



Tratamiento de Señales

Version 2022-I

Análisis de Frecuencias y Fourier en 1D

[Capítulo 4]

Dr. José Ramón Iglesias

DSP-ASIC BUILDER GROUP

Director Semillero TRIAC

Ingeniería Electronica

Universidad Popular del Cesar

Joseph Fourier



https://es.wikipedia.org/wiki/Joseph_Fourier

Nacimiento 21 de marzo de 1768
Auxerre, Francia

Fallecimiento 16 de mayo de 1830
(62 años)
París, Francia

El procesamiento en el dominio de la frecuencia se basa en la Transformada de Fourier, que “traduce” las señales del dominio original al dominio de la frecuencia.

Esto es análogo a hablar dos idiomas.

Ejemplo: Partes de un Computador

Hardware

hardware. Voz inglesa que se usa, en informática, para designar el conjunto de los componentes que integran la parte material de una computadora u ordenador. Puede sustituirse por expresiones españolas como *equipo (informático)*, *componentes* o, en contextos muy especializados, *soporte físico* (en oposición al *soporte lógico*, que son los programas): «Si su ordenador es un 486 o inferior [...], es mejor cambiar entero el equipo» (Mundo [Esp.] 29.6.97).

Software

software. Voz inglesa que se usa, en informática, con el sentido de 'conjunto de programas, instrucciones y reglas para ejecutar ciertas tareas en una computadora u ordenador'. Puede sustituirse por expresiones españolas como *programas (informáticos)* o *aplicaciones (informáticas)*, o bien, en contextos muy especializados, por *soporte lógico* (en oposición al *soporte físico*; → [hardware](#)): «La Ley de Protección Jurídica de Programas de Ordenador [...] contrarrestará la piratería de programas informáticos» (Vanguardia [Esp.] 14.1.94); «El equipo mínimo aconsejable para poder ejecutar aplicaciones multimedia» (Bustos Multimedia [Esp. 1996]).

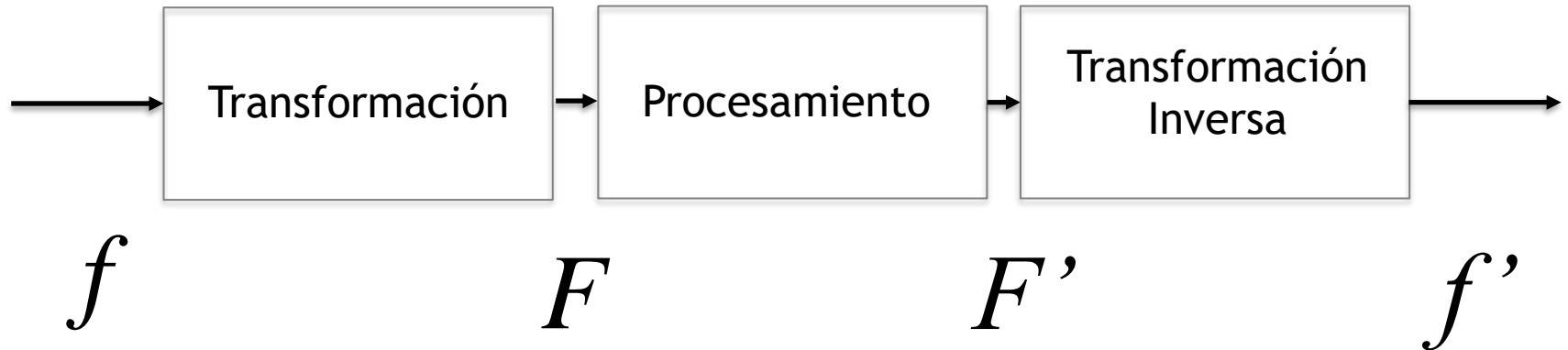
Transformada de Fourier

$$f \quad \longleftrightarrow \quad F$$

Función en el
dominio
original

Función en el
dominio
de la frecuencia

Procesamiento en el Dominio de la Frecuencia



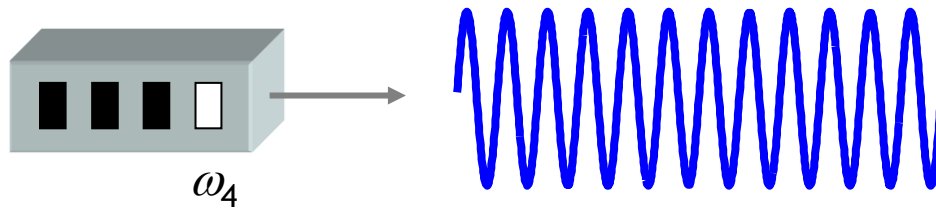
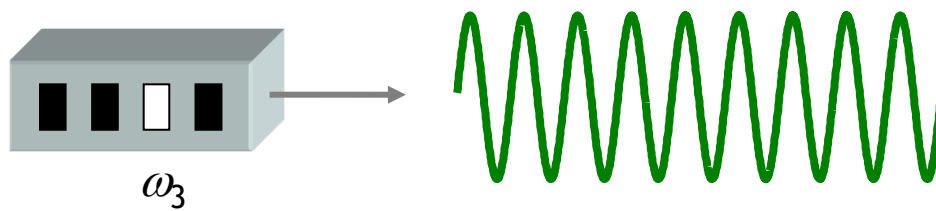
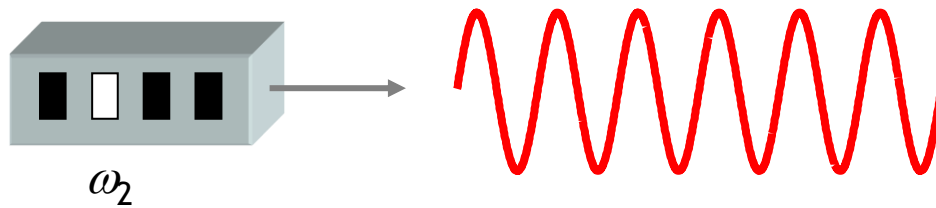
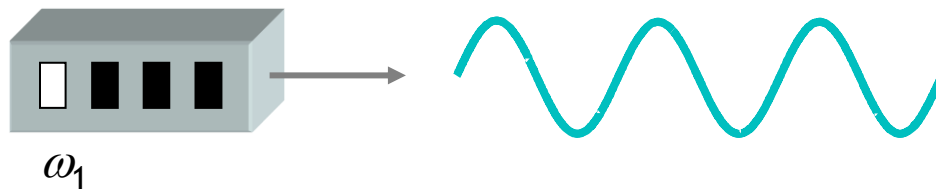
Función en el
dominio
original

Función en el
dominio
de la frecuencia

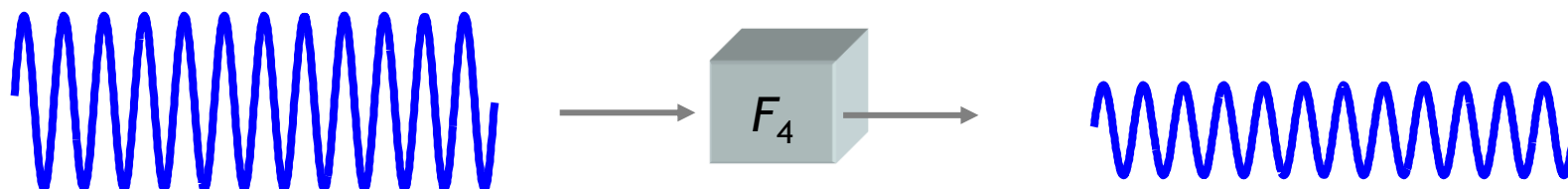
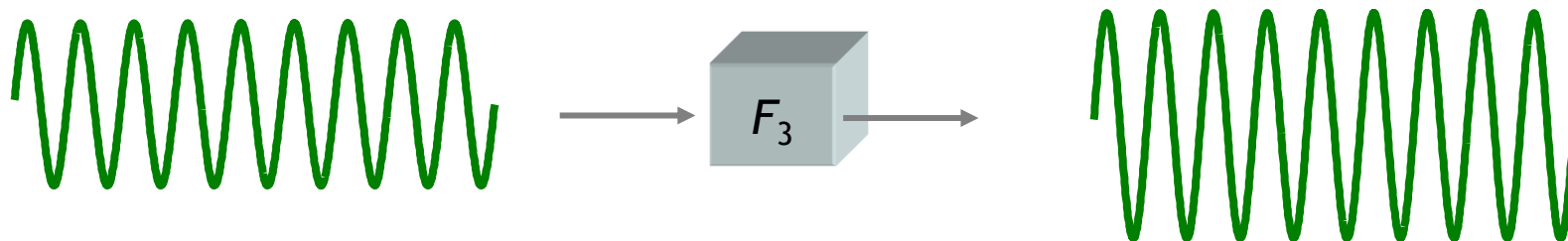
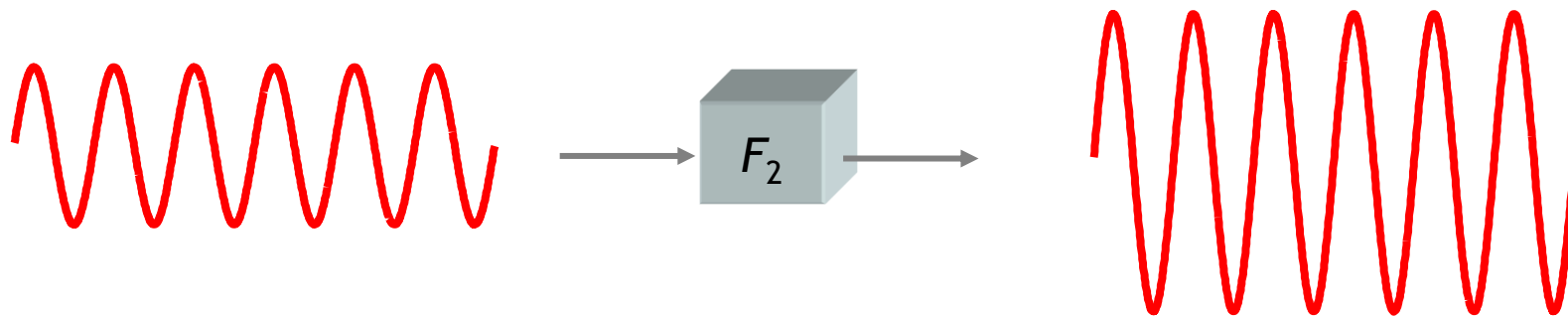
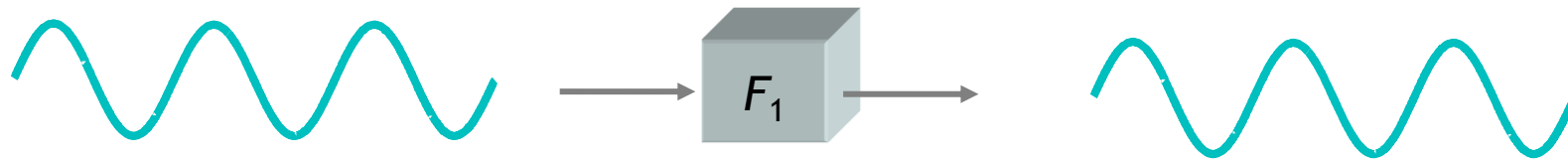
Función **procesada**
en el dominio
de la frecuencia

