Procesamiento de Señales II
Ciencia de Datos II

Version 2022-2

Análisis y Visualización de Datos - Estadísticos y Estadísticas

Dr. José Ramón Iglesias
DSP-ASIC BUILDER GROUP
Director Semillero TRIAC
Ingenieria Electronica
Universidad Popular del Cesar

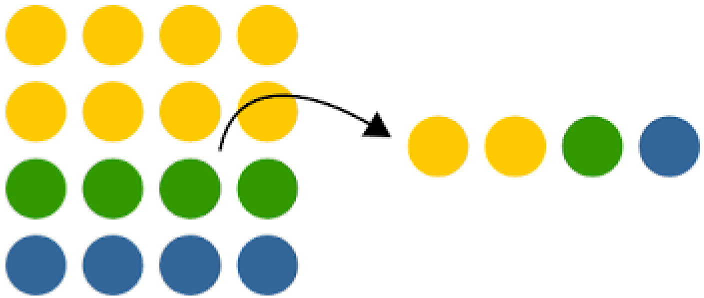
Teoría para aplicar

Muestreo aleatorio

Cuando recogemos los datos muchas veces es imposible relevar la característica de interés de todo el grupo o universo, se examina una pequeña parte, llamada muestra.

Población

Muestra



La muestra debe ser representativa de la población

Muestra aleatoria

Al medir una característica en una muestra, se consideran los datos $x_1, x_2, \ldots, x_n$,
como realizaciones de $X_1, X_2, \ldots, X_n$ muestra aleatoria (m.a.)

Notar la diferencia entre minúscula y mayúscula

Muestra aleatoria

Una sucesión de v.a. $X_1, X_2, \ldots, X_n$ se dice **muestra aleatoria (m.a.)** si son v. a. independientes e idénticamente distribuidas (i.i.d.). “Clones” de una misma X

Todas las medidas antes mencionadas para una muestra de datos podemos pensarlas a partir de una muestra aleatoria, también serán variable aleatorias, llamadas estadísticos. Como por ejemplo el **estadístico Media Muestral:**

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$$

Algunas propiedades teóricas: Muestra aleatoria

- Si X_1, X_2,..., X_n m.a. (v.a.i.i.d.) tal que $X_i \sim N(\mu,\sigma^2)$, entonces:

  - $X_1 + X_2 + \ldots + X_n \sim N(n\mu, n\sigma^2)$
  - $\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i \sim N(\mu,\sigma^2/n)$

- Si Z_1, Z_2,..., Z_n m.a. tal que $Z_i \sim N(0,1)$, entonces:

$$V = \sum_{i=1}^{n} Z_i^2 \sim \chi_n^2$$

LFGN: Ley Fuerte de los Grandes Números

- Dada. $X_1, \dots X_n$ m.a. c/u con media μ ("clones" de la misma variable con distribución cualquiera pero con esperanza $E(X_1)= \mu$, media poblacional)

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i \xrightarrow{P} \mu$$

$$P\left(\left|\overline{X} - \mu\right| \leq \epsilon\right) \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} 1$$

TCL: Teorema Central del Límite

- Sea $X_1, \ldots X_n$ m.a. c/u con media μ y varianza σ^2. ("clones" de la misma variable con distribución cualquiera pero con media μ y varianza σ^2)

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \xrightarrow{\mathfrak{D}} Z \sim N(0,1))$$

$$\overline{X} \approx N(\mu, \sigma^2 / n)$$

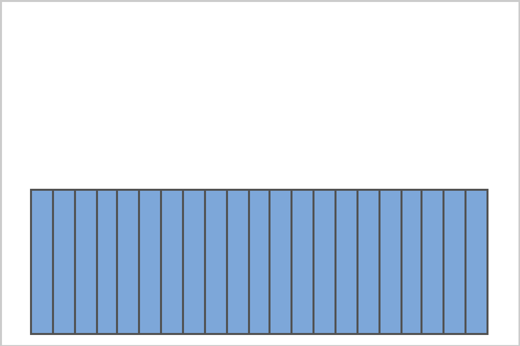
TCL: Teorema Central del Límite

- La densidad de **la v.a. media muestral** parece acampanada p/ **n grande**, **aprox. normal**, cualquiera sea la distribución en la población;

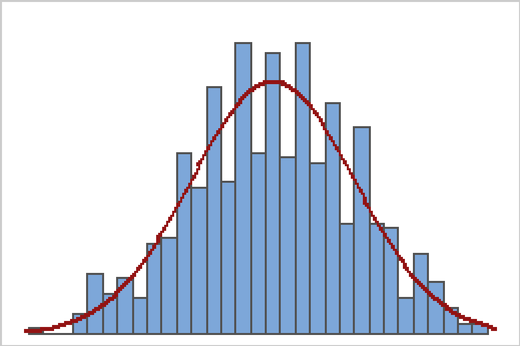
- La densidad de **la media muestral** crece en altura y decrece en dispersión si n crece.

- La media de la distribución del promedio muestral es igual a la media de la población
- La varianza de la distribución de la media muestral es menor que la varianza de la población;

TCL: Teorema Central del Límite

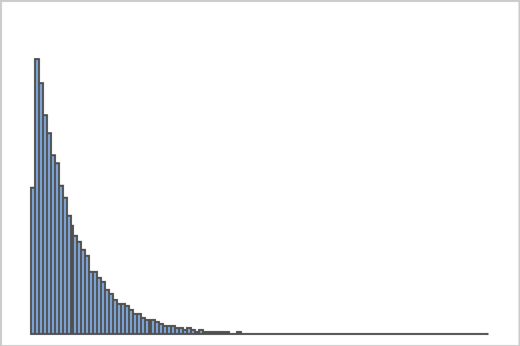


X_i ~ Uniforme

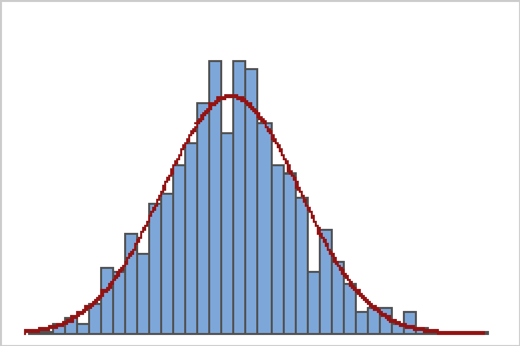


$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$$

TCL: Teorema Central del Límite



X_i ~ exponencial



$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$$

Demo con Notebook

[CIED2 Estadísticos.ipynb]

Estadística Inferencial

Inferencia Estadística

Métodos utilizados para **tomar decisiones** o para **obtener conclusiones** sobre una población (usa modelos y parámetros generalmente).

Estos métodos utilizan la información contenida en una muestra de la población.

Permiten **inferir** el comportamiento de la población con un riesgo medible en términos de **probabilidad de error**.

Inferencia Estadística

Si nos ubicamos dentro de la estadística paramétrica:
Se considera una característica de interés de la **población (Ω).** Se supone que la característica está modelada por una **variable aleatoria X** con distribución "conocida" y paramétrica $f_\theta(x)=f(x,\theta)$. (ej $\theta=(\mu,\sigma^2)$ en Normal)

Se considera una **muestra aleatoria (m.a.) $X_1, \ldots X_n$,** con la misma distribución (paramétrica) que X.

Inferencia Estadística

Incluye dos grandes áreas:

- estimación de parámetros (p/estadística paramétrica)
- pruebas de hipótesis