



Reconocimiento de Patrones

Version 2022-2

Bayes

[Capítulo 4]

Dr. José Ramón Iglesias

DSP-ASIC BUILDER GROUP

Director Semillero TRIAC

Ingeniería Electronica

Universidad Popular del Cesar

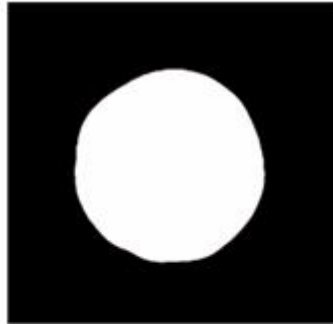
Mandarinas vs. Naranjas



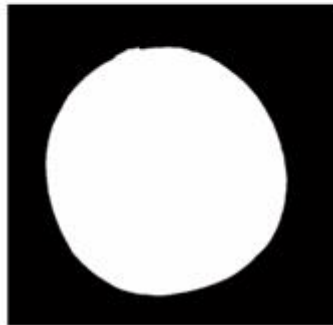
¿cómo separar las mandarinas de las naranjas?

Mandarinas vs. Naranjas

Clasificación por tamaño: (*las mandarinas son más pequeñas*)



Área = 15.457 píxeles



Área = 18.583 píxeles

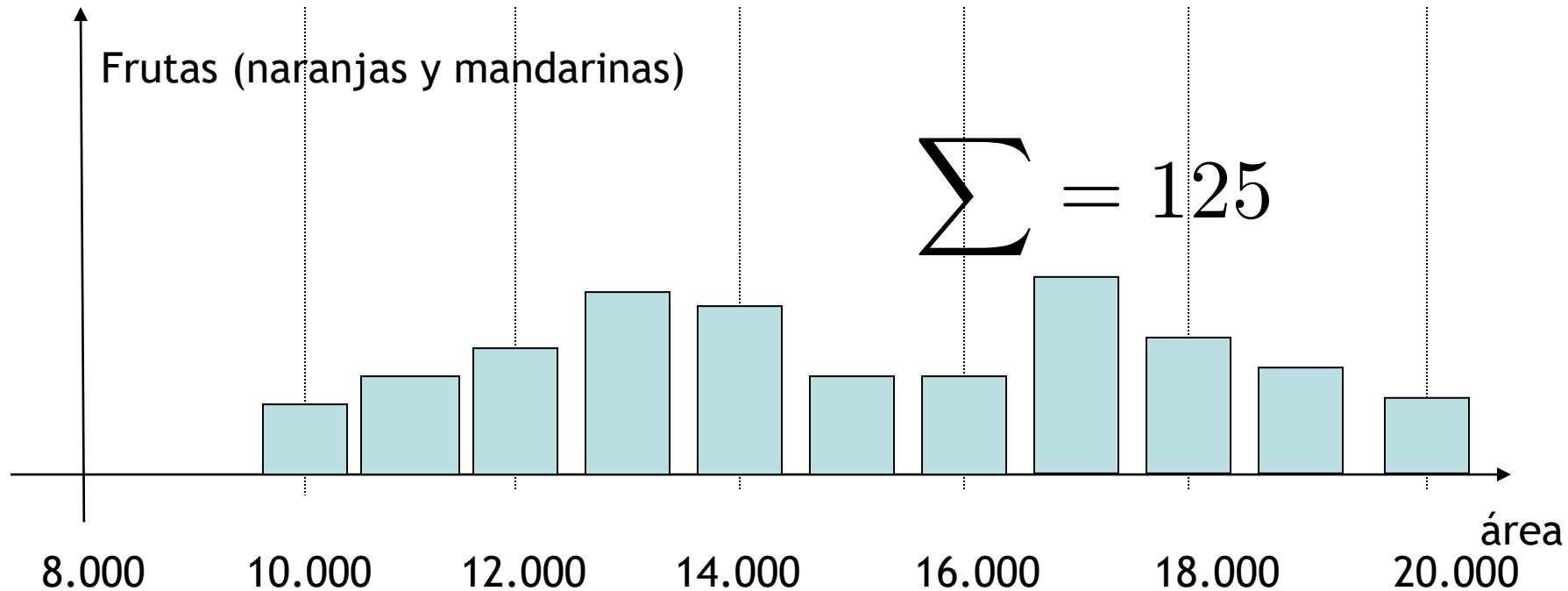
Mandarinas vs. Naranjas

Extracción de Característica: Área en Pixeles

Naranja-01	19.327	Mandarina-01	13.221
Naranja-02	18.265	Mandarina-02	14.987
Naranja-03	17.456	Mandarina-03	15.321
Naranja-04	19.341	Mandarina-04	15.987
Naranja-05	16.342	Mandarina-05	16.345
Naranja-06	16.987	Mandarina-06	15.965
Naranja-07	17.001	Mandarina-07	16.341
:	19.056	:	
Naranja-75	15.900	Mandarina-50	13.439

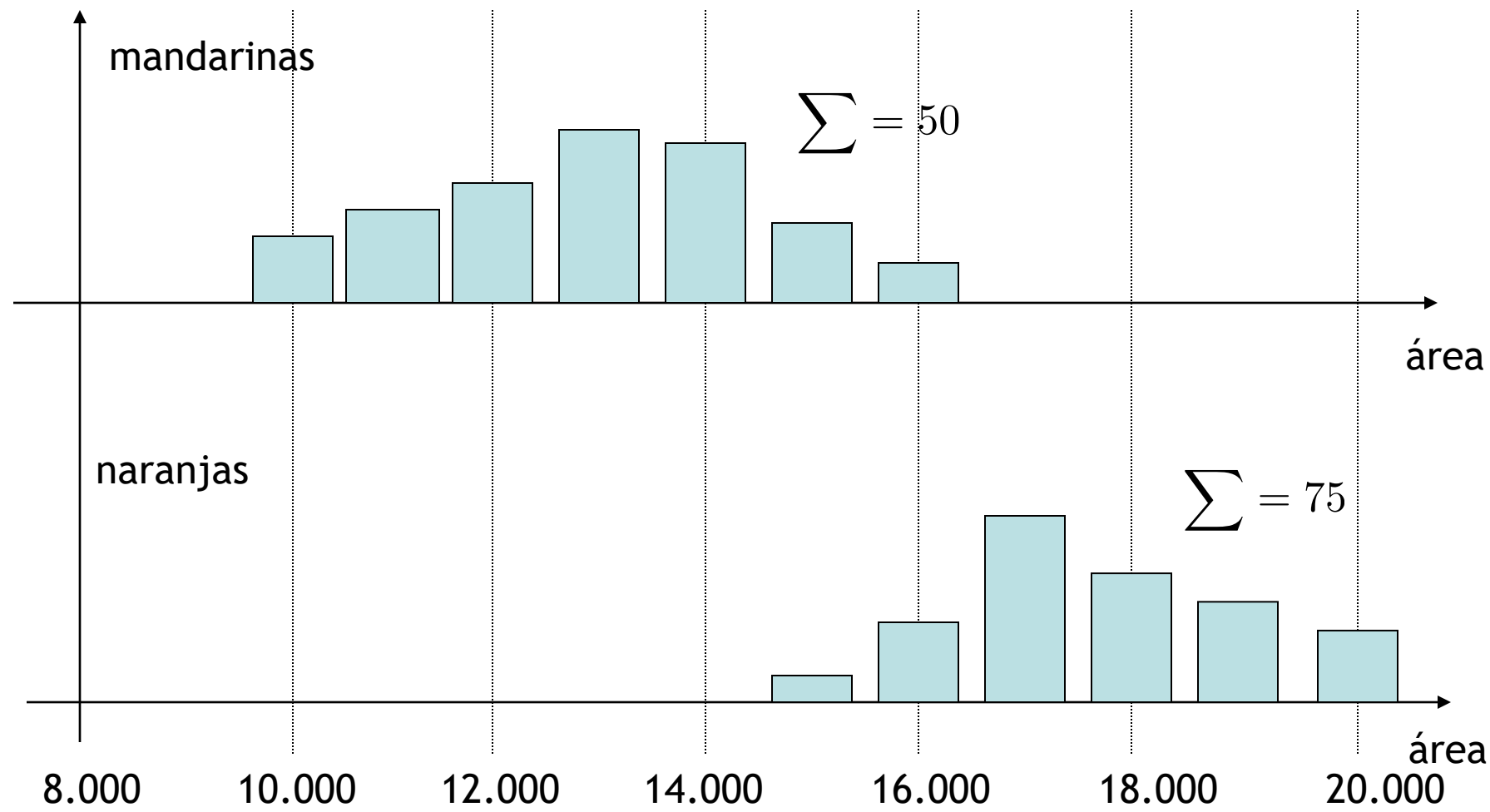
Mandarinas vs. Naranjas

Histogramas:



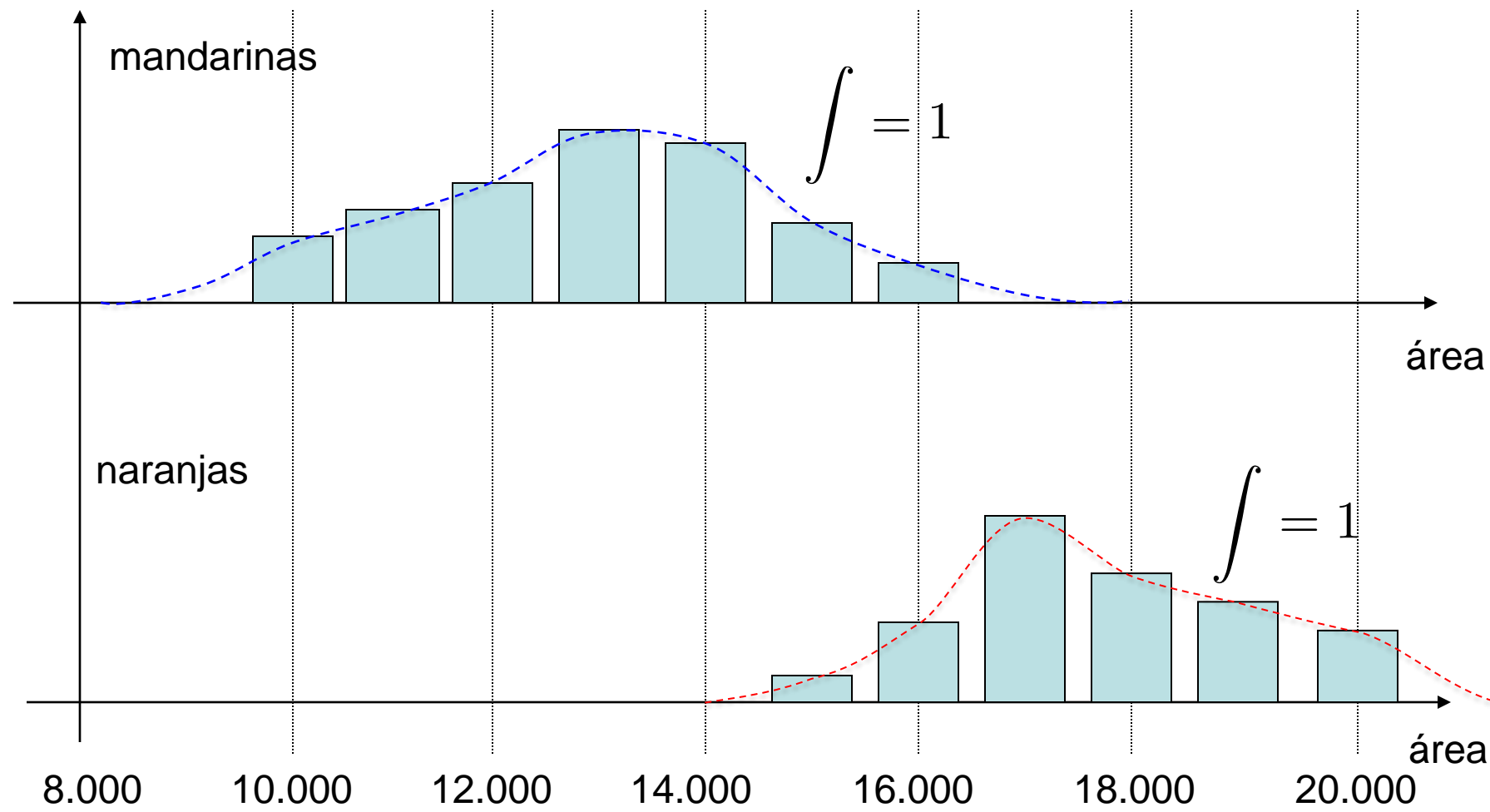
Mandarinas vs. Naranjas

Histogramas:



Mandarinas vs. Naranjas

PDF: Probability Density Function



Definiciones

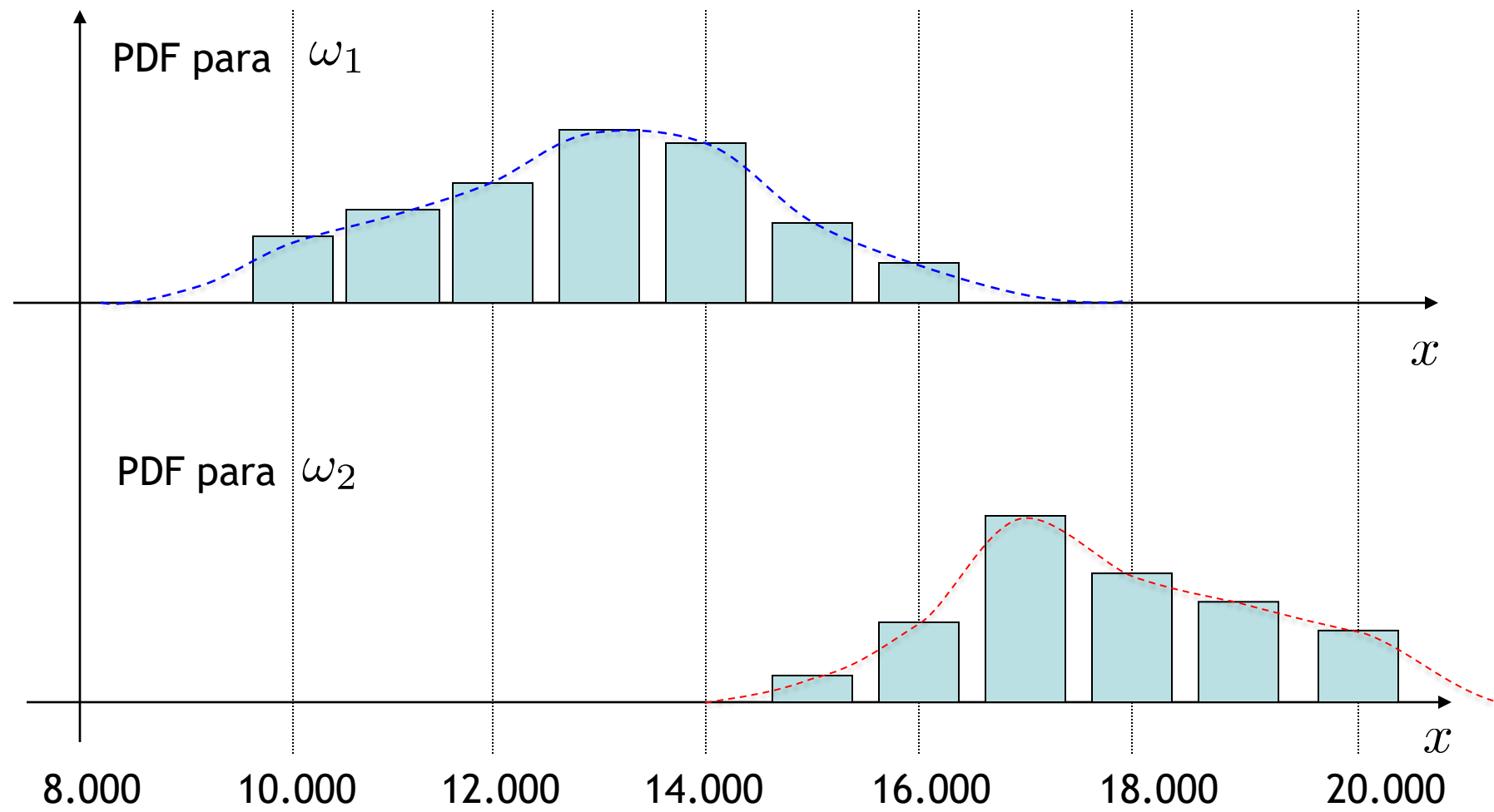
ω_1 Clase Mandarina

ω_2 Clase Naranja

\mathcal{X} Característica (área)

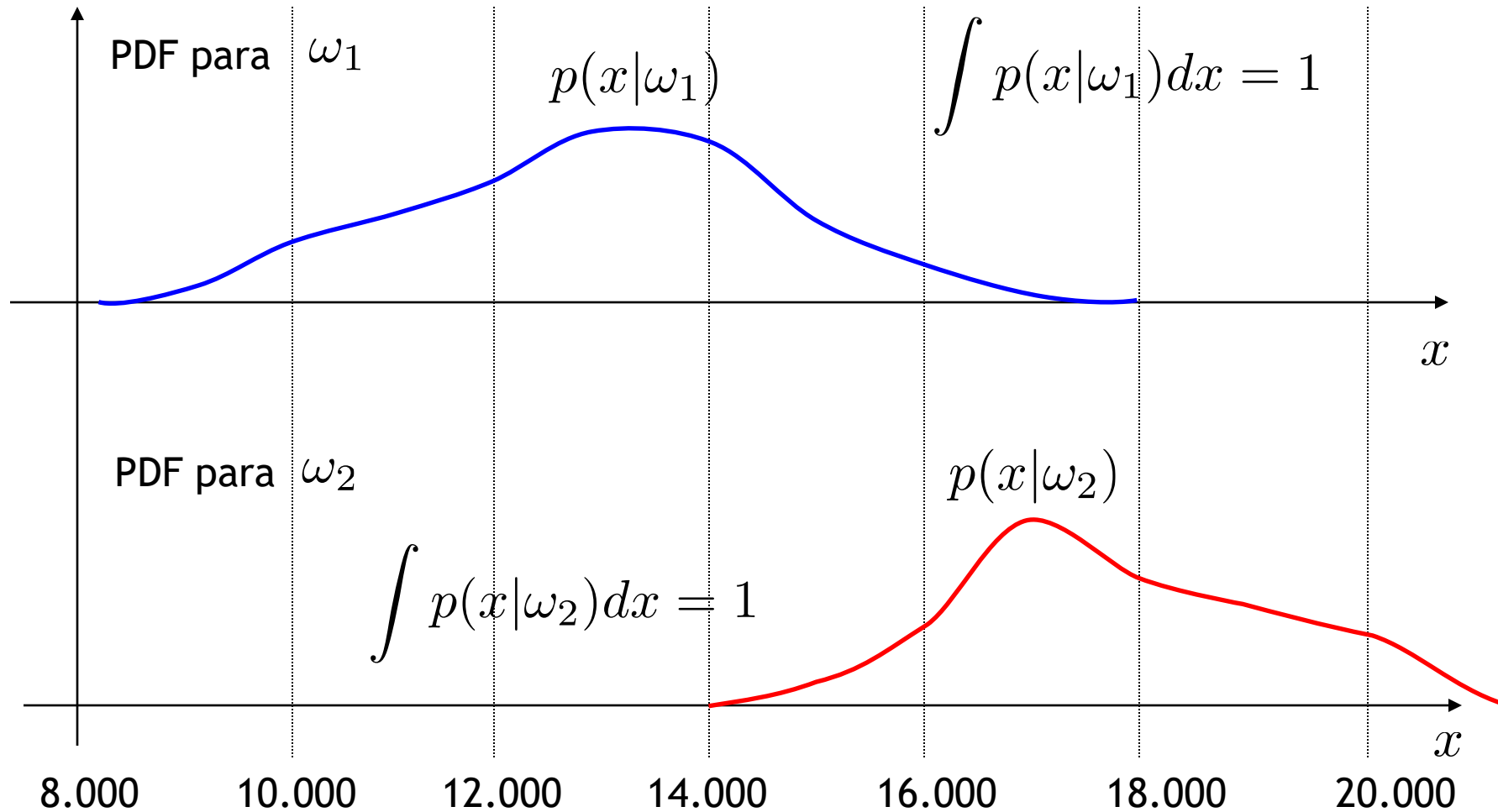
Mandarinas vs. Naranjas

PDF: Probability Density Function



Mandarinas vs. Naranjas

PDF: Probability Density Function



Definiciones

ω_1 Clase Mandarina

ω_2 Clase Naranja

x Característica (área)

$p(x|\omega_1)$ Distribución de x para Mandarinas

$p(x|\omega_2)$ Distribución de x para Naranjas

Clasificación según Bayes

Dado el valor X (área), calculamos

- p_1 , la probabilidad de que sea ω_1 (mandarina)
- p_2 , la probabilidad de que sea ω_2 (naranja)

Clasificamos X como ω_1 si $p_1 > p_2$,

en caso contrario clasificamos X como ω_2

Clasificación según Bayes

Dado el valor x (área), calculamos

- p_1 , la probabilidad de que sea ω_1 (mandarina)
- p_2 , la probabilidad de que sea ω_2 (naranja)

Clasificamos x como ω_1 si $p_1 > p_2$,

en caso contrario clasificamos x como ω_2

ALGORITMO:

$p(\omega_1|x) > p(\omega_2|x) \rightarrow \omega_1$ (mandarina)

else $\rightarrow \omega_2$ (naranja)

$$p_1 = p(\omega_1|x)$$

$$p_2 = p(\omega_2|x)$$

Clasificación según Bayes

ALGORITMO:

$p(\omega_1|x) > p(\omega_2|x) \rightarrow \omega_1$ (mandarina)

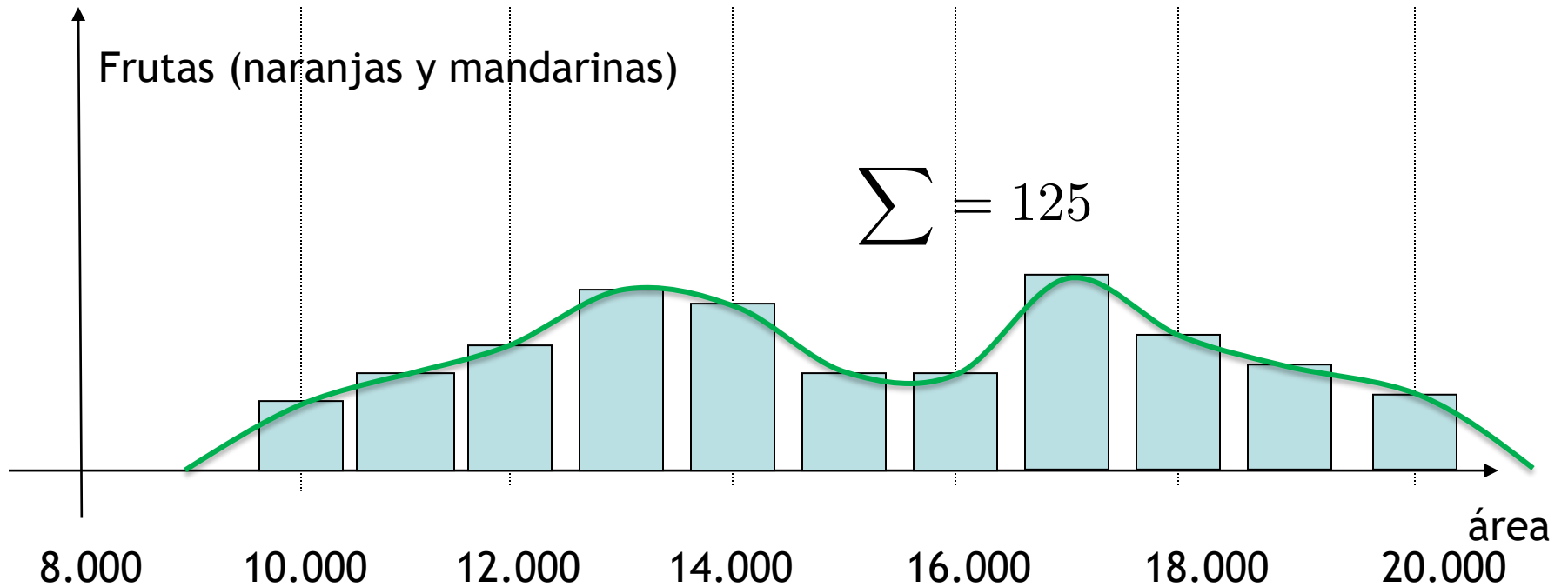
else $\rightarrow \omega_2$ (naranja)

