



# Procesamiento de Señales II

## Ciencia de Datos II

### Reglas de Asociación

**Dr. José Ramón Iglesias**

DSP-ASIC BUILDER GROUP  
Director Semillero TRIAC  
Ingeniería Electronica  
Universidad Popular del Cesar

# Intuición

La probabilidad condicional hecha regla

¿Qué nos suma este formato?

- Más fácil de inspeccionar
  - Se pueden manipular distintamente componentes como antecedente, consecuente, representatividad,
  - Se pueden insertar métricas: novedad, sorpresa, valor económico, clase
- Más accionable!

De intuición a producción hay un buen trecho!

# Contexto

- El algoritmo más popular es Apriori (Agrawal et al 1993)
- Todos los datos tienen que ser categóricos
- Inicialmente se usó para Análisis del Carrito de la Compra (Market Basket Analysis)

Pan → Leche                      [sop = 5%, conf = 100%]

# Terminología

**I** = {i1, i2, ..., im}: un conjunto de **items**.

Transacción **t**:

t es un conjunto de items sin orden, y  $t \subseteq I$ .

Base de datos de transacciones: un conjunto de transacciones  $T = \{t1, t2, ..., tn\}$ .

# Ejemplo

Transacciones de compra de mercado:

```
t1: {pan, queso, leche}
t2: {manzana, huevos, sal, yogur}
...
tn: {bizcocho, huevos, leche}
```

Definiciones:

- **item**: un item/artículo en el carrito de la compra
- **I**: todos los items que se venden en el negocio
- **transacción**: items comprados en un ticket (*basket*)

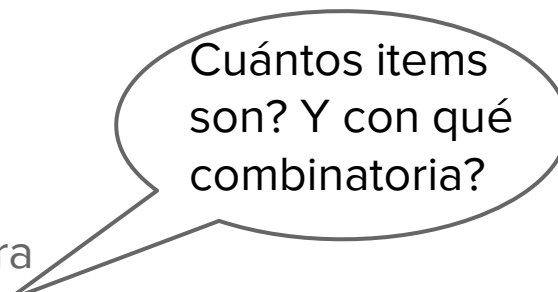
# Ejemplo

Transacciones de compra de mercado:

```
t1: {pan, queso, leche}  
t2: {manzana, huevos, sal, yogur}  
...  
tn: {bizcocho, huevos, leche}
```

Definiciones:

- **item**: un item/artículo en el carrito de la compra
- **I**: todos los items que se venden en el negocio
- **transacción**: items comprados en un ticket (*basket*)



Cuántos items son? Y con qué combinatoria?

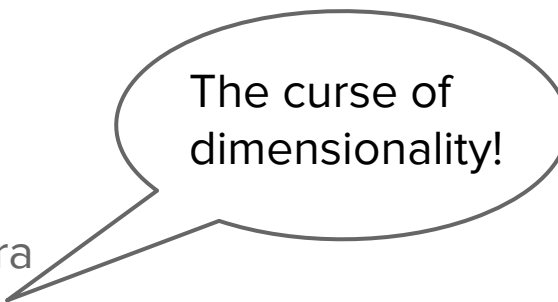
# Ejemplo

Transacciones de compra de mercado:

```
t1: {pan, queso, leche}  
t2: {manzana, huevos, sal, yogur}  
...  
tn: {bizcocho, huevos, leche}
```

Definiciones:

- **item**: un item/artículo en el carrito de la compra
- **I**: todos los items que se venden en el negocio
- **transacción**: items comprados en un ticket (*basket*)



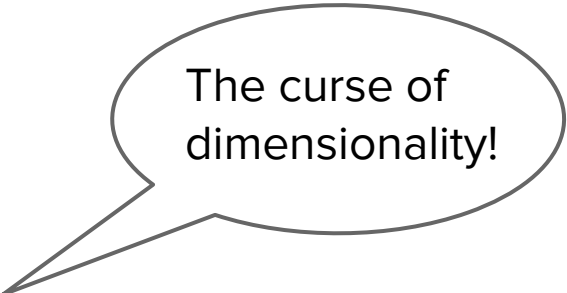
The curse of dimensionality!

