



Tratamiento de Señales

Version 2022-2

Segmentación por Umbralización Método de Otsu

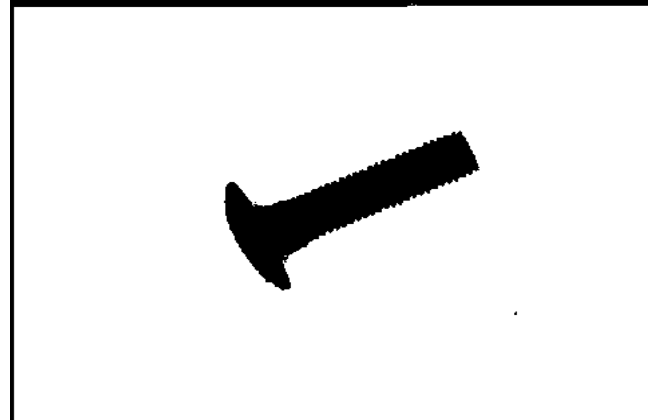
[Capítulo 8]

Dr. José Ramón Iglesias

DSP-ASIC BUILDER GROUP
Director Semillero TRIAC
Ingeniería Electronica
Universidad Popular del Cesar

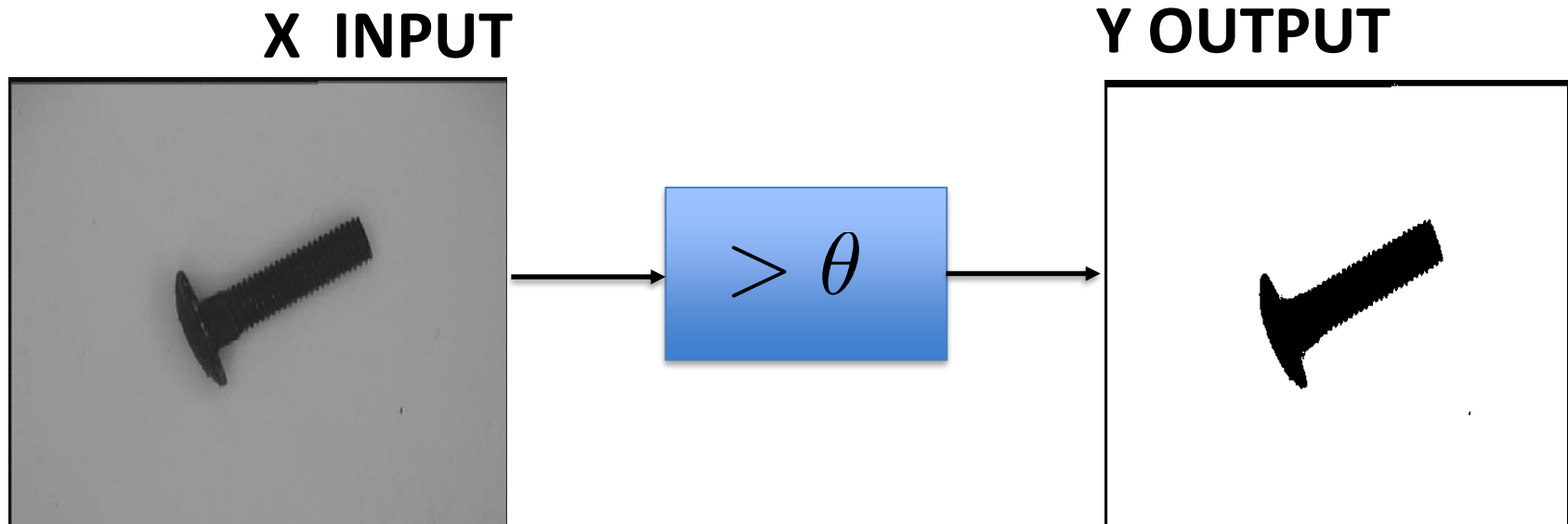
Introducción

- **Umbralización:** técnica de segmentación empleada cuando hay una clara diferencia entre los objetos a extraer y el fondo.



