



## Tratamiento de Señales

Version 2023-2

# Transformada de Hough

[ Capítulo 8 ]

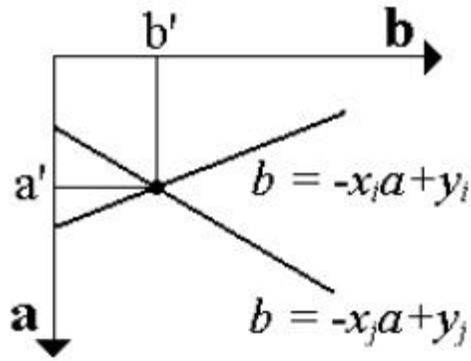
**Dr. José Ramón Iglesias**

DSP-ASIC BUILDER GROUP  
Director Semillero TRIAC  
Ingeniería Electronica  
Universidad Popular del Cesar

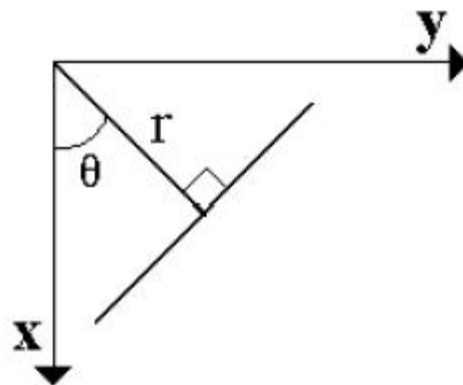
# Transformada de Hough

$(x_i, y_i)$   $\longrightarrow$

Hay un número infinito de  
de rectas que pasan por  $(x_i, y_i)$

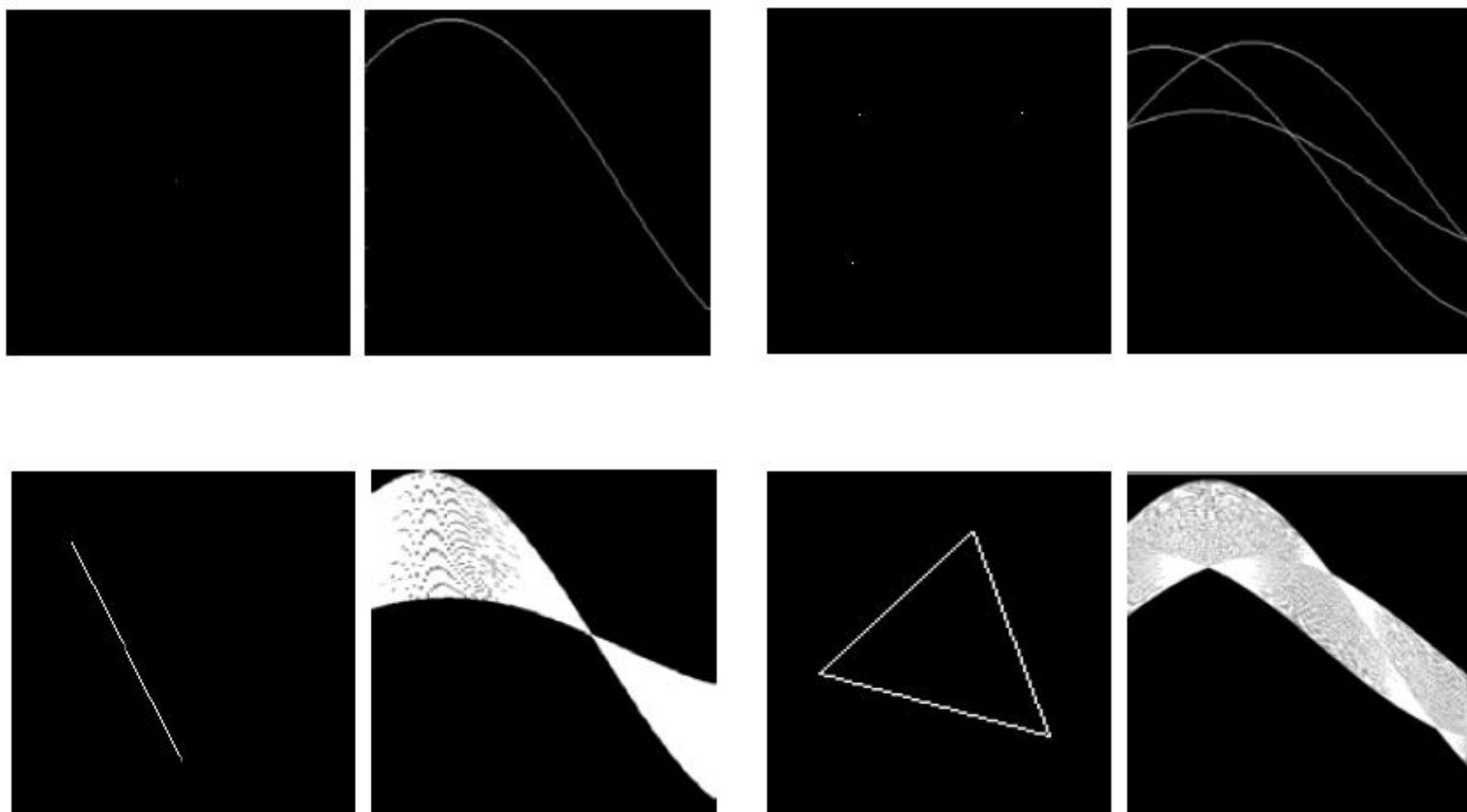


$$b = -x_i a + y_i$$

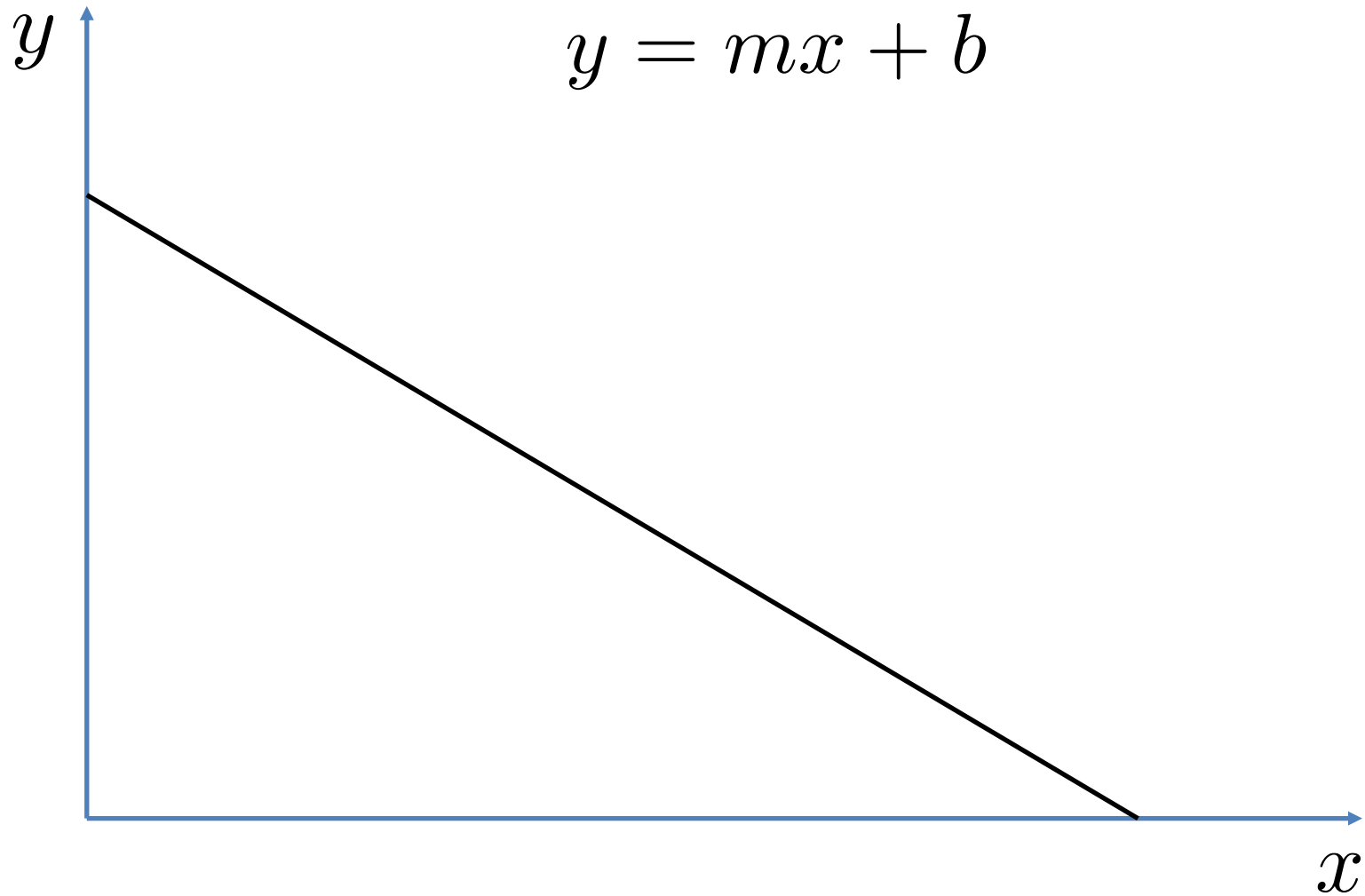


$$x \cos \theta + y \sin \theta = r$$

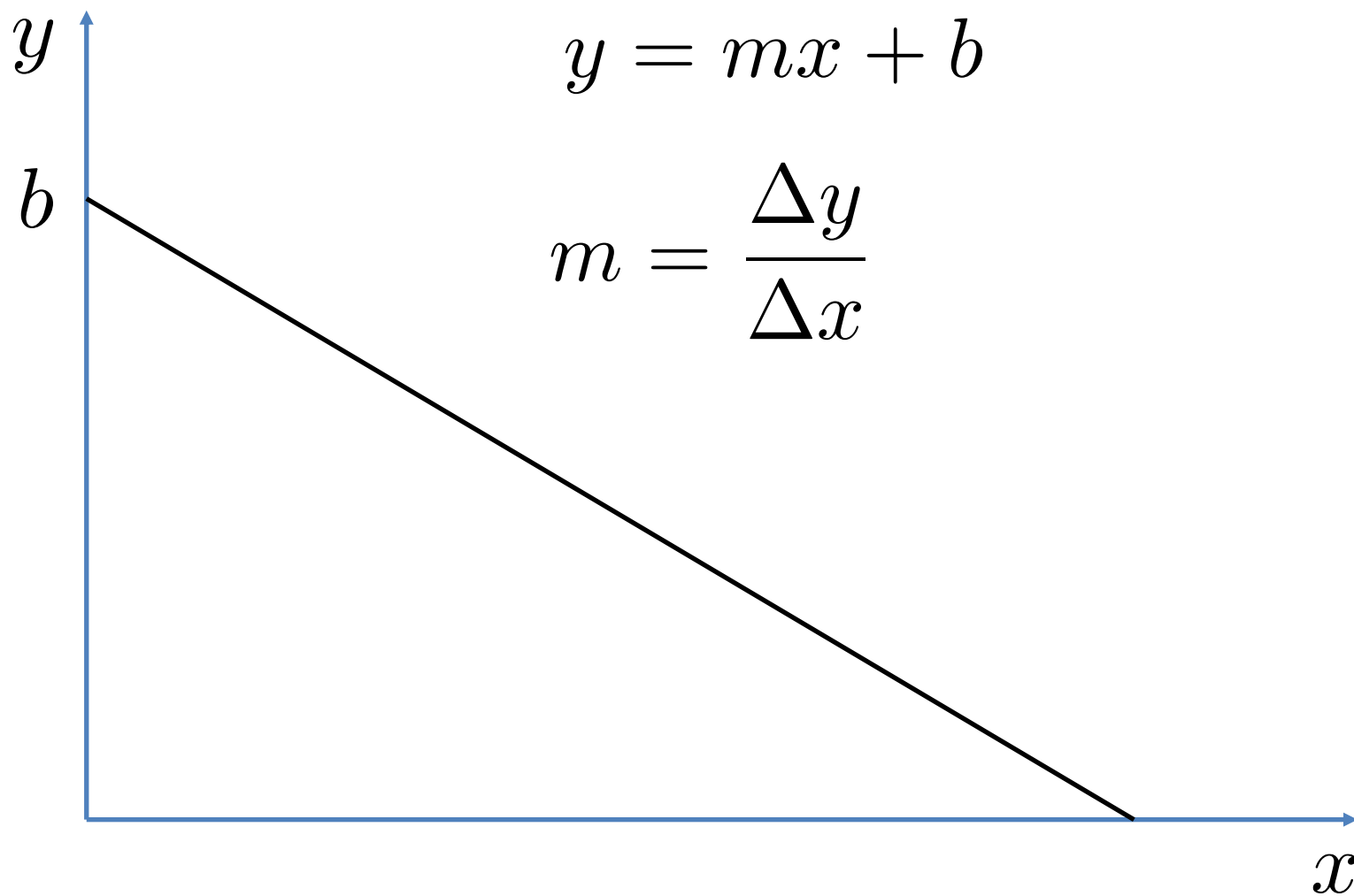
# Transformada de Hough (Cont)