# Ejemplo

Un dataset de documentos de texto. Cada documento es una bolsa de palabras

doc1:     Estudiante, Enseñar, Escuela  
doc2:     Estudiante, Escuela  
doc3:     Enseñar, Escuela, Ciudad, Partido  
doc4:     Beisbol, Basket  
doc5:     Basket, Player, Espectador  
doc6:     Beisbol, Entrenador, Partido, Equipo  
doc7:     Basket, Equipo, Ciudad, Partido

- **item**: una palabra en un documento
- **I**: todas las palabras del conjunto de documentos
- **transacción**: las palabras de un documento



The curse of dimensionality!



# Ejemplo

Un dataset de documentos de texto. Cada documento es una bolsa de palabras

doc1: Estudiante, Enseñar, Escuela

doc2: Estudiante, Escuela

doc3: Enseñar, Escuela, Ciudad, Partido

doc4:

doc5:

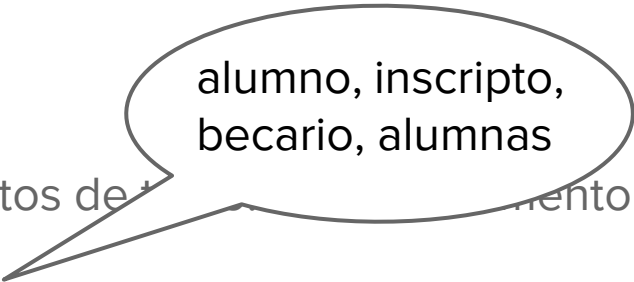
doc6: Beisbol, Entrenador, Partido, Equipo

doc7: Basket, Equipo, Ciudad, Partido

**Qué queremos saber?**

- **item**: una palabra en un documento
- **I**: todas las palabras del conjunto de documentos
- **transacción**: las palabras de un documento

# Ejemplo



alumno, inscripto,  
becario, alumnas

Un dataset de documentos de **documento** es una bolsa de palabras

doc1: Estudiante, Enseñar, Escuela  
doc2: Estudiante, Escuela  
doc3: Enseñar, Escuela, Ciudad, Partido  
doc4: Beisbol, Basket  
doc5: Basket, Player, Espectador  
doc6: Beisbol, Entrenador, Partido, Equipo  
doc7: Basket, Equipo, Ciudad, Partido

- **item**: una palabra en un documento
- **I**: todas las palabras del conjunto de documentos
- **transacción**: las palabras de un documento

# Ejemplo

alumno, inscripto,  
becario, alumnas

Un dataset de documentos de texto es una bolsa de palabras

doc1: Estudiante, Enseñar, Escuela

doc2: Estudiante, Escuela

doc3: Enseñar, Escuela, Ciudad

doc4: Beisbol, Basket

doc5: Basket, Player, Espectador

doc6: Beisbol, Entrenador, Partido

doc7: Basket, Equipo, Ciudad, Partido

- Pre-procesos
- Conocimiento de dominio (traductores, sinónimos)
- Embeddings!

- **item**: una palabra en un documento
- **I**: todas las palabras del conjunto de documentos
- **transacción**: las palabras de un documento

# Ejemplo

Un conjunto de historias clínicas.

paciente1:

consulta1:deshidratación, fiebre 38.5, ibuprofeno

consulta2:gastritis, protector\_gástrico

Paciente2:

consulta1:dolor\_articular, fiebre 39, antibiótico, ibuprofeno

consulta2:dolor\_articular, febrícula 37.5, ibuprofeno

consulta3:gastritis, protector\_gástrico

- **item**: una evento en una historia clínica
- **I**: todos los eventos en todas las historias clínicas
- **transacción**: Cada consulta? Cada historia clínica? Cada período de tiempo?

# Ejemplo

Un conjunto de historias clínicas.

paciente1:

consulta1:deshidratación, fiebre 38.5, ibuprofeno

consulta2:gastritis, protector\_gástrico

Paciente2:

consulta1:dolor\_articular, fiebre 39, antibiótico, ibuprofeno

consulta2:dolor\_articular, febrícula 37.5, ibuprofeno

consulta3:gastritis, protector\_gástrico



discretizar

- **item**: una evento en una historia clínica
- **I**: todos los eventos en todas las historias clínicas
- **transacción**: Cada consulta? Cada historia clínica? Cada período de tiempo?

