Minería de datos y Patrones

Version 2024-1

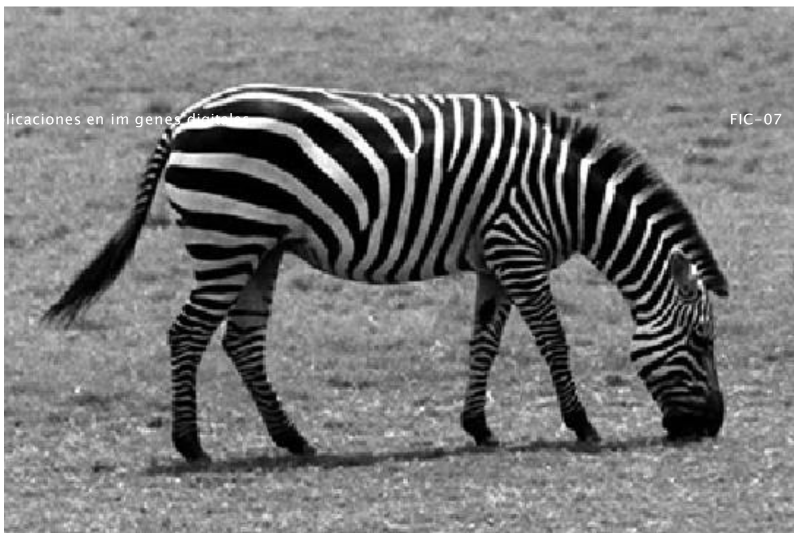
Descriptores de Fourier

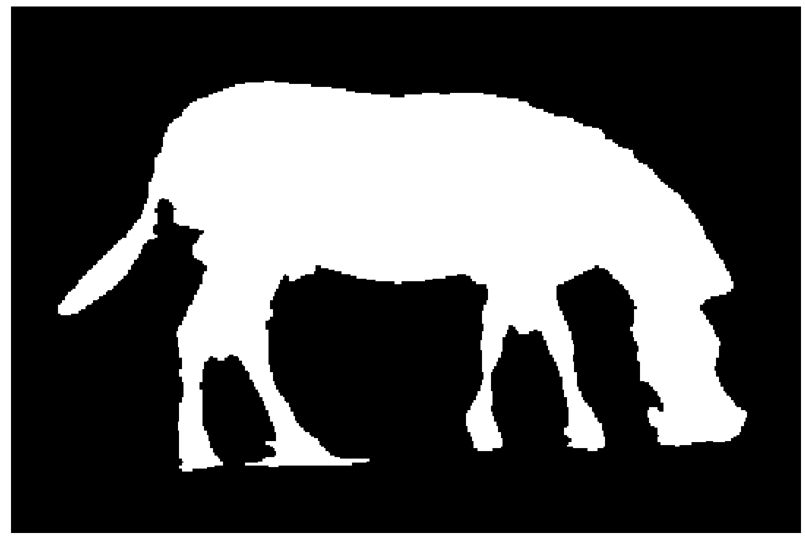
[Capítulo 2]

Dr. José Ramón Iglesias
DSP-ASIC BUILDER GROUP
Director Semillero TRIAC
Ingenieria Electronica
Universidad Popular del Cesar

Forma de los objetos

- Reconocimiento de objetos técnica de visión por computadora para comprender lo que contiene una imagen.
- Distinguir diferentes tipos de objetos a partir de sus rasgos distintivos, e.g., la forma de los objetos.





La forma de un objeto se abstrae en una imagen binaria $f\ (x, y) \in \{0, 1\}$ que representa la extensi n del objeto sobre el plano de la imagen y se obtiene usando un m todo de segmentaci n.

Forma de los objetos

- Los rasgos de forma son extraídos y almacenados en un vector de características:

$$\mathbf{x} = [x_1, x_2, \ldots, x_d], \tag{10}$$

  donde d es la cantidad de rasgos extraídos del objeto.

- El vector $\mathbf{x}$ se asocia con una etiqueta de clase $y \in \Omega = \{1, \ldots, c\}$, donde c es el n mero clases de objetos que se desean reconocer.

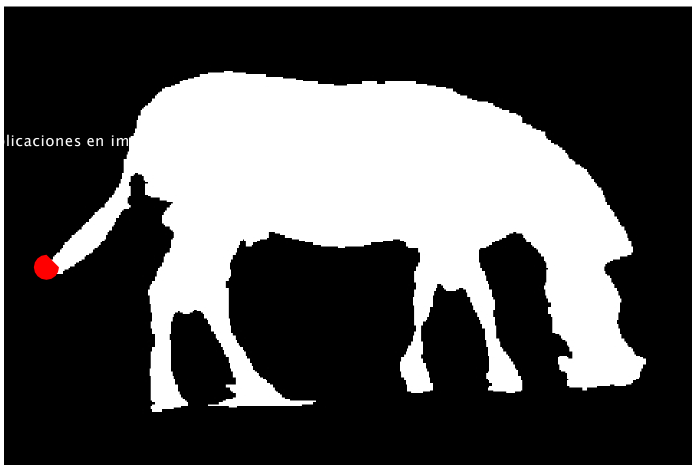
- El reconocimiento de objetos es el resultado de un algoritmo de aprendizaje supervisado que realiza el mapeo:

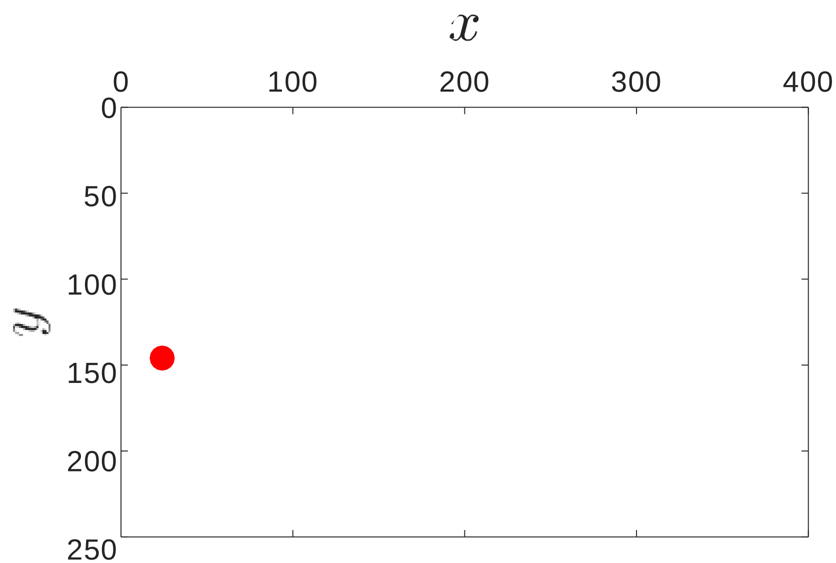
$$g(\mathbf{x}) \rightarrow \hat{y} \in \Omega, \tag{11}$$

  donde $g(\cdot)$ es una función discriminante e $\hat{y}$ es la etiqueta estimada.