Segmentación por Umbral

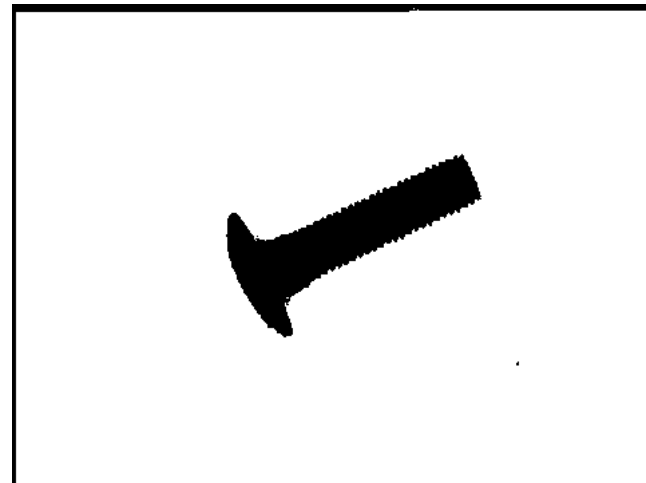
La imagen es segmentada a partir de un umbral: los tonos de gris mayores que un umbral pertenecen a la región segmentada, mientras que el resto pertenece al fondo.



Introducción

- Necesidad de definir un valor umbral T .

$$g(x, y) = \begin{cases} 1 \Leftrightarrow f(x, y) > T \\ 0 \Leftrightarrow f(x, y) \leq T \end{cases} \quad g(x, y) = \begin{cases} 1 \Leftrightarrow f(x, y) < T \\ 0 \Leftrightarrow f(x, y) \geq T \end{cases}$$