# Ejemplo

Un conjunto de historias clínicas.

paciente1:

consulta1:deshidratación, fiebre38.5, ibuprofeno

consulta2:gastritis, protector\_gástrico

Paciente2:

consulta1:dolor\_articular, fiebre39, antibiotico, ibuprofeno

consulta2:dolor\_articular, febrícula37.5, ibuprofeno

consulta3:gastritis, protector\_gástrico

discretizar

clases de equivalencia  
semántica

- **item**: una evento en una historia clínica
- **I**: todos los eventos en todas las historias clínicas
- **transacción**: Cada consulta? Cada historia clínica? Cada período de tiempo?

# Ejemplo

- Patrones de navegación de usuarios en la web
- Patrones de aprendizaje en plataformas on-line
- Patrones de fallo de discos rígidos
- Esperanza de vida de animales
- ...

Una regla de asociación  $X \rightarrow Y$  es un patrón que dice que cuando ocurre X, ocurre Y con una cierta probabilidad.

Una transacción  $t$  contiene  $X$ , un conjunto de items (itemset) en  $I$ , si  $X \subseteq t$ .

Una regla de asociación es una implicación:

$$\mathbf{X} \rightarrow \mathbf{Y}, \text{ donde } X, Y \subset I, \text{ y } X \cap Y = \emptyset$$

Un itemset es un conjunto de items.

$$X = \{\text{leche}, \text{ pan}, \text{ cereal}\}$$

Un  $k$ -itemset es un itemset con  $k$  items.

$$\{\text{leche}, \text{ pan}, \text{ cereal}\} \text{ es un 3-itemset}$$



# Métricas

**Soporte:** La regla  $X \rightarrow Y$  tiene Soporte  $sup$  en  $T$  (el dataset de transacciones) si  $sup\%$  de las transacciones contienen  $X \cup Y$ .

$$sup = Pr(X \cup Y).$$

**Confianza:** La regla  $X \rightarrow Y$  tiene Confianza  $conf$  en  $T$  si  $conf\%$  de las transacciones que contienen  $X$  también contienen  $Y$ .

$$conf = Pr(Y \mid X).$$

**Lift:**  $lift = Pr(X \cup Y) / (Pr(X) * Pr(Y))$

**Convicción:**  $conv = (1 - sup(Y)) / (1 - conf(X \rightarrow Y)).$

# Métricas

**Soporte:** La regla  $X \rightarrow Y$  tiene Soporte  $sup$  en  $T$  (el dataset de transacciones) si  $sup\%$  de las transacciones contienen  $X \cup Y$ .

$$sup = Pr(X \cup Y)$$

**Confianza:** La regla  $X \rightarrow Y$  tiene Confianza  $conf$  si  $conf\%$  de las transacciones que contienen  $X$  también contienen  $Y$ .

$$conf = Pr(Y | X).$$

**Lift:**  $lift = Pr(X \cup Y) / (Pr(X) * Pr(Y))$

**Convicción:**  $conv = (1 - sup(Y)) / (1 - conf(X \rightarrow Y)).$

¿Qué van a priorizar estas métricas?  
¿Responden a nuestras preguntas?  
¿Nos aportan información valiosa?

transacciones

# Métricas

más **soporte**: la regla se encuentra en más transacciones

más **confianza**: mayor probabilidad de que la regla sea cierta para una transacción

más **lift**: menor probabilidad de que la regla sea una casualidad

más **convicción**: mayor grado de implicación, va de 1 a infinito (si la confianza es 1, la convicción es infinita (no 0))

# Objetivo de las reglas de asociación

Encontrar todas las reglas que satisfacen un soporte mínimo y confianza mínima

- Todas las reglas
- No hay items objetivo

Una visión simplista de los datos, porque no incluye:

- cantidad
- precio
- promociones

# Objetivo de las reglas de asociación

Encontrar todas las reglas que satisfacen un soporte mínimo y confianza mínimo

- Todas las reglas
- No hay items objetivo

Una visión simplista de los datos, porque no incluye:

- cantidad
- precio
- promociones

# Algoritmos de reglas

- Hay muchos!
- Usan diferentes estrategias y estructuras de datos
- Pero los conjuntos de reglas resultantes son todos los mismos: dado un dataset, un soporte mínimo y una confianza mínima, el conjunto de reglas de asociación en  $T$  es determinístico.