Función **procesada**
en el dominio
original

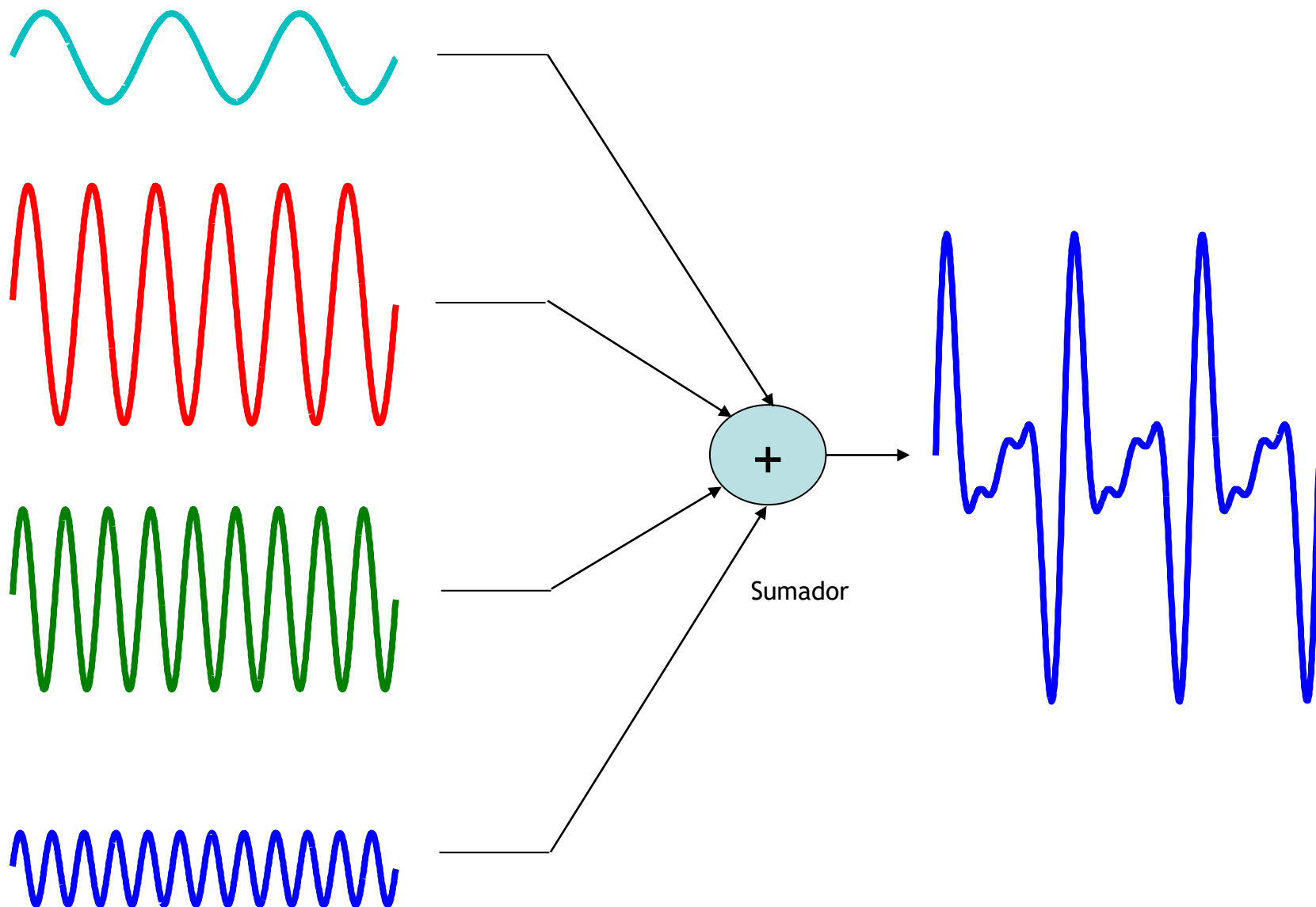
Explicación Simple de la Transformada de Fourier

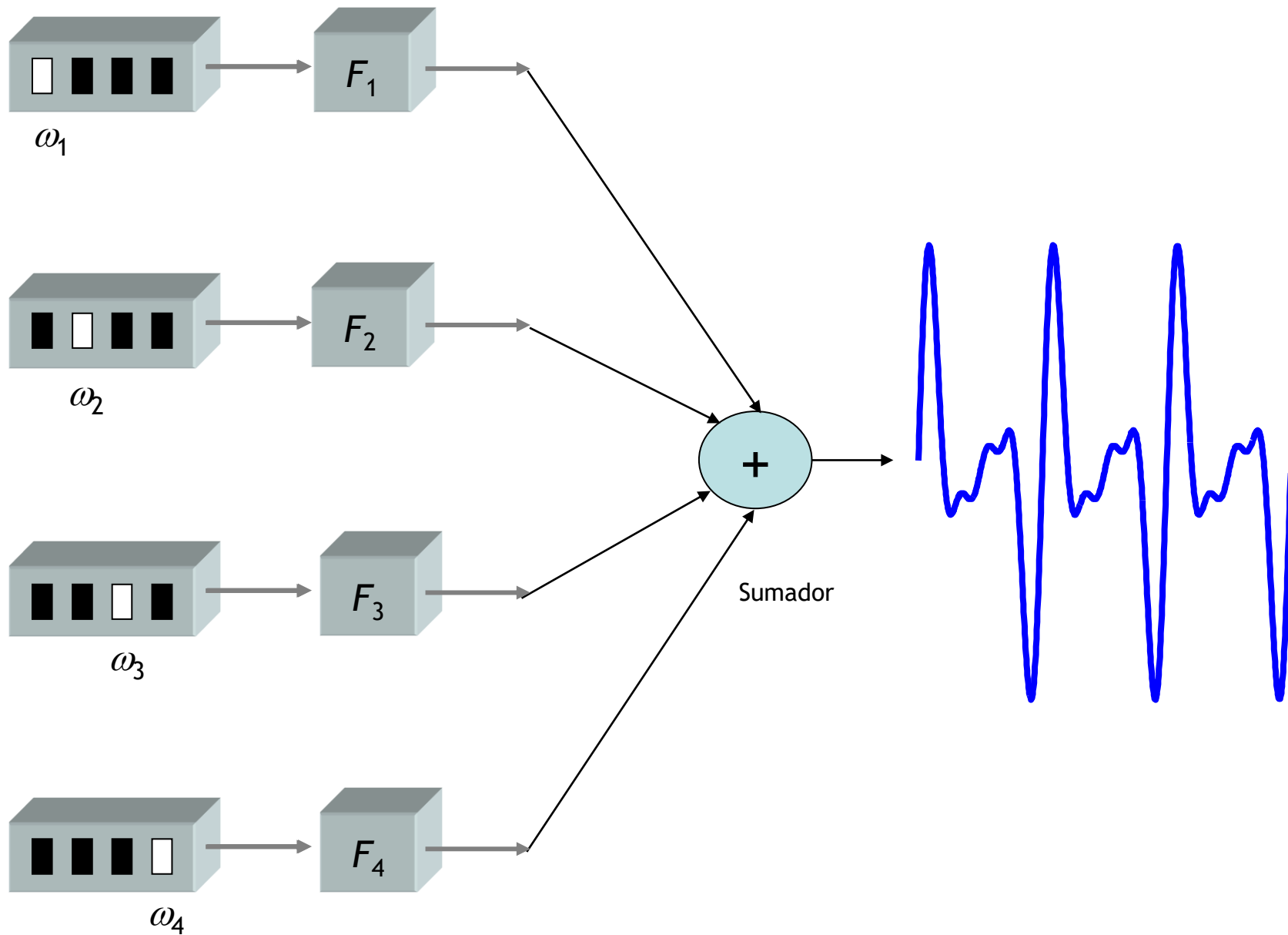


Osciladores sinusoidales



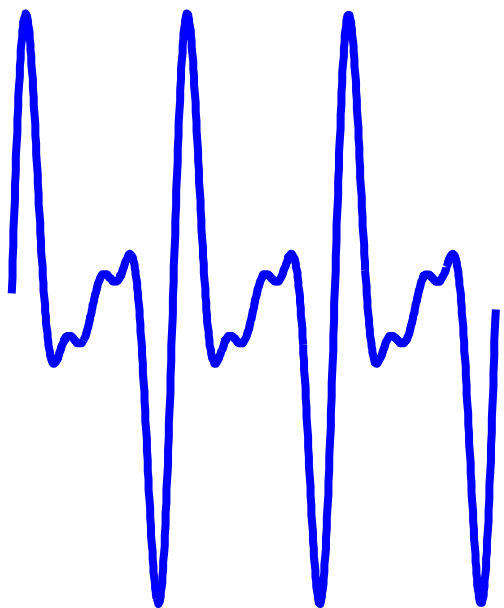
Amplificadores





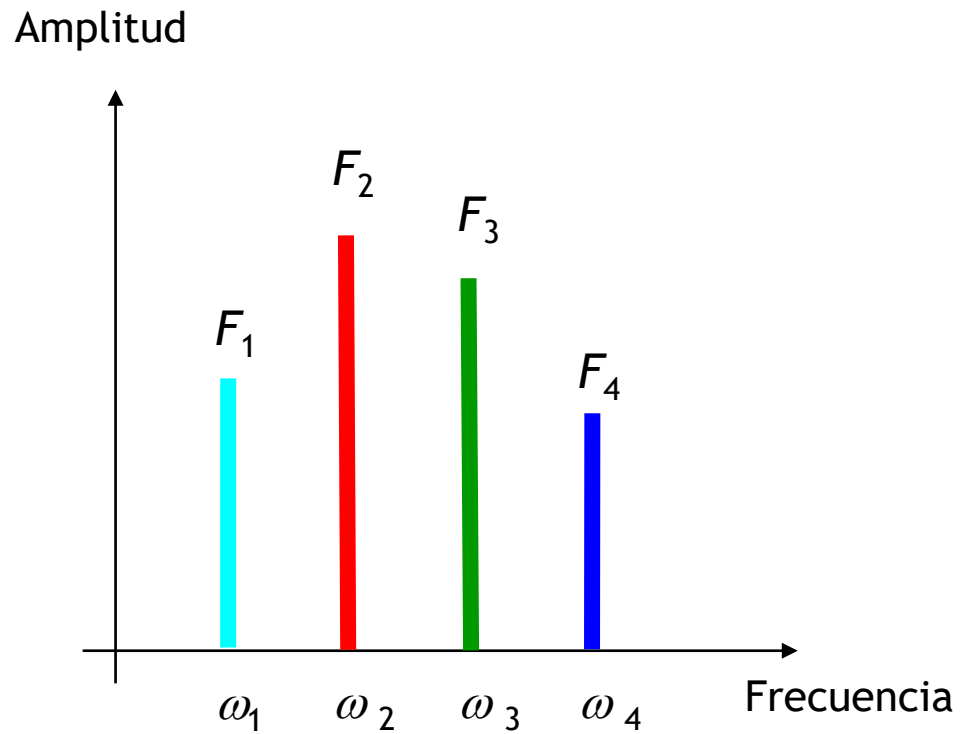
Osciladores sinusoidales

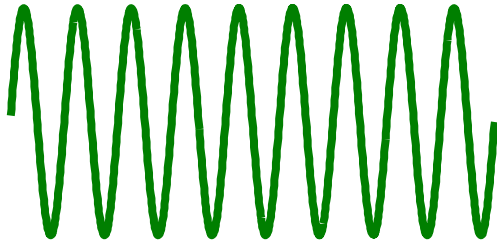
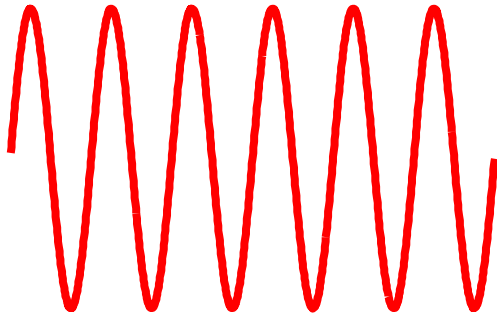
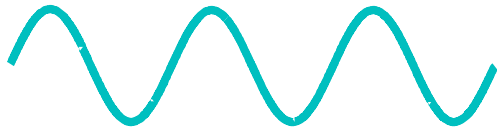
Amplificadores