$$p(\omega_1|x) = \frac{p(\omega_1)p(x|\omega_1)}{p(x)}$$

$$p(\omega_2|x) = \frac{p(\omega_2)p(x|\omega_2)}{p(x)}$$

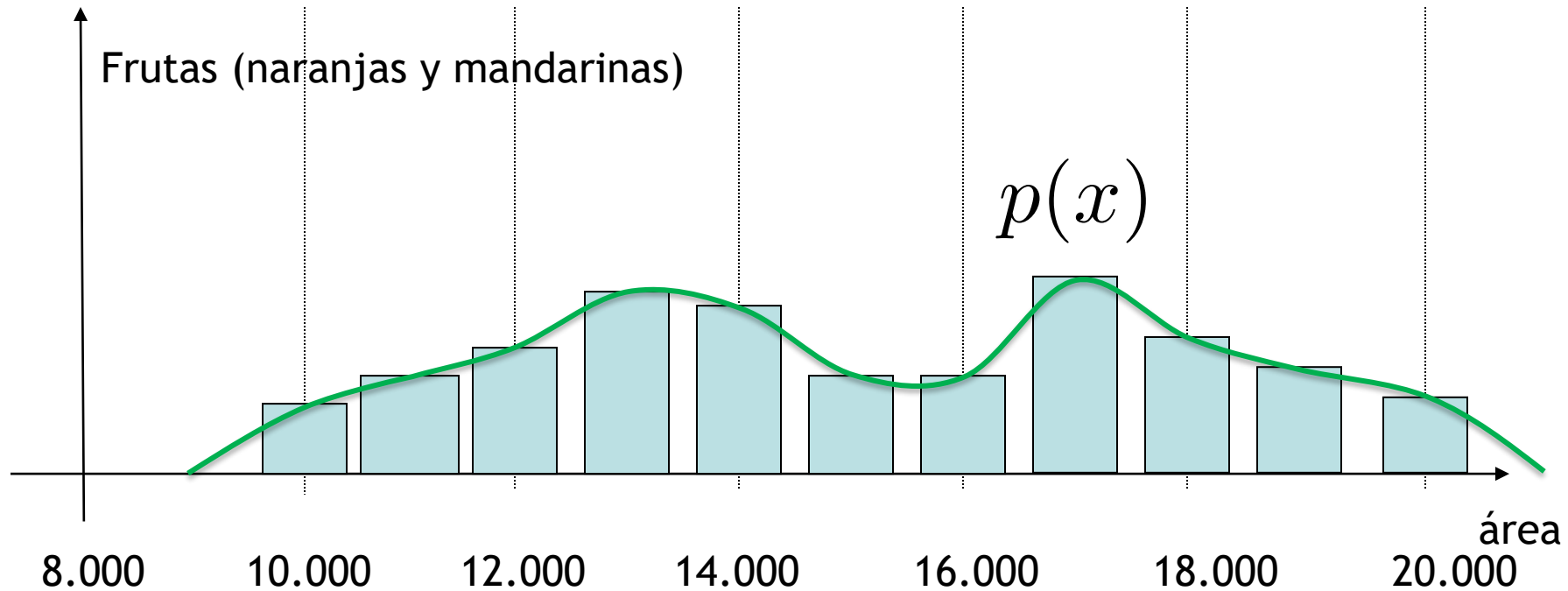
Mandarinas vs. Naranjas

Histogramas:



Mandarinas vs. Naranjas

PDF:



Clasificación según Bayes

ALGORITMO:

$p(\omega_1|x) > p(\omega_2|x) \rightarrow \omega_1$ (mandarina)

else $\rightarrow \omega_2$ (naranja)

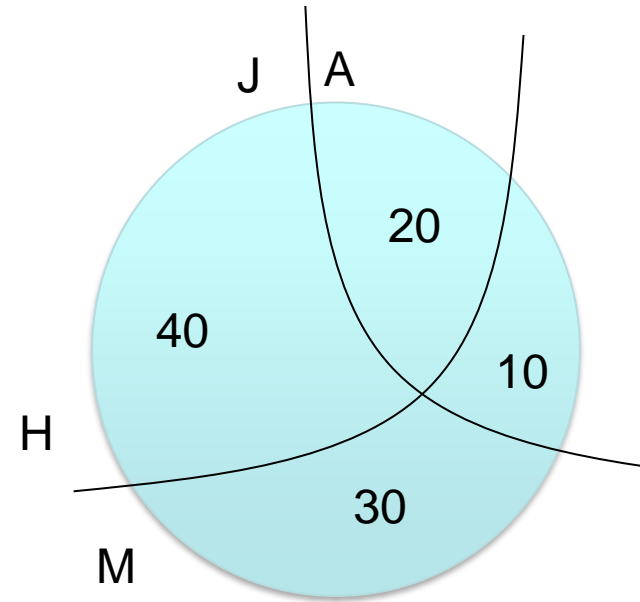
$$p(\omega_1|x) = \frac{p(\omega_1)p(x|\omega_1)}{p(x)}$$

$$p(\omega_2|x) = \frac{p(\omega_2)p(x|\omega_2)}{p(x)}$$

EJEMPLO: Una clase de cocina que imparte la municipalidad

Se inscriben 100 personas

- 60 hombres (40 jóvenes y 20 adultos)
- 40 mujeres (30 jóvenes y 10 adultos)



$$P(H)P(J|H) = P(J)P(J|H)$$

$$\frac{60}{100} \frac{40}{60} = \frac{70}{100} \frac{40}{70}$$

Clasificación según Bayes

ALGORITMO:

$p(\omega_1|x) > p(\omega_2|x) \rightarrow \omega_1$ (mandarina)

else $\rightarrow \omega_2$ (naranja)



$$\frac{p(\omega_1)p(x|\omega_1)}{\cancel{p(x)}} > \frac{p(\omega_2)p(x|\omega_2)}{\cancel{p(x)}}$$

Clasificación según Bayes

ALGORITMO:

$p(\omega_1|x) > p(\omega_2|x) \rightarrow \omega_1$ (mandarina)

else $\rightarrow \omega_2$ (naranja)

$$p(\omega_1)p(x|\omega_1) > p(\omega_2)p(x|\omega_2)$$

Clasificación según Bayes

ALGORITMO:

$$p(\omega_1|x) > p(\omega_2|x) \rightarrow \omega_1 \text{ (mandarina)}$$

else $\rightarrow \omega_2$ (naranja)

ALGORITMO:

$$p(\omega_1)p(x|\omega_1) > p(\omega_2)p(x|\omega_2) \rightarrow \omega_1 \text{ (mandarina)}$$

else $\rightarrow \omega_2$ (naranja)

Definiciones

ω_1 Clase Mandarina

ω_2 Clase Naranja

x Característica (área)

$p(x|\omega_1)$ Distribución de x para Mandarinas

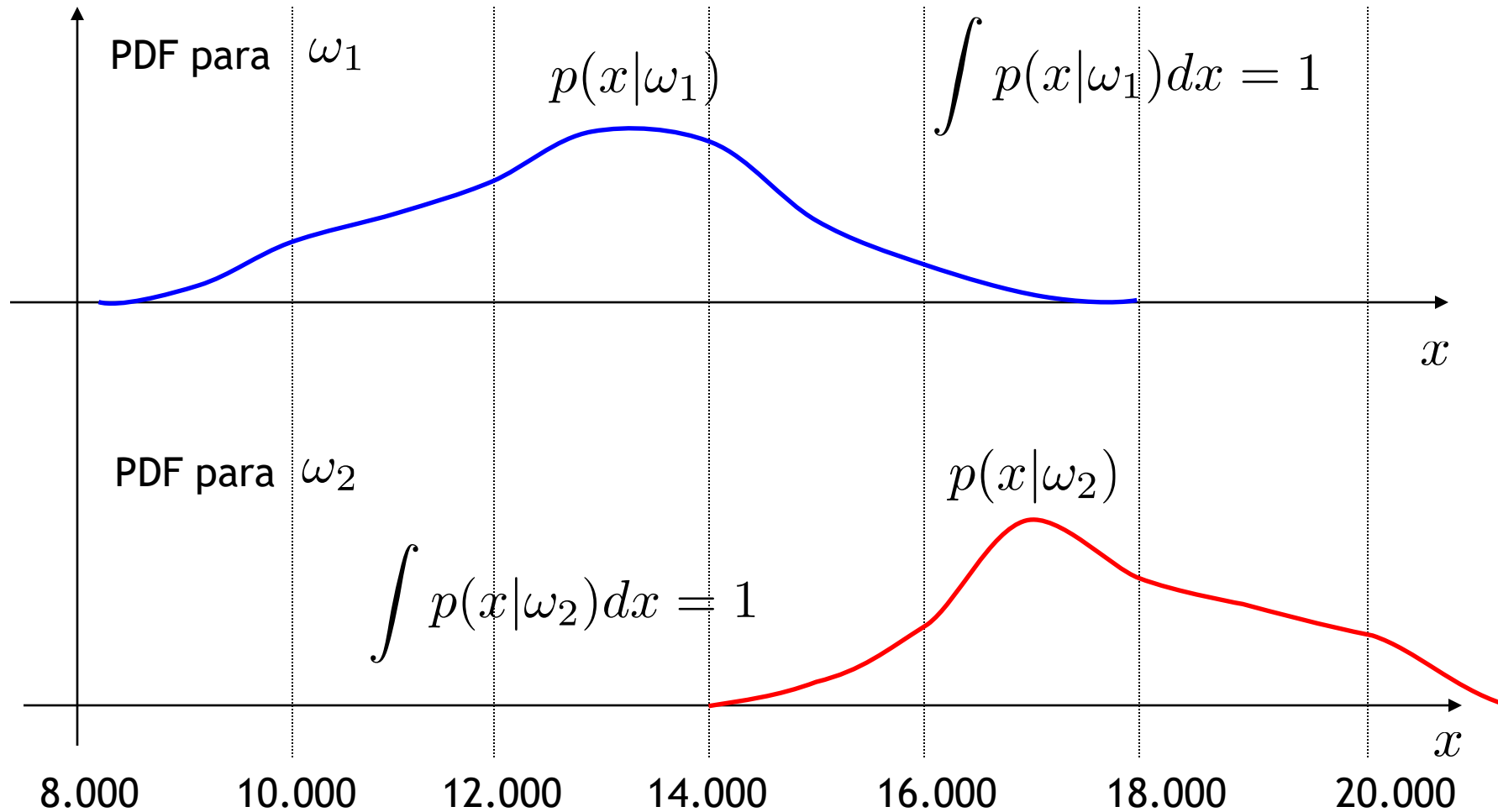
$p(x|\omega_2)$ Distribución de x para Naranjas