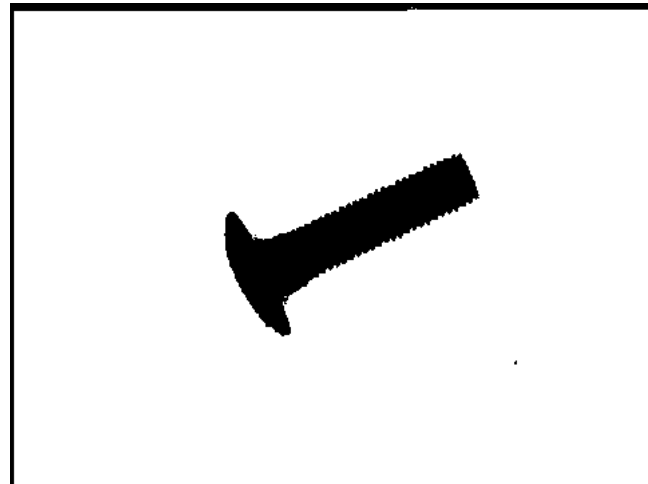


Introducción

- **Dependencia del valor umbral:**

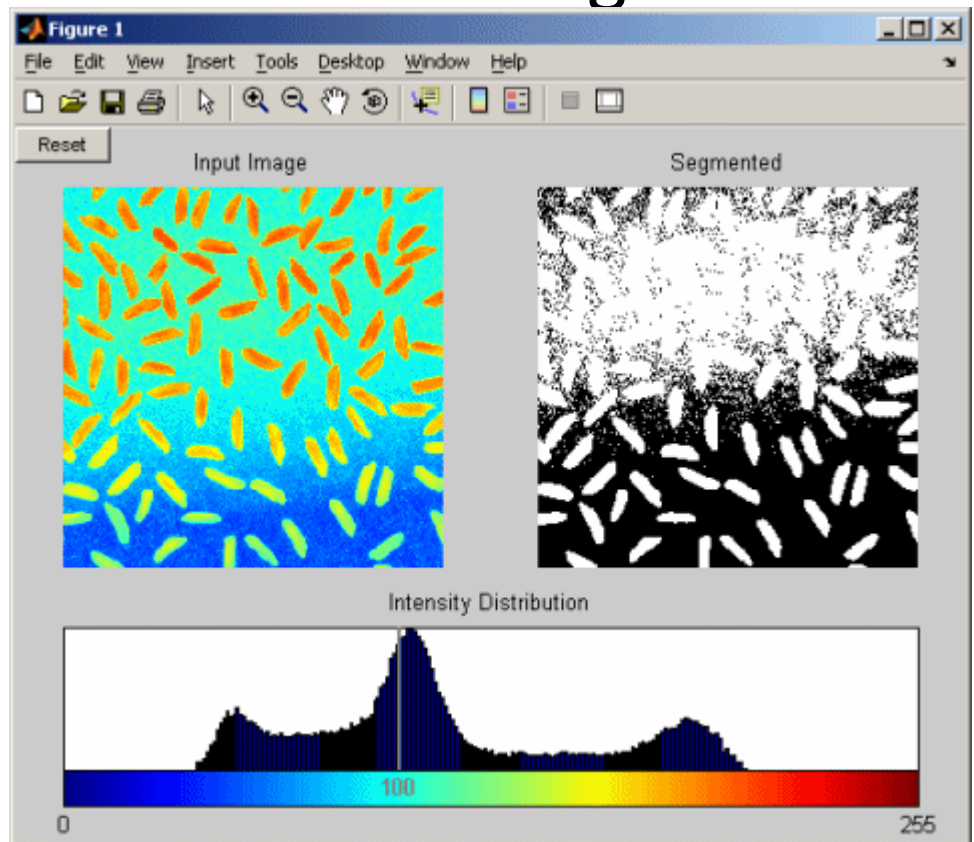
$$T = T(f(x, y), p(x, y), x, y)$$

– *Global, local o dinámico.*



Introducción

- La mayoría de las técnicas de umbralización se basan en estadísticas sobre el histograma unidimensional.
- Para localizar umbrales es posible también usar otro tipo de procedimientos.



Introducción

- **Procedimientos paramétricos:** la distribución de los niveles de gris de una clase de objeto lleva a encontrar los umbrales.
- **Procedimientos no paramétricos:** los umbrales se obtienen de forma óptima de acuerdo a algún criterio.

Método de Otsu

- **Ventajas:**

- Buena respuesta del método frente a la mayoría en situaciones del mundo real (imágenes ruidosas, con histogramas planos, mal iluminadas...).
- Automatismo: no precisa de supervisión humana, preprocesamiento de la imagen y otro tipo de información acerca de la misma.

- **Desventajas:**

- A medida que el número de clases en la imagen aumenta, el método necesita mucho más tiempo para seleccionar un umbral multinivel adecuado.

Método de Otsu

- **Descripción:**

- Partimos de una imagen en niveles de gris con N píxels y L posibles niveles diferentes.
- Probabilidad de ocurrencia del nivel de gris i en la imagen:

$$p_i = \frac{f_i}{N}$$

$f_i \rightarrow$ Frecuencia de repetición del nivel de gris i -ésimo con $i = 1, 2, \dots, L$.

Método de Otsu

Umbralización de 2 niveles

- **Descripción:**

- En el caso particular de umbralización en dos niveles (binarización), los píxels se dividen en dos clases \rightarrow **C1** y **C2**, con niveles de gris $[1,2,...,t]$ y $[t+1,t+2,...,L]$ respectivamente, donde las distribuciones de probabilidad de ambas clases son:

$$C_1 : \frac{p_1}{\omega_1(t)}, \dots, \frac{p_t}{\omega_1(t)}$$
$$C_2 : \frac{p_{t+1}}{\omega_2(t)}, \frac{p_{t+2}}{\omega_2(t)}, \dots, \frac{p_L}{\omega_2(t)}$$

$$\omega_1(t) = \sum_{i=1}^t p_i$$

$$\omega_2(t) = \sum_{i=t+1}^L p_i$$

Método de Otsu

Umbralización de 2 niveles

- **Descripción:**

- Las medias para cada una de las clases se definen como:

$$\mu_1 = \sum_{i=1}^t \frac{i \cdot p_i}{\omega_1(t)} \quad \mu_2 = \sum_{i=t+1}^L \frac{i \cdot p_i}{\omega_2(t)}$$

- La intensidad media total de la imagen se define, siendo fácil demostrar así mismo:

$$\omega_1 \cdot \mu_1 + \omega_2 \cdot \mu_2 = \mu_T$$

$$\omega_1 + \omega_2 = 1$$

Método de Otsu

Umbralización de 2 niveles

- **Descripción:**

- Haciendo uso de un análisis discriminante, Otsu definió la varianza entre clases de una imagen umbralizada como:

$$\sigma_B^2 = \omega_1 \cdot (\mu_1 - \mu_T)^2 + \omega_2 \cdot (\mu_2 - \mu_T)^2$$

- La idea es ahora encontrar el umbral, t , que maximice la varianza (Otsu demostró que este era el umbral óptimo):

$$t^* = \underset{t}{\text{Max}} \{ \sigma_B^2(t) \} \quad \text{Donde:} \quad 1 \leq t \leq L$$

Ejemplos

Método de Otsu

Umbralización de 2 niveles

- **Ejemplo:**

- Consideremos la siguiente imagen con los siguientes parámetros que la definen.