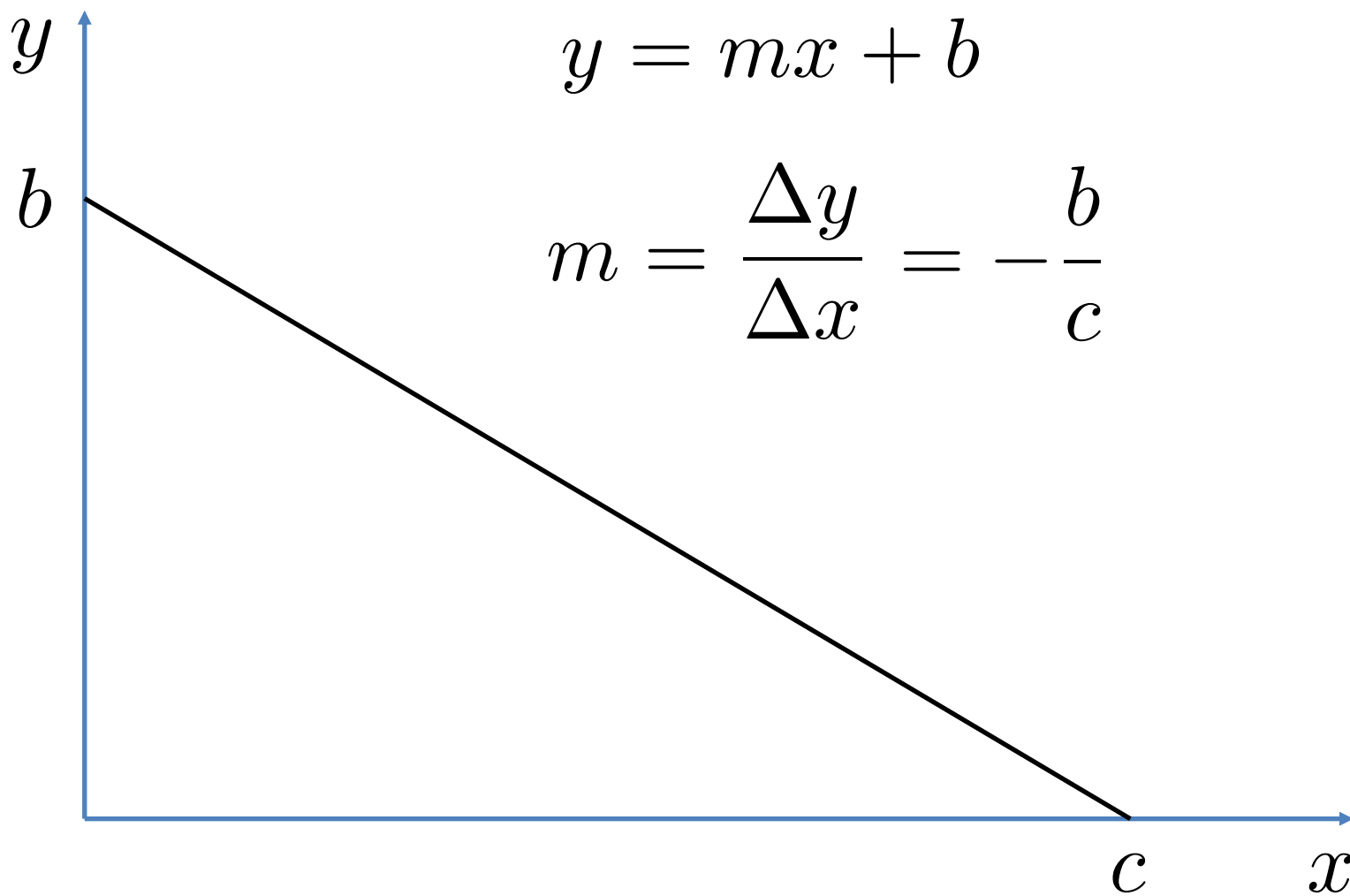
# Representación de una Recta



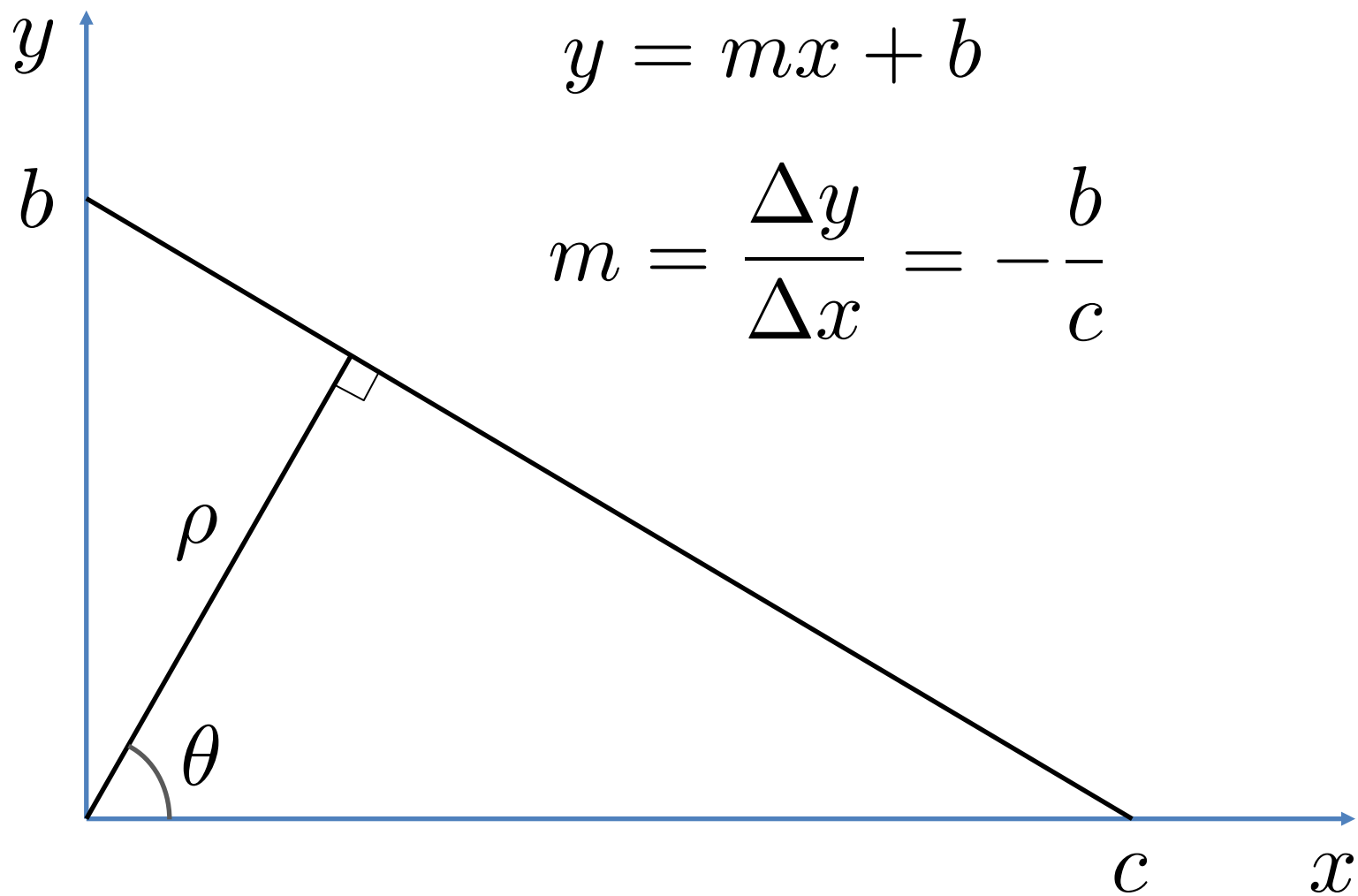
# Representación de una Recta



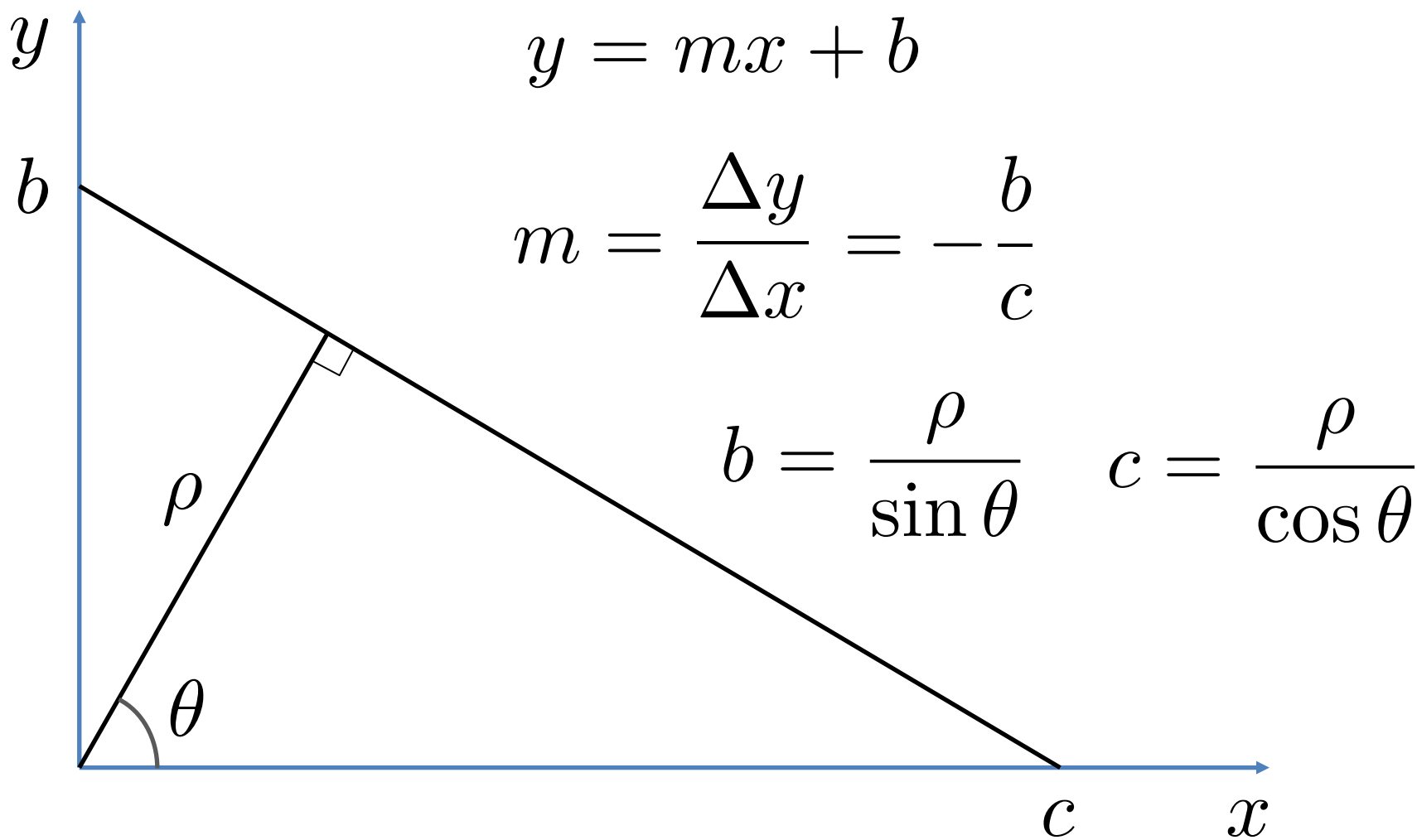
# Representación de una Recta



# Representación de una Recta

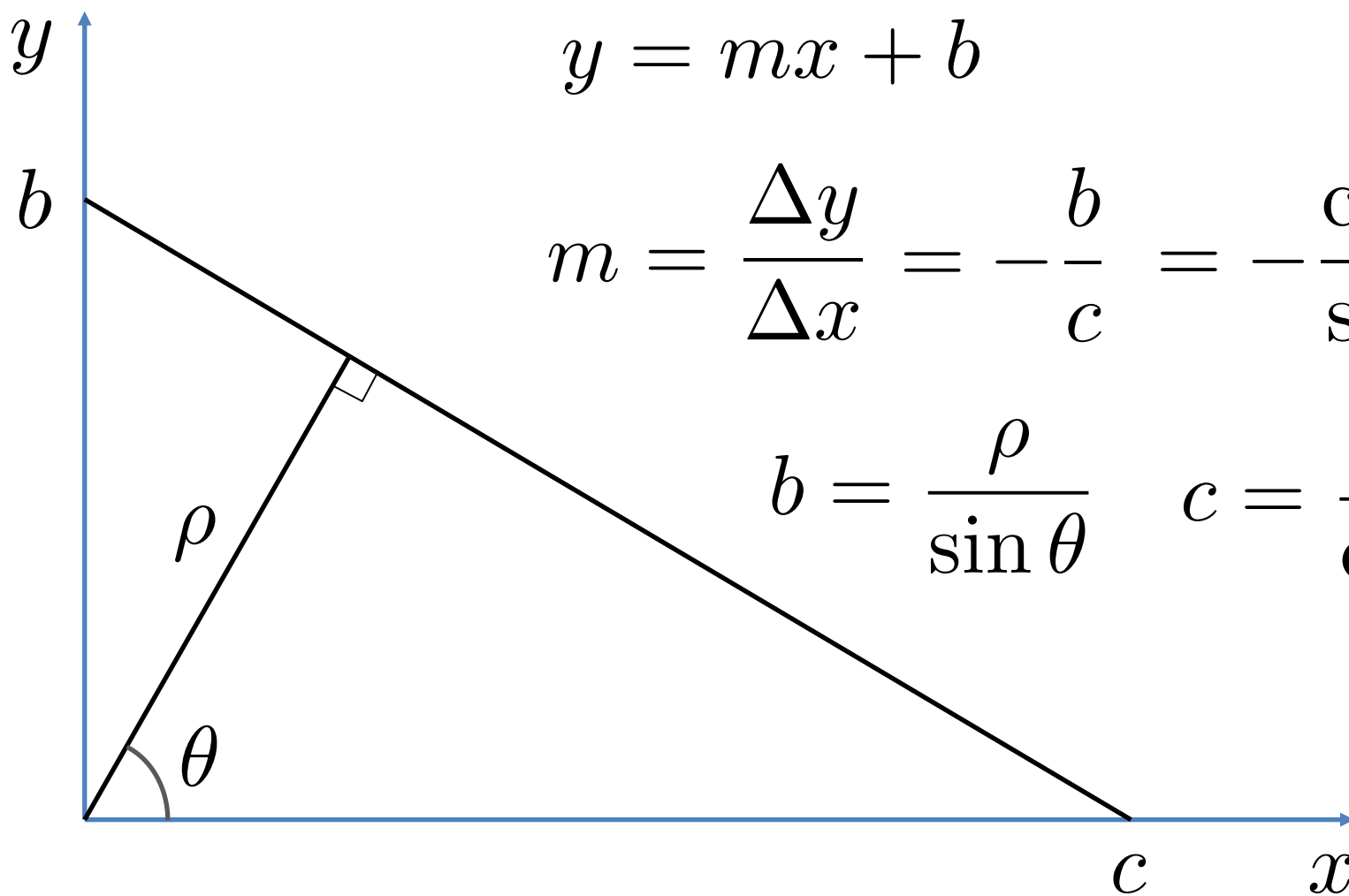


# Representación de una Recta





# Representación de una Recta



$$y = mx + b$$

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{b}{c} = -\frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

$$b = \frac{\rho}{\sin \theta} \quad c = \frac{\rho}{\cos \theta}$$

# Representación de una Recta

$$y = mx + b$$
$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{b}{c} = -\frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$
$$b = \frac{\rho}{\sin \theta} \quad c = \frac{\rho}{\cos \theta}$$
$$y = -\frac{\cos \theta}{\sin \theta}x + \frac{\rho}{\sin \theta}$$