$p(\omega_1)$ Probabilidad a priori de clase ω_1

$p(\omega_2)$ Probabilidad a priori de clase ω_2

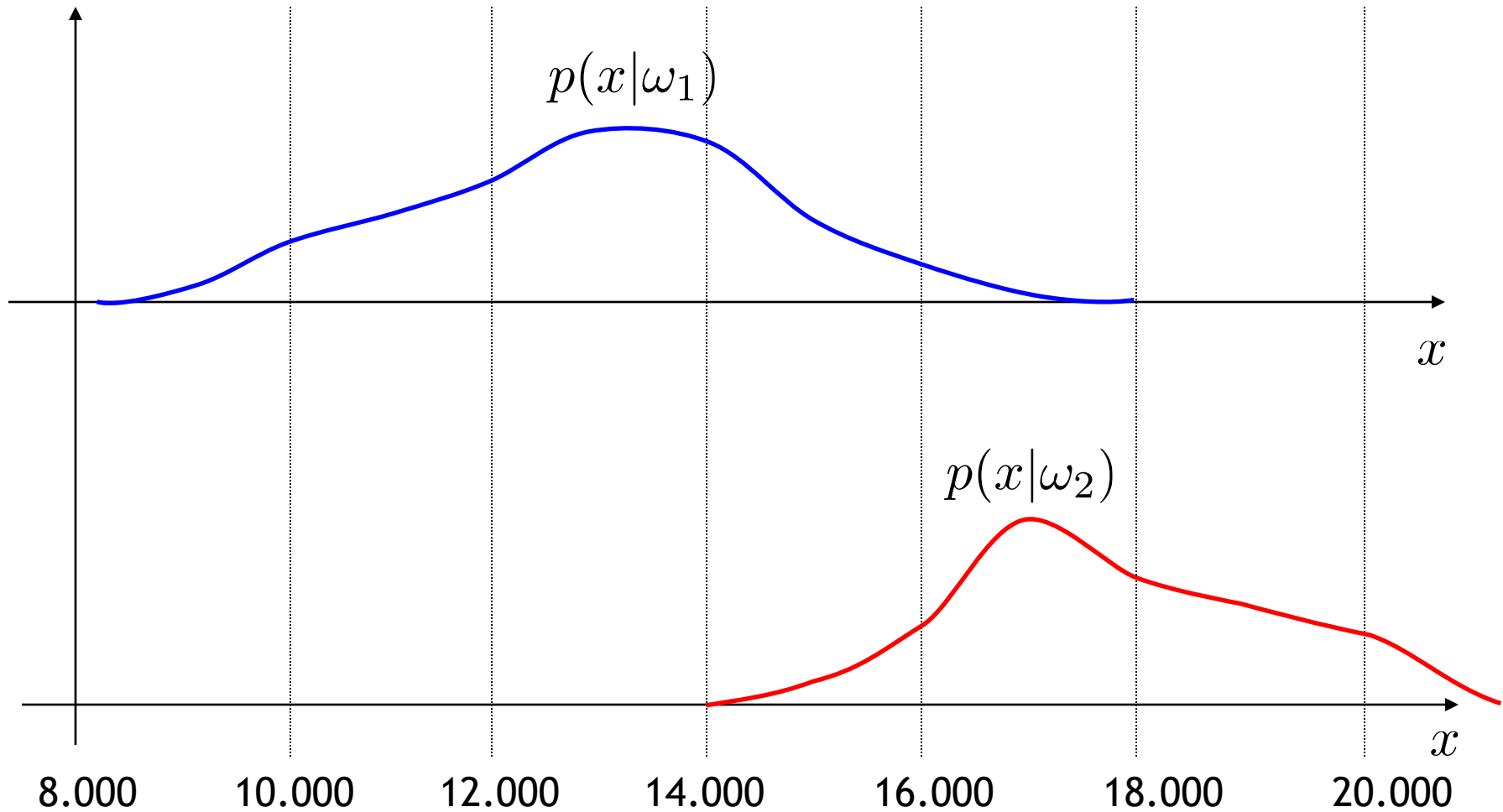
Mandarinas vs. Naranjas

PDF: Probability Density Function



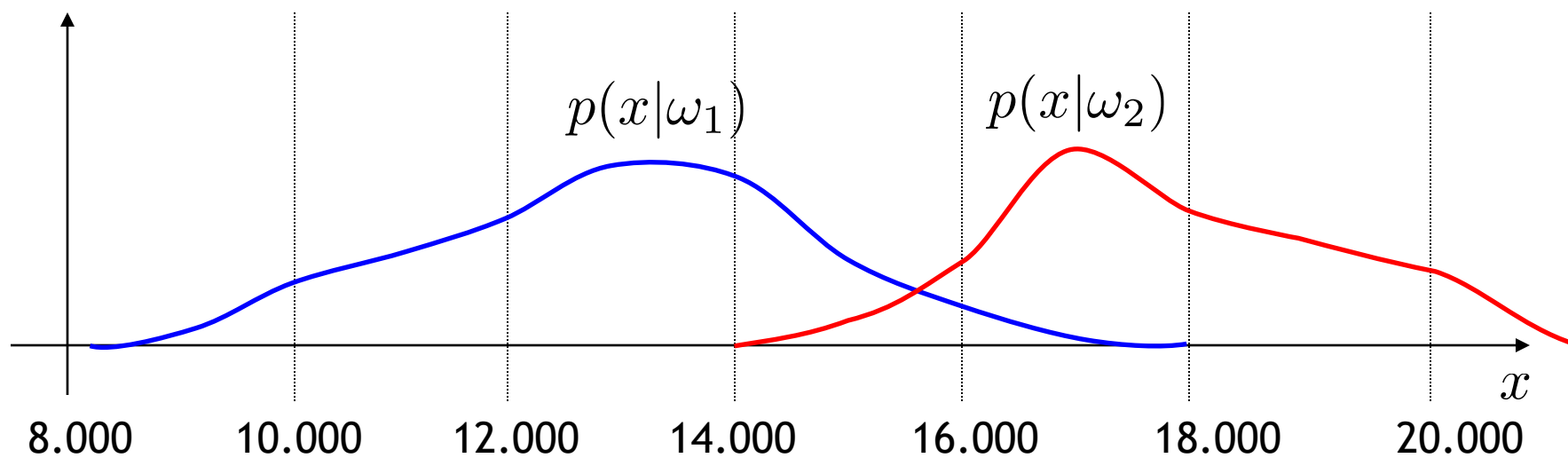
Mandarinas vs. Naranjas

PDF: Probability Density Function



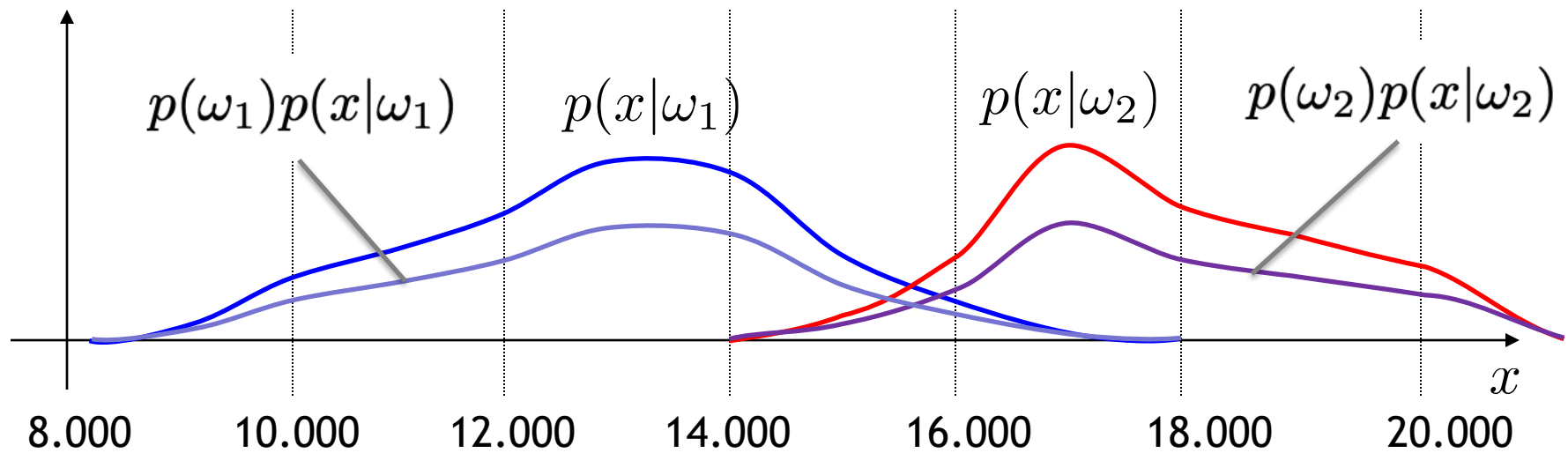
Mandarinas vs. Naranjas

PDF: Probability Density Function



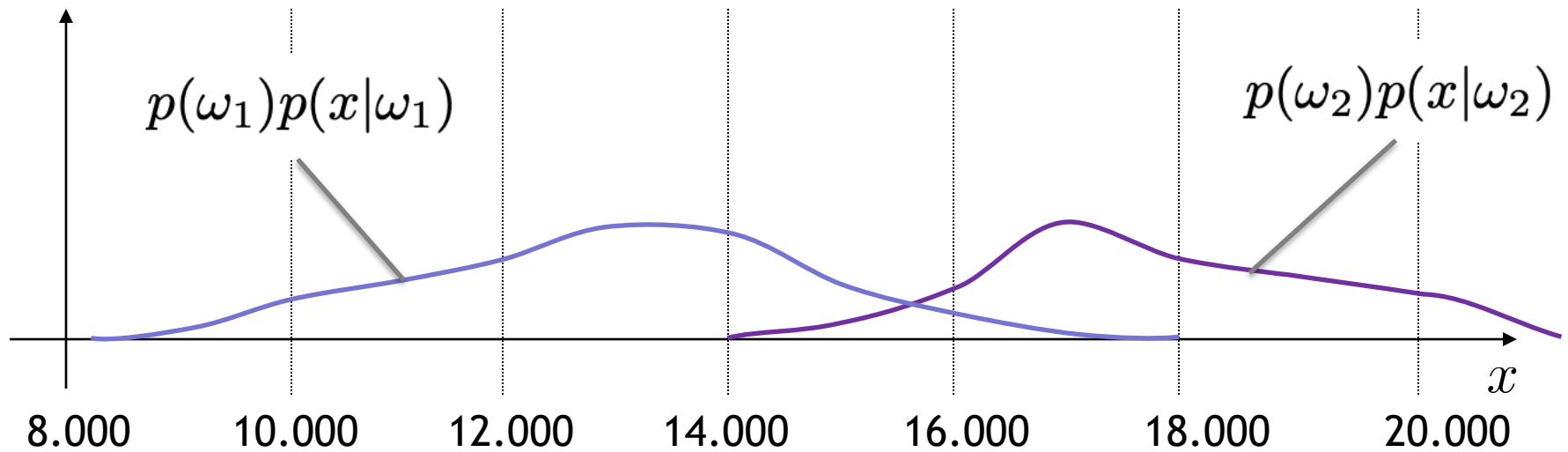
Mandarinas vs. Naranjas

PDF: Probability Density Function



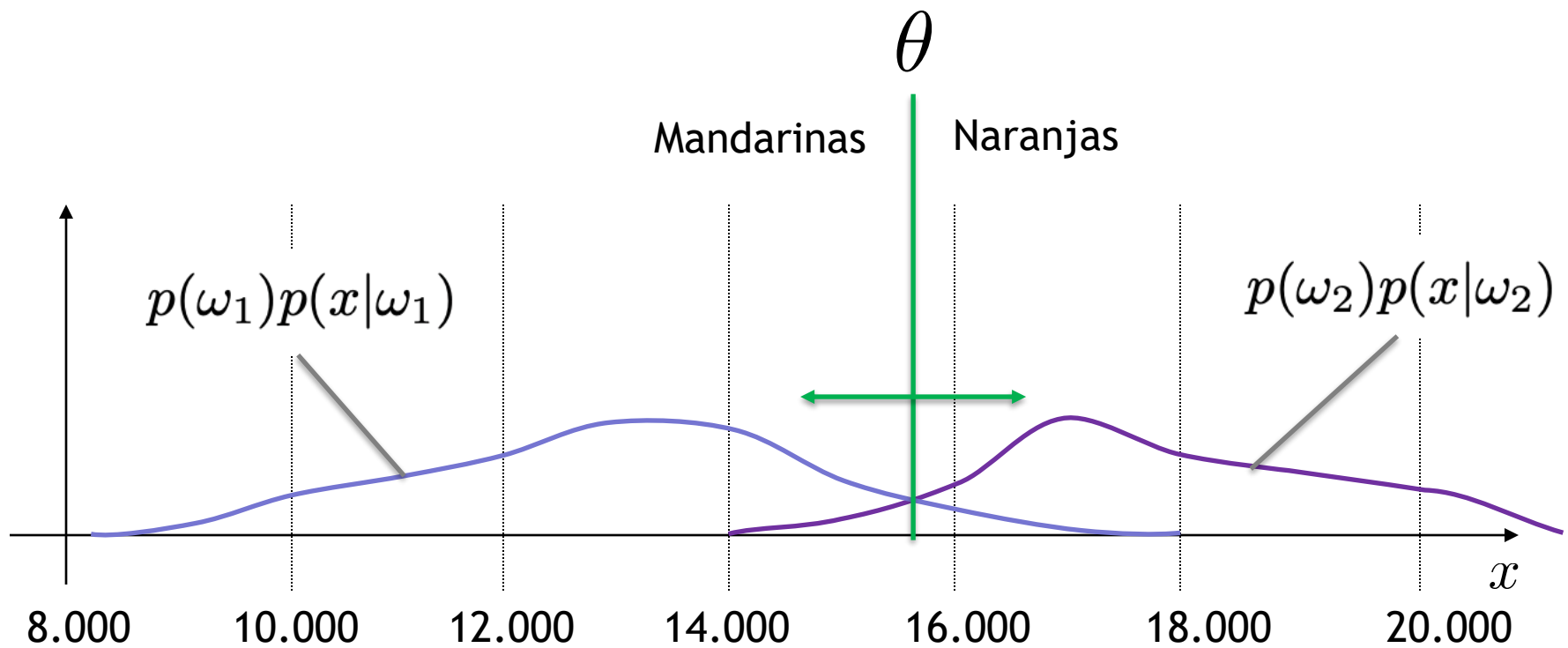
Mandarinas vs. Naranjas

PDF: Probability Density Function



Mandarinas vs. Naranjas

PDF: Probability Density Function



Clasificación según Bayes

ALGORITMO:

$$p(\omega_1|x) > p(\omega_2|x) \rightarrow \omega_1 \text{ (mandarina)}$$

$$\text{else} \rightarrow \omega_2 \text{ (naranja)}$$

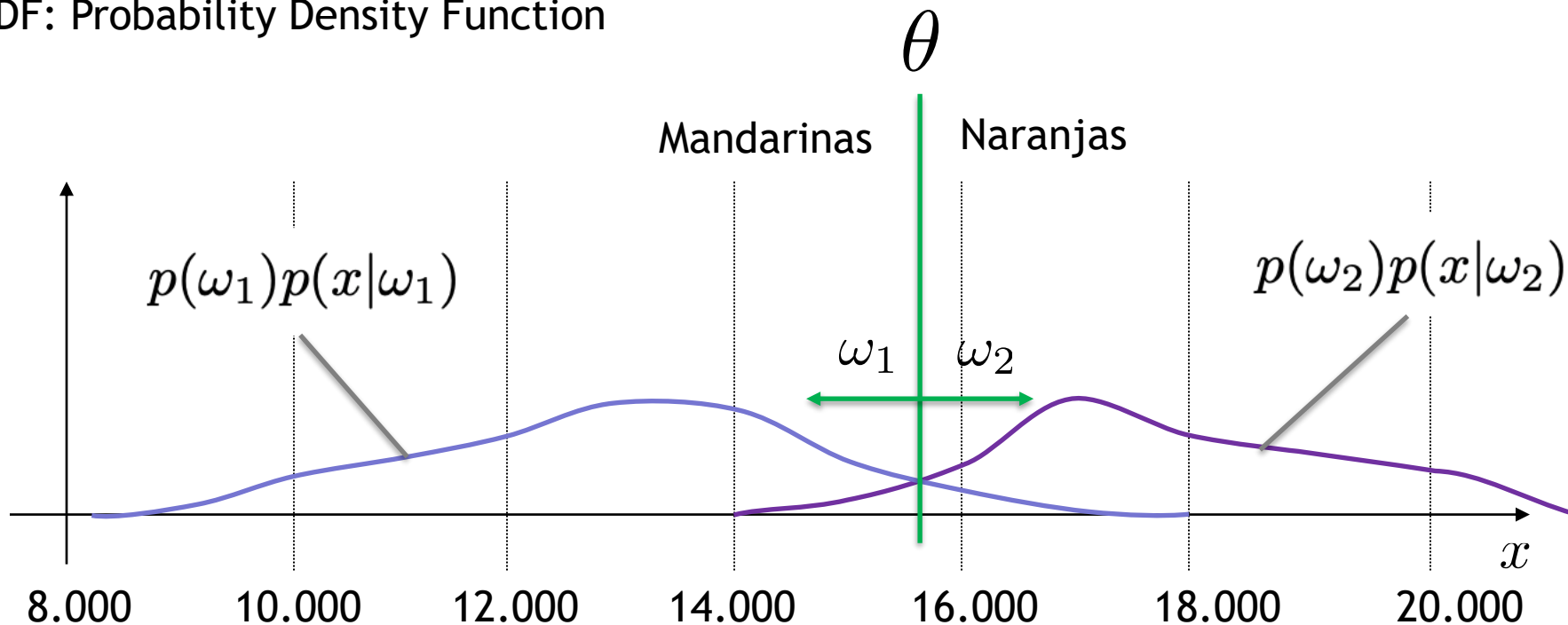
ALGORITMO:

$$p(\omega_1)p(x|\omega_1) \geq p(\omega_2)p(x|\omega_2) \rightarrow \omega_1 \text{ (mandarina)}$$

$$\text{else} \rightarrow \omega_2 \text{ (naranja)}$$

Mandarinas vs. Naranjas

PDF: Probability Density Function



ALGORITMO:

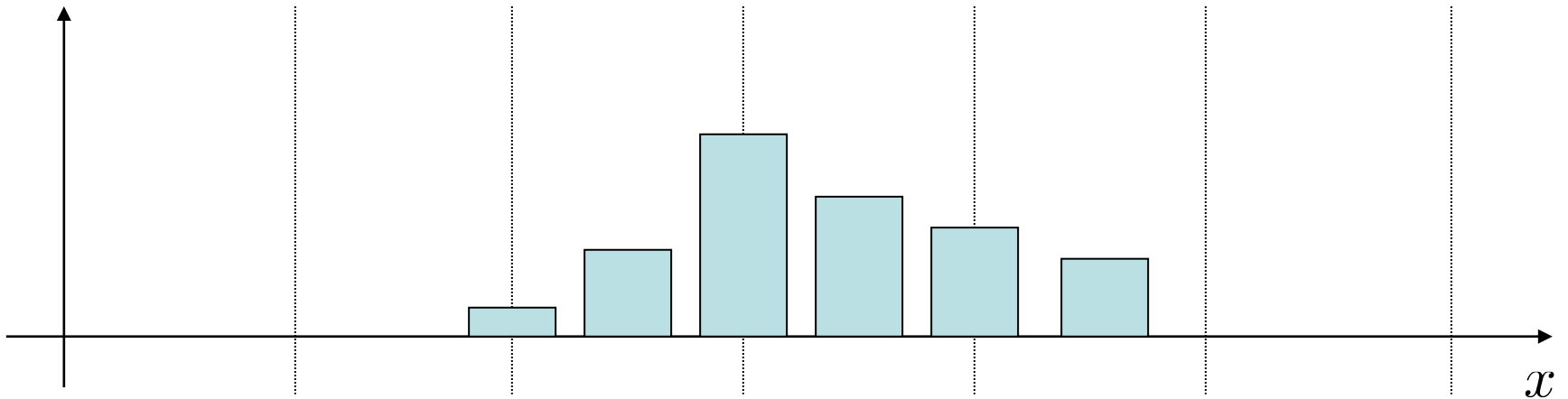
$x < \theta \rightarrow \omega_1$ (mandarina)

else $\rightarrow \omega_2$ (naranja)

Cómo calcular la PDF en 1D?
KDE

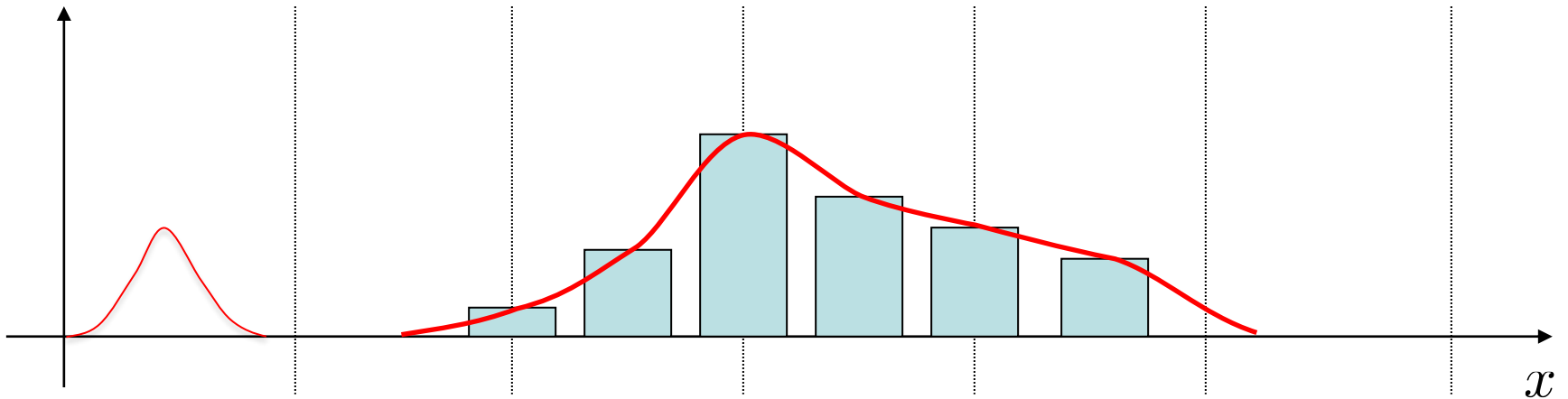
Cómo calcular la PDF?

PASO 1: Histograma



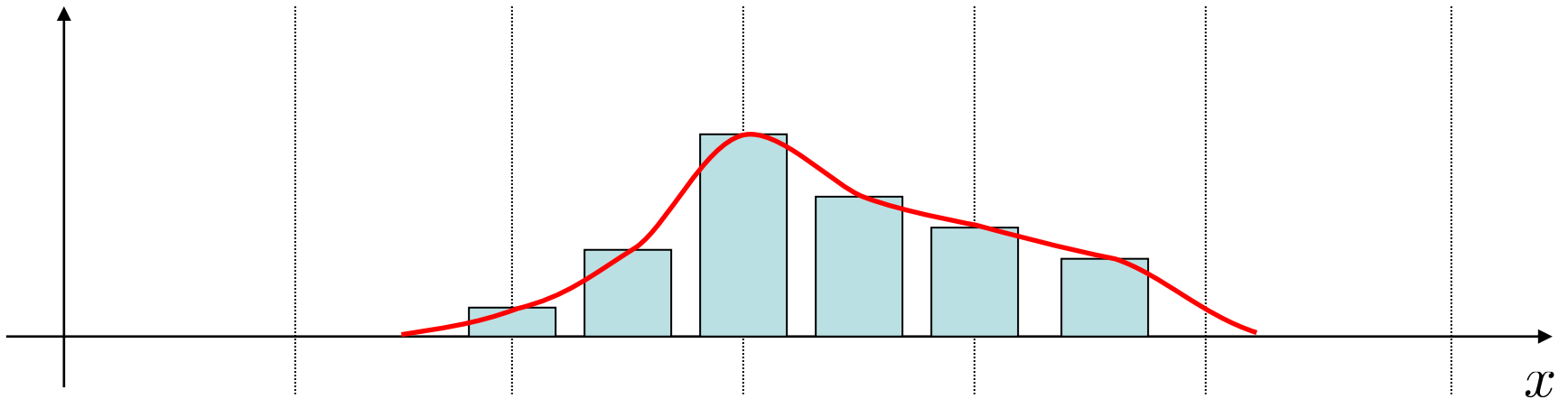
Cómo calcular la PDF?

PASO 2: Convolución con una Gaussiana (Kernel)



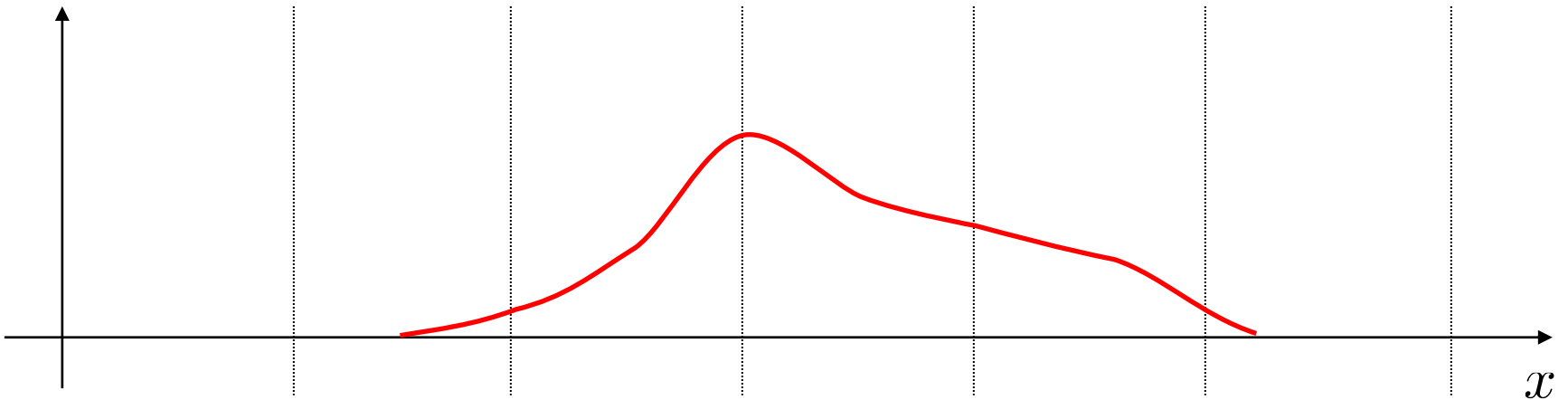
Cómo calcular la PDF?

PASO 2: Convolución con una Gaussiana (Kernel)



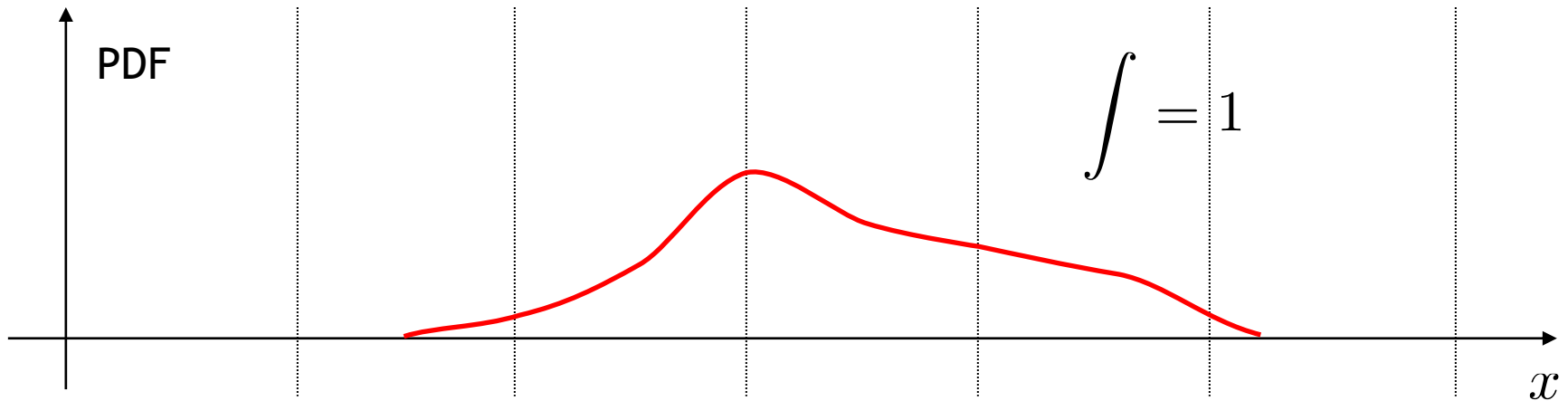
Cómo calcular la PDF?