Descriptores de Fourier

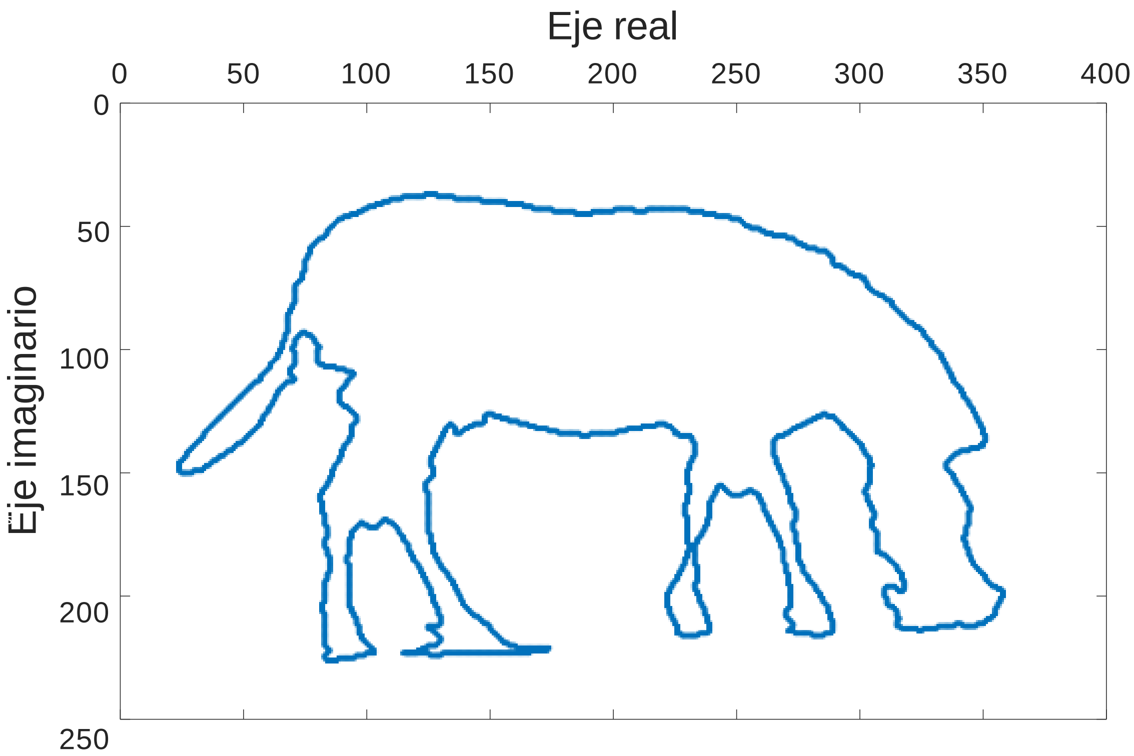
- Descriptores de Fourier coeficientes del espectro de Fourier que se extraen del borde de los objetos para describir su forma.
- Un píxel del borde tiene al menos un píxel vecino del fondo.





El borde se extrae con un algoritmo de seguimiento de contorno que devuelve la lista de coordenadas de los p xeles del borde ordenados en sentido horario: $s(k) = [x(k), y(k)]$, para $k = 0, 1 \ldots, n_p - 1$, donde n_p es el n mero de p xeles del borde.

Descriptores de Fourier



La secuencia $s(k) = [x(k), y(k)]$ en 2D se transforma a una señal 1D usando una representación de números complejos:

$$s(k) = x(k) + jy(k), \quad \text{para} \quad k = 0, 1, \ldots, n_p - 1. \tag{12}$$

Descriptores de Fourier

- Los descriptores de Fourier se obtienen de la DFT de la secuencia compleja $s(k)$:

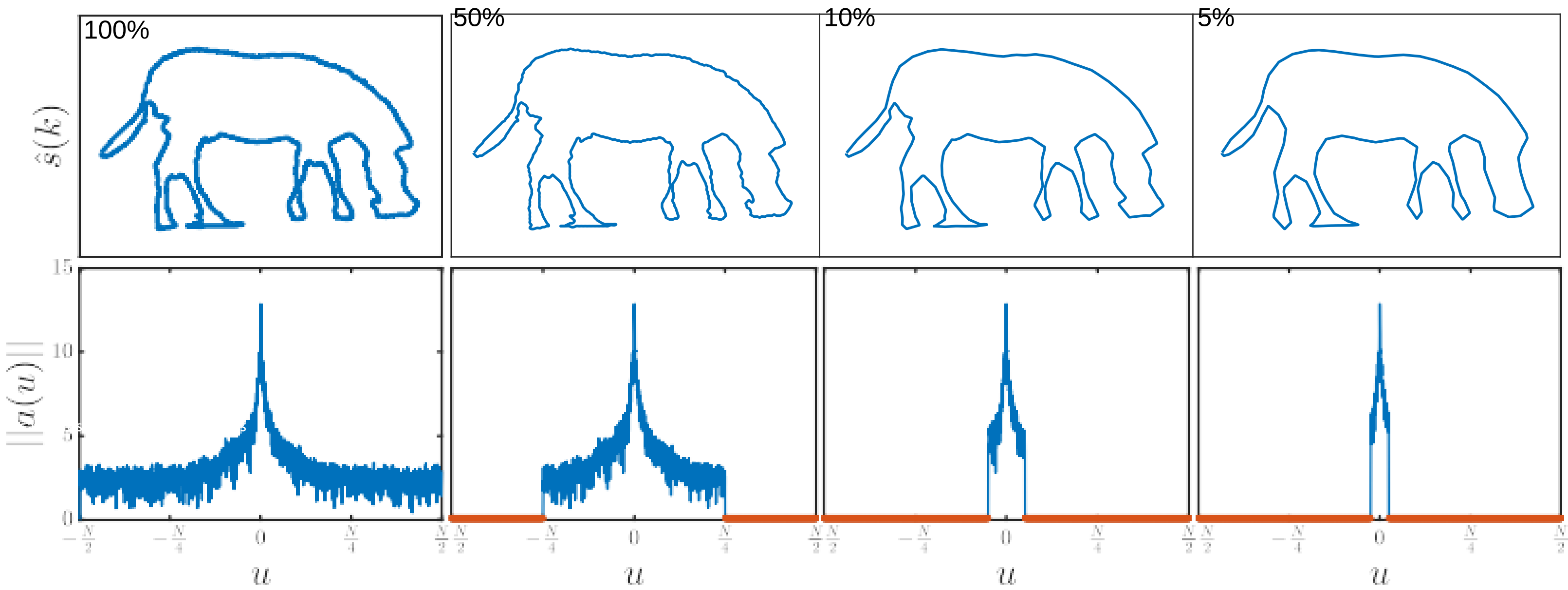
$$a(u) = \sum_{k=0}^{n_p - 1} s(k) e^{-\frac{j2\pi uk}{n_p}}, \quad \text{para} \quad u = 0, 1, \ldots, n_p - 1. \qquad (13)$$