# Representación de una Recta


$$y = mx + b$$

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{b}{c} = -\frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

$$b = \frac{\rho}{\sin \theta} \quad c = \frac{\rho}{\cos \theta}$$

$$y = -\frac{\cos \theta}{\sin \theta}x + \frac{\rho}{\sin \theta}$$

$$\rho = x \cos \theta + y \sin \theta$$

# Representación de una Recta

$$y = mx + b$$

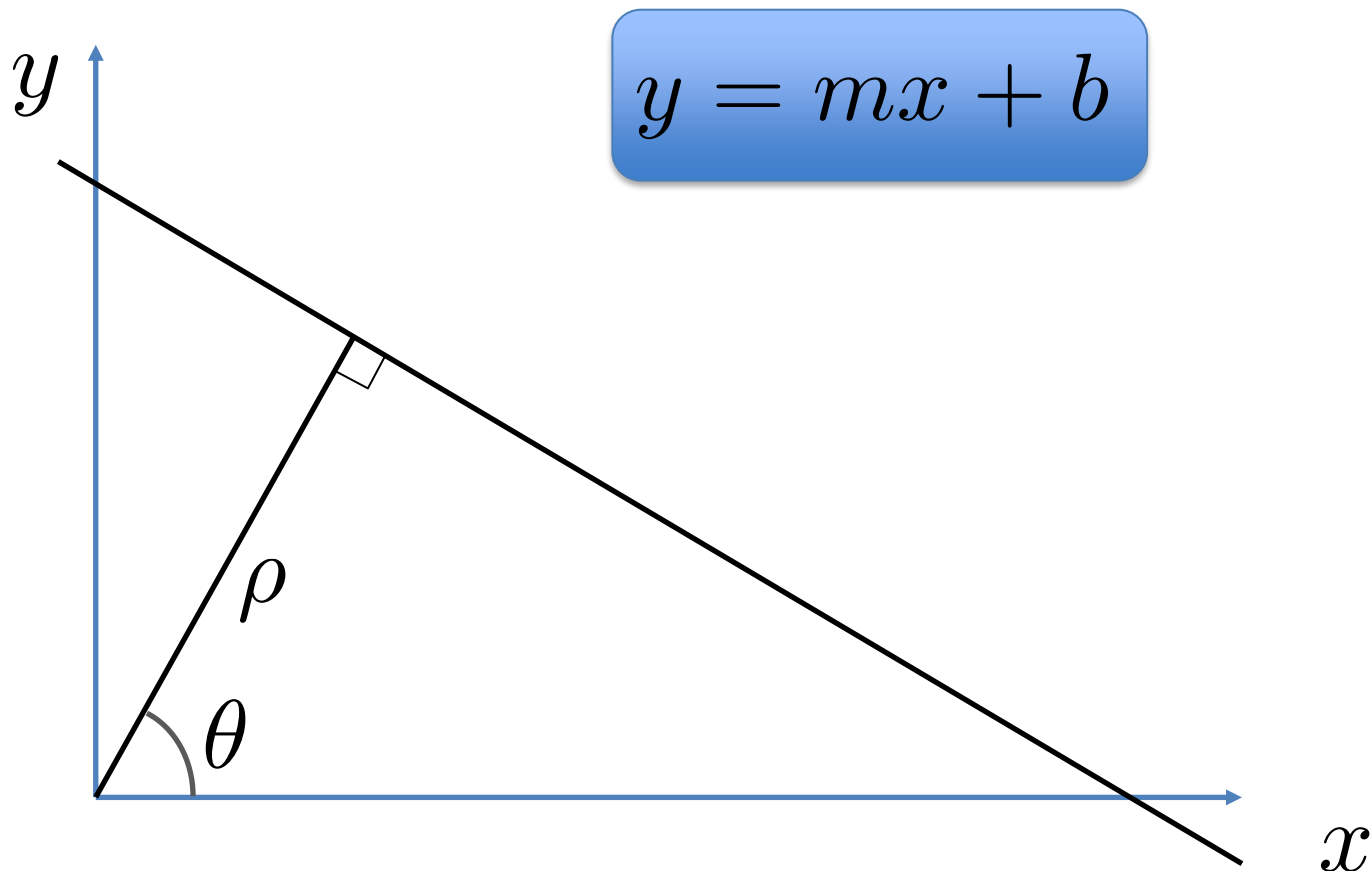
$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{b}{c} = -\frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

$$b = \frac{\rho}{\sin \theta} \quad c = \frac{\rho}{\cos \theta}$$

$$y = -\frac{\cos \theta}{\sin \theta}x + \frac{\rho}{\sin \theta}$$

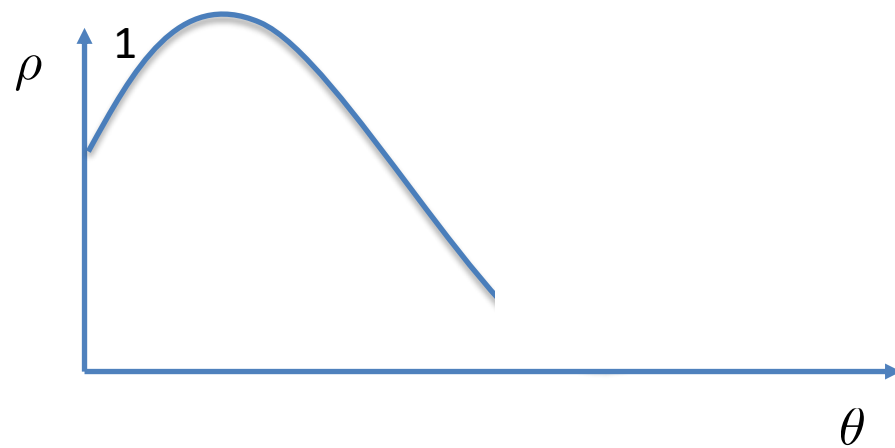
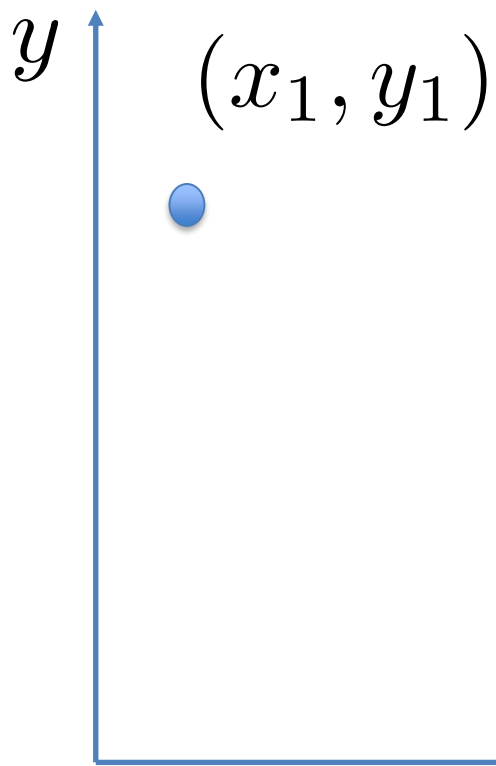
$$\rho = x \cos \theta + y \sin \theta$$

# Representación de una Recta



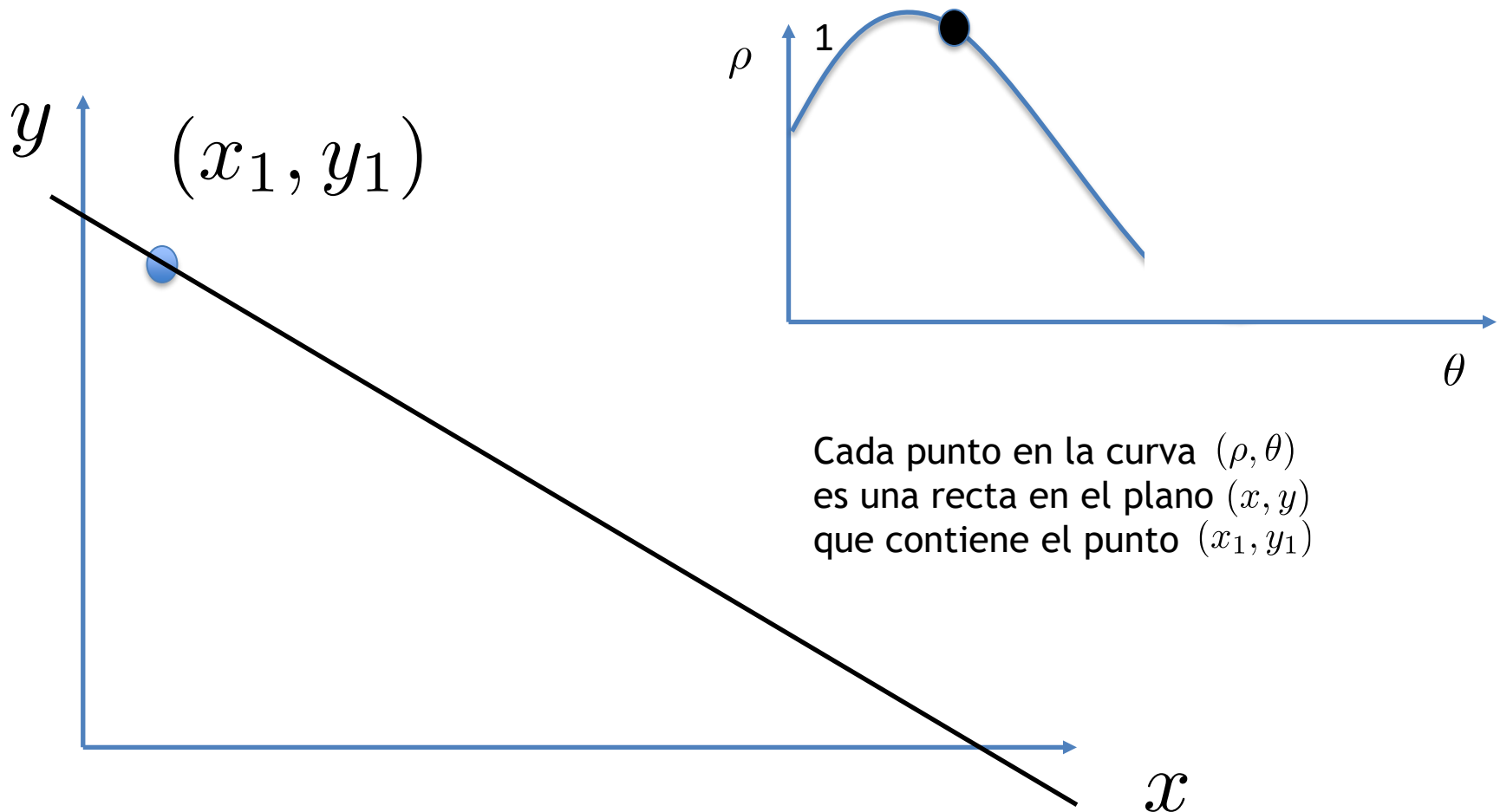
$$y = mx + b$$

$$\rho = x \cos \theta + y \sin \theta$$



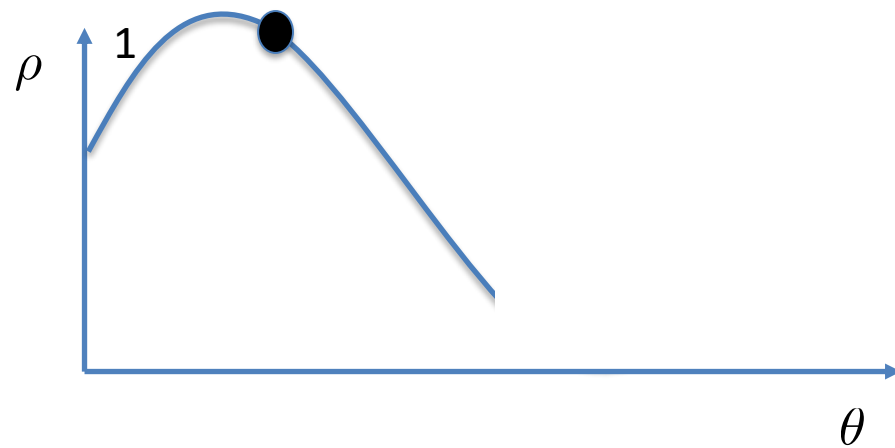
Cada punto en la curva  $(\rho, \theta)$   
es una recta en el plano  $(x, y)$   
que contiene el punto  $(x_1, y_1)$

$$\rho = x_1 \cos \theta + y_1 \sin \theta$$



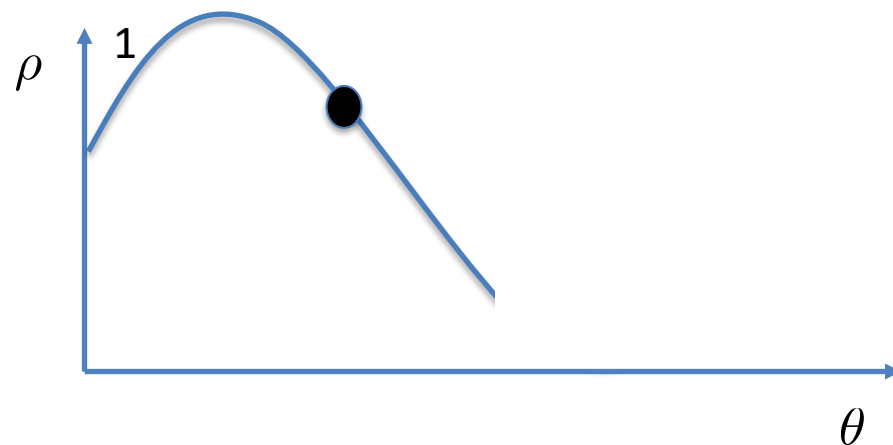
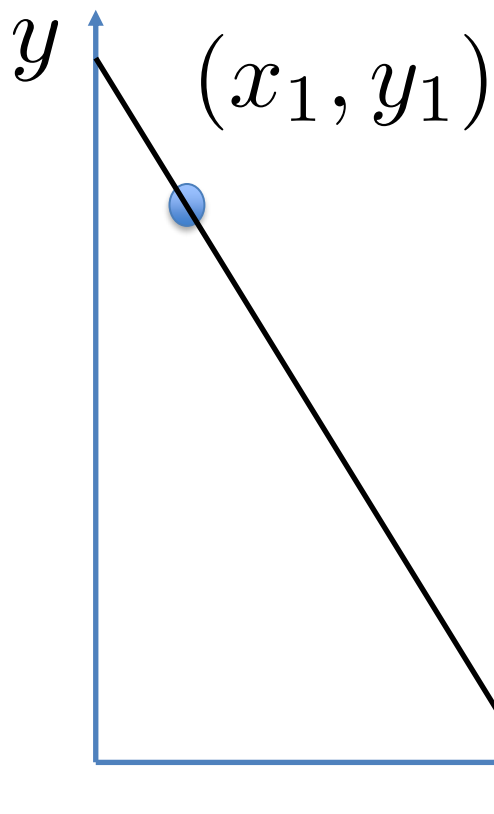
The diagram consists of two coordinate systems. The main one on the left is a Cartesian system with a horizontal  $x$ -axis and a vertical  $y$ -axis. A point  $(x_1, y_1)$  is marked with a blue dot on a straight line that passes through it. The line has a negative slope. The inset on the right is a polar coordinate system with a horizontal  $\theta$ -axis and a vertical  $\rho$ -axis. A curve is plotted in this system, starting from the  $\rho$ -axis, reaching a peak, and then descending. A black dot is marked on this curve. A line segment connects the point  $(x_1, y_1)$  in the Cartesian system to the black dot in the polar system, illustrating the mapping between the two.