PASO 2: Convolución con una Gaussiana (Kernel)

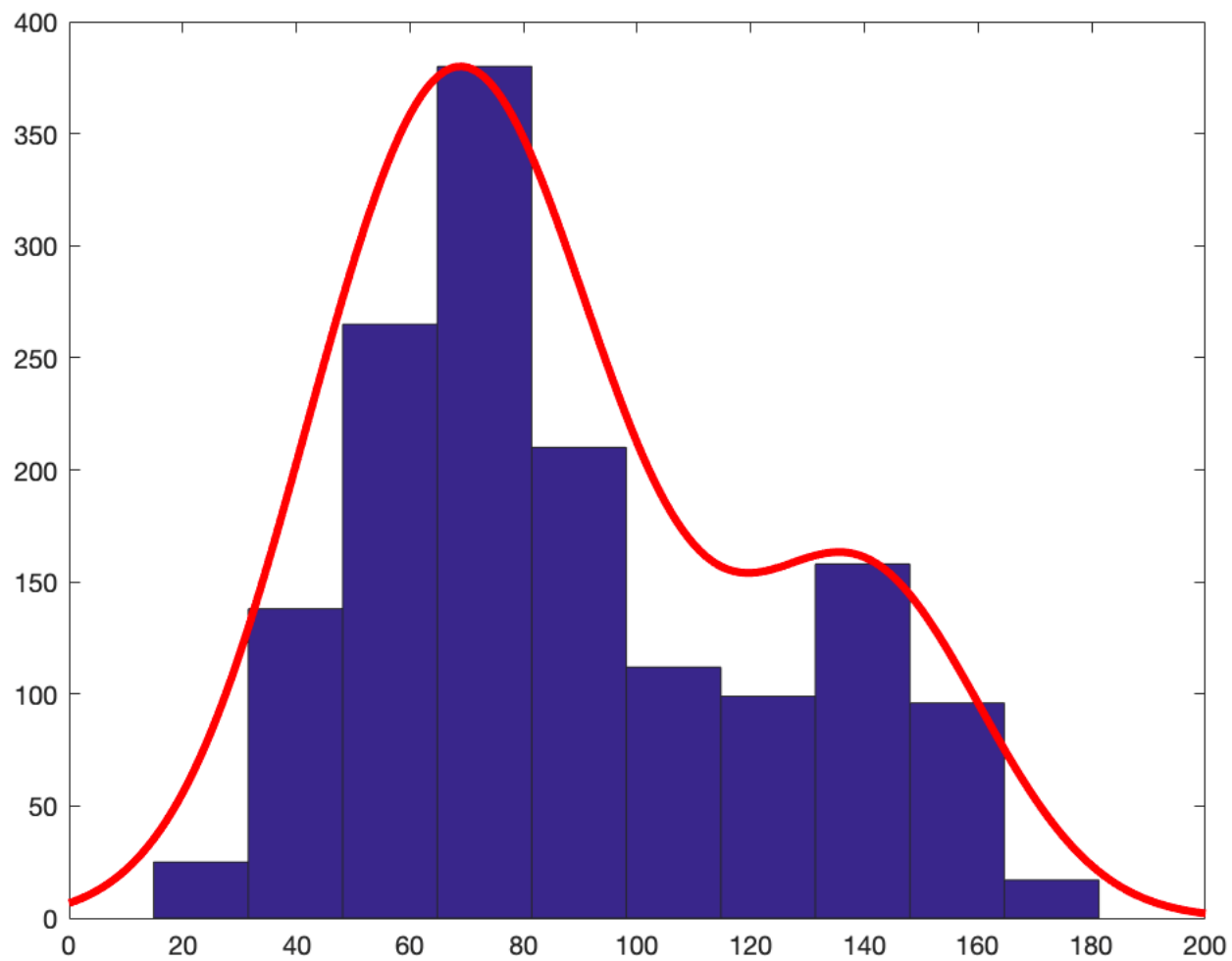


Cómo calcular la PDF?