- Los primeros p coeficientes de Fourier aproximan la forma del objeto usando la transformada inversa DFT:

$$s(k) = \frac{1}{n_p} \sum_{u=0}^{n_p - 1} \varphi_p[a(u)] e^{\frac{j2\pi uk}{n_p}}, \quad \text{donde} \quad \varphi_p[a(u)] = \begin{cases} a(u) & \text{si } u < p, \\ 0 & \text{otro caso,} \end{cases} \qquad (14)$$

para $k = 0, 1, \ldots, n_p - 1.$

Descriptores de Fourier

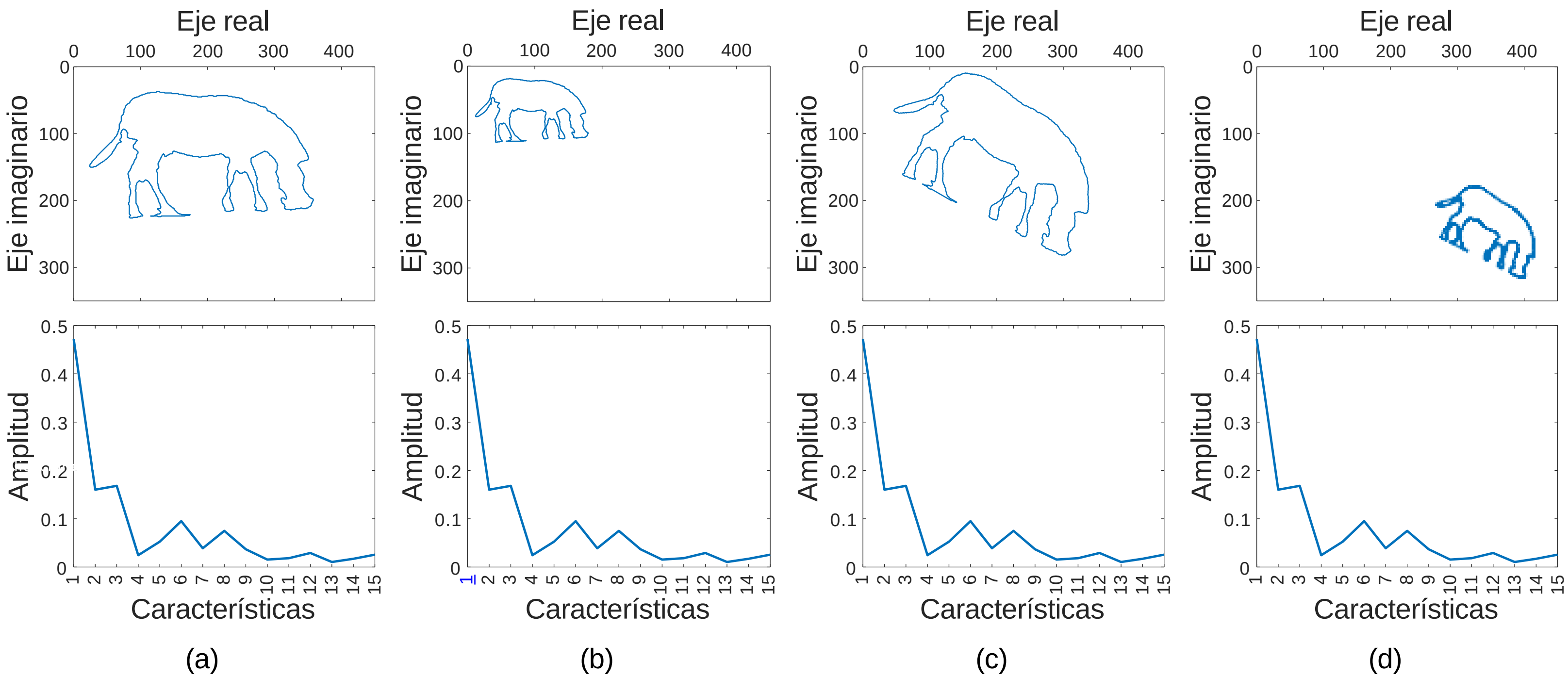


Contorno de la cebra reconstruido para diferentes porcentajes de coeficientes de Fourier usando (14). Las frecuencias altas contienen detalles finos y ruidosos del contorno del objeto, mientras que las frecuencias bajas contienen la información global de la forma del objeto. En todos los casos, la señal original $s(k)$ y la reconstruida $s\hat{}(k)$ tienen el mismo número de puntos.