$L = 4 \rightarrow [0, 85, 171, 255]$

$f_1 = 10, f_2 = 20$

$f_3 = 30, f_4 = 40$

$N = 100 (10 \times 10)$

- A continuación se calcula la varianza entre clases de la imagen para todo valor de umbral posible (4 en nuestro caso).

Método de Otsu

Umbralización de 2 niveles

- **Ejemplo:**

– Por ejemplo, comenzamos para $t = 85$:



$$C_1 \leftrightarrow [0,85]$$

$$C_2 \leftrightarrow [171,255]$$

$$\omega_1(t = 2) = \sum_{i=1}^t p_i = \frac{1}{10} + \frac{1}{5} = \frac{3}{10}$$

$$\omega_2(t = 2) = \sum_{i=t+1}^L p_i = \frac{3}{10} + \frac{4}{10} = \frac{7}{10}$$

$$p_1 = \frac{f_1}{N} = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$$

$$p_2 = \frac{f_2}{N} = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$$

$$p_3 = \frac{f_3}{N} = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$$

$$p_4 = \frac{f_4}{N} = \frac{40}{100} = \frac{4}{10}$$

Método de Otsu

Umbralización de 2 niveles

- **Ejemplo:**

— Por ejemplo, comenzamos para $t = 85$:



$$C_1: \frac{p_1}{\omega_1(t=2)}, \frac{p_2}{\omega_1(t=2)} = \left\{ \frac{1}{3}, \frac{2}{3} \right\}$$

$$C_2: \frac{p_3}{\omega_2(t=2)}, \frac{p_4}{\omega_2(t=2)} = \left\{ \frac{3}{7}, \frac{4}{7} \right\}$$

$$\mu_1 = \sum_{i=1}^t \frac{ip_i}{\omega_1(t=2)} = \frac{1}{3} + 2 \times \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$$

$$\mu_2 = \sum_{i=t+1}^L \frac{ip_i}{\omega_2(t=2)} = 3 \times \frac{3}{7} + 4 \times \frac{4}{7} = \frac{25}{7}$$

Método de Otsu

Umbralización de 2 niveles

- **Ejemplo:**

- Por ejemplo, comenzamos para $t = 85$:



$$\mu_T = \omega_1(t = 2)\mu_1 + \omega_2(t = 2)\mu_2 = 3$$

$$\sigma_B^2 = \omega_1(t = 2)(\mu_1 - \mu_T)^2 + \omega_2(t = 2)(\mu_2 - \mu_T)^2 \approx 0.7619$$

- Resultando para el resto de umbrales:

$$\sigma_B^2(t = 1) = 0.4444$$

$$\sigma_B^2(t = 3) = 0.6667$$

Método de Otsu

Umbralización de 2 niveles

- **Ejemplo:**

- En consecuencia, el umbral óptimo según Otsu para este caso sería $t = 85$, resultando la imagen umbralizada con este valor (la mayor varianza entre clases se obtiene con dicho umbral):



Método de Otsu

Umbralización de M niveles

- Generalización:**

- En este caso, al existir M clases, existirán $M-1$ umbrales distintos, generalizando el caso particular anteriormente descrito. Por tanto, en este caso habremos de obtener el conjunto multinivel que maximice la varianza entre clases de la forma:

$$\{t_1^*, t_2^*, \dots, t_{M-1}^*\} = \underset{t_1, t_2, \dots, t_{M-1}}{\text{Max}} \{ \sigma_B^2(t_1, t_2, \dots, t_{M-1}) \}$$

$$1 \leq t_1 < \dots < t_{M-1} < L$$

Donde:

$$\omega_k = \sum_{i \in C_k} p_i \quad \mu_k = \sum_{i \in C_k} \frac{i \cdot p_i}{\omega_k}$$

$$\sigma_B^2 = \sum_{k=1}^M \omega_k \cdot (\mu_k - \mu_T)^2$$

Método de Otsu

Ejemplo

- **Ejemplo (2 niveles):**
 - Binarización mediante umbral subjetivo $t = 45$.