Vamos a ver Apriori (Agrawal et al. 1983)

# **Algoritmo Apriori**

Apriori( $T, \epsilon$ )

$L_1 \leftarrow \{\text{large 1-itemsets}\}$

$k \leftarrow 2$

**while**  $L_{k-1} \neq \emptyset$

$C_k \leftarrow \{a \cup \{b\} \mid a \in L_{k-1} \wedge b \notin a\} - \{c \mid \{s \mid s \subseteq c \wedge |s| = k-1\} \not\subseteq L_{k-1}\}$

**for** transactions  $t \in T$

$C_t \leftarrow \{c \mid c \in C_k \wedge c \subseteq t\}$

**for** candidates  $c \in C_t$

$count[c] \leftarrow count[c] + 1$

$L_k \leftarrow \{c \mid c \in C_k \wedge count[c] \geq \epsilon\}$

$k \leftarrow k + 1$

**return**  $\bigcup_k L_k$



# Pasos

1. Encontrar todos los itemsets con soporte mínimo (itemsets frecuentes)

`{pollo, ropa, leche}` [sop = 3/7]

1. Usar los itemsets para generar reglas

`ropa → leche, pollo` [sop = 3/7,  
conf = 3/3]

# Encontrar itemsets frecuentes

Iterativo (por niveles)

Encontrar todos los itemsets frecuentes de 1 item, entonces todos los itemsets frecuentes de 2 items, y así sucesivamente

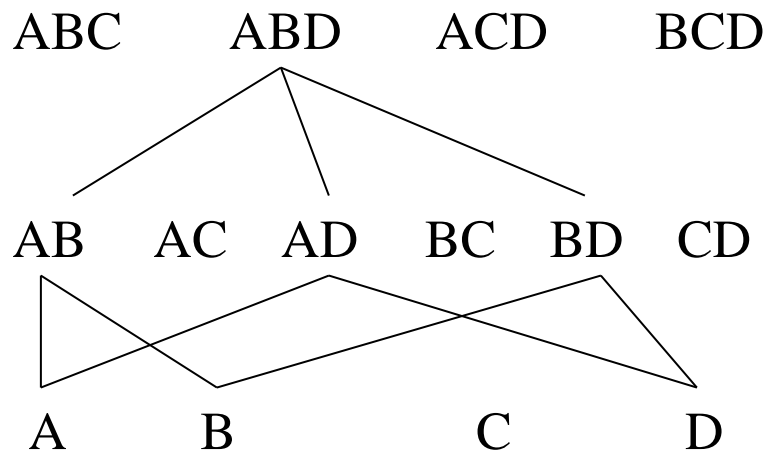
→ en cada iteración  $k$ , considerar solamente los itemsets que contienen un  $(k-1)$ -itemset frecuente (descartar de entrada los itemsets que no contienen un  $(k-1)$ -itemset frecuente)