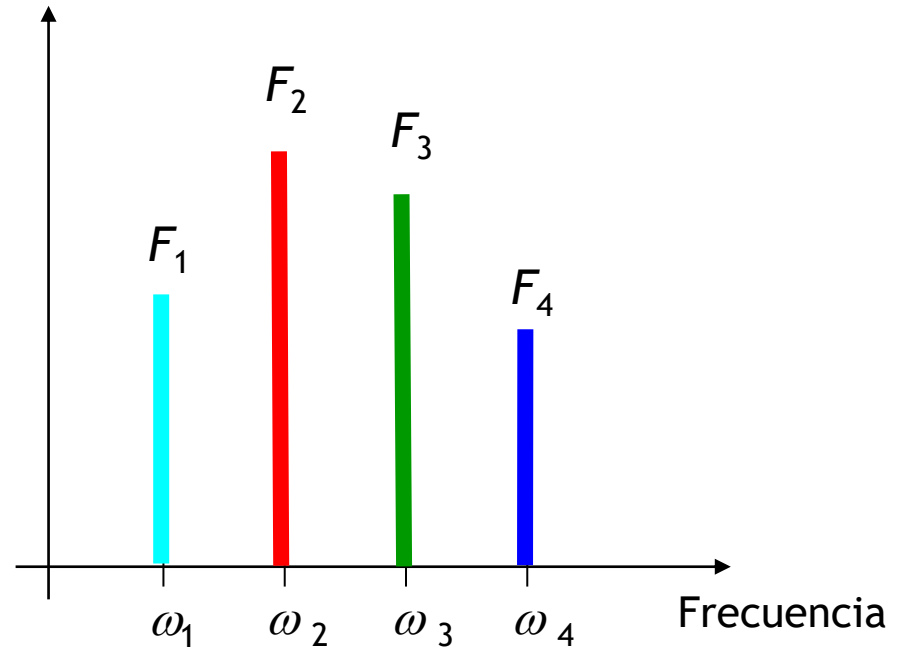
Frecuencia	Amplitud
ω_1	F_1
ω_2	F_2
ω_3	F_3
ω_4	F_4

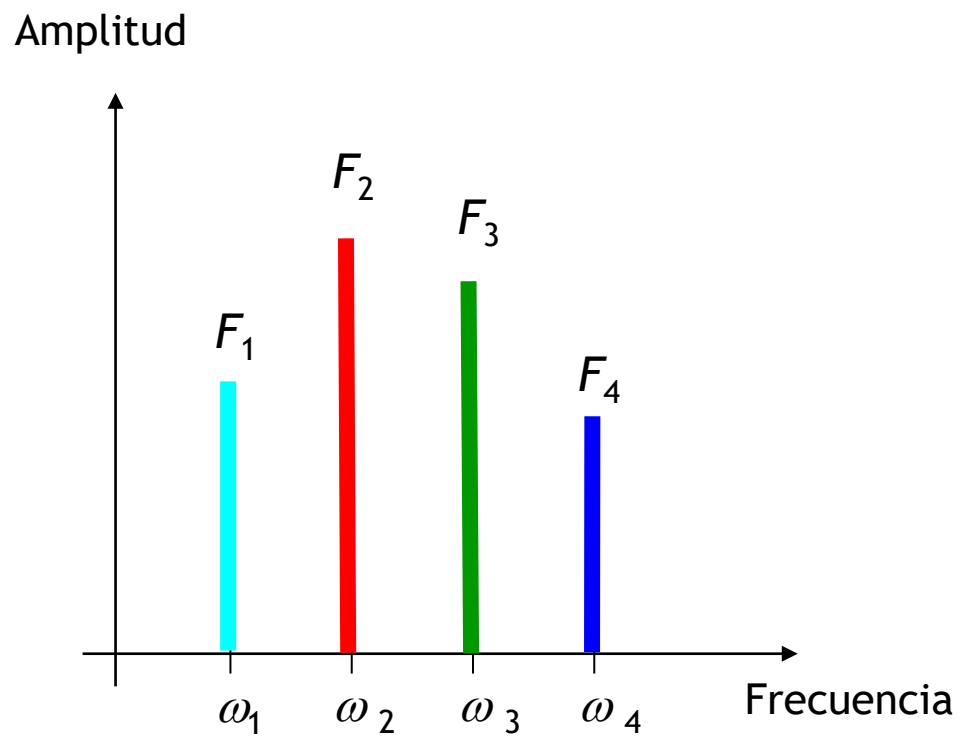
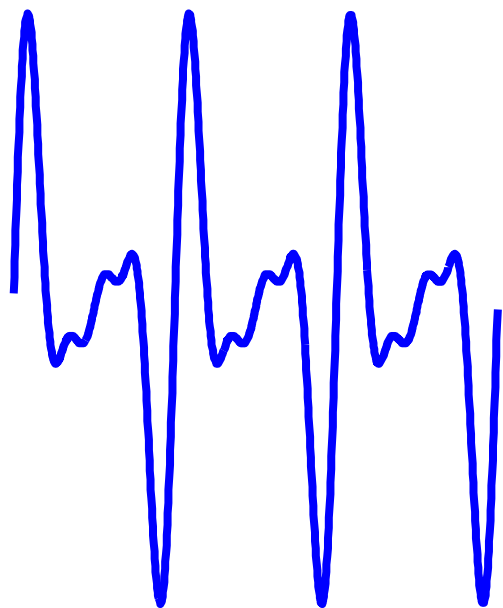
Frecuencia	Amplitud
ω_1	F_1
ω_2	F_2
ω_3	F_3
ω_4	F_4