PASO 3: División por el área

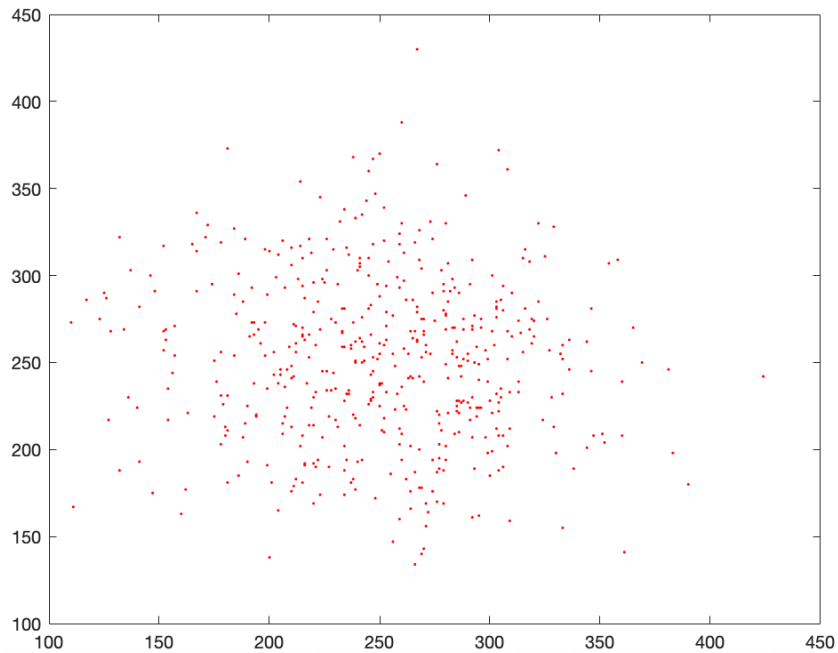


PDF en 1D

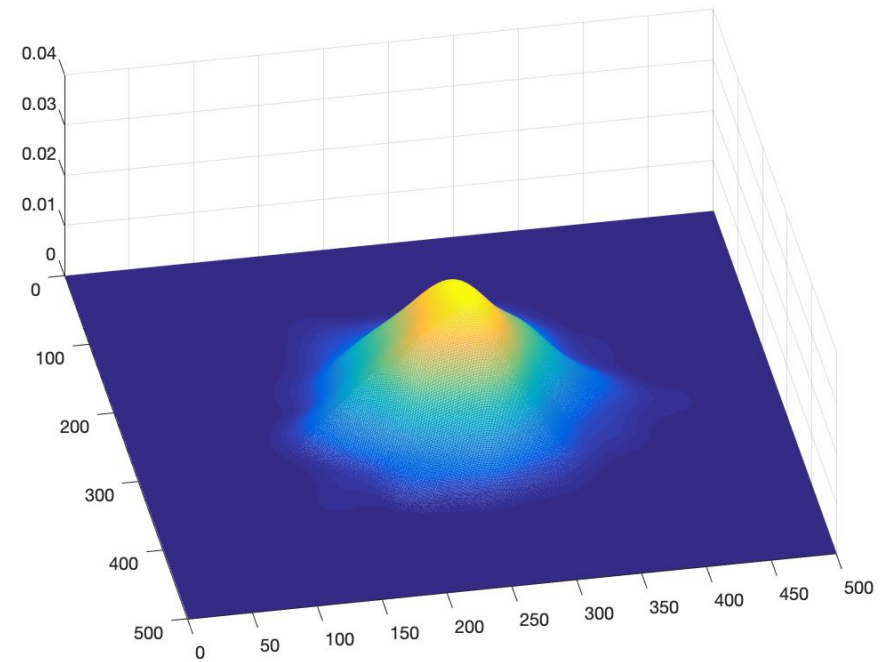


Cómo calcular la PDF en 2D?
KDE

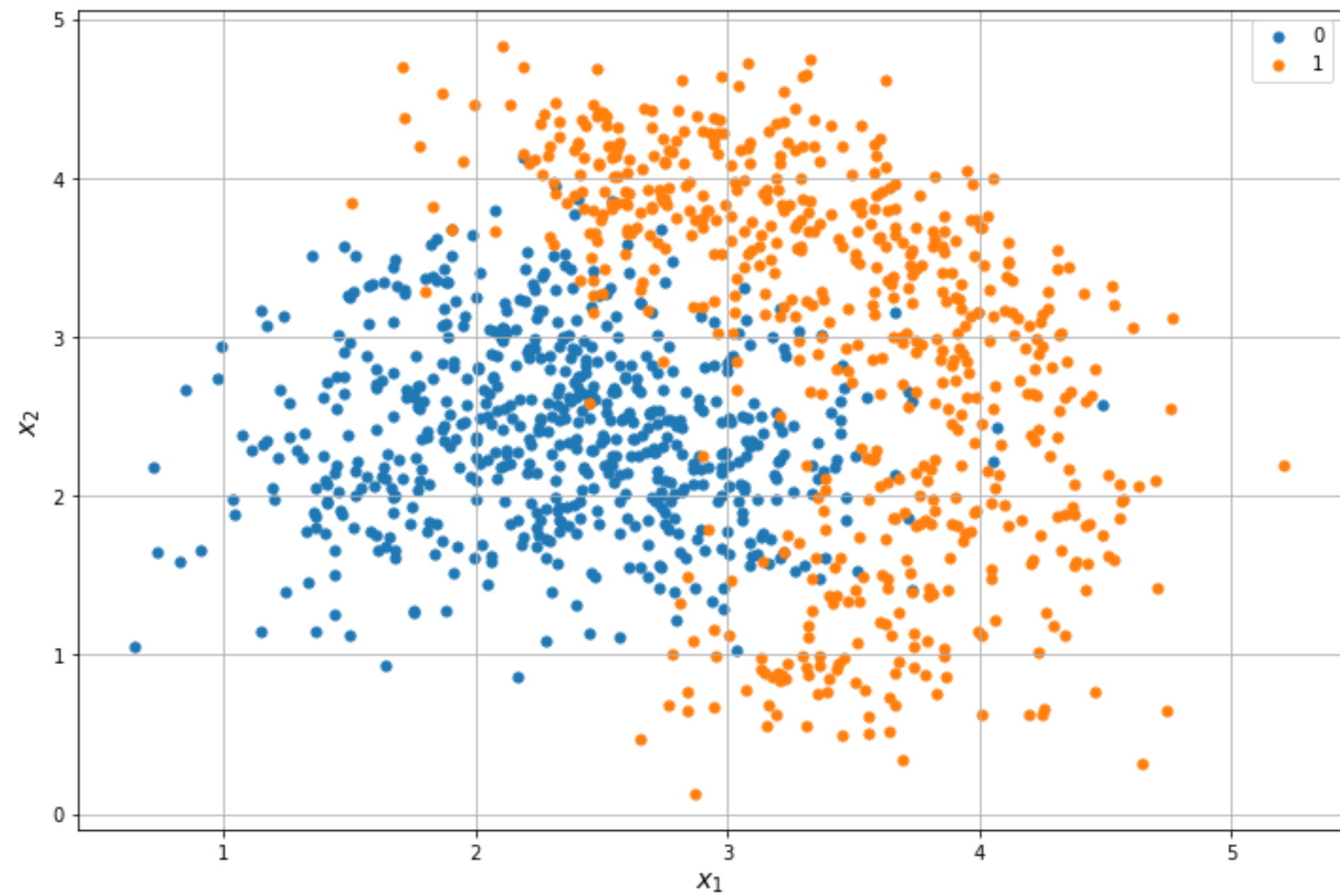
PDF en 2D

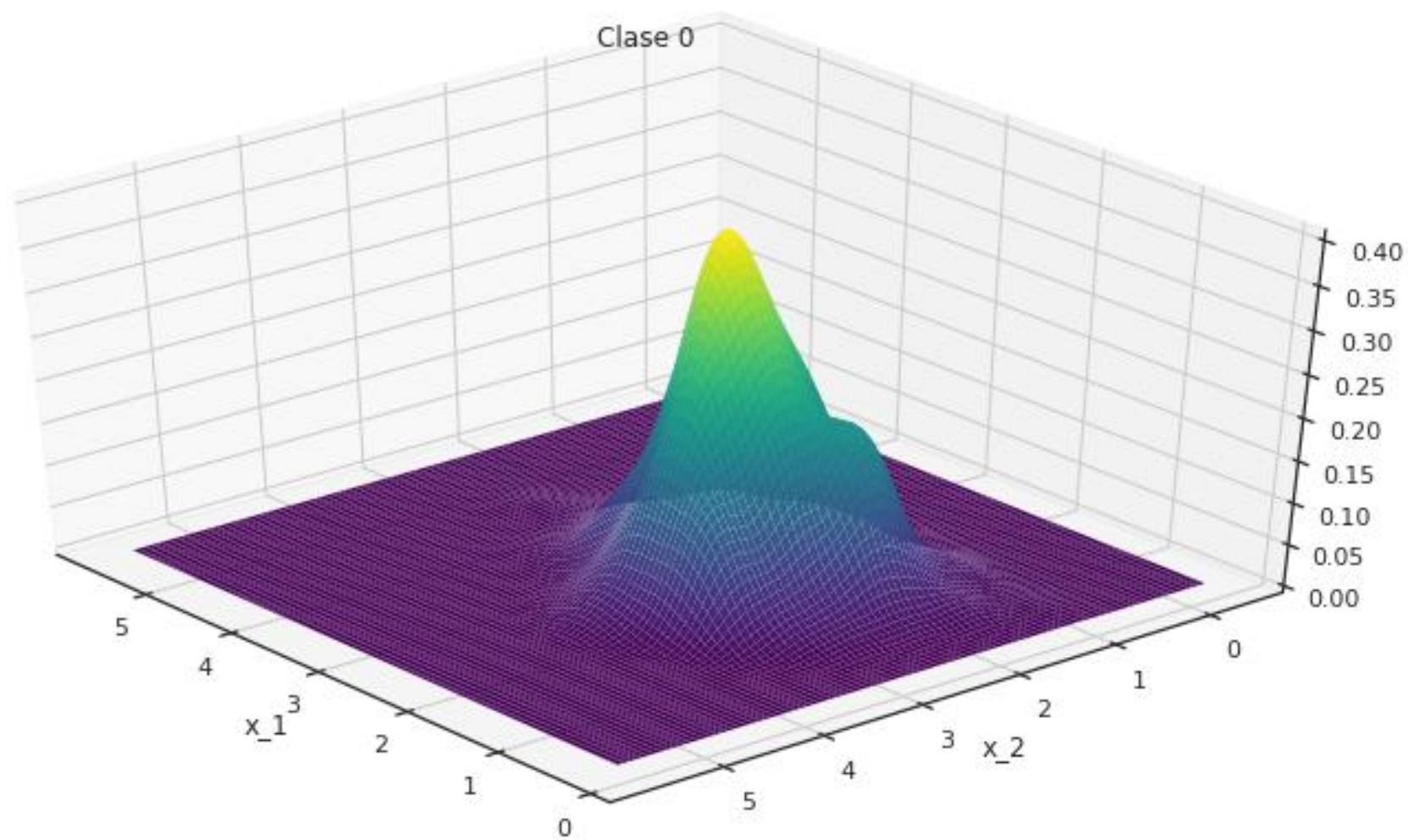


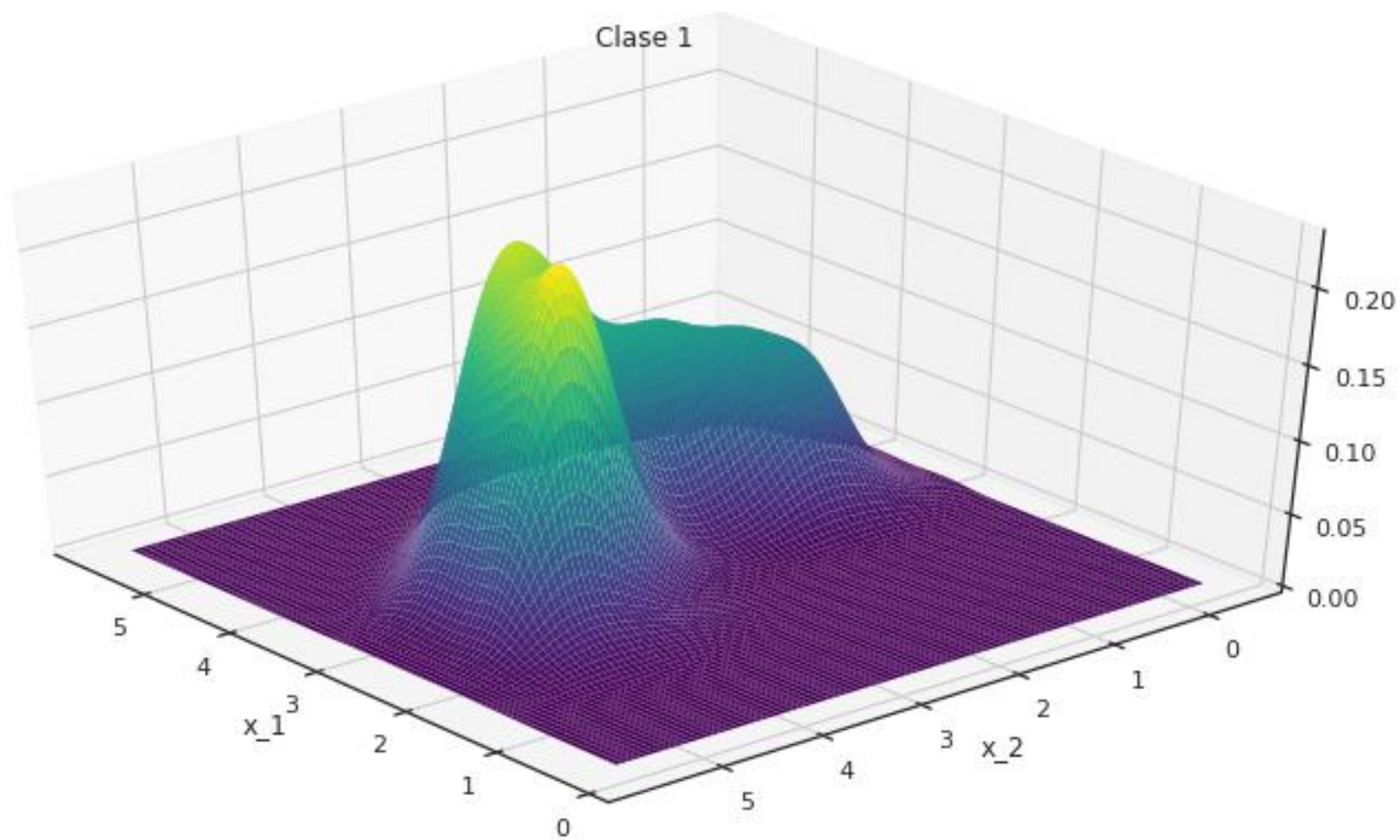
Muestras

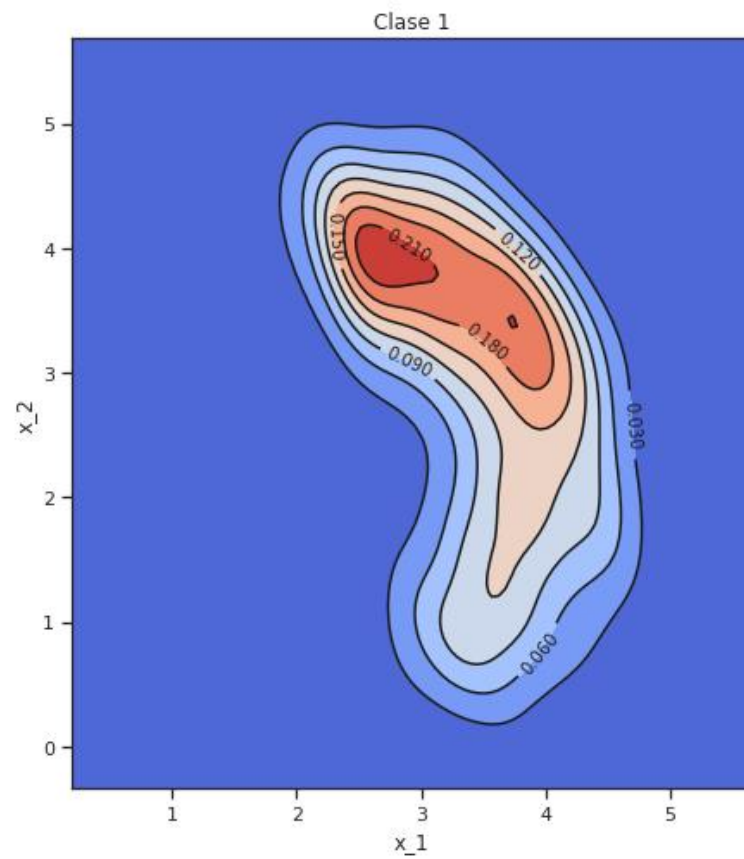
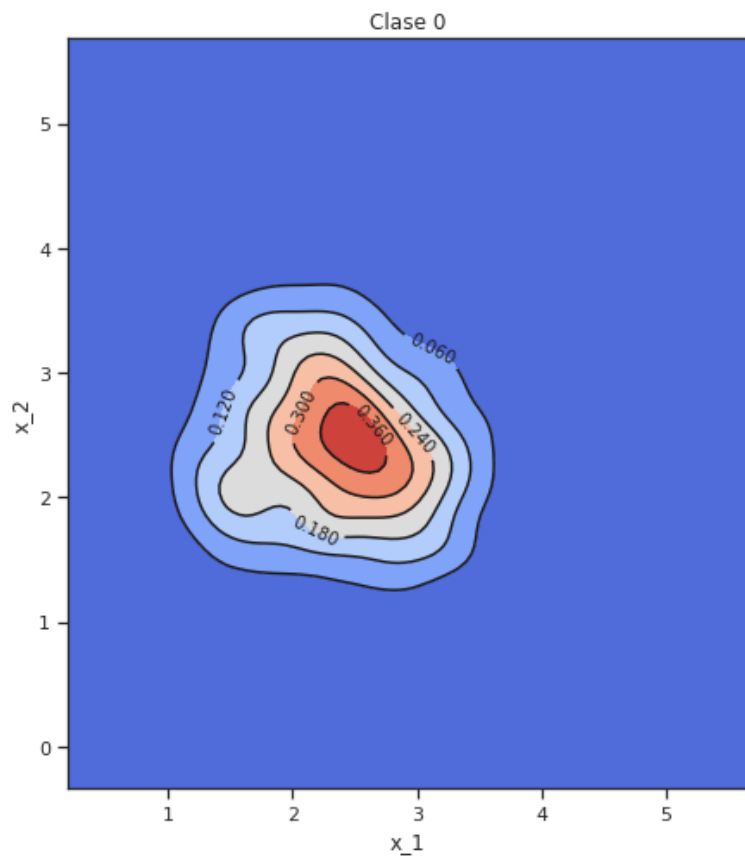