Descriptores de Fourier

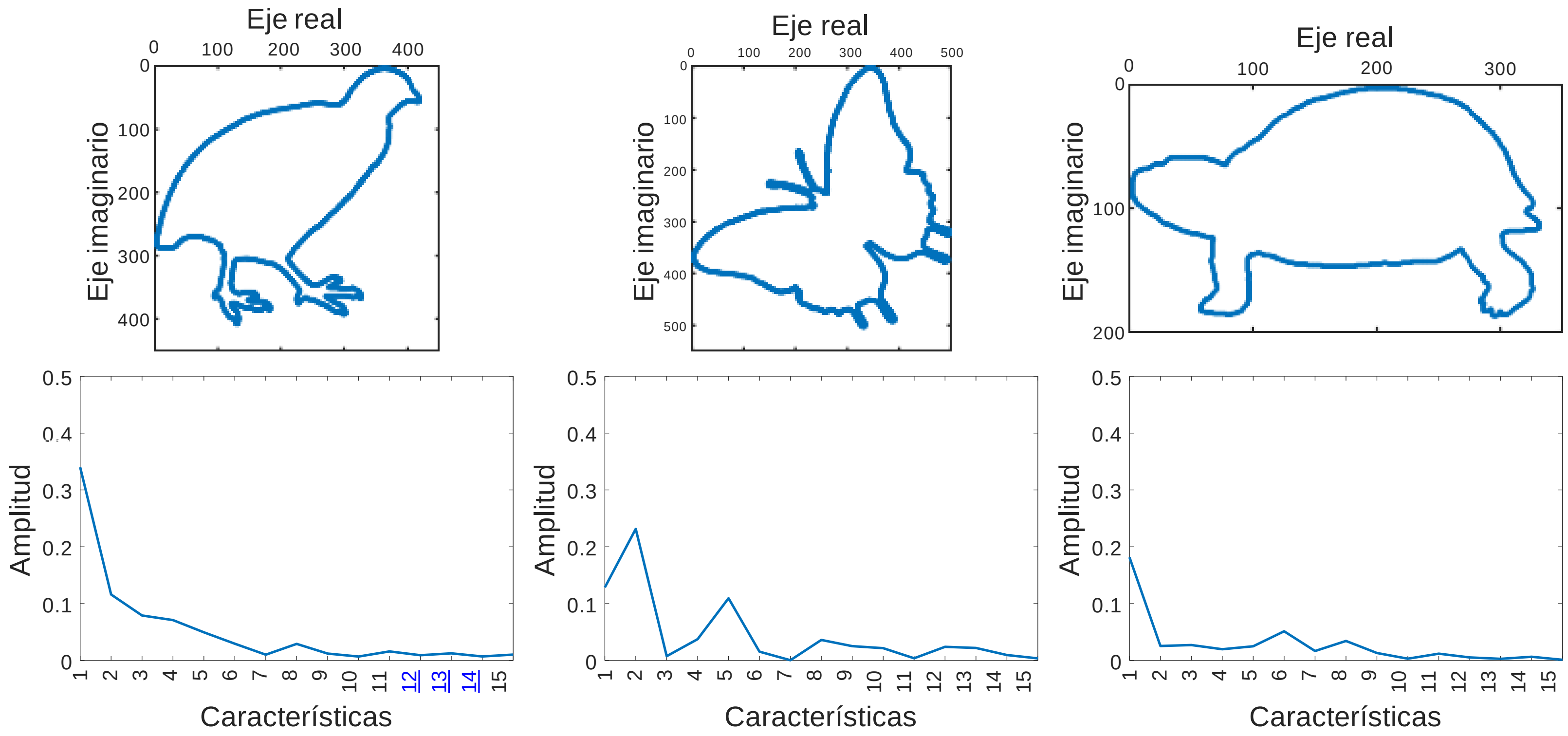
- Los descriptores de Fourier son los coeficientes complejos $a(u)$ normalizados para hacerlos invariantes a cambios de escala, traslación y rotación de los objetos:
  1. Invianza a traslación: colocar el primer coeficiente $a(0)$ (i.e., componente DC) en cero, i.e., $a(0) = 0$.
  2. Invarianza a escalamiento: dividir $a(u)$ sobre la magnitud del segundo coeficiente $a(1)$, i.e., $a(u) = \frac{a(u)}{||a(1)||}$, $u \geq 0$.
  3. Invarianza a rotación: calcular la magnitud de los coeficientes $a(u)$, i.e., $a(u) = ||a(u)||$, para $u \geq 0$.
- Obtener los coeficientes normalizados para formar el vector de características $\mathbf{x} = [a(2), a(3), \ldots, a(p+2)]$.
- Los coeficientes normalizados $a(0) = 0$ y $a(1) = 1$; por lo tanto, son removidos.

Descriptores de Fourier



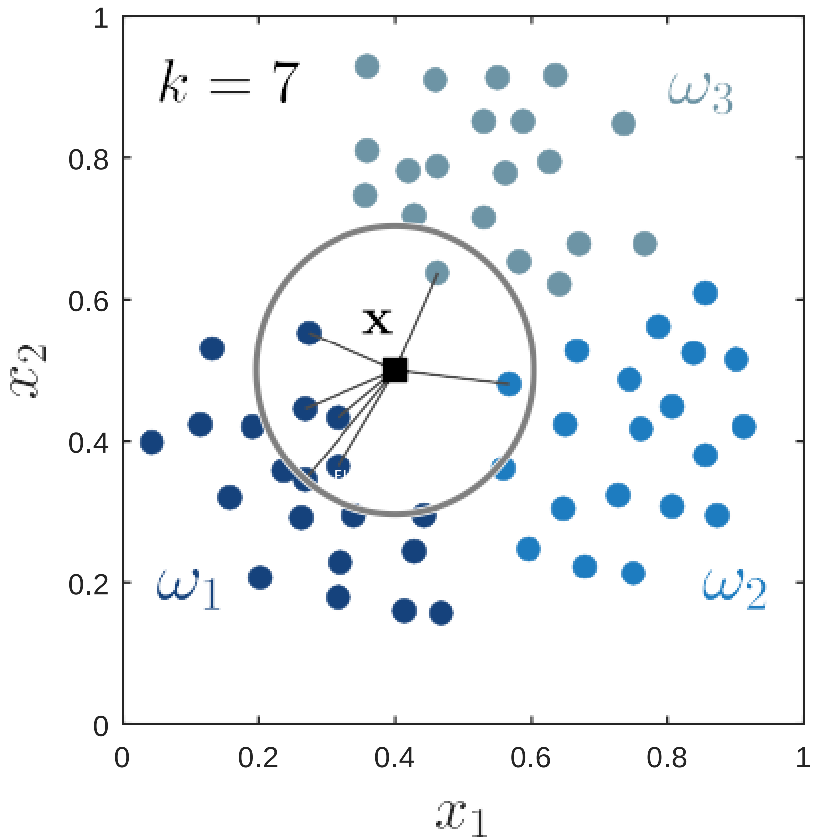
Descriptores de Fourier para diferentes transformaciones geométricas del objeto: (a) original, (b) escalamiento con $\alpha = 0.5$, (c) rotación con $\vartheta = \pi/6$, y (d) escalamiento con $\alpha = 0.5$, rotación con $\vartheta = \pi/6$ y traslaci n con $t = 150 + j100$. Todas las rmas espectrales son similares, es decir, invariantes a transformaciones geométricas.

Descriptores de Fourier



Los descriptores de Fourier son discriminantes para objetos de clases diferentes, es decir, las firmas espectrales presentan distribuciones distintas.

Reconocimiento de objetos



Para el reconocimiento de objetos se obtienen los p descriptores de Fourier de las clases de objetos que se desean clasi car (i.e., se crea un conjunto de entrenamiento). Después, se puede utilizar el algoritmo de los k-vecinos más cercanos (kNN) para determinar la etiqueta de clase de un patrón de prueba x_{test}.