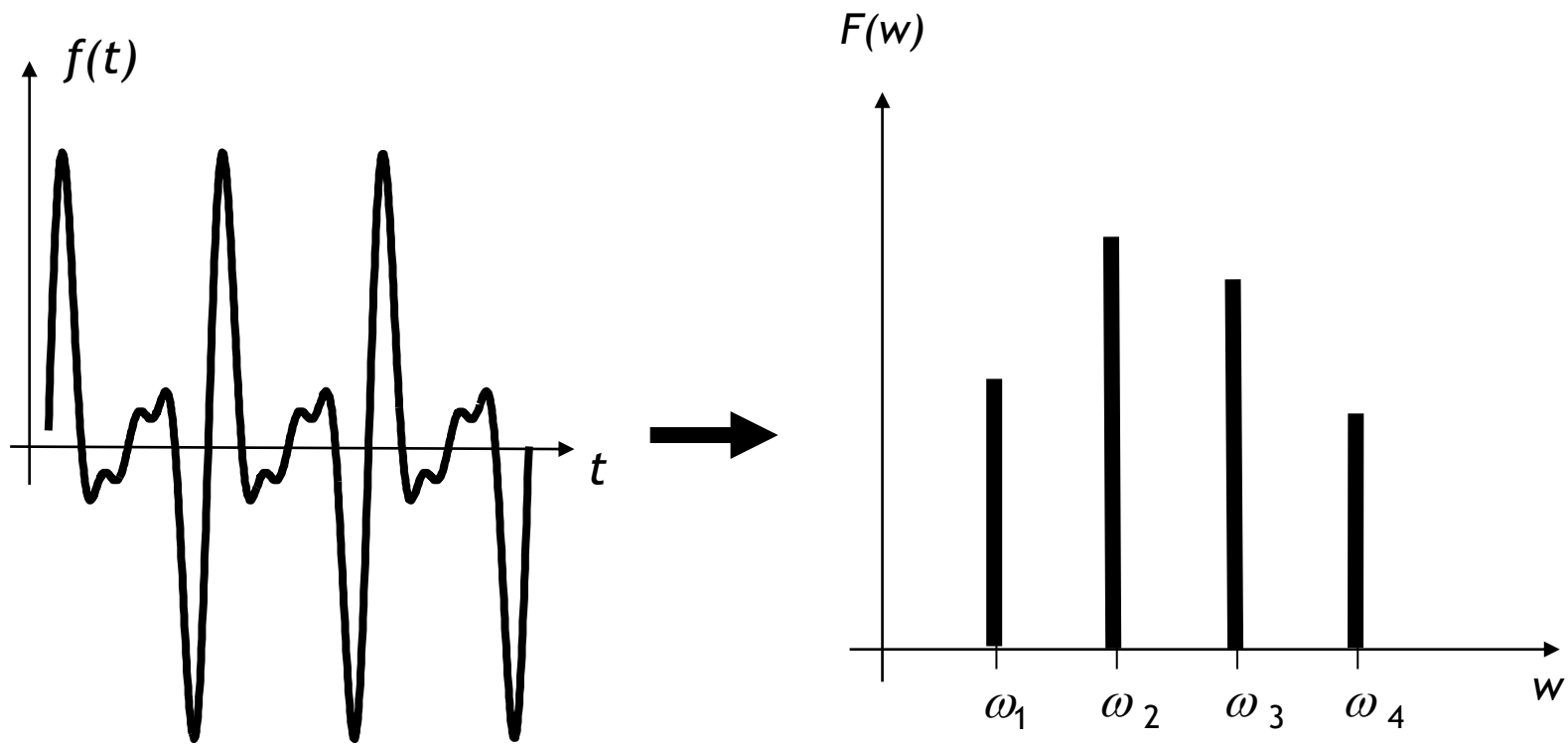




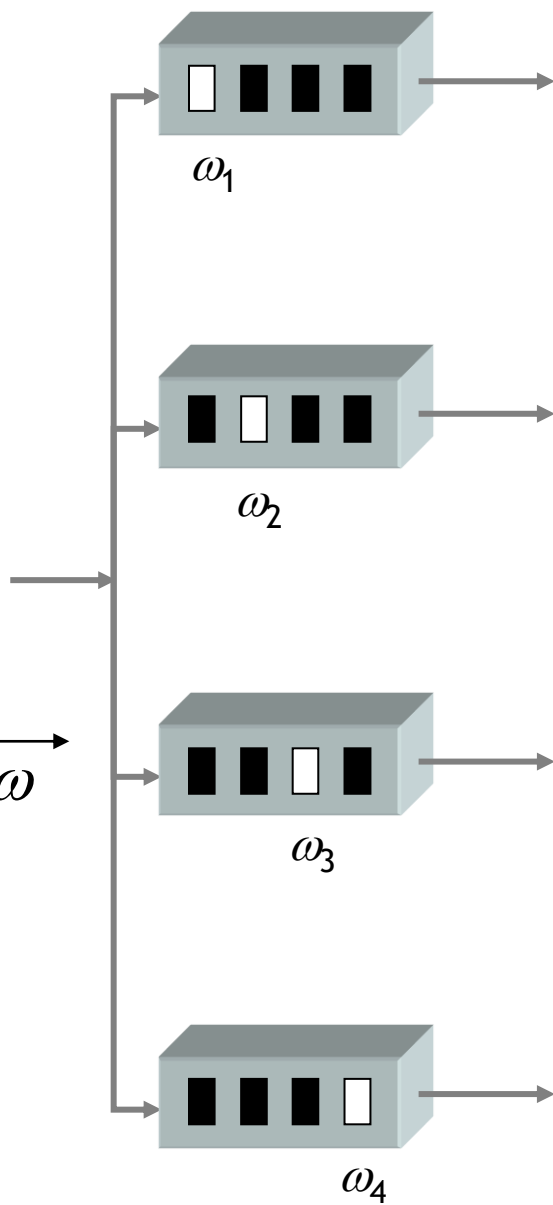
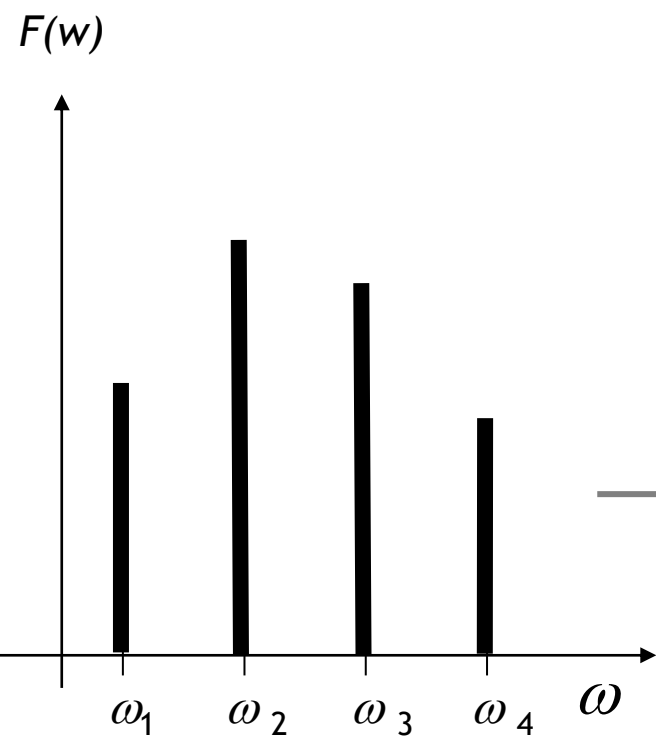
Amplitud



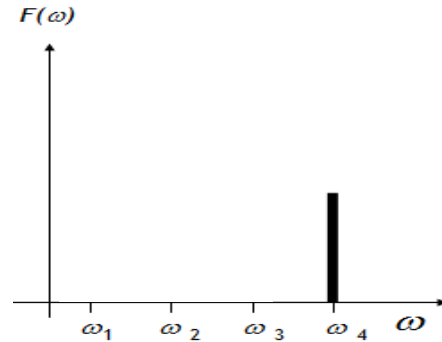
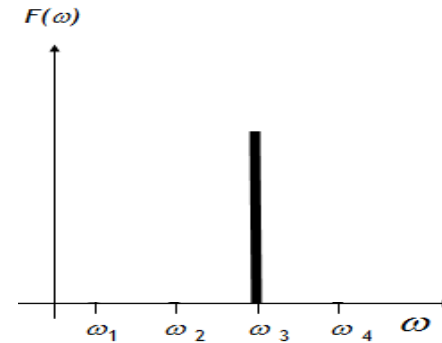
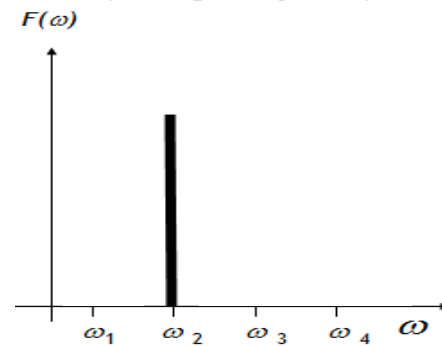
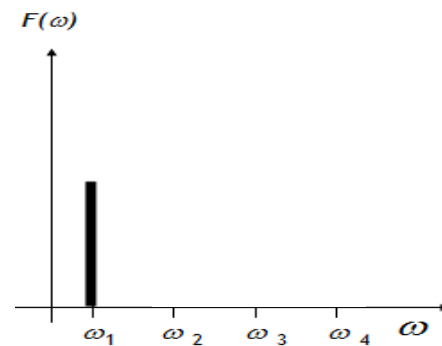


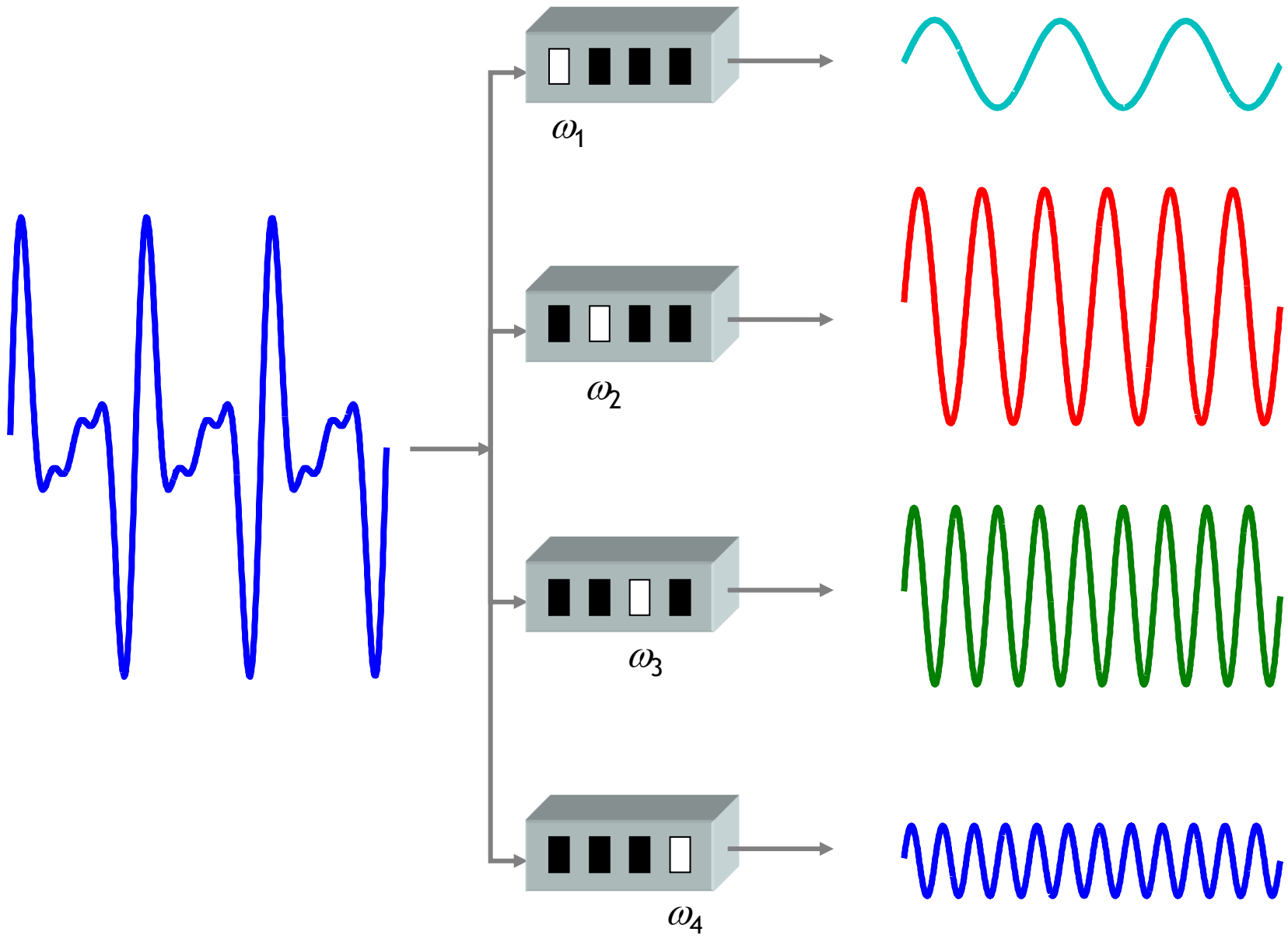


$f(t)$ ● — ○ $F(w)$



Filtros pasa banda





Filtros pasa banda

Matemática de la Transformada de Fourier

Transformada de Fourier

CONCEPTOS BÁSICOS

$$f(t) \longleftrightarrow F(\omega)$$

Función en el
dominio
del tiempo

Función en el
dominio
de la frecuencia

Transformada de Fourier

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-j2\pi\omega t} dt$$



$$f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega) e^{+j2\pi\omega t} dt$$

$$j = \sqrt{-1}$$

Transformada de Fourier

CONCEPTOS BÁSICOS

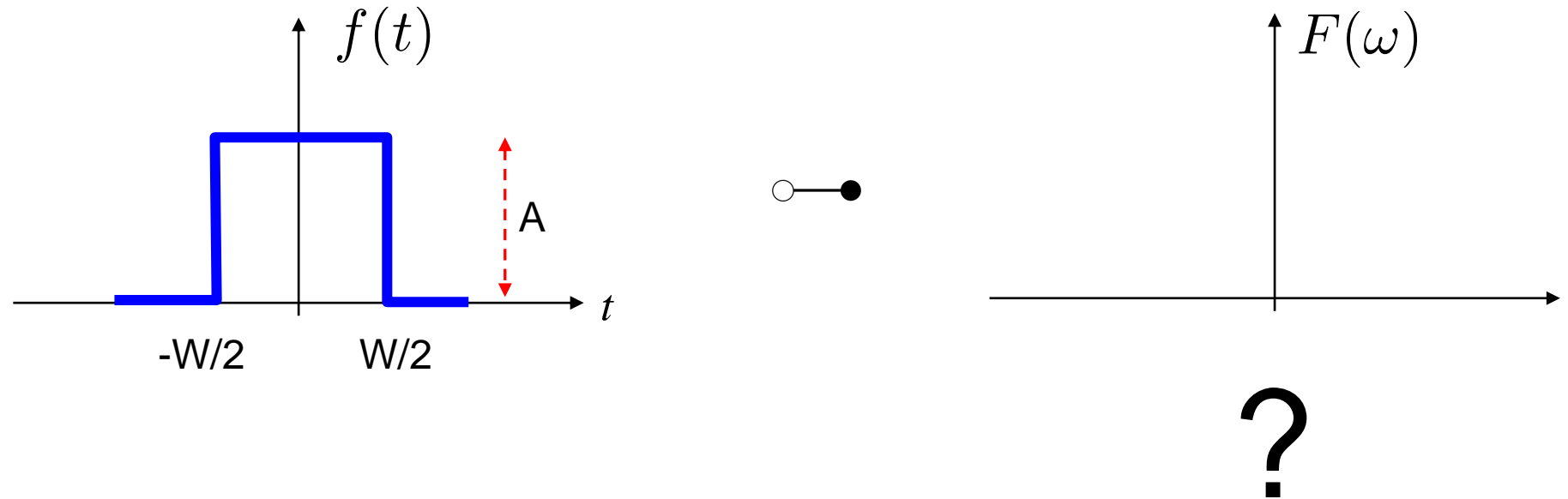
$$e^{\pm j2\pi\omega t} = \cos(2\pi\omega t) \pm j \sin(2\pi\omega t)$$

$$\cos(\theta) = \frac{e^{+j\theta} + e^{-j\theta}}{2} \quad \sin(\theta) = \frac{e^{+j\theta} - e^{-j\theta}}{2j}$$