$(x_1, y_1)$



Cada punto en la curva  $(\rho, \theta)$   
es una recta en el plano  $(x, y)$   
que contiene el punto  $(x_1, y_1)$

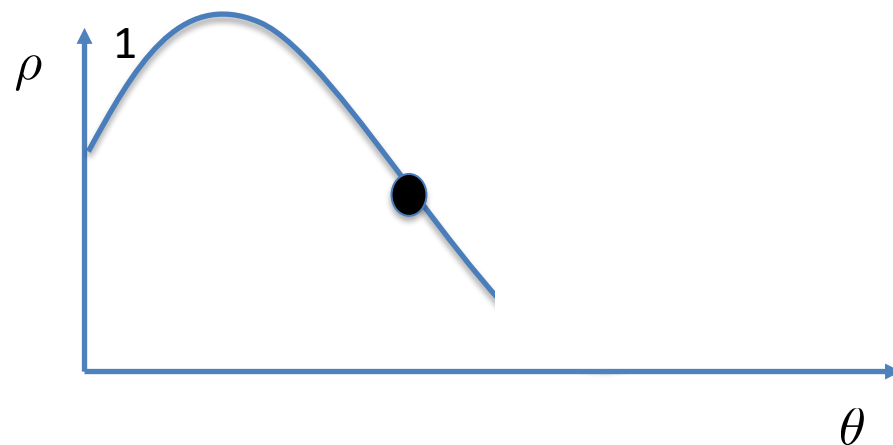
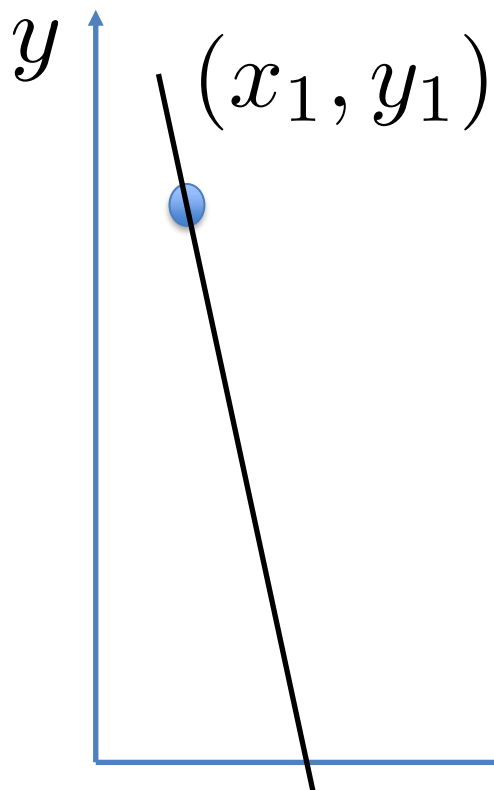
$$\rho = x_1 \cos \theta + y_1 \sin \theta$$



Cada punto en la curva  $(\rho, \theta)$   
es una recta en el plano  $(x, y)$   
que contiene el punto  $(x_1, y_1)$

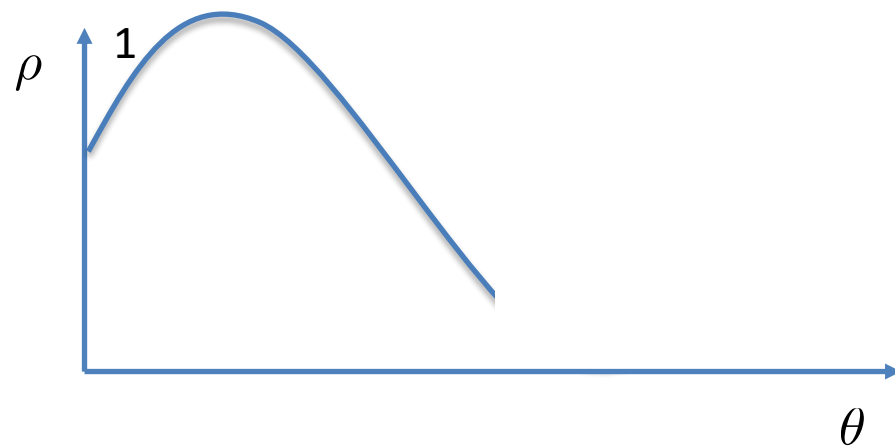
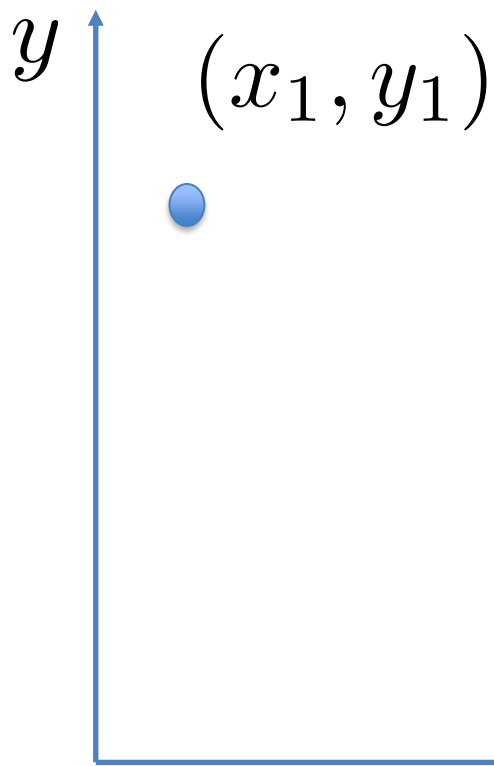
$$\rho = x_1 \cos \theta + y_1 \sin \theta$$





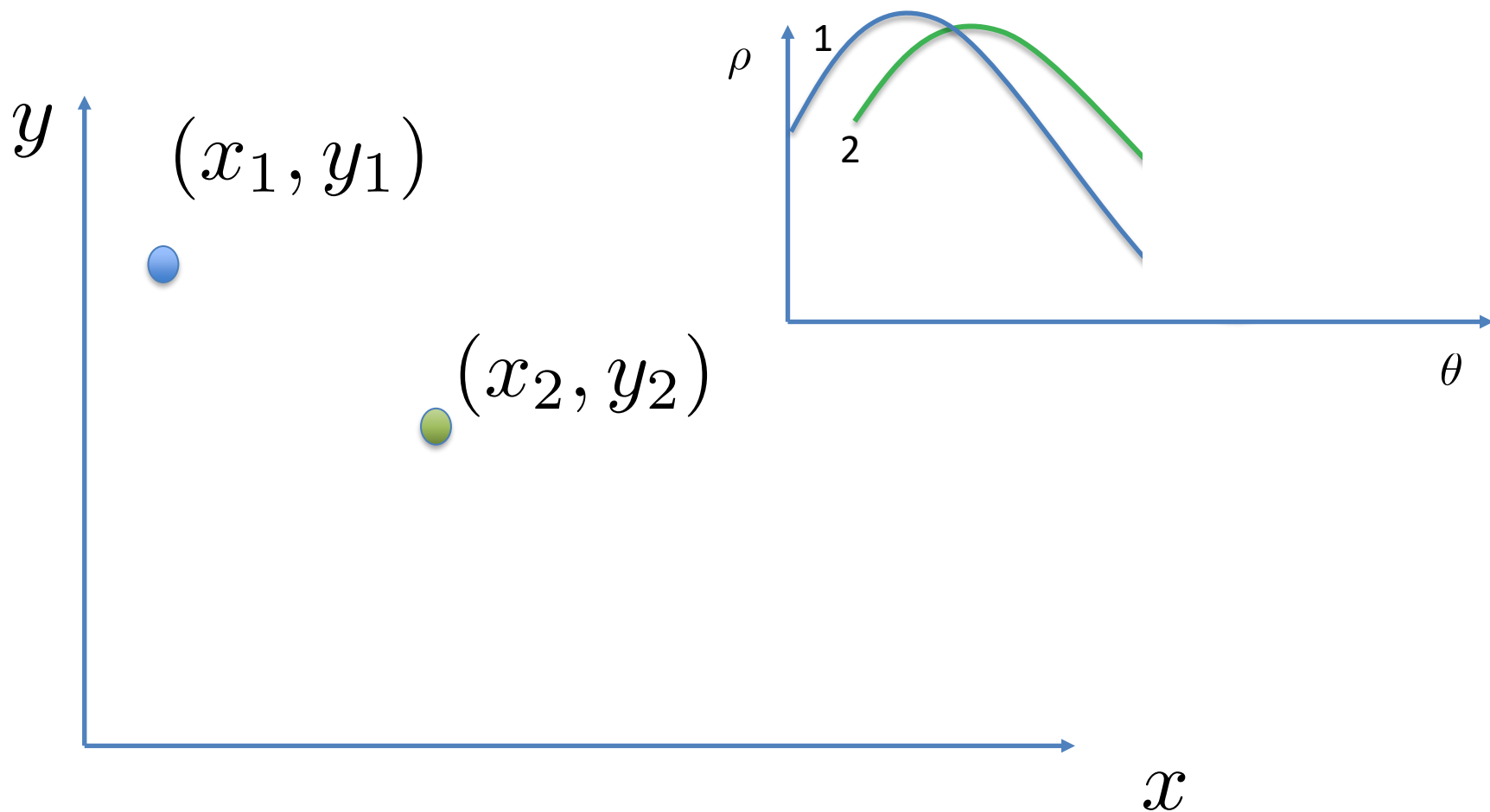
Cada punto en la curva  $(\rho, \theta)$   
es una recta en el plano  $(x, y)$   
que contiene el punto  $(x_1, y_1)$

$$\rho = x_1 \cos \theta + y_1 \sin \theta$$

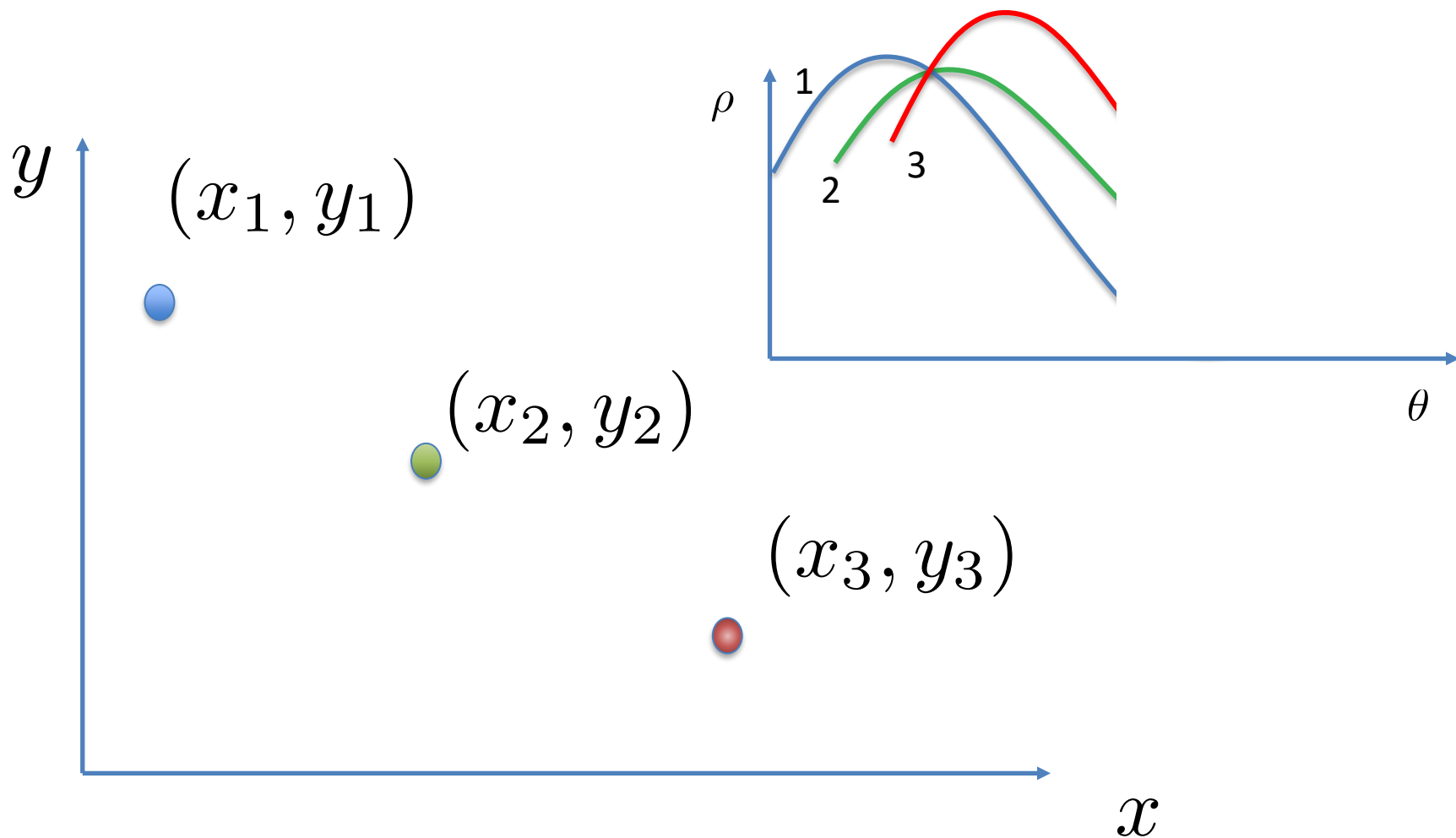


Cada punto en la curva  $(\rho, \theta)$   
es una recta en el plano  $(x, y)$   
que contiene el punto  $(x_1, y_1)$

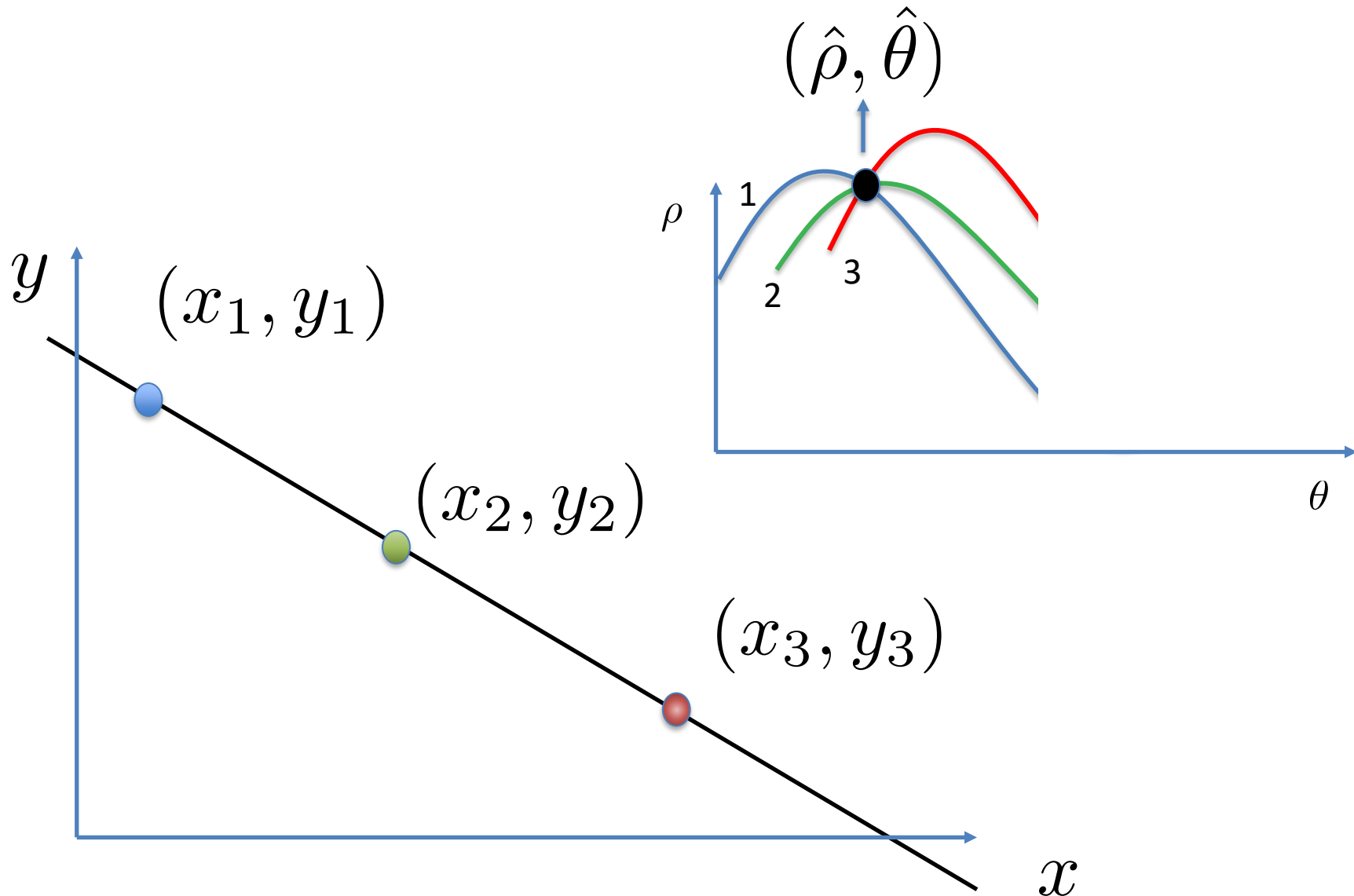
$$\rho = x_1 \cos \theta + y_1 \sin \theta$$