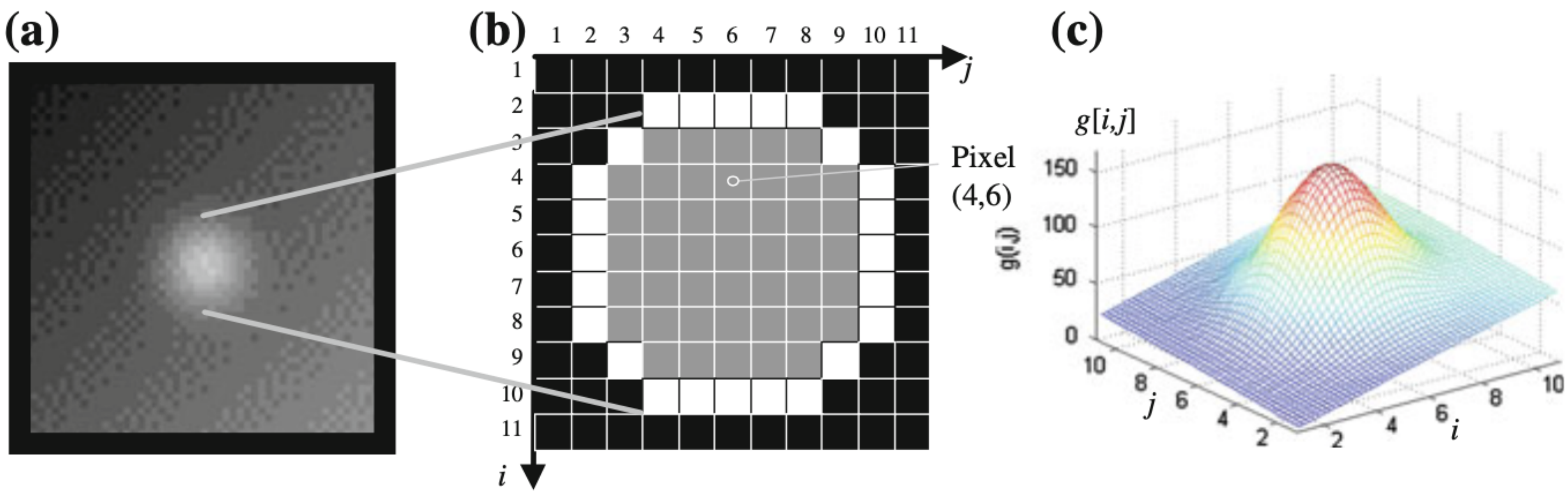


Fig. 5.1 Example of a region: **a** X-ray image, **b** segmented region (*gray* pixels), **c** 3D representation of the gray values

5.2.3 *Fourier Descriptors*

Shape information—invariant to scale, orientation and position—can be measured using *Fourier descriptors* [5–7]. The coordinates of the pixels of the boundary are arranged as a complex number $i_k + j \cdot j_k$, with $j = \sqrt{-1}$ and $k = 0, \ldots, L-1$, where L is the perimeter of the region, and pixel k and $k+1$ are connected. The complex boundary function can be considered as a periodical signal of period L. The Discrete Fourier Transformation [8] gives a characterization of the shape of the region. The Fourier coefficients are defined by:

$$F_n = \sum_{k=0}^{L-1} (i_k + j \cdot j_k) e^{-j \frac{2\pi kn}{L}} \qquad \text{for } n = 0, \ldots, L-1. \tag{5.10}$$

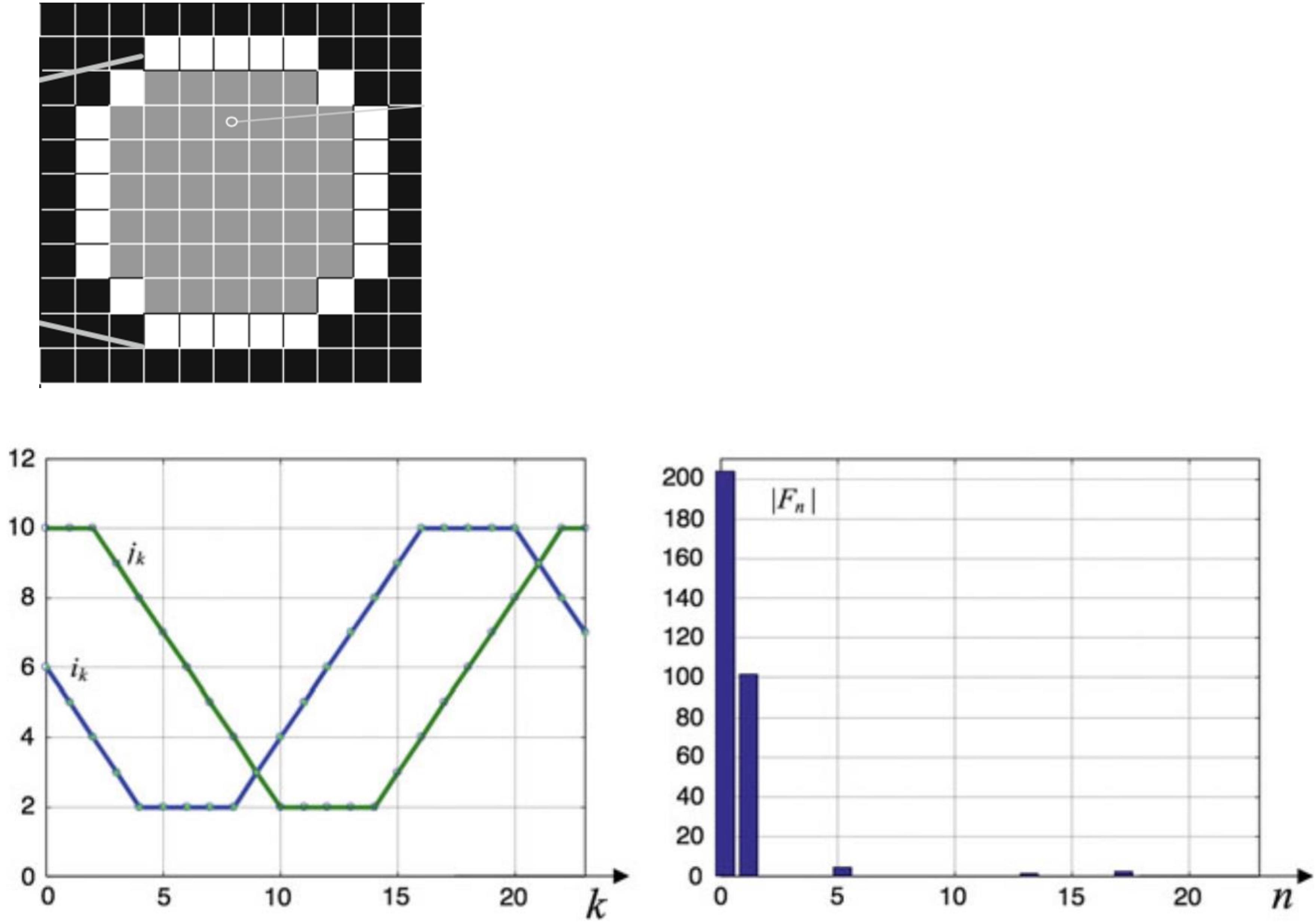
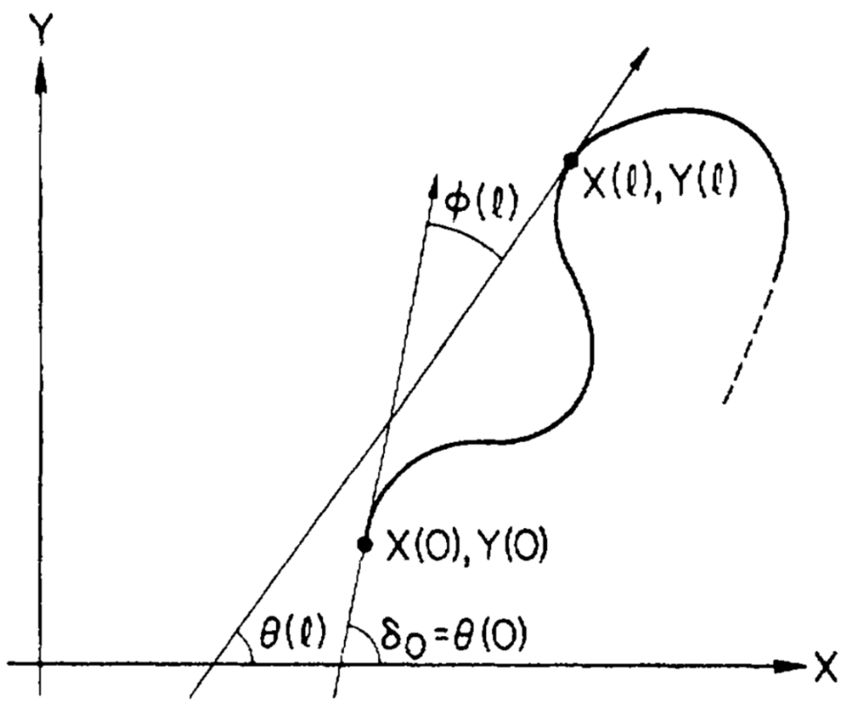