PDF



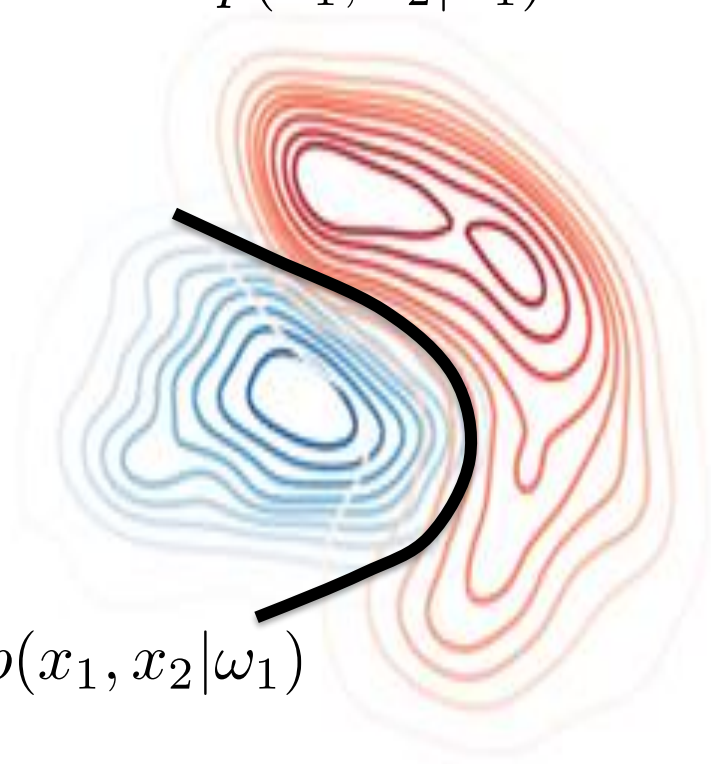




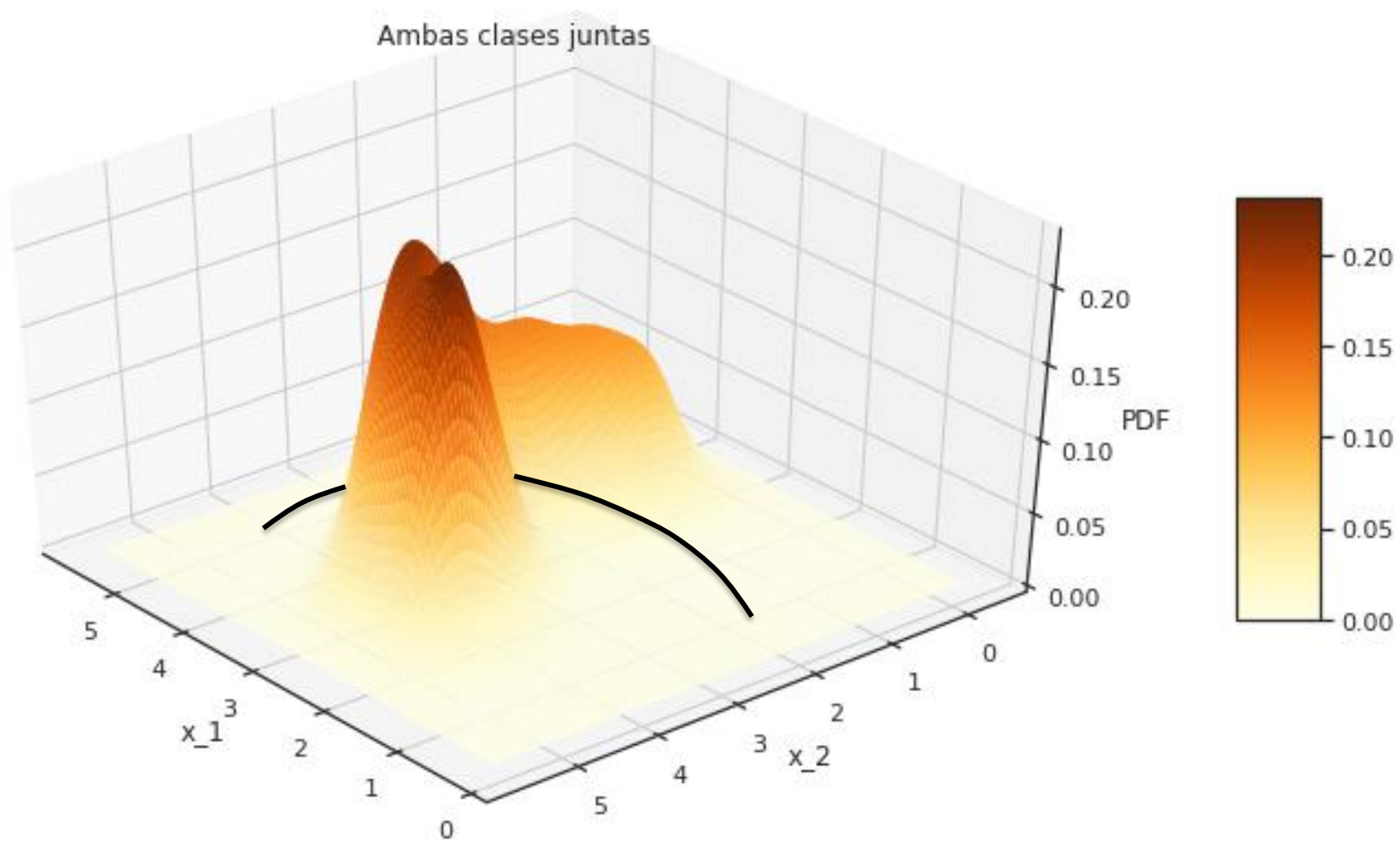


$$p(x_1, x_2 | \omega_1)$$

$$p(x_1, x_2 | \omega_1)$$



Ambas clases juntas

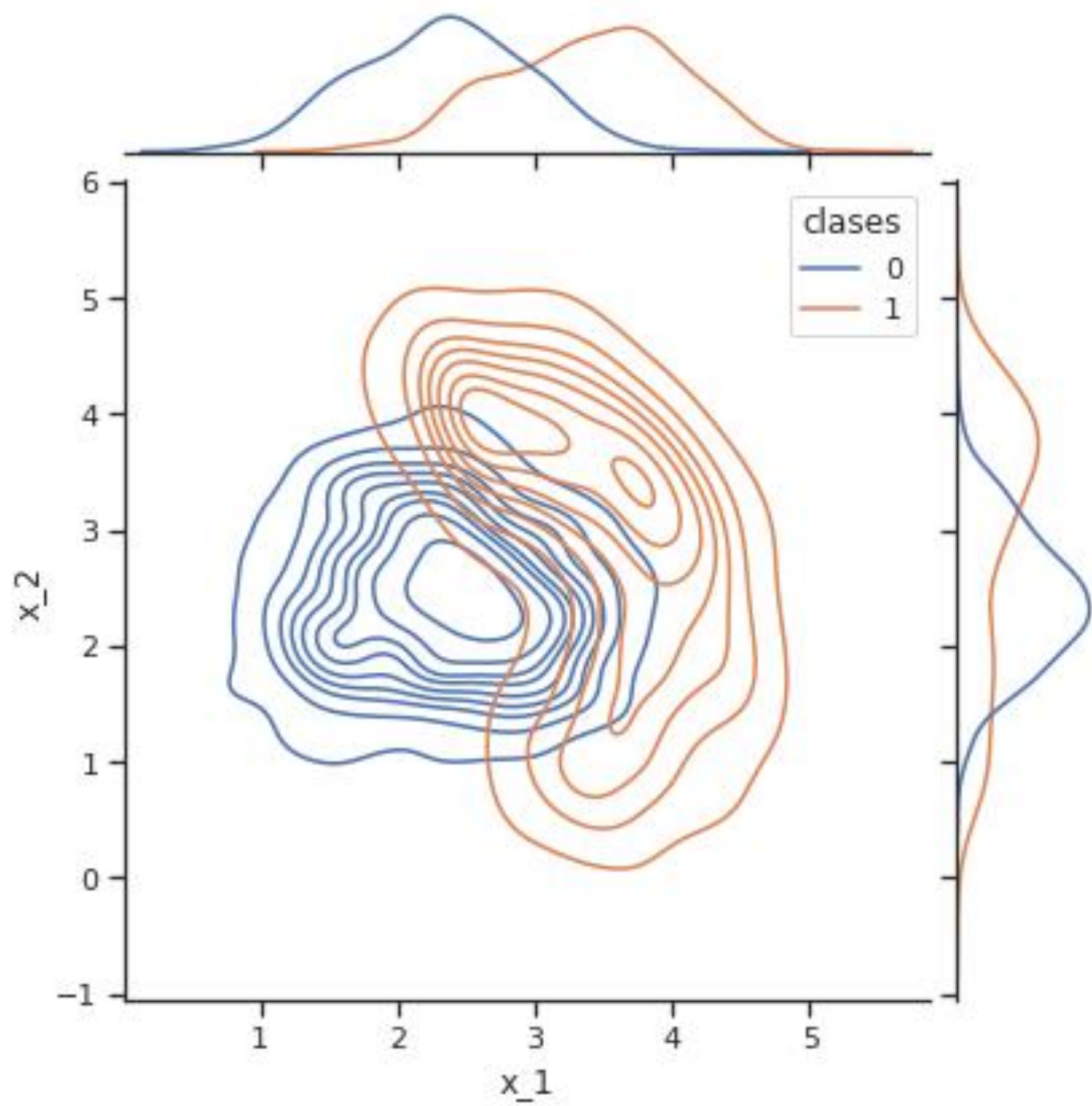


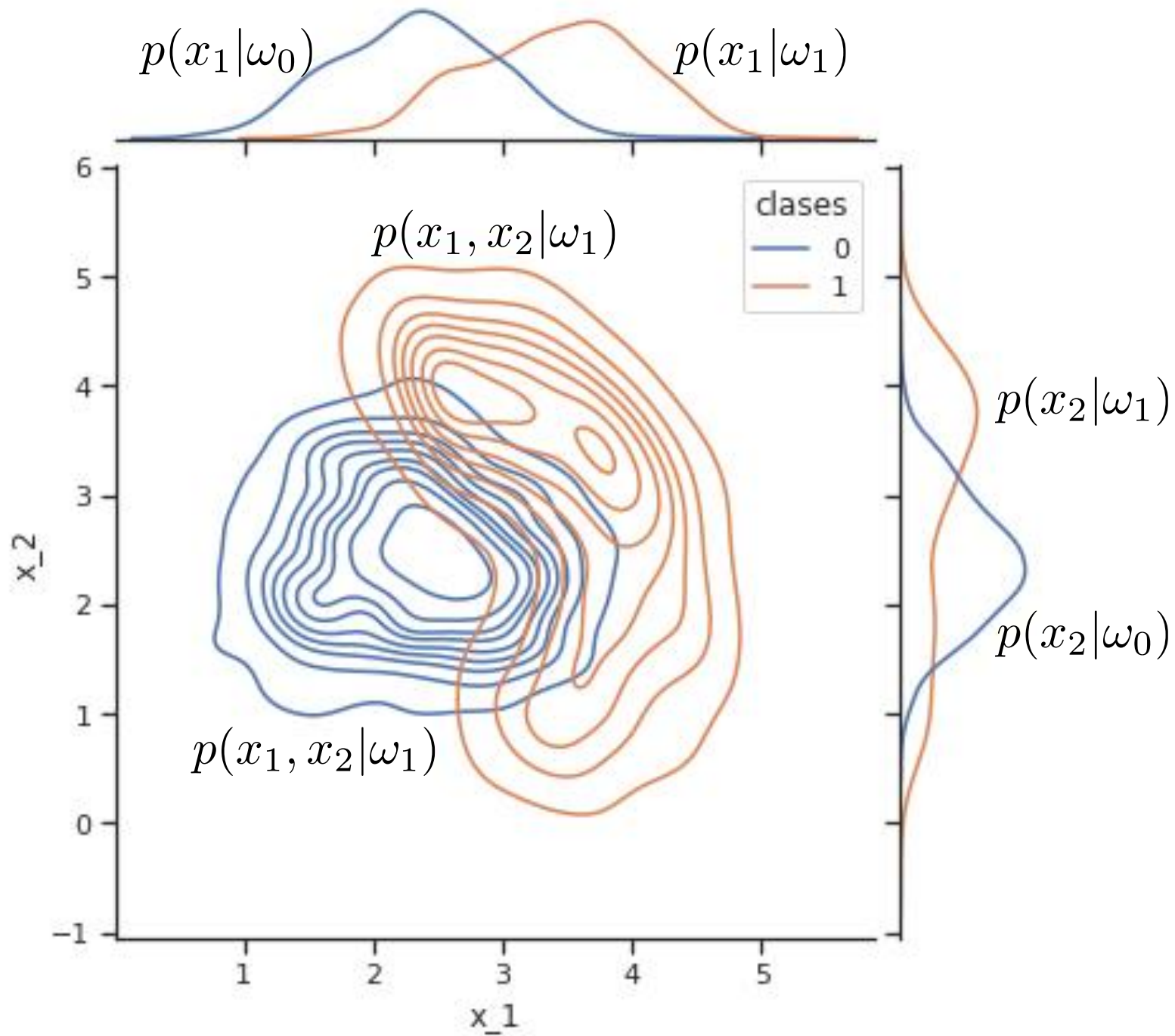
Naïve Bayes

$$p(x_1, \dots, x_n | \omega_0) = p(x_1 | \omega_0) p(x_2 | \omega_0) \cdots p(x_n | \omega_0)$$

$$p(x_1, \dots, x_n | \omega_1) = p(x_1 | \omega_1) p(x_2 | \omega_1) \cdots p(x_n | \omega_1)$$

Eventos independientes





Naïve Bayes

$$p(x_1, \dots, x_n | \omega_0) = p(x_1 | \omega_0) p(x_2 | \omega_0) \cdots p(x_n | \omega_0)$$

$$p(x_1, \dots, x_n | \omega_1) = p(x_1 | \omega_1) p(x_2 | \omega_1) \cdots p(x_n | \omega_1)$$

Eventos independientes