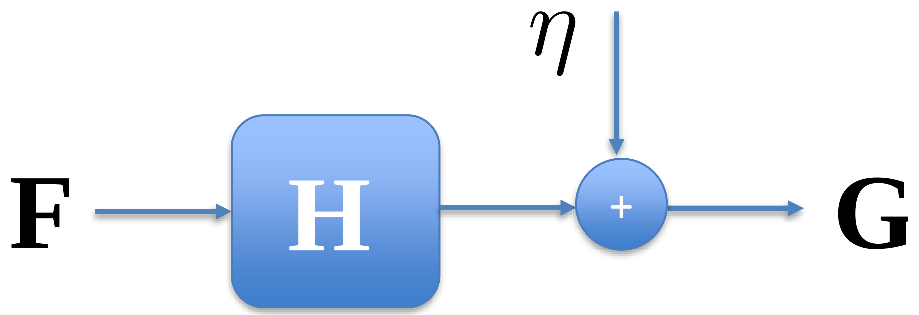


$$r = \sqrt{u^2 + v^2}$$

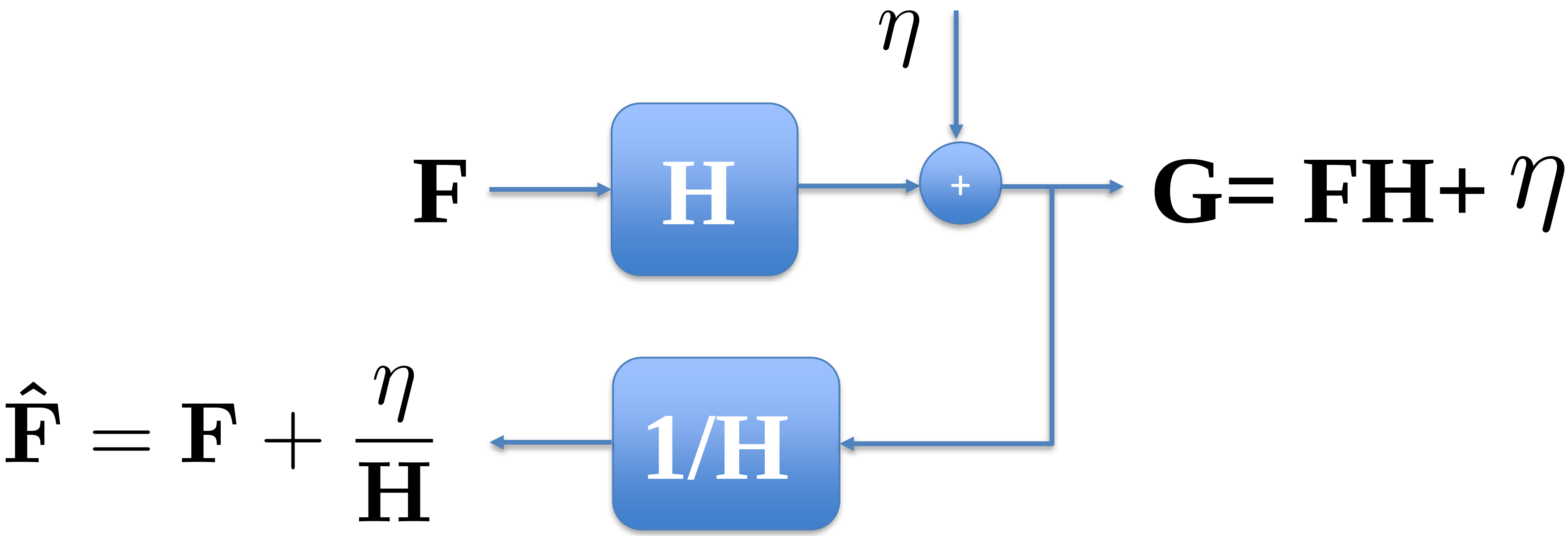
H al ser un filtro pasa bajos tiene ceros y valores cercanos a cero, genera divisiones por cero que ocasionan un serio problema.