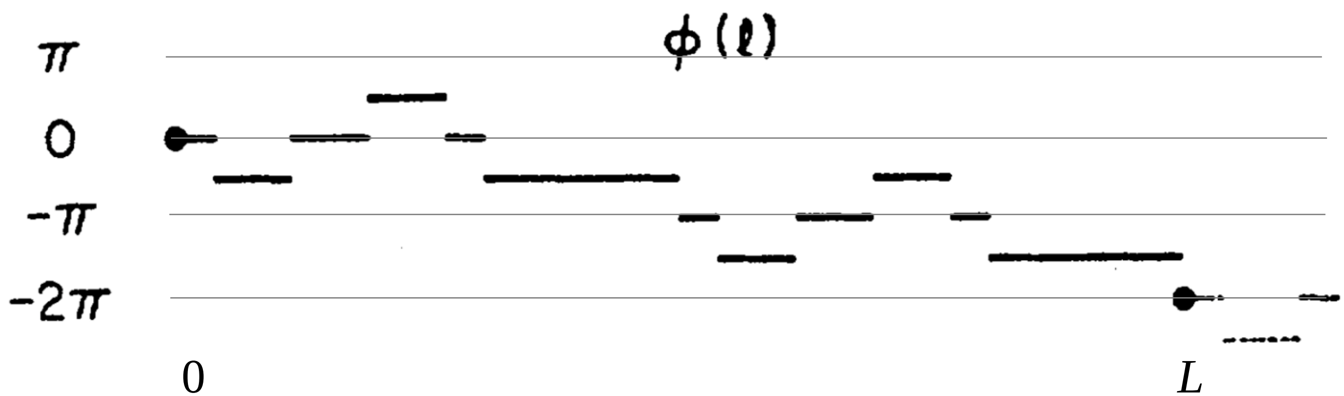
Fig. 5.4 Coordinates of the boundary of region of Fig. 5.1 and the Fourier descriptors

IEEE TRANSACTIONS ON COMPUTERS, VOL. C-21, NO. 3, MARCH 1972

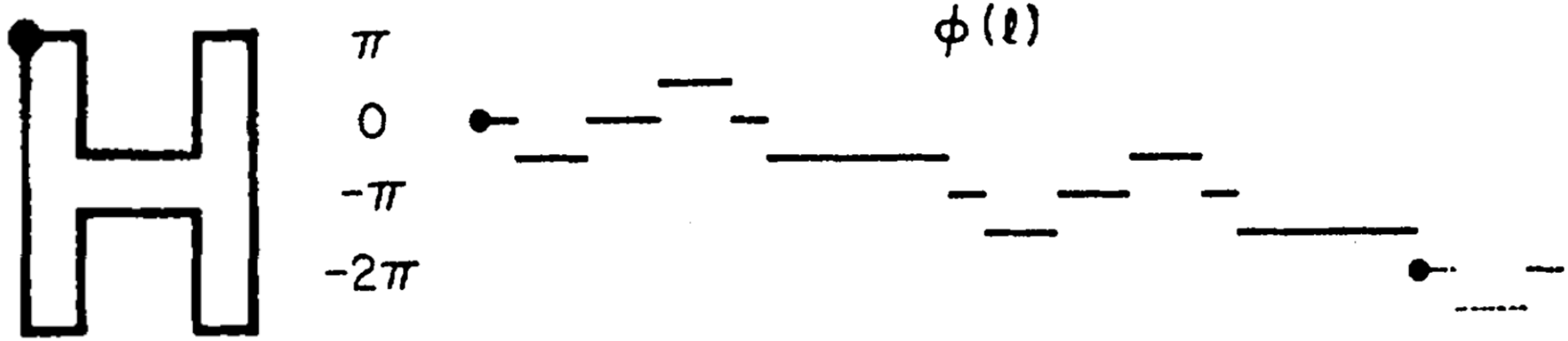
Fourier Descriptors for Plane Closed Curves