Método de Otsu

Ejemplo

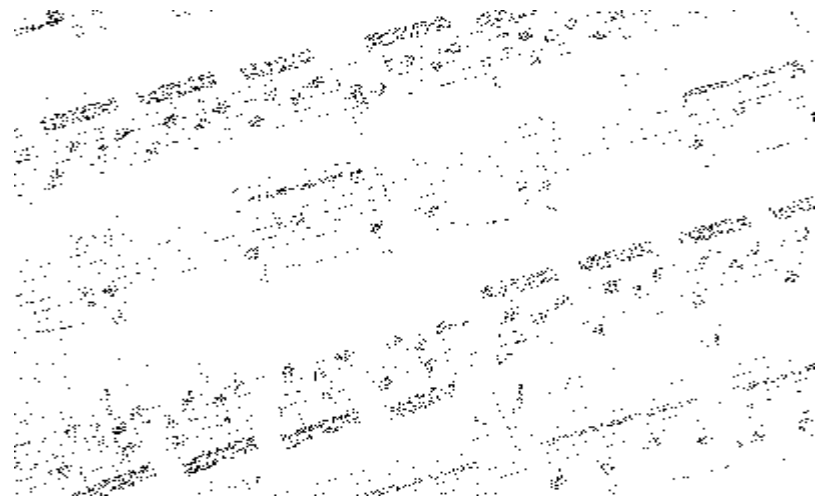
- **Ejemplo (2 niveles):**
 - Binarización mediante umbral óptimo según el método de Otsu de $t = 79$.



Método de Otsu

Ejemplo

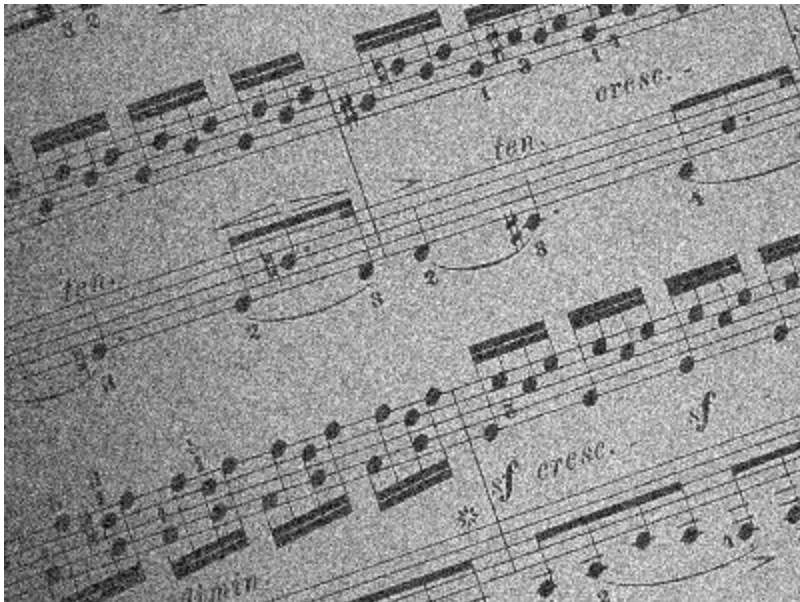
- **Ejemplo (2 niveles):**
 - Repetimos la binarización con el mismo umbral subjetivo habiendo añadido ruido blanco gaussiano a la imagen original con una densidad de 0.2:



Método de Otsu

Ejemplo

- **Ejemplo (2 niveles):**
 - Ahora el umbral óptimo de Otsu para la imagen con ruido blanco gaussiano es de $t = 133$:



Bibliografía relacionada

- **Nobuyuki Otsu, “A threshold selection method from gray-level histogram”, *IEEE Transactions on System Man Cybernetics*, Vol. SMC-9, No. 1, 1979.**
- ***Digital Image Processing Second Edition*, Rafael C. González – Richard E. Woods, capítulo 10.**