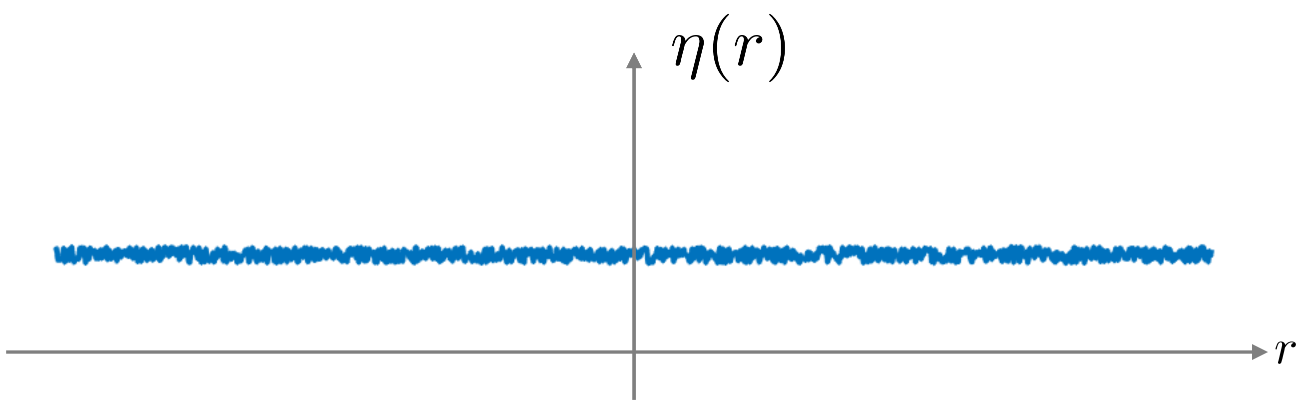
Por qué no funciona?

Por qué no funciona?

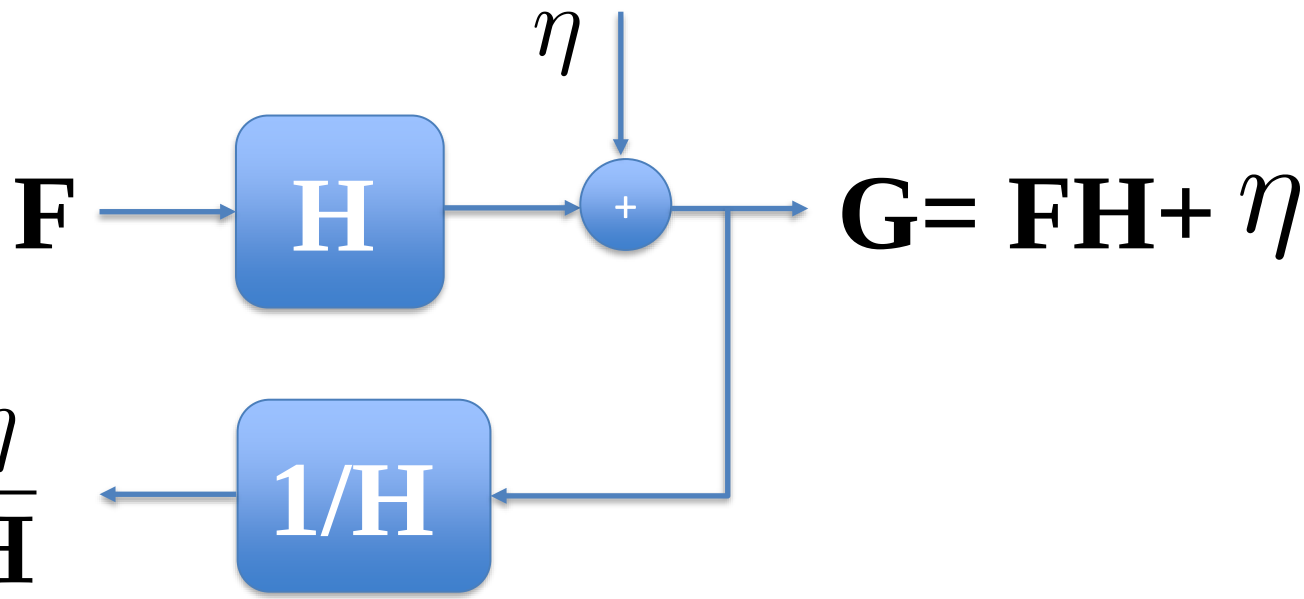


Por qué no funciona?