Ejemplo de la Transformada de Fourier

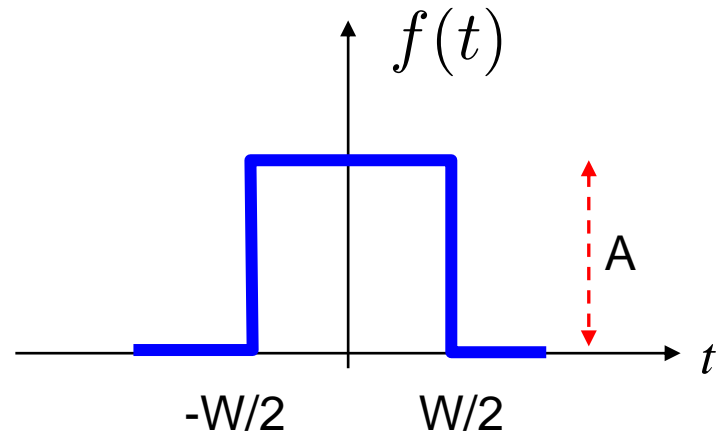
Transformada de Fourier

EJEMPLO:



Transformada de Fourier

EJEMPLO:



$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-j2\pi\omega t} dt$$

$$F(\omega) = A \int_{-W/2}^{+W/2} e^{-j2\pi\omega t} dt$$

$$F(\omega) = \frac{A}{-j2\pi\omega} e^{-j2\pi\omega t} \Big|_{-W/2}^{+W/2}$$

$$F(\omega) = \frac{A}{-j2\pi\omega} (e^{-j2\pi\omega W/2} - e^{+j2\pi\omega W/2})$$

Transformada de Fourier

$$F(\omega) = \frac{A}{-j2\pi\omega} (e^{-j2\pi\omega W/2} - e^{+j2\pi\omega W/2})$$

Transformada de Fourier

$$F(\omega) = \frac{A}{-j2\pi\omega} (e^{-j2\pi\omega W/2} - e^{+j2\pi\omega W/2})$$

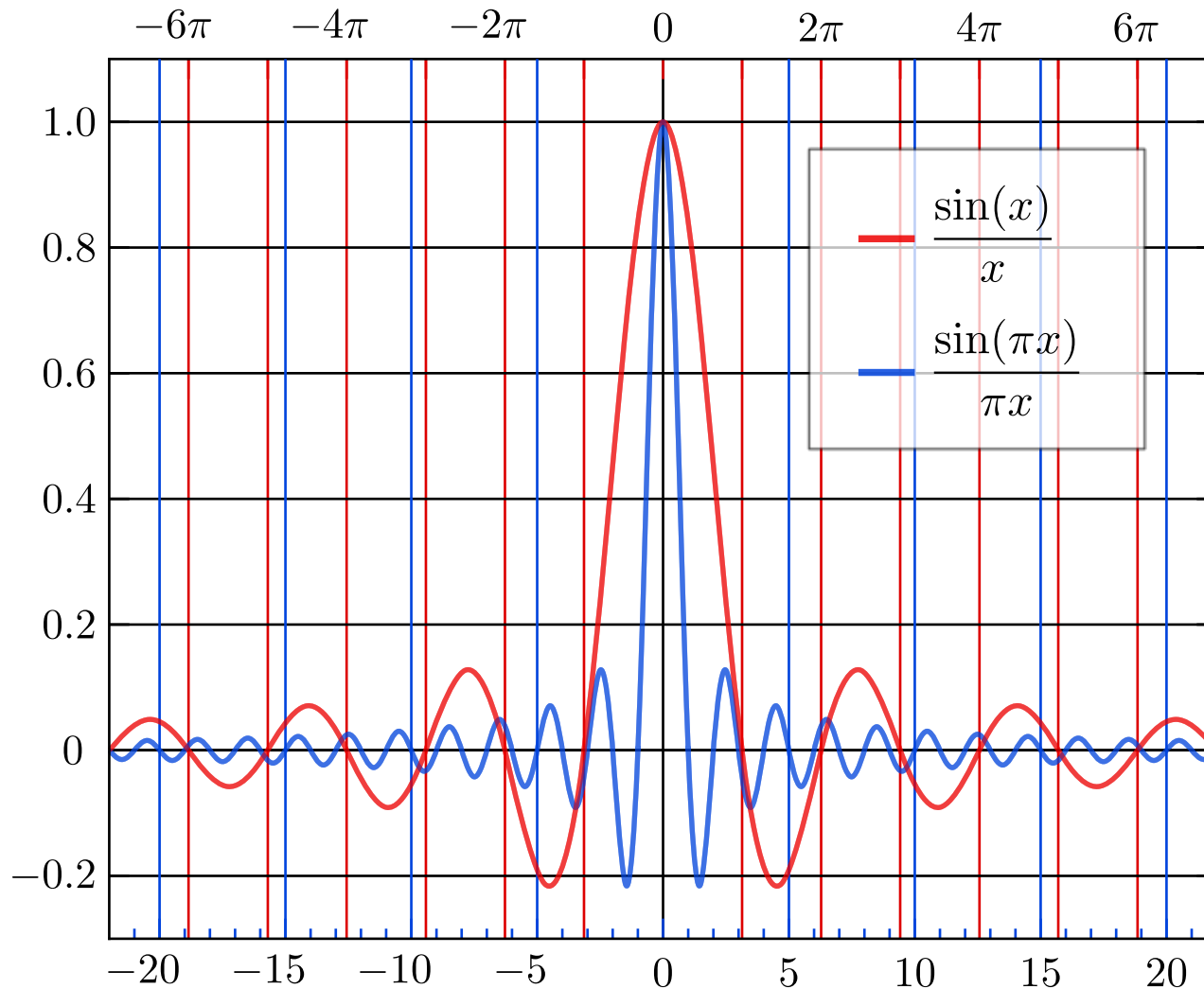
$$F(\omega) = \frac{A}{-j2\pi\omega} (-2j) \sin(2\pi\omega W/2)$$

$$F(\omega) = \frac{A}{\pi\omega} \sin(\pi\omega W) = \frac{AW}{\pi\omega W} \sin(\pi\omega W)$$

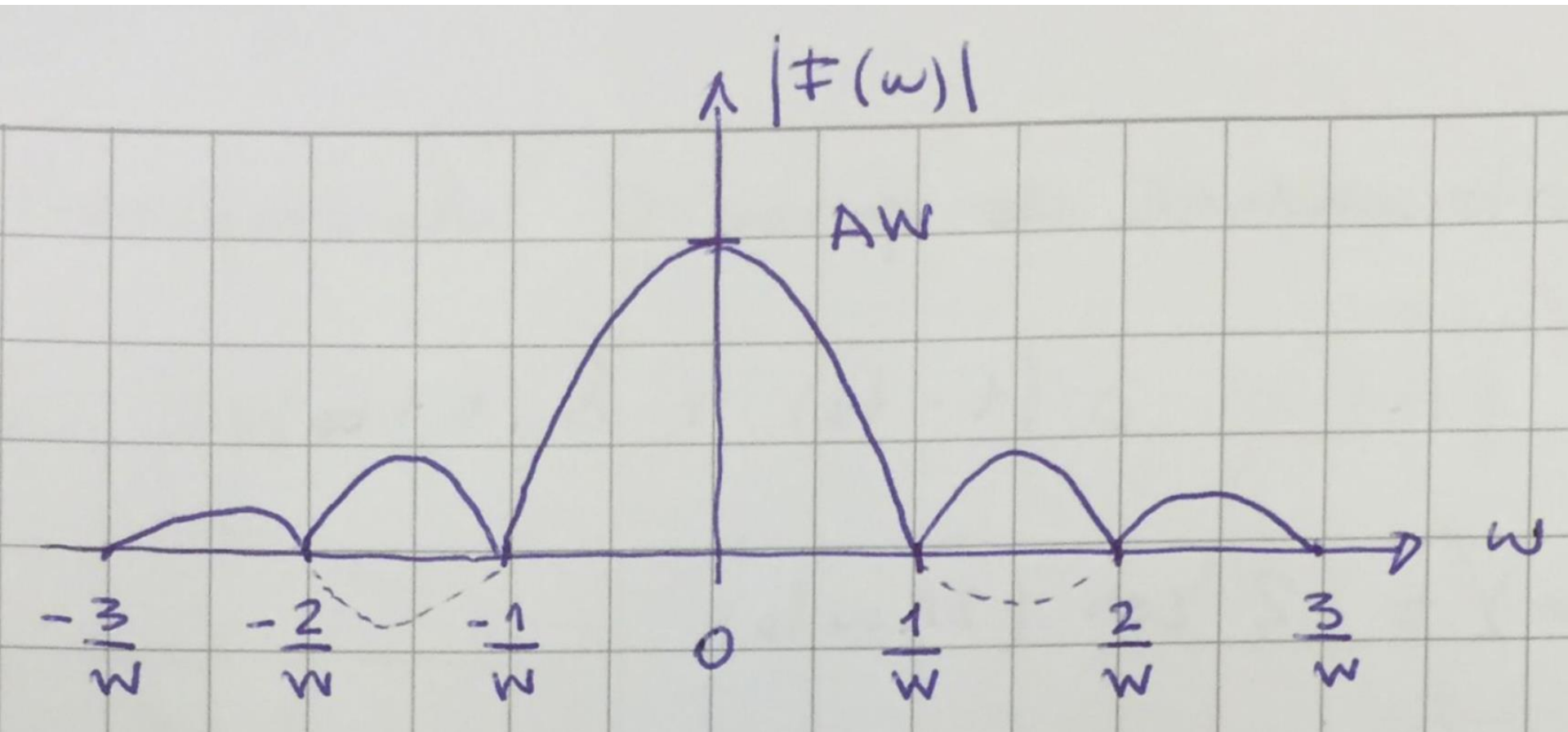
$$F(\omega) = AW \operatorname{sinc}(\omega W)$$