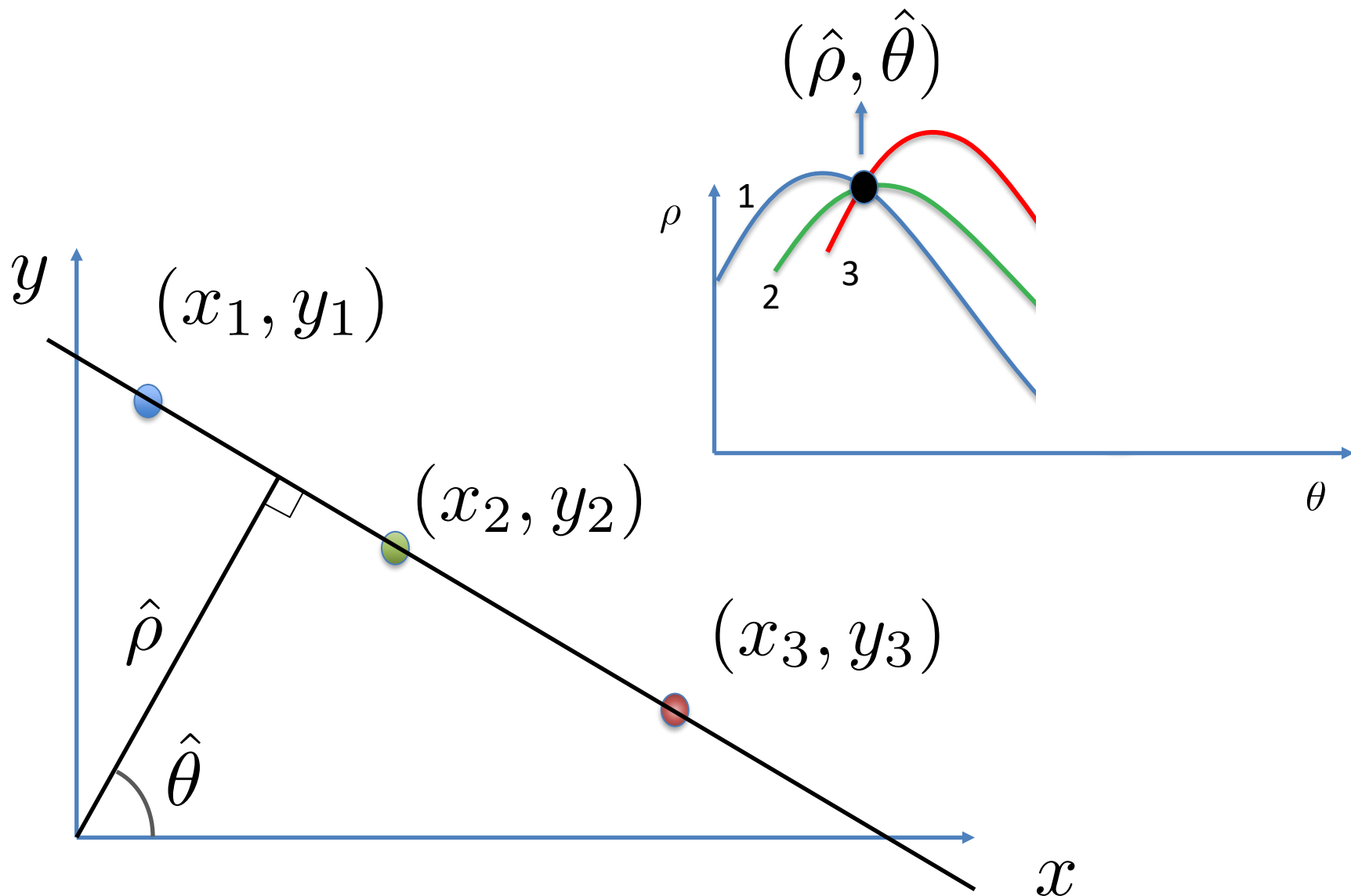


$$\rho = x_2 \cos \theta + y_2 \sin \theta$$

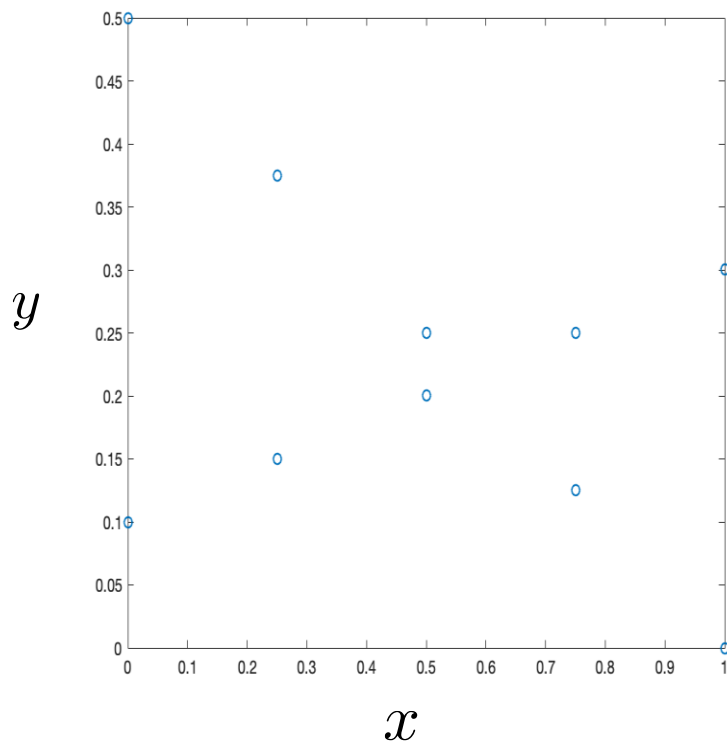


$$\rho = x_3 \cos \theta + y_3 \sin \theta$$

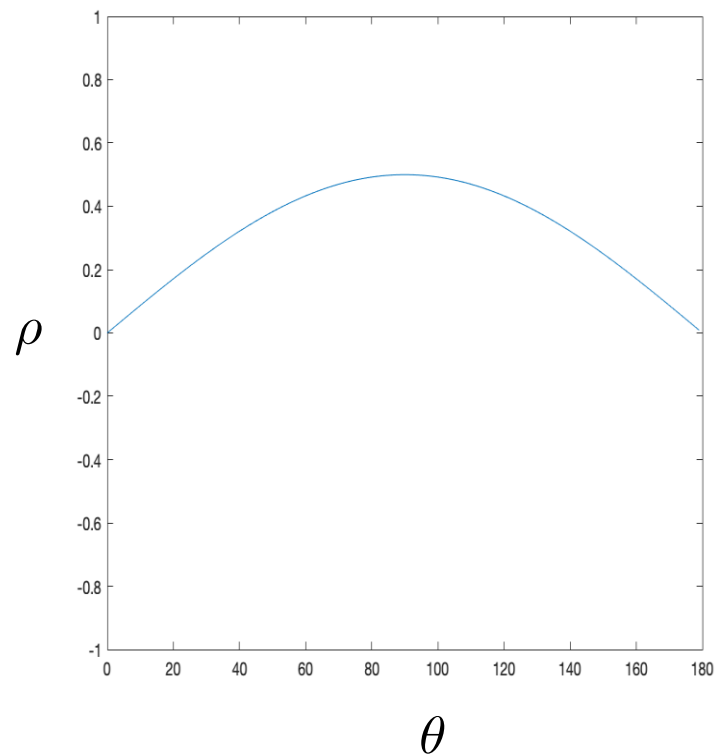
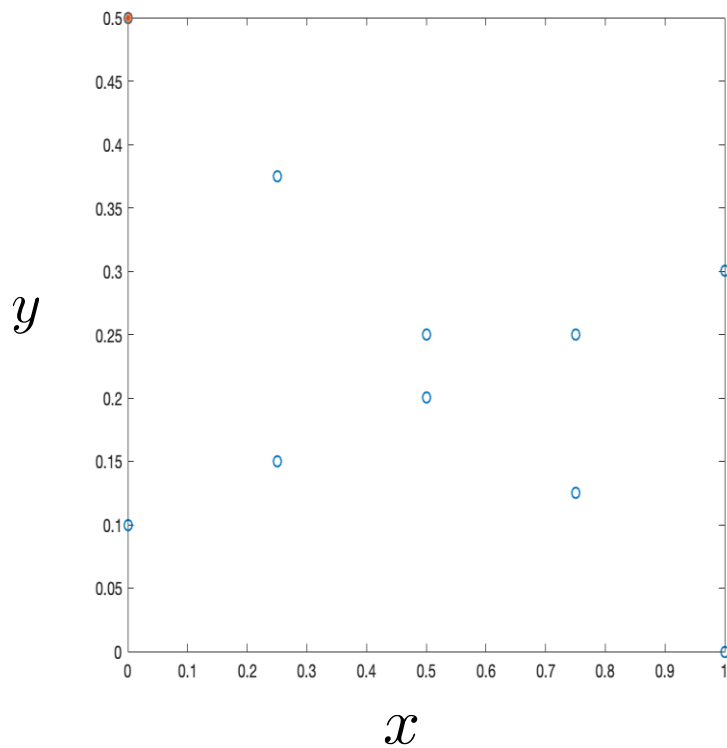




## Ejemplo: Puntos que pertenecen a dos líneas

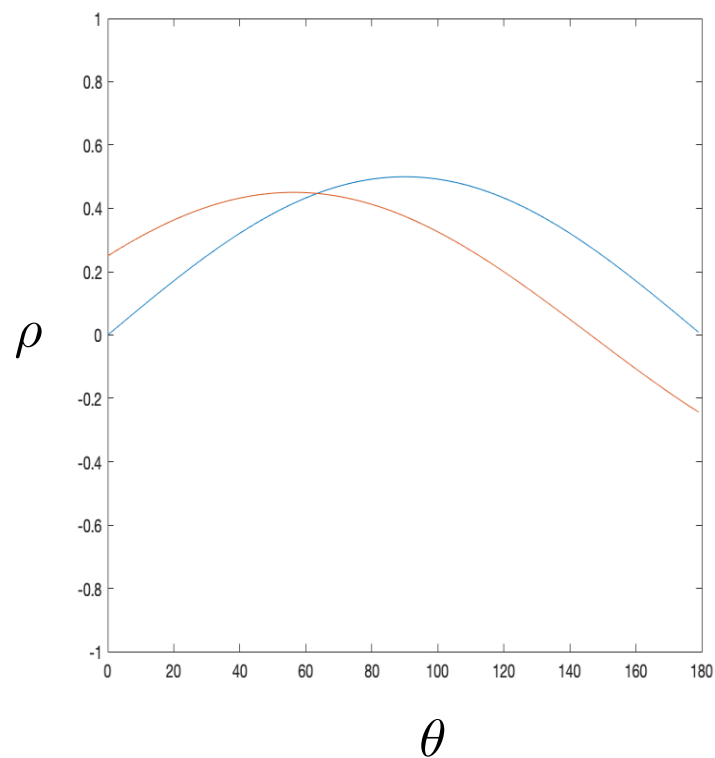
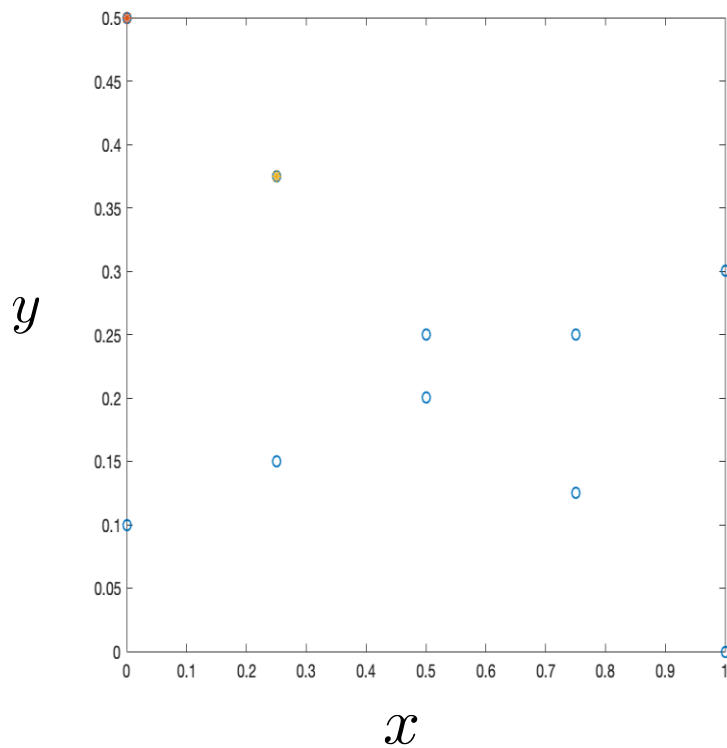


## Ejemplo: Puntos que pertenecen a dos líneas

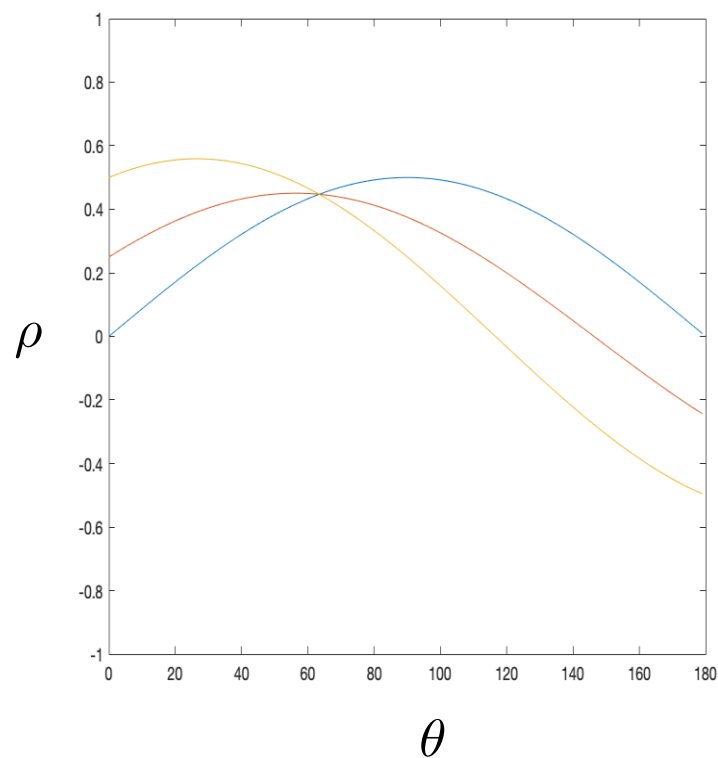
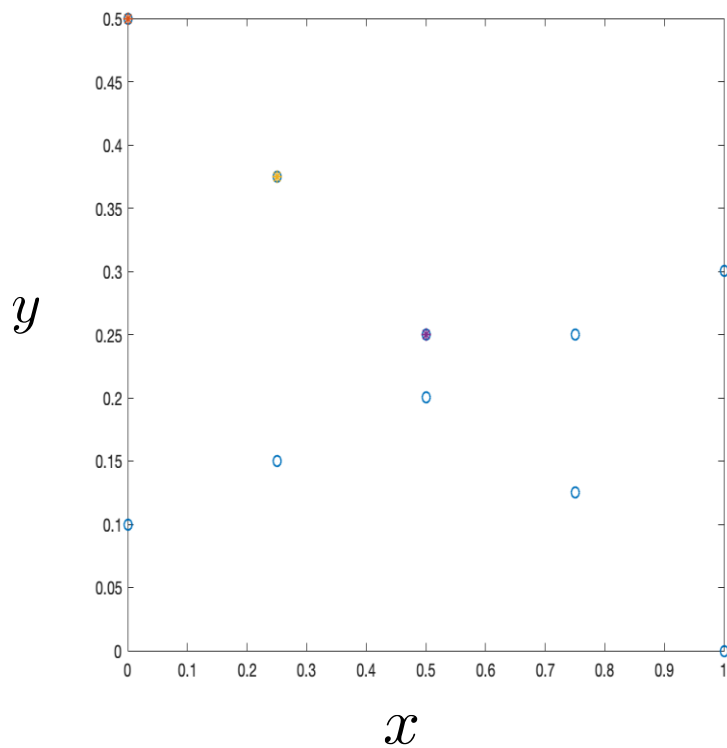