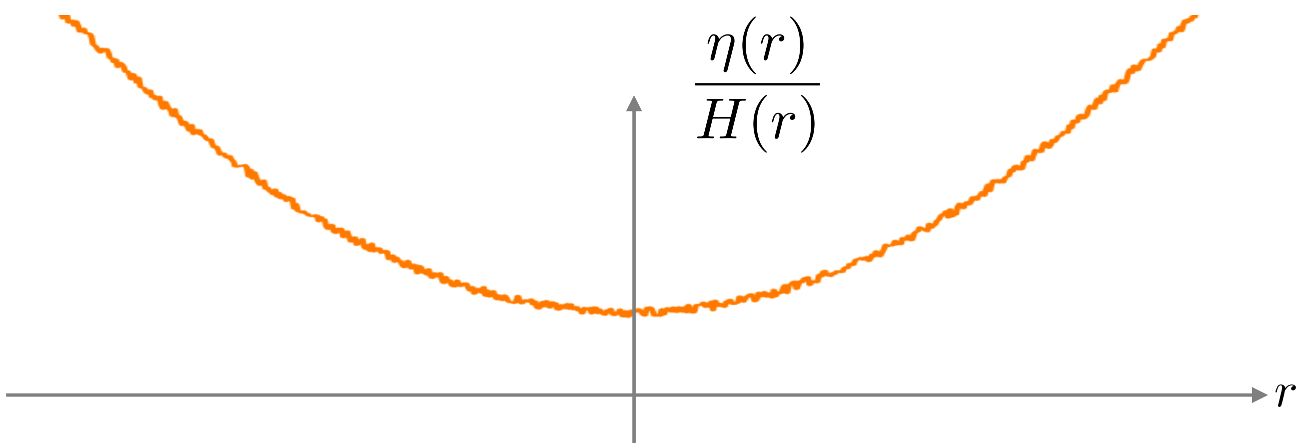




Por qué no funciona?