$$\operatorname{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$$

Transformada de Fourier



Transformada de Fourier



Ejemplos Prácticos de la Transformada de Fourier

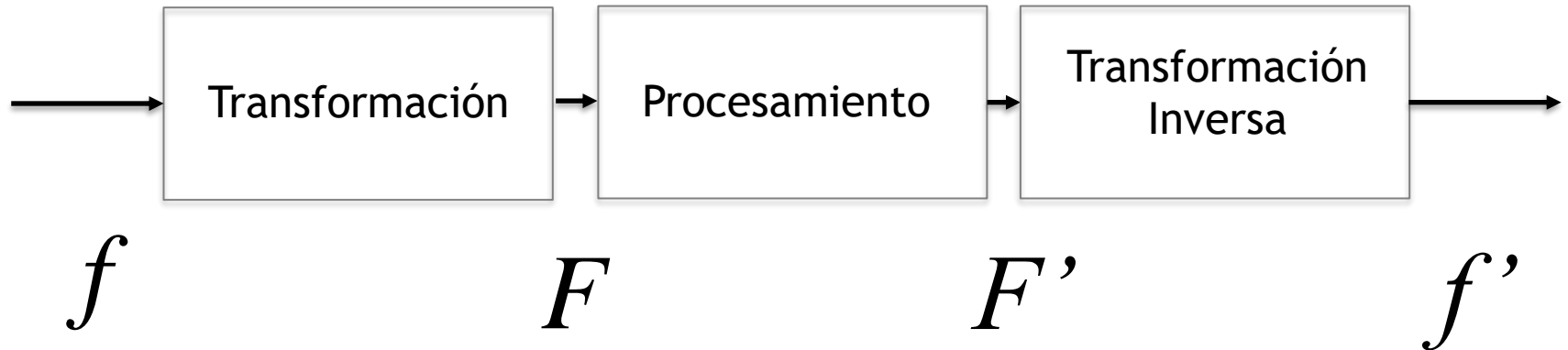
Transformada de Fourier

$$f \quad \longleftrightarrow \quad F$$

Función en el
dominio
original

Función en el
dominio
de la frecuencia

Procesamiento en el Dominio de la Frecuencia



Función en el
dominio
original

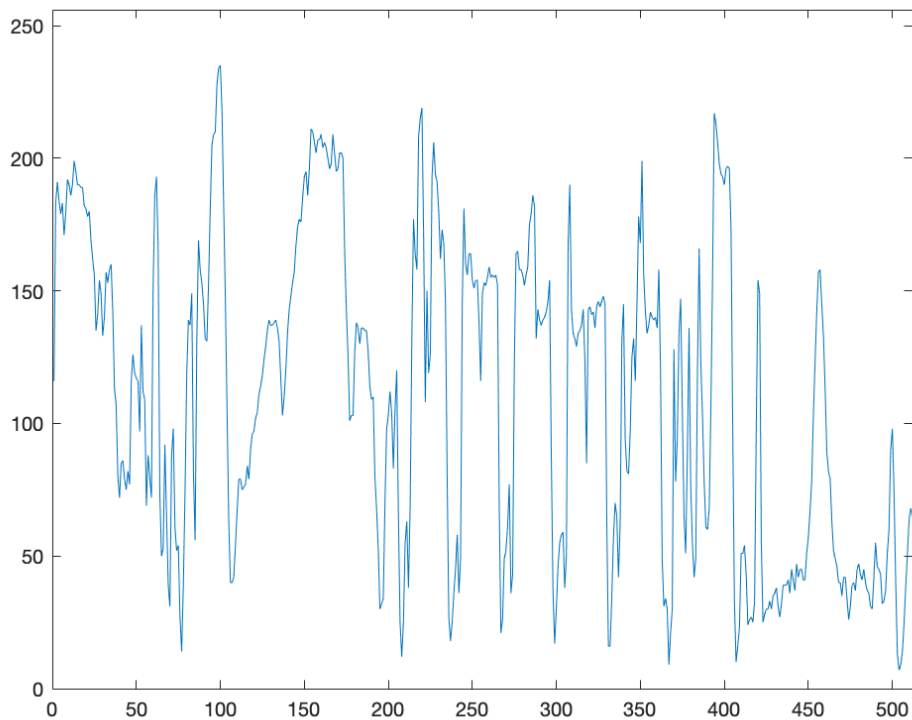
Función en el
dominio
de la frecuencia

Función **procesada**
en el dominio
de la frecuencia

Función **procesada**
en el dominio
original

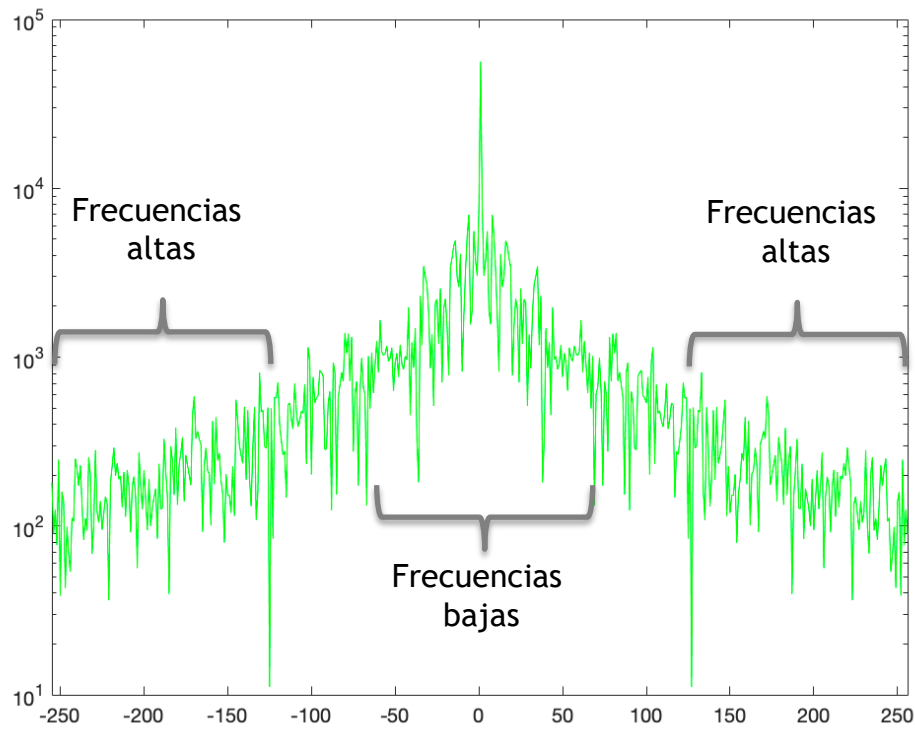
Ejemplo

f



Función en el
dominio
original

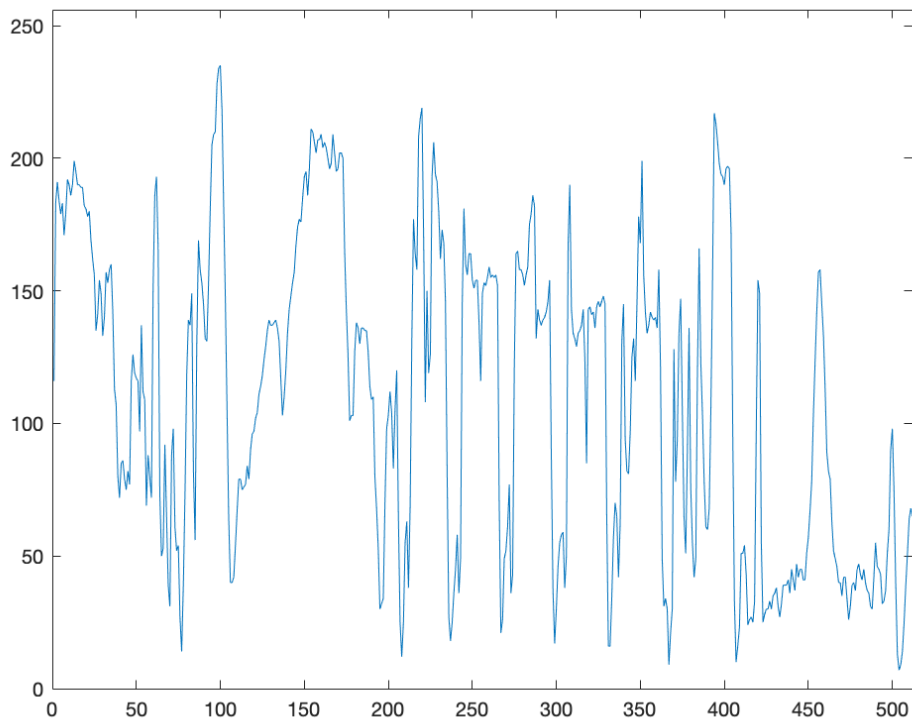
F



Función en el
dominio
de la frecuencia

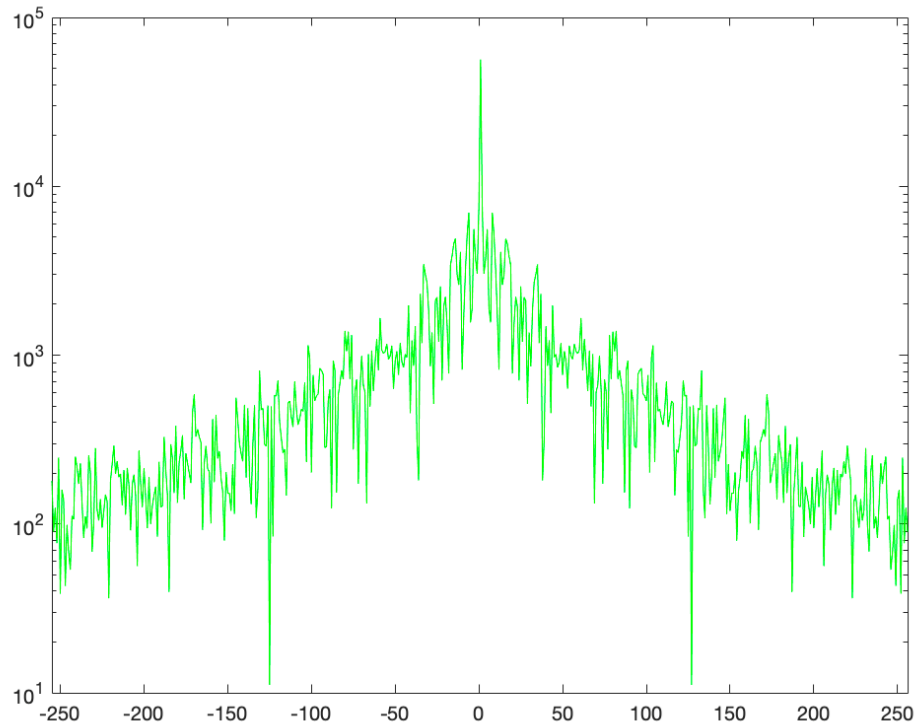
Ejemplo

f



Función en el
dominio
original

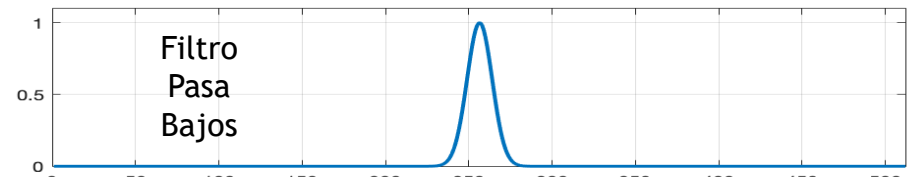
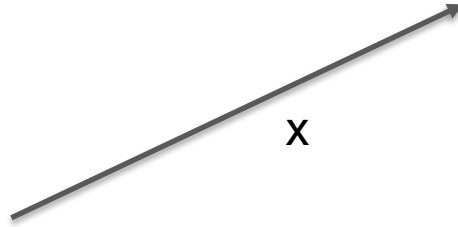
F