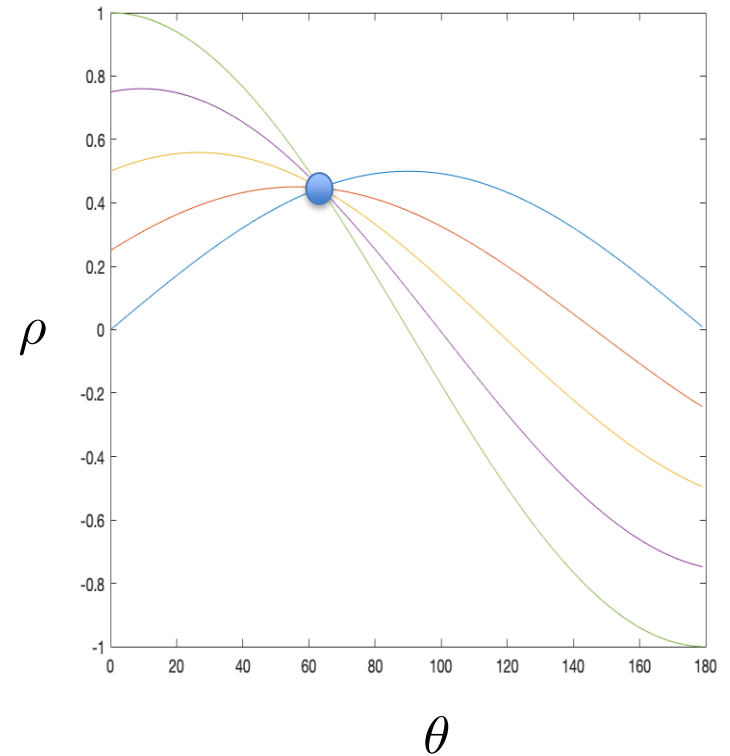
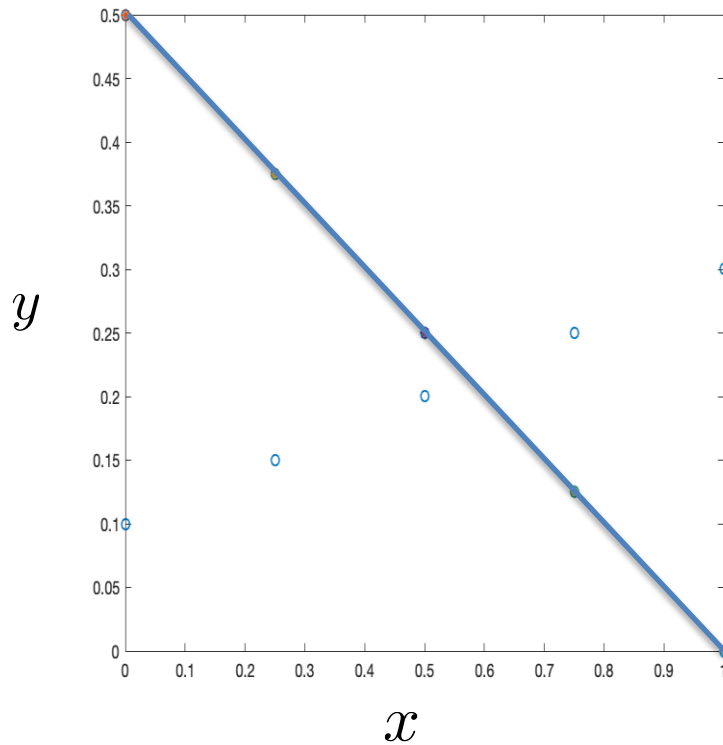
## Ejemplo: Puntos que pertenecen a dos líneas



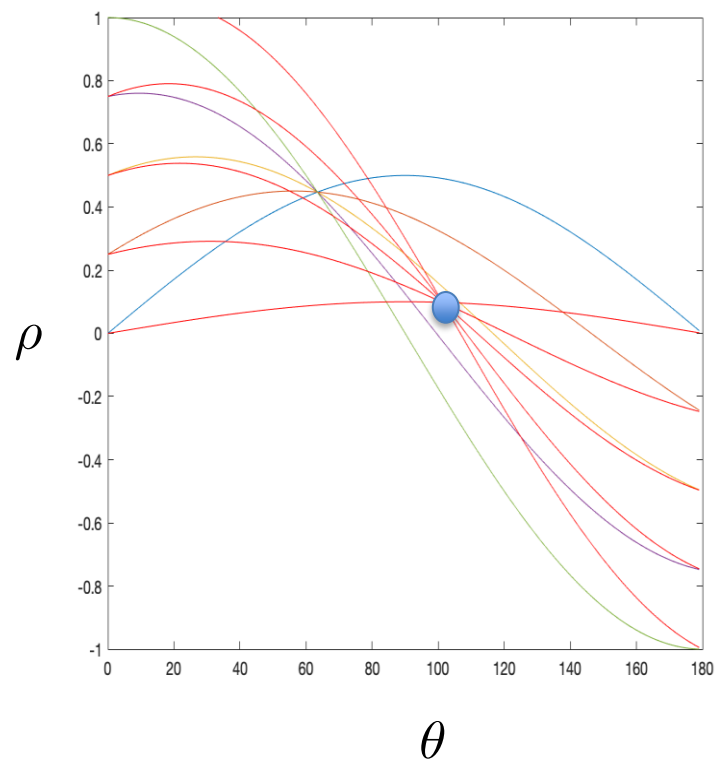
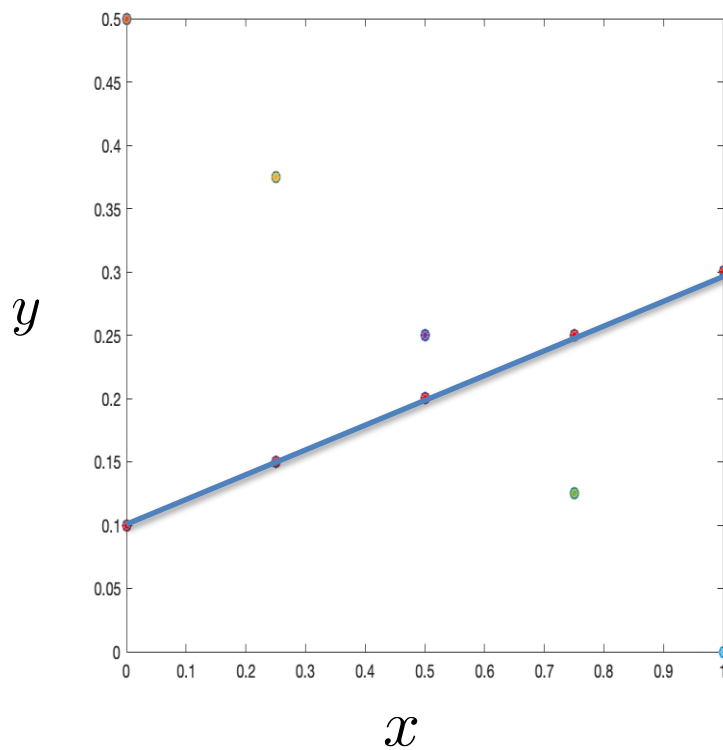
## Ejemplo: Puntos que pertenecen a dos líneas



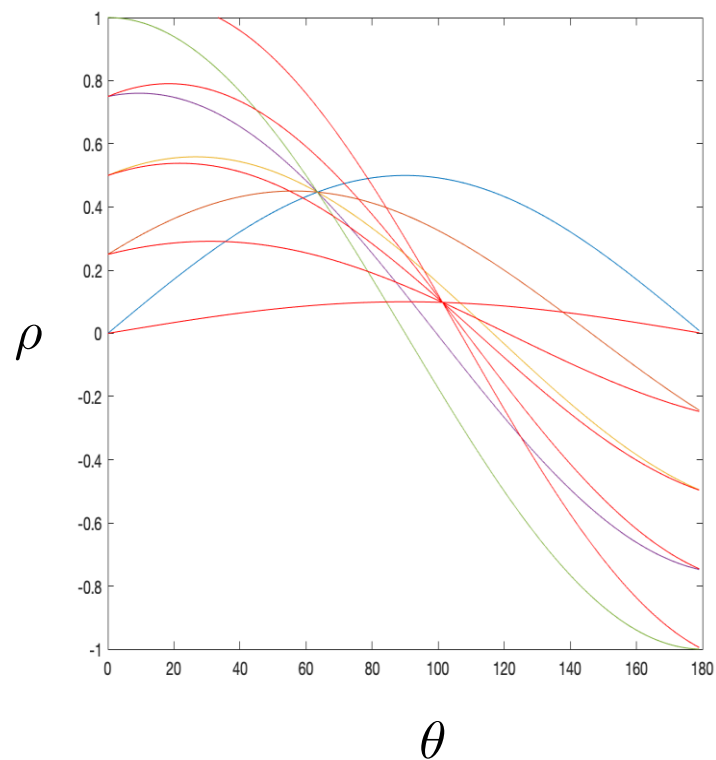
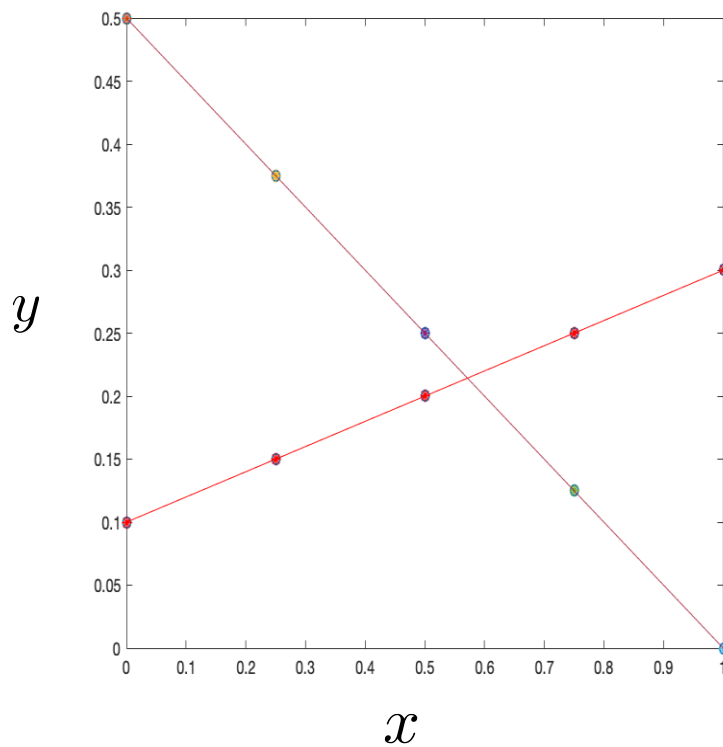
## Ejemplo: Puntos que pertenecen a dos líneas



## Ejemplo: Puntos que pertenecen a dos líneas



## Ejemplo: Puntos que pertenecen a dos líneas





# Algoritmo de detección de líneas rectas en imágenes

# Algoritmo de detección de líneas rectas en imágenes

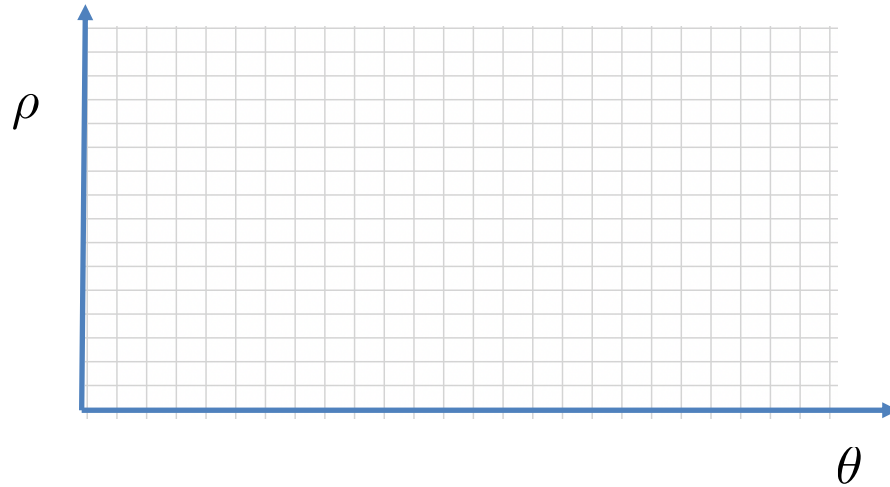
0. Leer imagen de entrada X



# Algoritmo de detección de líneas rectas en imágenes

0. Leer imagen de entrada X

1. Inicializar en cero H, el histograma 2D



# Algoritmo de detección de líneas rectas en imágenes

0. Leer imagen de entrada  $X$

1. Inicializar en cero  $H$ , el histograma 2D  $(\rho, \theta)$

2. Calcular  $E$ , la imagen binaria de los bordes de  $X$

# Algoritmo de detección de líneas rectas en imágenes

0. Leer imagen de entrada  $X$

1. Inicializar en cero  $H$ , el histograma 2D  $(\rho, \theta)$

2. Calcular  $E$ , la imagen binaria de los bordes de  $X$

3. Para cada pixel '1' en  $E$ , obtener las coordenadas  $(x, y)$

# Algoritmo de detección de líneas rectas en imágenes

0. Leer imagen de entrada  $X$

1. Inicializar en cero  $H$ , el histograma 2D  $(\rho, \theta)$

2. Calcular  $E$ , la imagen binaria de los bordes de  $X$

3. Para cada pixel '1' en  $E$ , obtener las coordenadas  $(x, y)$

4. Calcular la curva  $\rho = x \cos \theta + y \sin \theta$

# Algoritmo de detección de líneas rectas en imágenes

0. Leer imagen de entrada  $X$

1. Inicializar en cero  $H$ , el histograma 2D  $(\rho, \theta)$

2. Calcular  $E$ , la imagen binaria de los bordes de  $X$

3. Para cada pixel '1' en  $E$ , obtener las coordenadas  $(x, y)$

4. Calcular la curva  $\rho = x \cos \theta + y \sin \theta$

5. Discretizar la curva  $(\rho, \theta)$  y actualizar histograma  $H$  sumando +1 en las celdas por donde pasa la curva