$$\hat{\mathbf{F}} = \mathbf{F} + \frac{\eta}{\mathbf{H}}$$



Para frecuencias altas,

$$\eta / H$$

es muy grande

Ejemplo

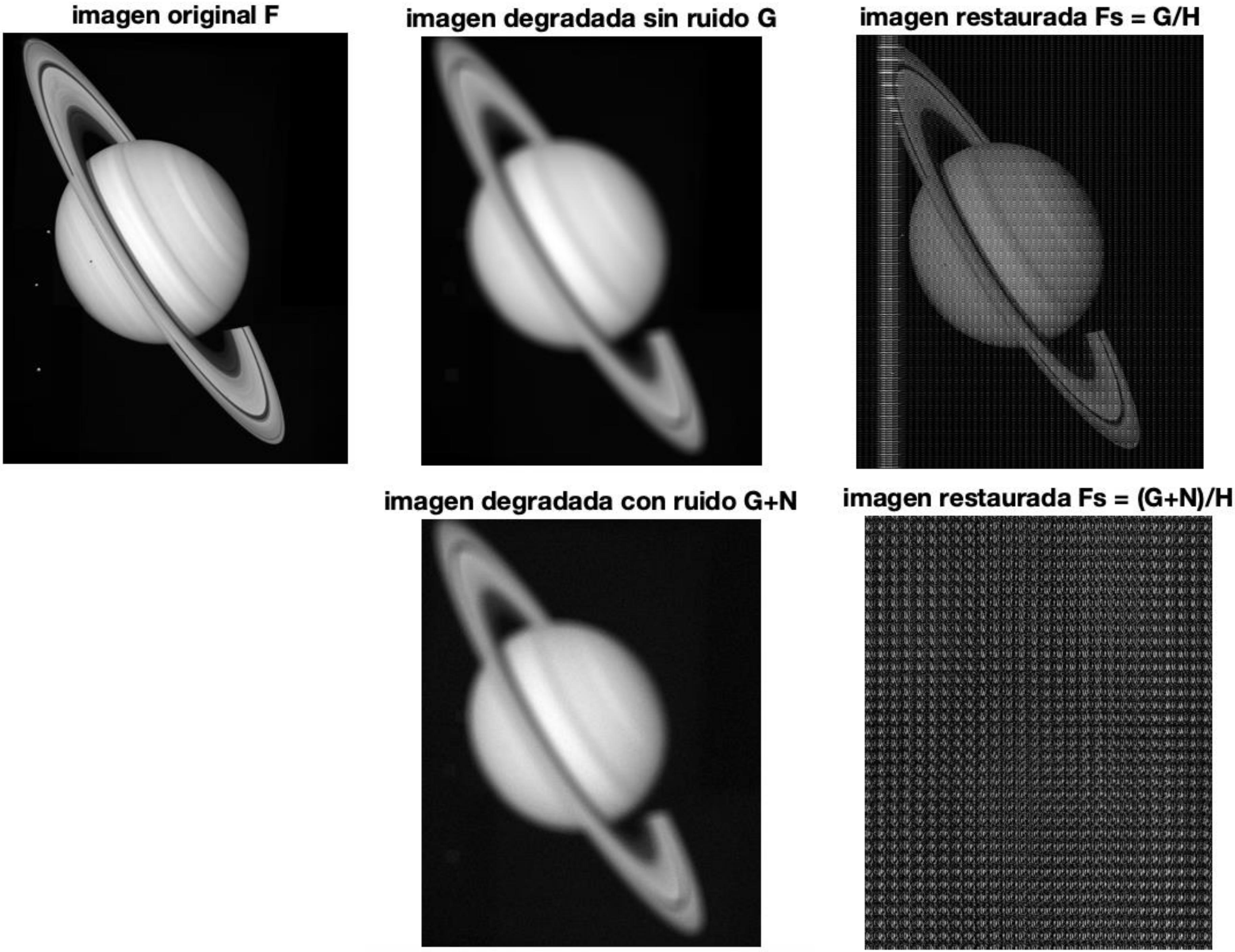


imagen original F
imagen degradada sin ruido G
imagen restaurada Fs = G/H
imagen degradada con ruido G+N
imagen restaurada Fs = (G+N)/H

Degradación en el dominio de Foruier

$$\mathbf{F} \longrightarrow \boxed{\mathbf{H}} \longrightarrow \mathbf{G}$$

$$G(u,v) = F(u,v)H(u,v)$$

Entonces, podemos pensar que la restauración sería:

$$\hat{F}(u,v) = \frac{G(u,v)}{H(u,v)} \Rightarrow \hat{\mathbf{f}} = \mathrm{IDFT}(\hat{\mathbf{F}})$$

Solución

Reformulación

$$W(u,v) = \frac{1}{H(u,v)}$$

Reformulación

$$\hat{\mathbf{F}} \longleftarrow \boxed{\mathbf{W}} \longleftarrow \mathbf{G}$$

$$W(u,v) = \frac{1}{H(u,v)} = \frac{1}{H(u,v)}\frac{H^*(u,v)}{H^*(u,v)}$$

Reformulación

$$W(u,v) = \frac{1}{H(u,v)} \simeq \frac{H^*(u,v)}{H(u,v)H^*(u,v) + R} = \frac{H^*(u,v)}{|H(u,v)|^2 + R}$$

- R evita división por cero
- R evita amplicación del ruido

Reformulación

La idea es escoger R (no constante) de tal forma que:

1) *Para frecuencias altas W es bajo*
2) *Para frecuencias bajas W = 1/H*

$$W(u,v) \simeq \frac{H^*(u,v)}{|H(u,v)|^2 + R}$$

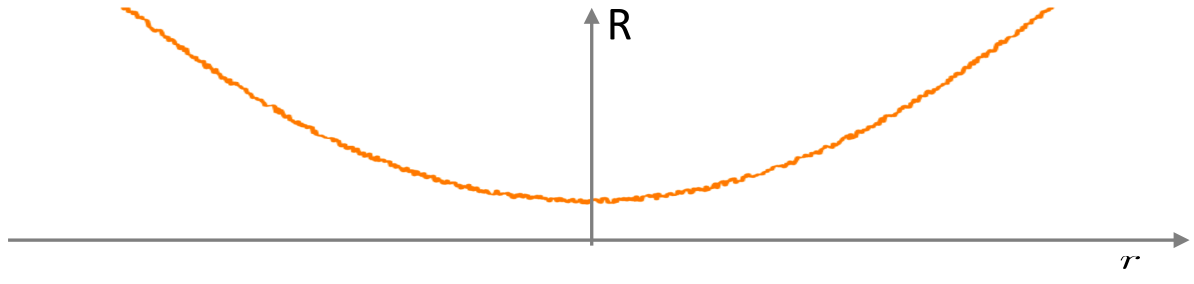
- R evita división por cero
- R evita amplicación del ruido