- Los items están ordenados, para evitar repeticiones

# Encontrar itemsets frecuentes

Itemset frecuente  $\rightarrow$  Soporte  $\geq$  minsup

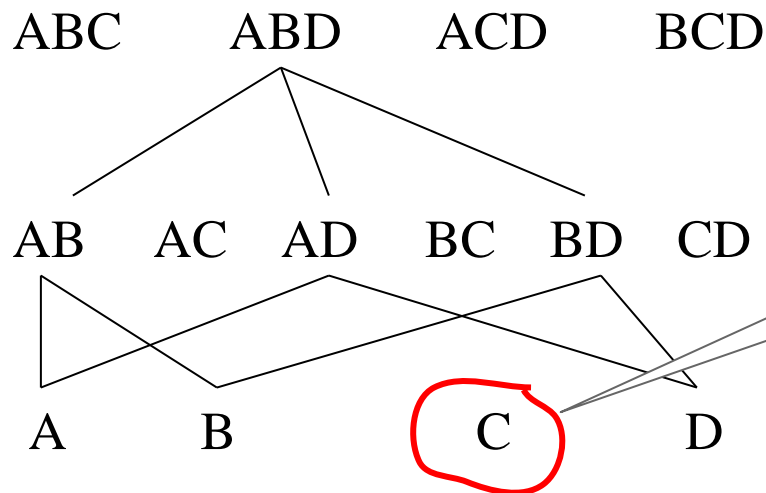
propiedad apriori (downward closure): todos los subconjuntos de un itemset frecuente también son itemsets frecuentes



# Encontrar itemsets frecuentes

Itemset frecuente  $\rightarrow$  Soporte  $\geq$  minsup

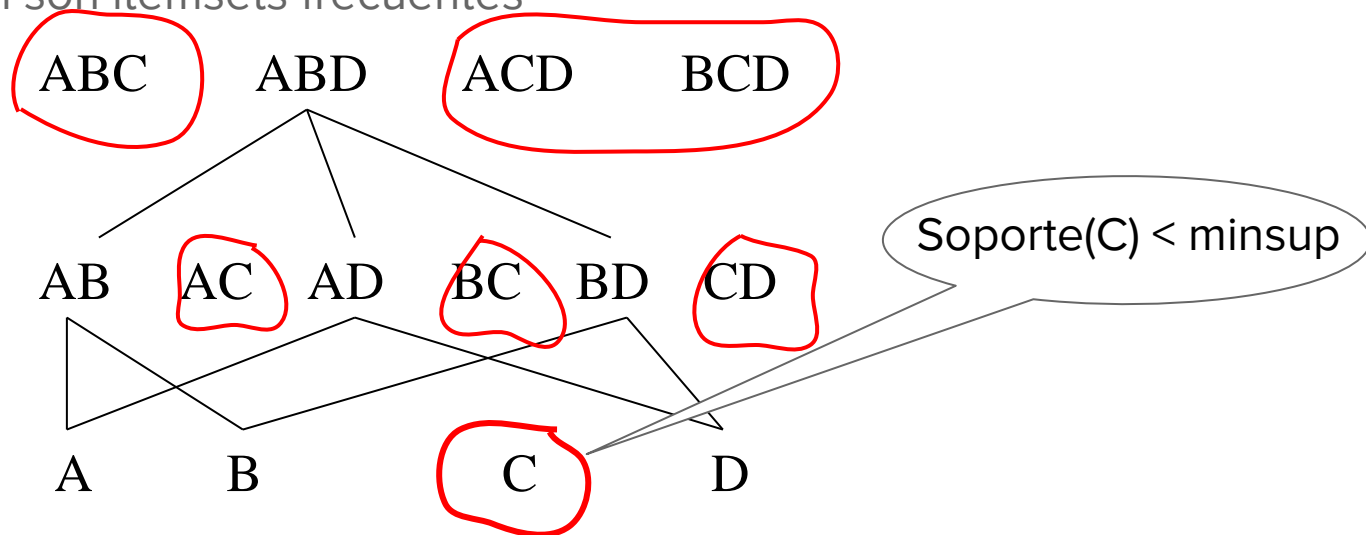
propiedad apriori (downward closure): todos los subconjuntos de un itemset frecuente también son itemsets frecuentes



# Encontrar itemsets frecuentes

Itemset frecuente  $\rightarrow$  Soporte  $\geq$  minsup

propiedad apriori (downward closure): todos los subconjuntos de un itemset frecuente también son itemsets frecuentes



# Encontrar confianza

Para cada itemset frecuente  $X$ ,

Para cada subconjunto no vacío  $A$  de  $X$ ,

Sea  $B = X - A$

$\text{Soporte}(A \rightarrow B) = \text{Soporte}(A \cup B) = \text{Soporte}(X)$

$\text{Confianza}(A \rightarrow B) = \text{Soporte}(A \cup B) / \text{Soporte}(A)$