# Algoritmo de detección de líneas rectas en imágenes

0. Leer imagen de entrada  $X$

1. Inicializar en cero  $H$ , el histograma 2D  $(\rho, \theta)$

2. Calcular  $E$ , la imagen binaria de los bordes de  $X$

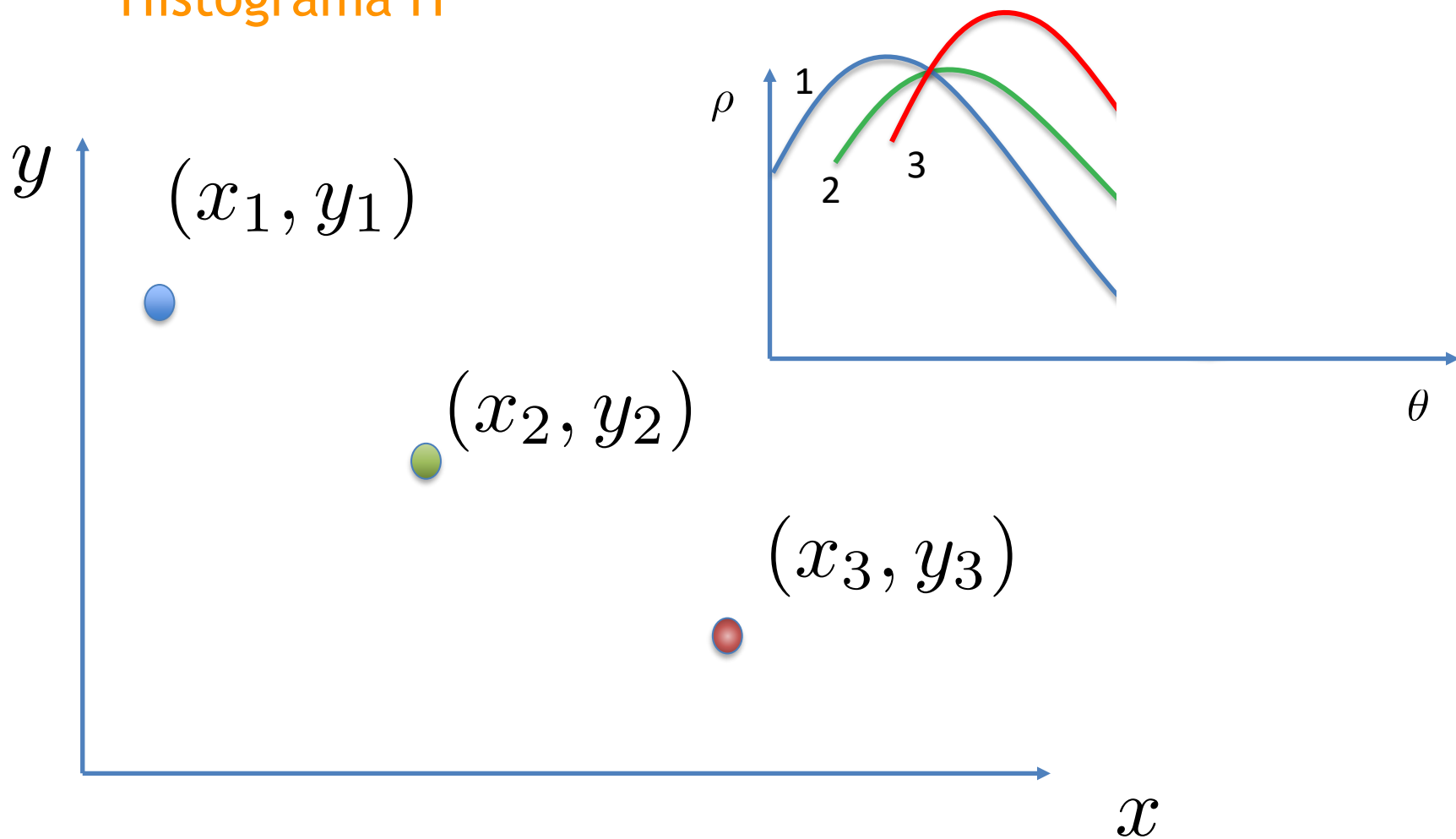
3. Para cada pixel '1' en  $E$ , obtener las coordenadas  $(x, y)$

4. Calcular la curva  $\rho = x \cos \theta + y \sin \theta$

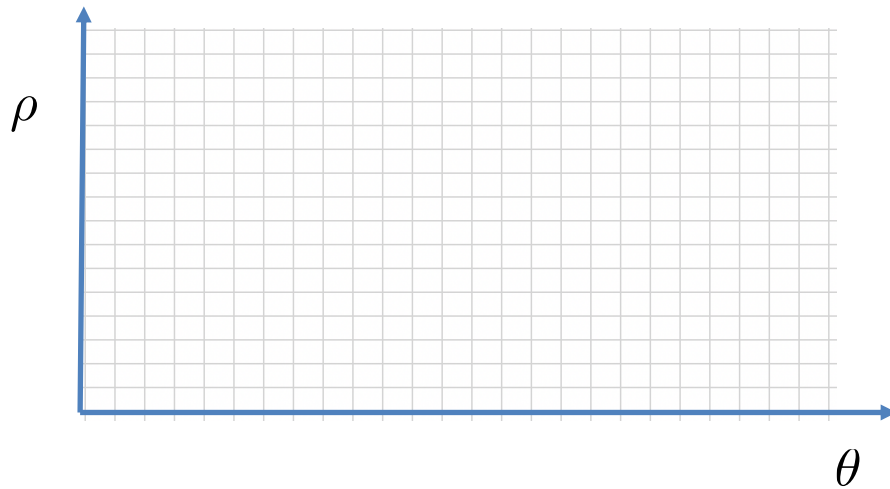
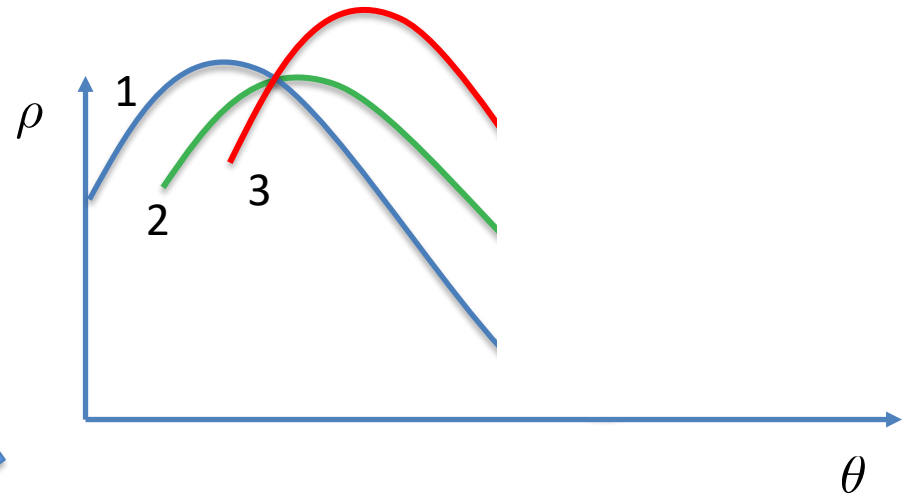
5. Discretizar la curva  $(\rho, \theta)$  y actualizar histograma  $H$  sumando +1 en las celdas por donde pasa la curva

6. Buscar en  $H$  los máximos: por cada máximo hay una recta detectada en  $X$

## Histograma H

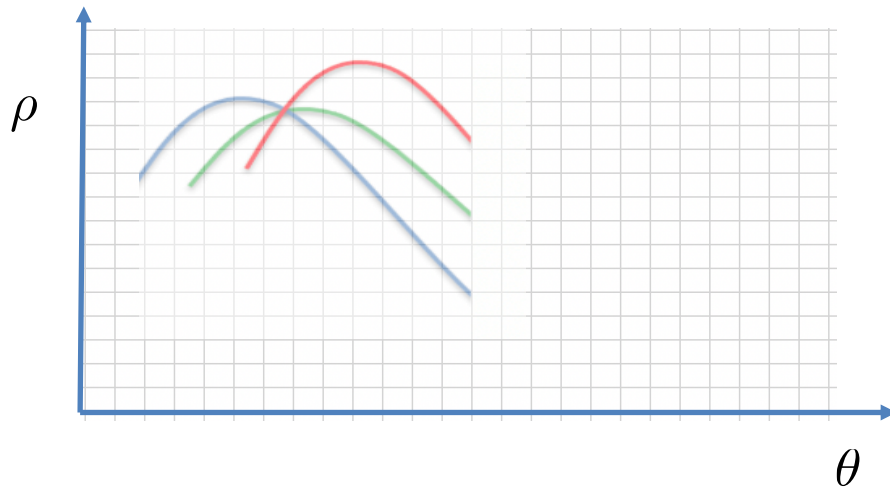
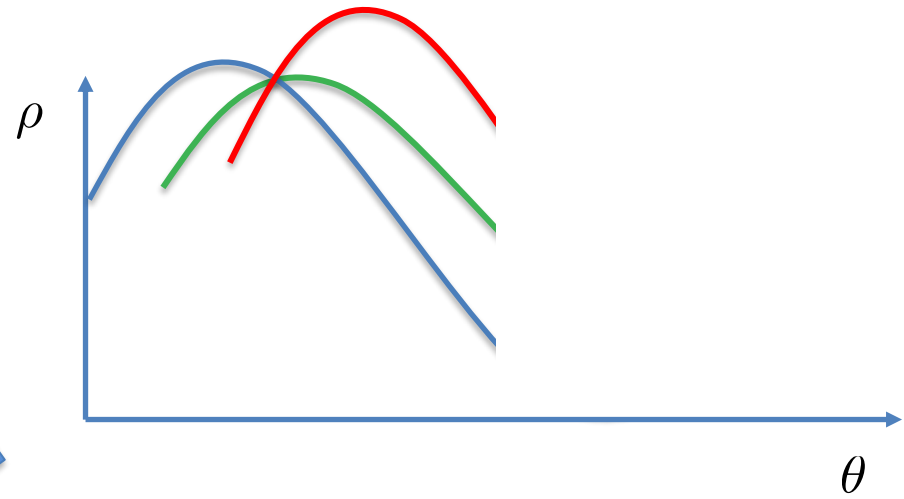