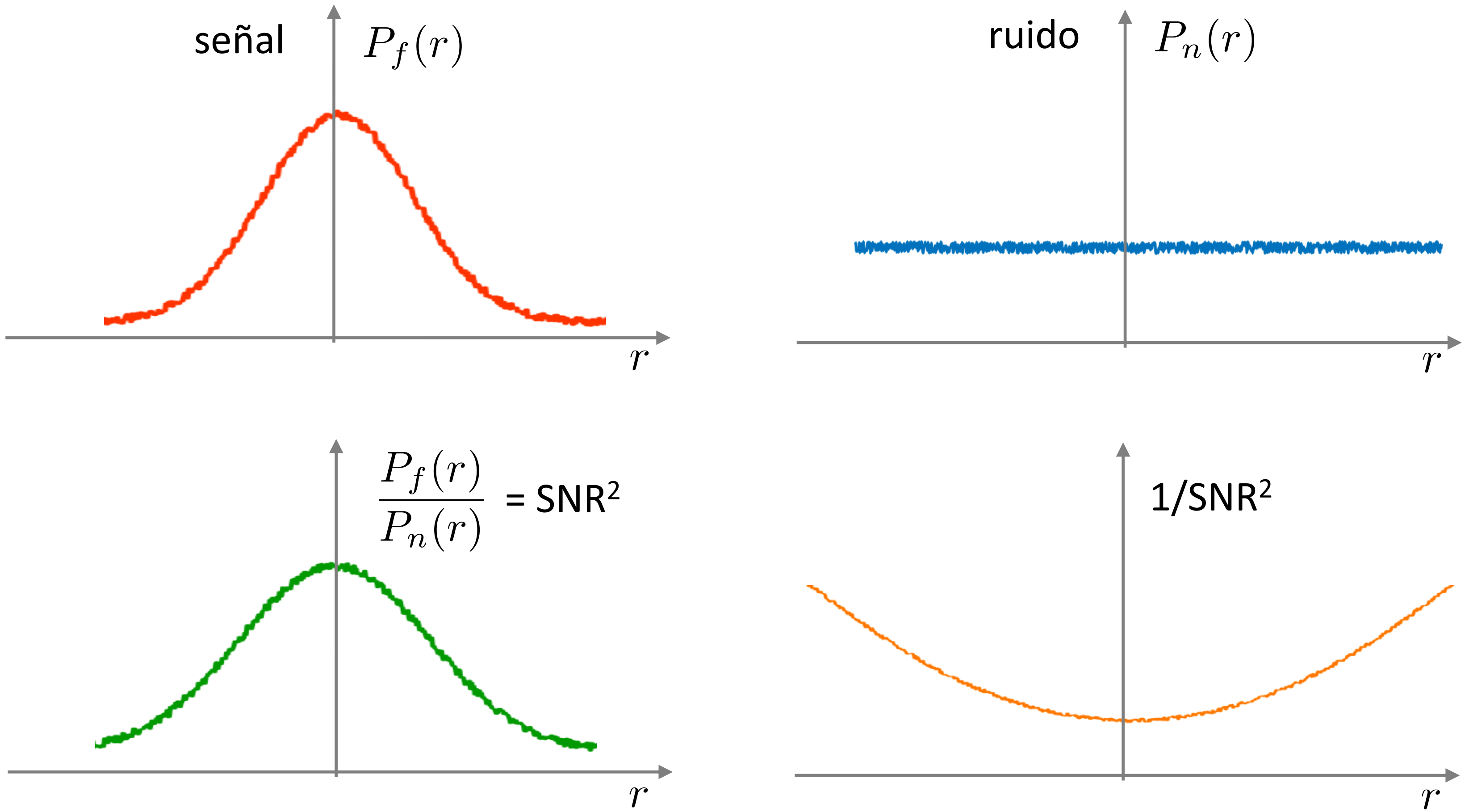
Reformulación

La idea es escoger R (no constante) de tal forma que:

1) *Para frecuencias altas W es bajo*
2) *Para frecuencias bajas W = 1/H*

$$W(u,v) \simeq \frac{H^*(u,v)}{|H(u,v)|^2 + R}$$





$$W(r) \simeq \frac{H^*(r)}{|H(r)|^2 + \underbrace{C/\mathrm{SNR}^2}_{\mathrm{R} = Cr^{\rho}}}$$

1) *Para frecuencias altas, R es alto => W es bajo*

2) *Para frecuencias bajas, R es bajo => W = 1/H*

Deconvolución General

$$W(r) = \left[\frac{H^*(r)}{|H(r)|^2}\right]^a \left[\frac{H^*(r)}{|H(r)|^2 + C/\mathrm{SNR}^2}\right]^{1-a}$$

$a = 1$ Filtro inverso total

$a = 0$ Filtro inverso *corregido* total