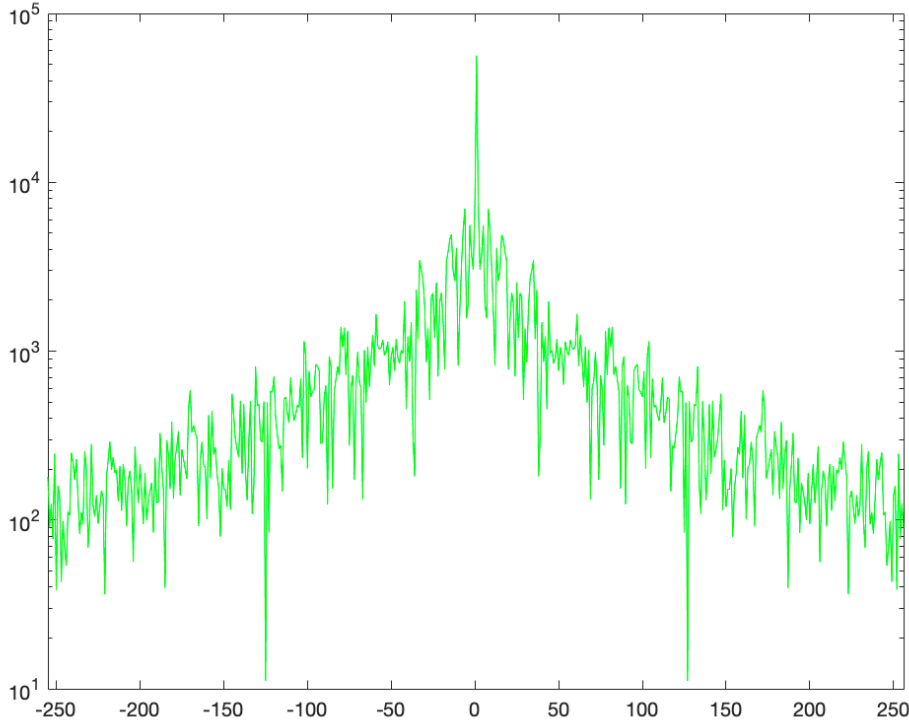
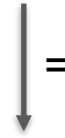
Función en el
dominio
de la frecuencia

Ejemplo

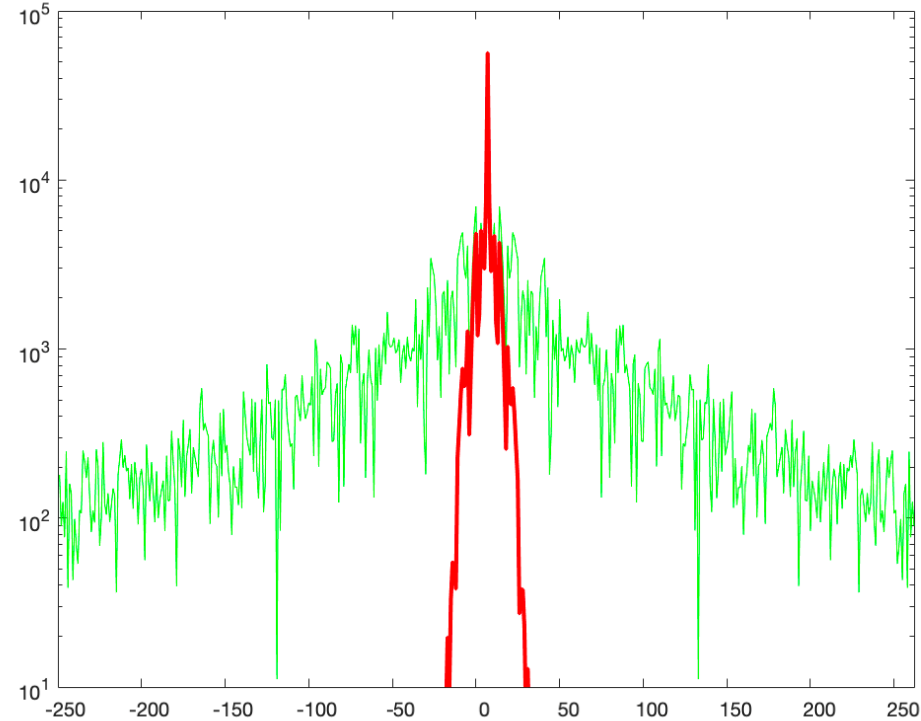
F



F'



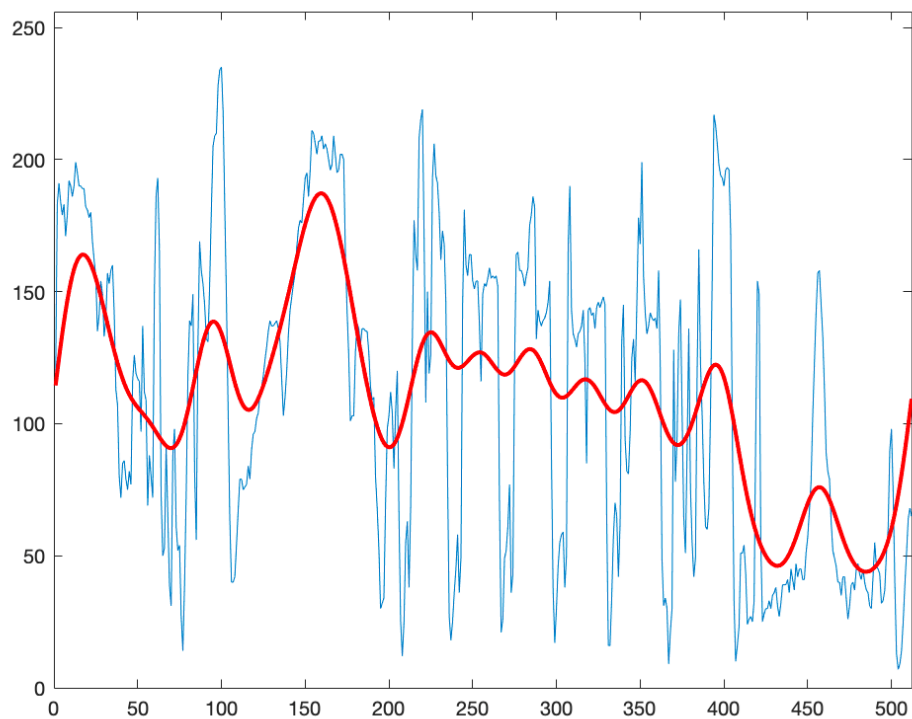
Función en el
dominio
de la frecuencia



Función **FILTRADA** en el
dominio
de la frecuencia

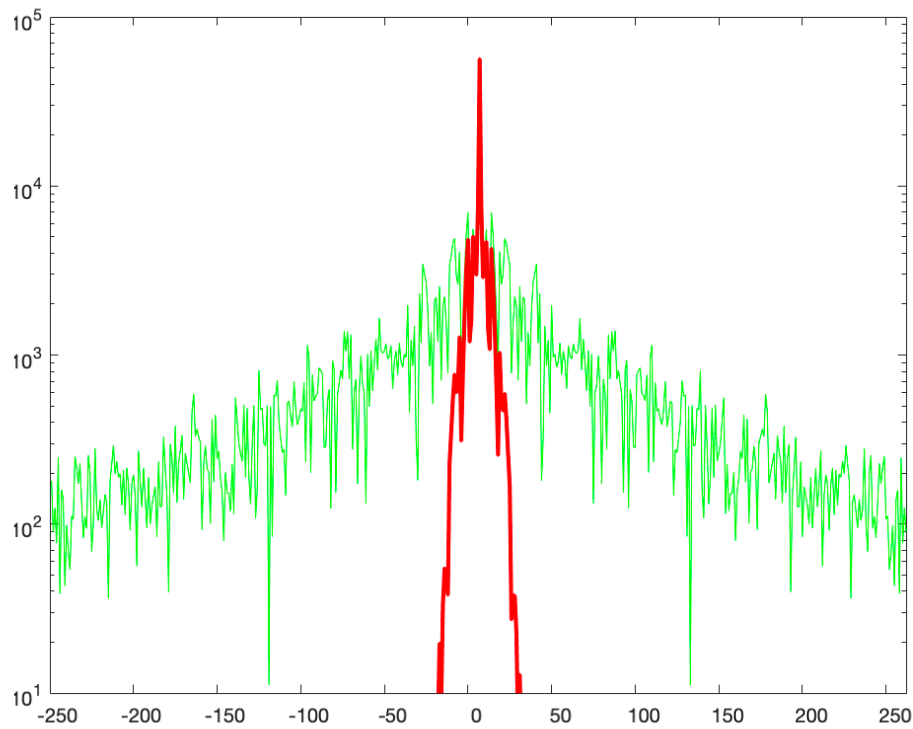
Ejemplo

f'



Función en el
dominio
original

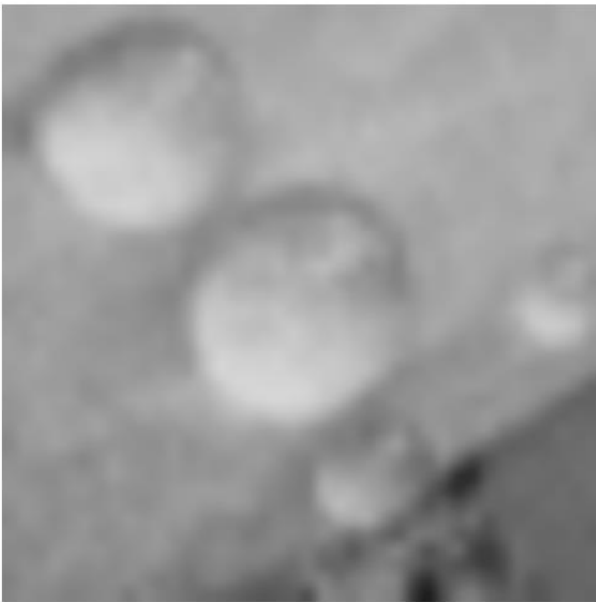
F'