CHARLES T. ZAHN AND RALPH Z. ROSKIES



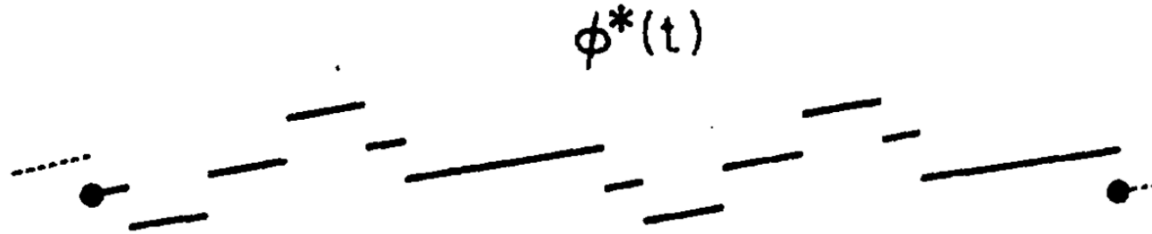


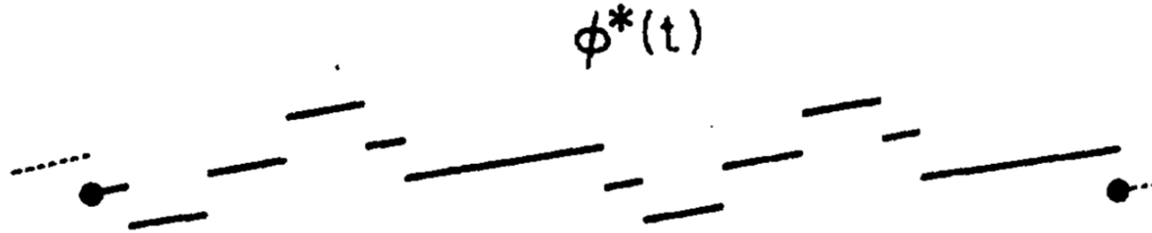
$$\phi(L) = -2\pi$$



$$\phi(L) = -2\pi$$

$$\phi^*(t) = \phi\left(\frac{Lt}{2\pi}\right) + t \qquad t \in [0, 2\pi]$$





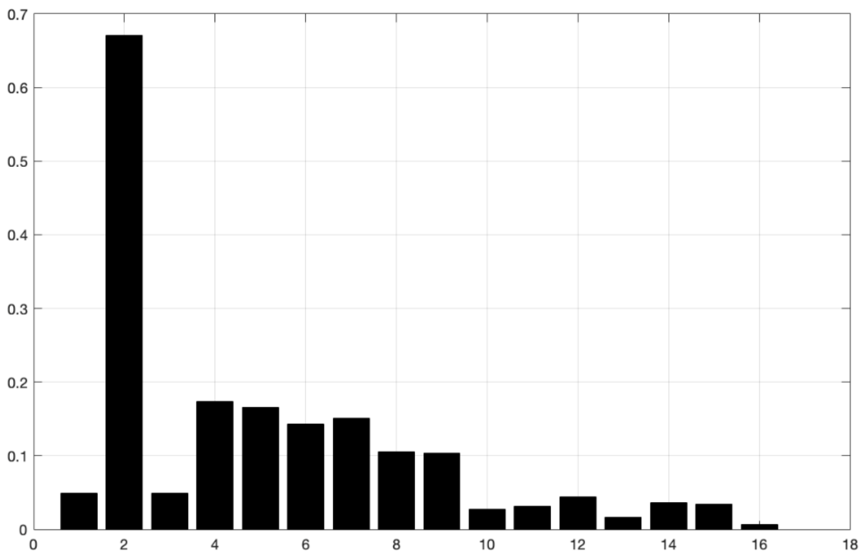
$$\phi^*(t) = \phi\left(\frac{Lt}{2\pi}\right) + t$$

Serie de Fourier

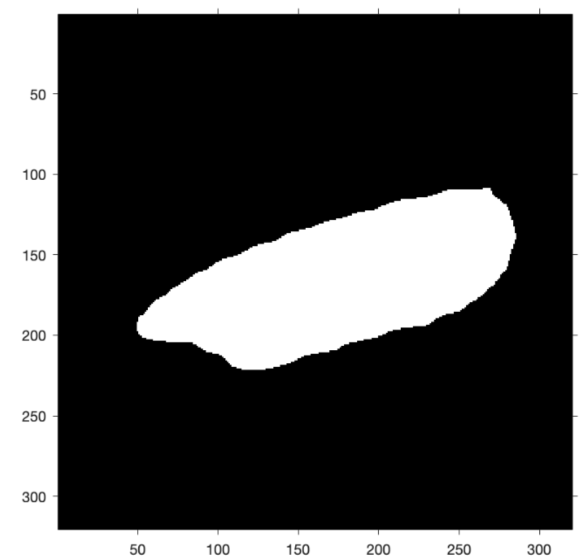
$$\phi^*(t) = \mu_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos kt + b_k \sin kt)$$

$$F_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$$ Descriptores de Fourier