$A \rightarrow B$  es una regla de asociación si

$\text{Confianza}(A \rightarrow B) \geq \text{minconf}$

Esta información ya se obtuvo en el momento de generación de itemsets, no hay que recorrer el dataset de vuelta

# Ejemplo

Supongamos  $\{2,3,4\}$  es frecuente, con  $\text{sop}=50\%$

Subconjuntos propios no vacíos:  $\{2,3\}$ ,  $\{2,4\}$ ,  $\{3,4\}$ ,  $\{2\}$ ,  $\{3\}$ ,  $\{4\}$ , con  $\text{sop}=50\%$ ,  $50\%$ ,  $75\%$ ,  $75\%$ ,  $75\%$ ,  $75\%$  respectivamente

Generan estas reglas de asociación:

$2,3 \rightarrow 4$ , Confianza= $100\%$

$2,4 \rightarrow 3$ , Confianza= $100\%$

$3,4 \rightarrow 2$ , Confianza= $67\%$

$2 \rightarrow 3,4$ , Confianza= $67\%$

$3 \rightarrow 2,4$ , Confianza= $67\%$

# Consideraciones sobre Apriori

Parece muy caro pero...

- Búsqueda por niveles, explotando la propiedad de downward closure
  - El parámetro  $k$  (tamaño del itemset más grande) limita el coste
  - Escalable!
- 
- El espacio de todas las reglas de asociación es exponencial,  $O(2^m)$ , donde  $m$  es el número de items en  $I$ .
  - Explota la sparseness de los datos, los valores altos de Soporte y Confianza.
  - Igualmente: un número enorme de reglas!!!



**Diferentes soportes mínimos**

# Diferentes soportes mínimos

- El soporte mínimo genérico asume que todos los items se distribuyen igual
- En muchas aplicaciones, algunos items son muy frecuentes y otros no
- Si el soporte mínimo es muy alto, no encontramos reglas para items poco frecuentes
- Si el soporte mínimo es muy bajo, hay demasiadas reglas

Solución:

- Especificar diferentes soportes mínimos para diferentes items
- Para cada regla, inspeccionamos todos los items que se encuentran en la regla, vemos los soportes mínimos asociados a cada item, nos quedamos con el menor soporte mínimo y determinamos que ese es el soporte mínimo que va a tener que superar la regla

# Ejemplo

pan, zapatos, ropa

Los valores MIS especificados por el usuario son:

$MIS(\text{pan}) = 2\%$        $MIS(\text{zapatos}) = 0.1\%$        $MIS(\text{ropa})$   
 $= 0.2\%$

# Ejemplo

pan, zapatos, ropa

Los valores MIS especificados por el usuario son:

$$\begin{array}{lll} \text{MIS(pan)} = 2\% & \text{MIS(zapatos)} = 0.1\% & \text{MIS(ropa)} \\ = 0.2\% \end{array}$$

El soporte mínimo de esta regla es el mínimo soporte mínimo:

$$\text{ropa} \rightarrow \text{pan} \rightarrow \text{MIS(ropa} \rightarrow \text{pan)} = \mathbf{0.2\%}$$

# Ejemplo

pan, zapatos, ropa

Los valores MIS especificados por el usuario son:

$MIS(\text{pan}) = 2\%$        $MIS(\text{zapatos}) = 0.1\%$        $MIS(\text{ropa}) = 0.2\%$

Esta regla no supera el soporte mínimo:

$\text{ropa} \rightarrow \text{pan} [\text{sup}=0.15\%, \text{conf}=70\%]$

# Ejemplo

pan, zapatos, ropa

Los valores MIS especificados por el usuario son:

$MIS(\text{pan}) = 2\%$        $MIS(\text{zapatos}) = 0.1\%$        $MIS(\text{ropa}) = 0.2\%$

Esta regla no supera el soporte mínimo:

$\text{ropa} \rightarrow \text{pan} [\text{sup}=0.15\%, \text{conf}=70\%]$

Esta regla sí supera el soporte mínimo:

$\text{ropa} \rightarrow \text{zapatos} [\text{sup}=0.15\%, \text{conf}=70\%]$

# Ejemplo

pan, zapatos, ropa

Los valores MIS especificados por el usuario son:

MIS(pan) = 2%      MIS(zapatos) = 0.1%      MIS(ropa) = 0.2%

Esta regla no supera el soporte mínimo:

ropa → pan [sup=0.15%,conf =70%] -- MIS(ropa → pan) = **0.2%**

Esta regla sí supera el soporte mínimo:

ropa → zapatos [sup=0.15%,conf =70%] -- MIS(ropa → zapatos) = **0.1%**

# Para qué es adecuado el soporte mínimo

- Cuando algo es muy caro: *caviar*
- Cuando algo es muy costoso: *cáncer*
- Cuando algo es nuevo: *estudiantes nuevos*
- Para hacer seguimientos específicos
- Para diseñar estrategias con objetivos específicos



# Downward closure

Este modelo no preserva downward closure!

Ejemplo: consideramos los cuatro items 1, 2, 3 y 4 en una base de datos. Sus soportes mínimos son

$$\text{MIS}(1) = 10\%$$

$$\text{MIS}(2) = 20\%$$

$$\text{MIS}(3) = 5\%$$

$$\text{MIS}(4) = 6\%$$

$\{1, 2\}$  con Soporte 9% es infrecuente, pero  $\{1, 2, 3\}$  y  $\{1, 2, 4\}$  podrían ser frecuentes.

# Valoración diferentes soportes mínimos

- Contiene al modelo con soporte mínimo genérico
- Es un modelo más realista para aplicaciones prácticas
- Ayuda a encontrar reglas para items raros sin producir un montón de reglas inútiles con items frecuentes
- Podemos forzar a hacer reglas solamente con esos items

Pero...

- Hay que asignar soporte mínimo a cada item, manualmente!

# **Reglas de asociación con clase**

# Reglas de asociación con clase

- Las reglas de asociación no tienen objetivo: encuentran todas las reglas que existen en los datos, cualquier item puede aparecer como consecuente o condición de una regla
- En algunas aplicaciones nos interesan algunos objetivos concretos

Ejemplo: encontrar palabras asociadas a algún tema

# Reglas de asociación con clase

Sea un dataset de transacciones  $T$  con  $n$  transacciones.

Cada transacción también se etiqueta con una clase  $y$ .

Sea  $I$  el conjunto de todos los items en  $T$ ,  $Y$  las etiquetas de clase y  $I \cap Y = \emptyset$ .

Una regla de asociación con clase es una implicación de la forma

$$X \rightarrow y, \text{ donde } X \subseteq I, y \in Y.$$

Las definiciones de Soporte y Confianza son igual que en las reglas de asociación normales.

# Ejemplo

doc 1:	Estudiante, Enseñar, Escuela	: Educación
doc 2:	Estudiante, Escuela	: Educación
doc 3:	Enseñar, Escuela, Ciudad, Partido	: Educación
doc 4:	Beisbol, Basket	: Deporte
doc 5:	Basket, Player, Espectador	: Deporte
doc 6:	Beisbol, Entrenador, Partido, Equipo	: Deporte
doc 7:	Basket, Equipo, Ciudad, Partido	: Deporte

minsup = 20% y minconf = 60%

Estudiante, Escuela → Educación [sup= 2/7, conf = 2/2]

Partido → Deporte [sup= 2/7, conf = 2/3]

# Algoritmo

Encontrar todos los items que tienen soporte  $> \text{minsup}$ , con forma:

$(\text{condset}, y)$ , y representa una regla  $\text{condset} \rightarrow y$

Donde  $\text{condset}$  es un conjunto de items de  $I$  (i.e.,  $\text{condset} \subseteq I$ ),  $y \in Y$  es una etiqueta de clase.

El algoritmo apriori se puede modificar para generar reglas con clase

# Clase y diferentes soportes mínimos

El usuario puede especificar diferentes soportes mínimos para diferentes clases

Ejemplo:

- tenemos la clase Sí y la clase No
- Queremos soporte 5% para la clase Sí y Soporte 10% para la clase No

Si especificamos soporte mínimo de 100% para una clase, no se generan reglas para esa clase