Función en el
dominio
de la frecuencia

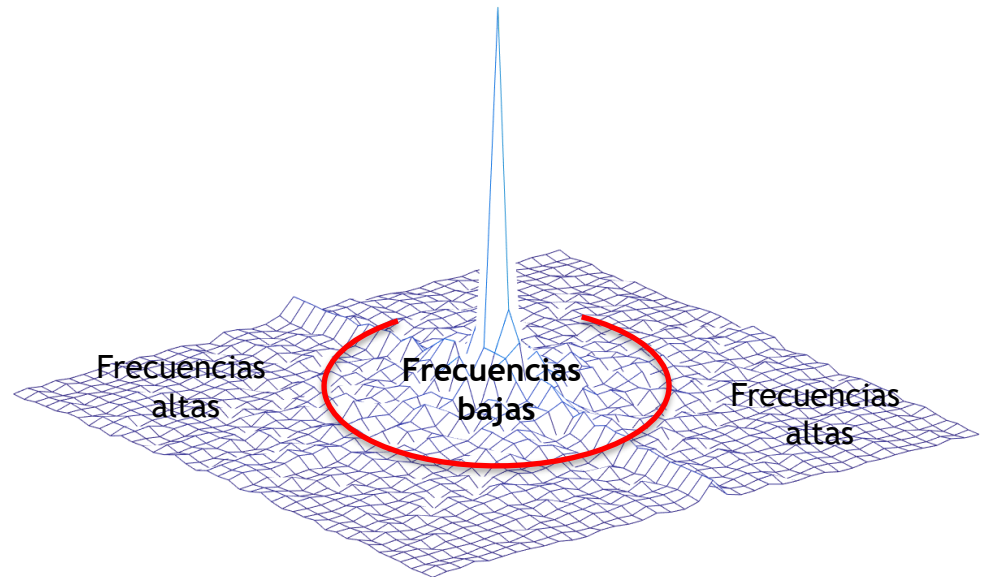
Ejemplo en 2D

f



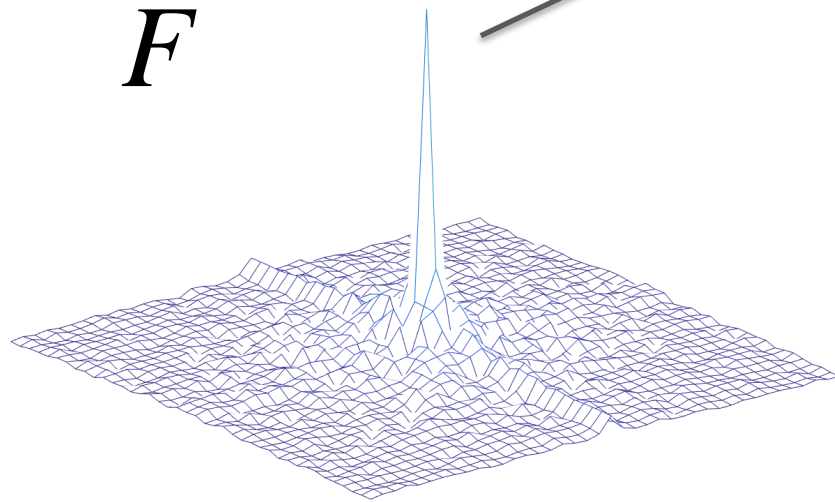
Función en el
dominio
original

F

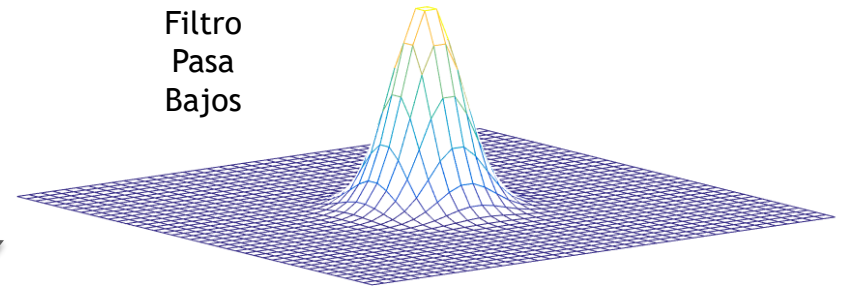


Función en el
dominio
de la frecuencia

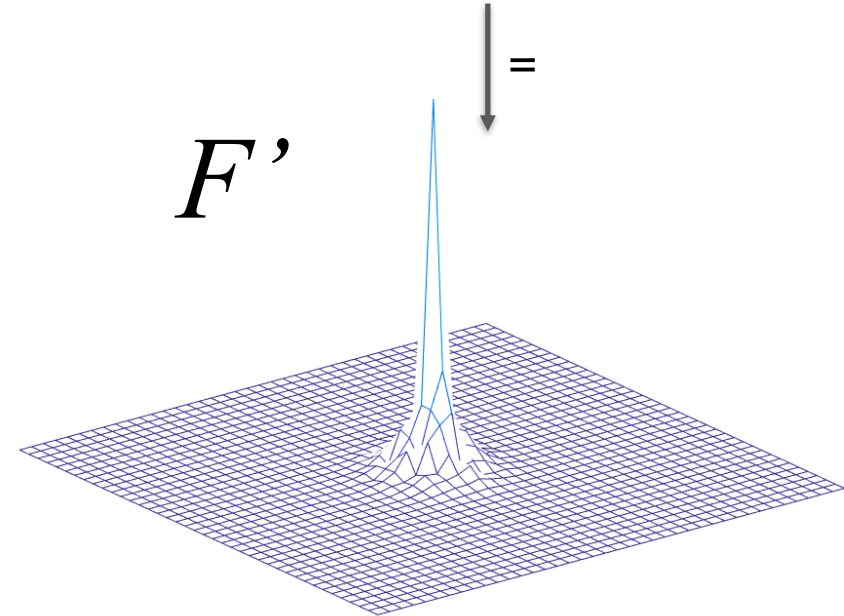
Ejemplo en 2D



Función en el
dominio
de la frecuencia



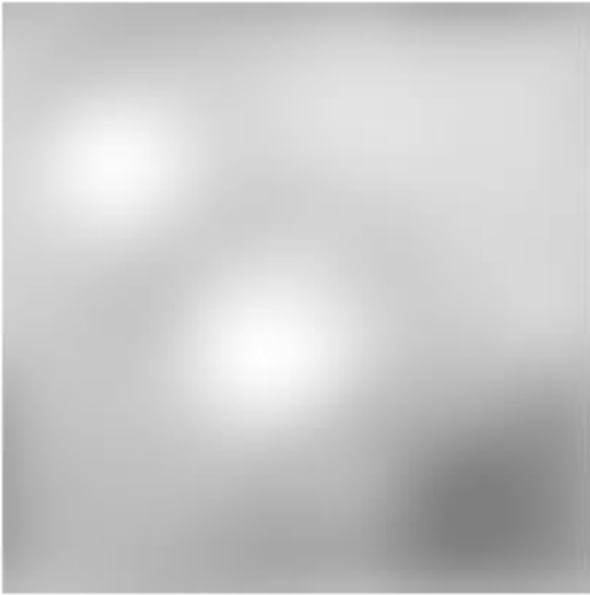
F'



Función **filtrada**
en el dominio
de la frecuencia

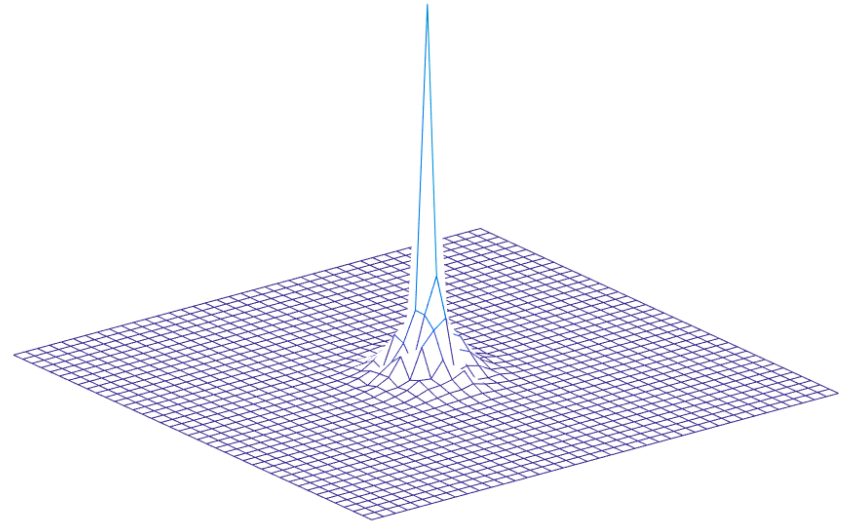
Ejemplo en 2D

f'



Función **filtrada**
en el dominio
original

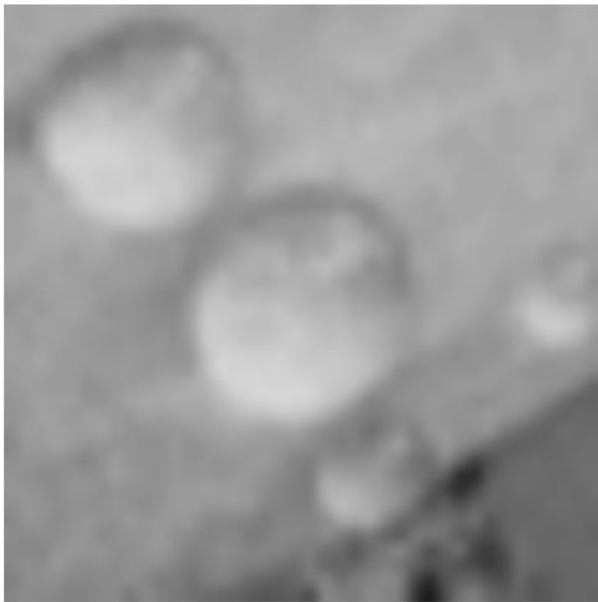
F'



Función **filtrada**
en el dominio
de la frecuencia

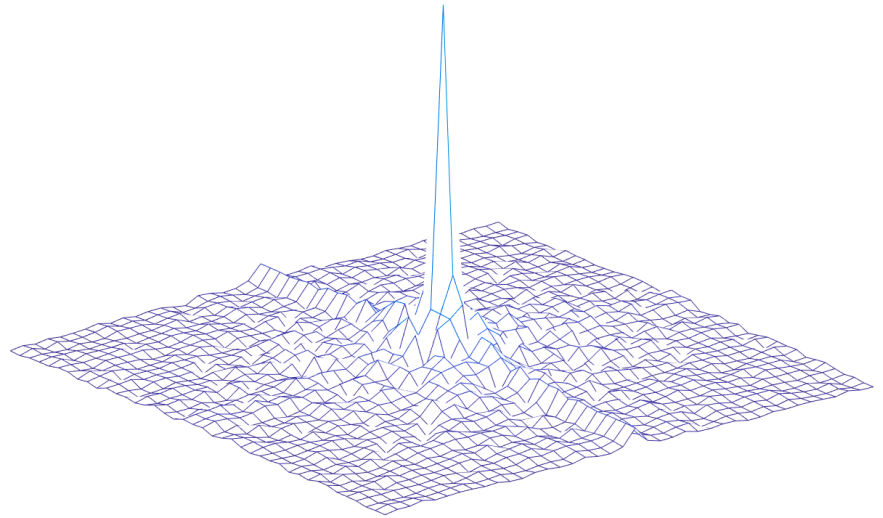
Ejemplo en 2D

f



Función
en el dominio
original

F



Función
en el dominio
de la frecuencia