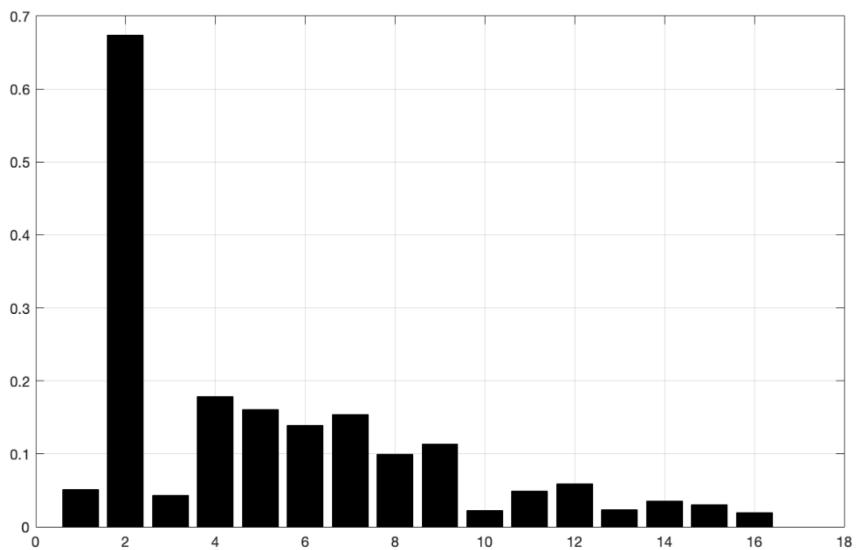
Ejemplo

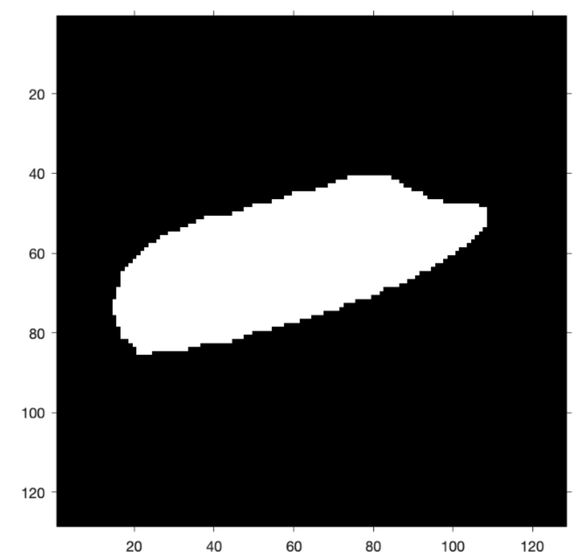


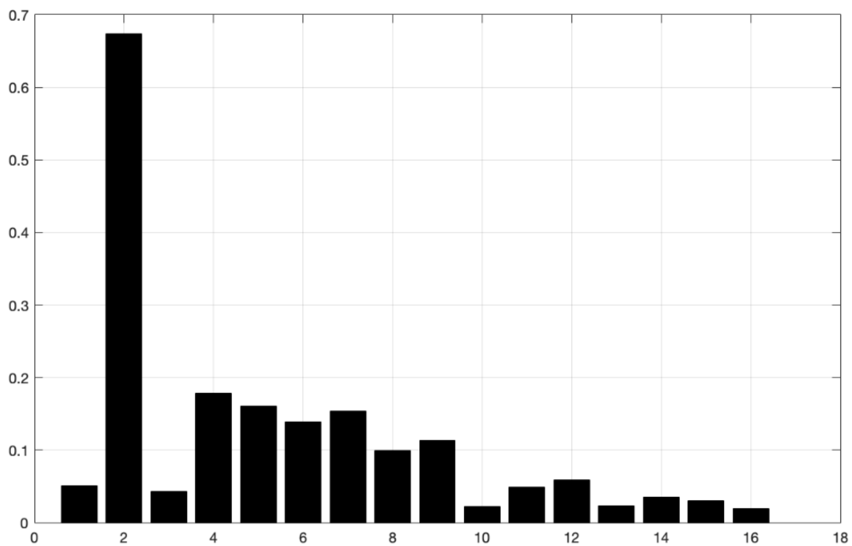
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
0
2
4
6
8
10
12
14
16
18

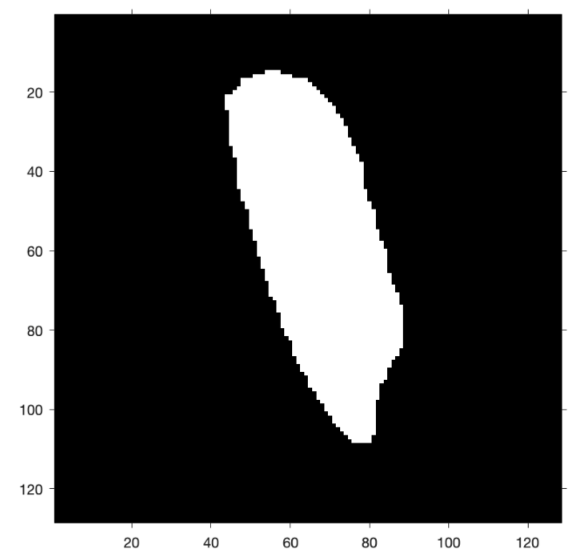


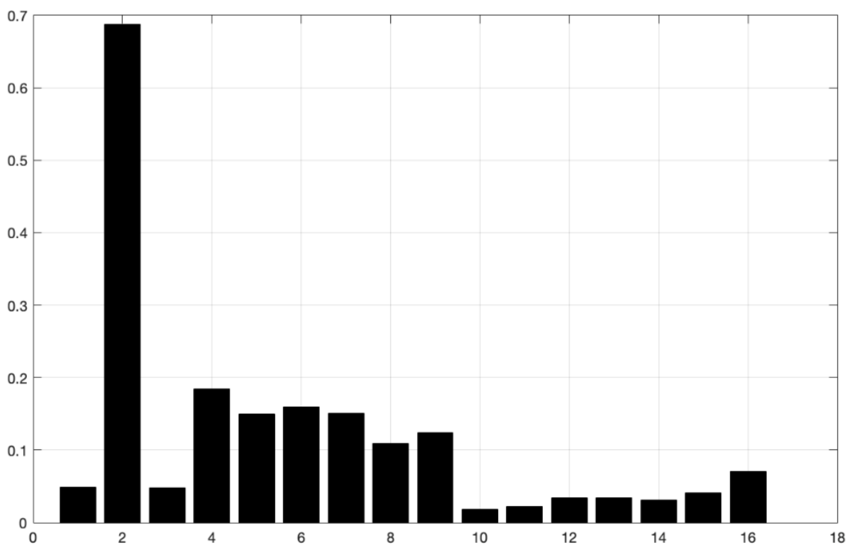
50
100
150
200
250
300
50
100
150
200
250
300

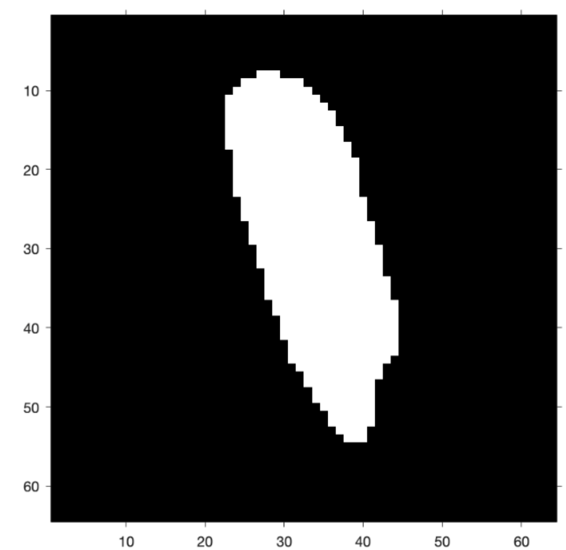

0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
0 2 4 6 8 10 12 14 16 18


20
40
60
80
100
120
20 40 60 80 100 120


0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
0 2 4 6 8 10 12 14 16 18


20
40
60
80
100
120
20 40 60 80 100 120


0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
0
2
4
6
8
10
12
14
16
18


10
20
30
40
50
60
10
20
30
40
50
60