# Histograma H

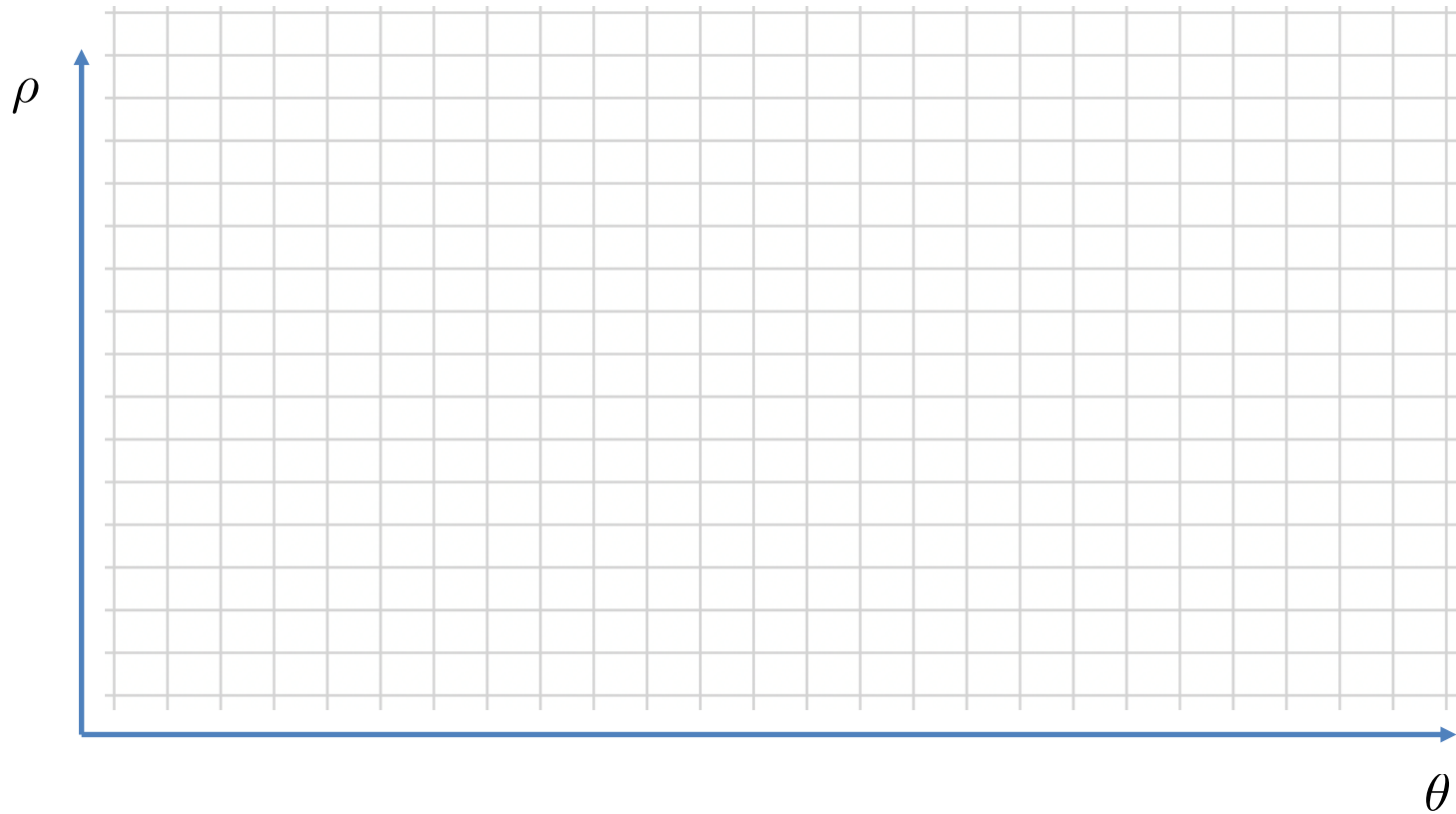




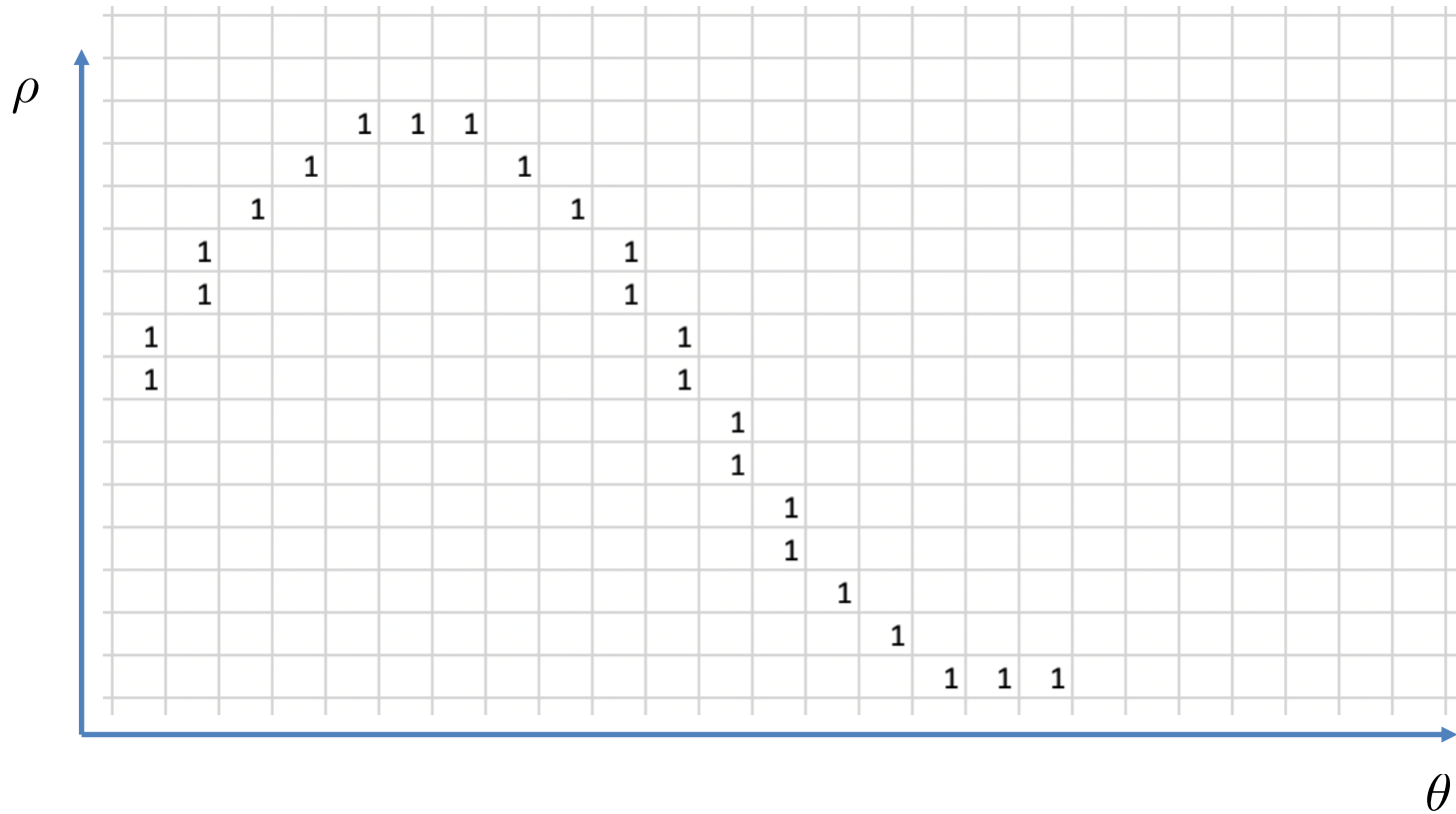
# Histograma H



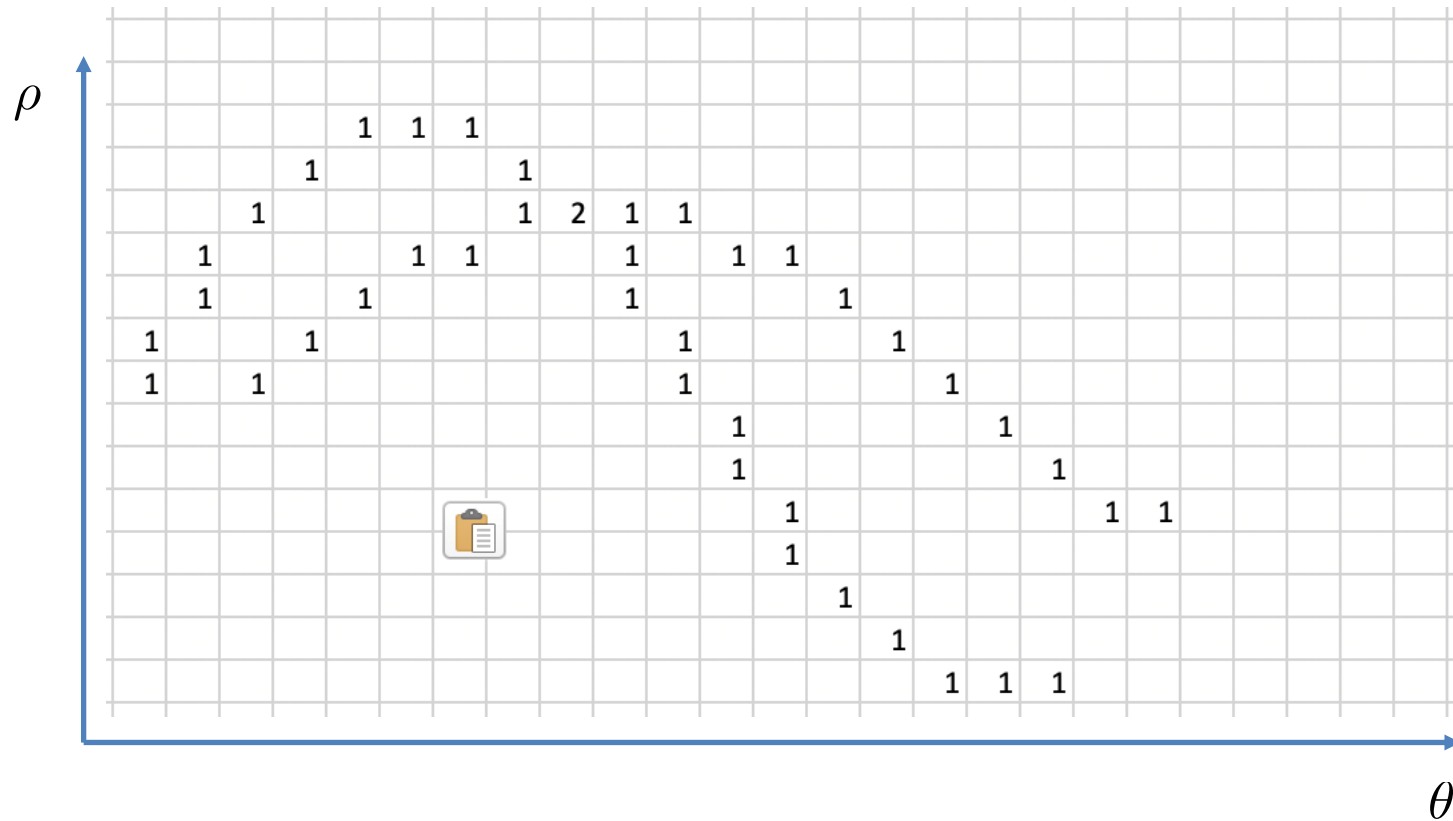
## Histograma H (inicialización)



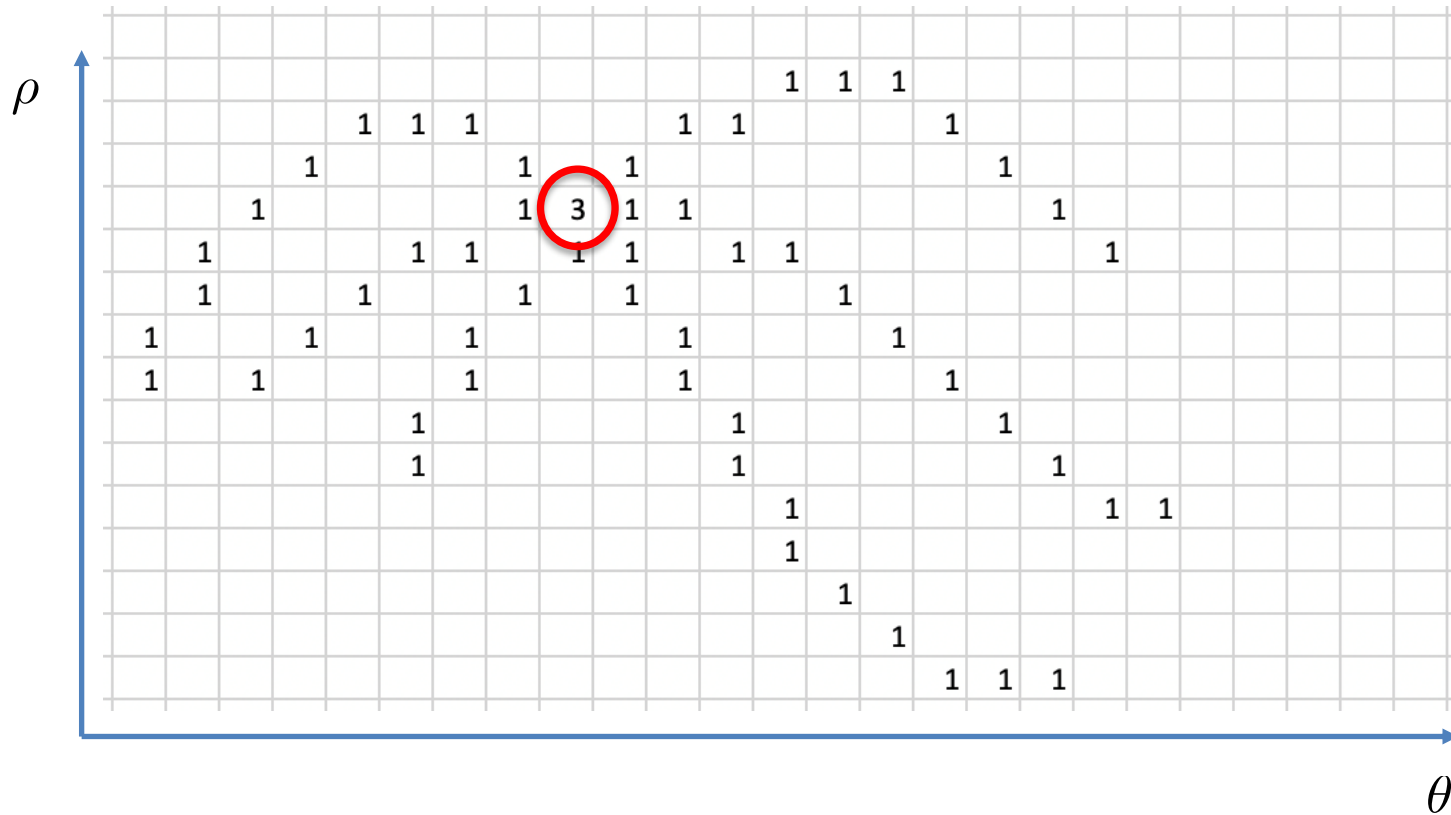
## Histograma H (después del pixel 1)



## Histograma H (después del pixel 2)

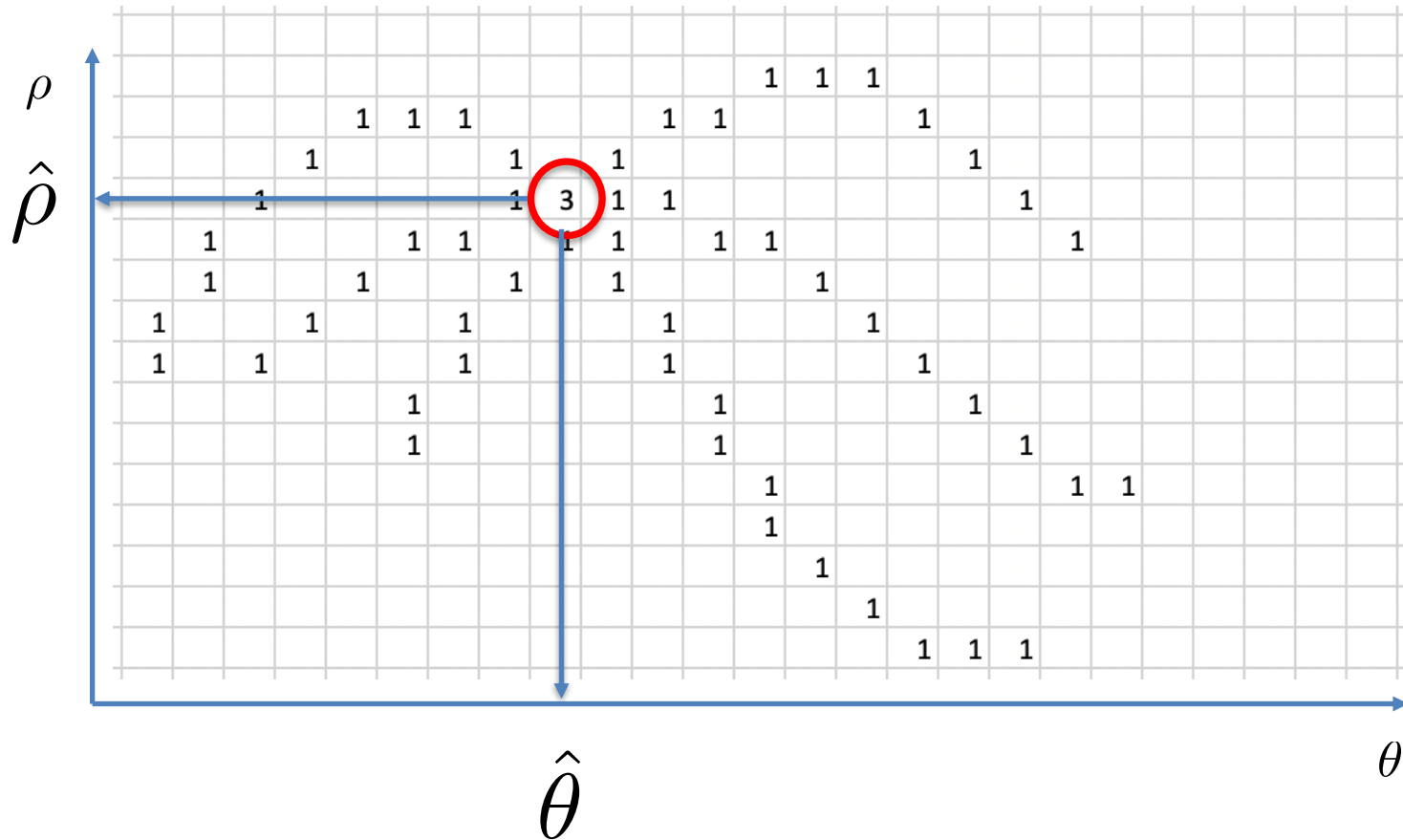


## Histograma H (después del pixel 3)

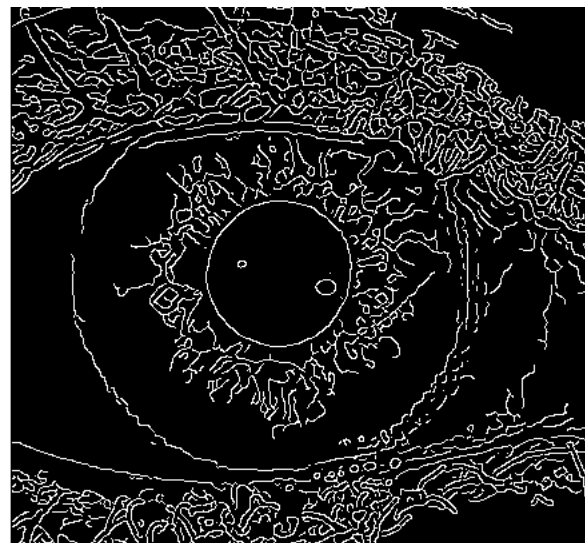
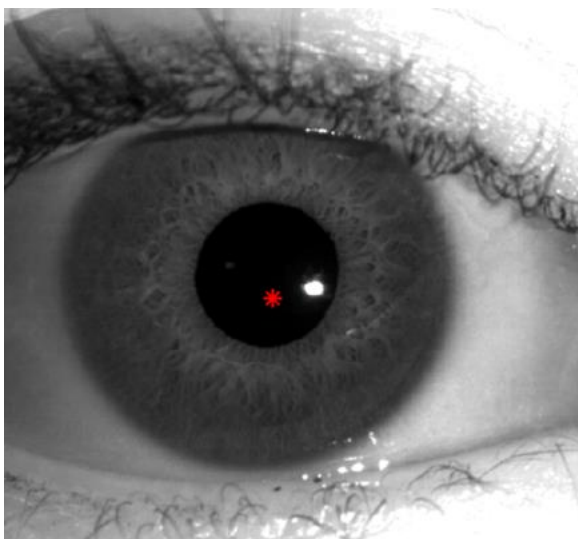


## Histograma H (después de Línea 3)

Máximo  En la imagen hay una recta en  $(\hat{\rho}, \hat{\theta})$



## Transformada Hough para Círculos



## Segmentación de Iris

