

4. En el conjunto \mathbb{R} se consideran los subconjuntos:

1

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 2\}, \quad B = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x \leq 5\}, \quad C = \left\{ \frac{3n+3}{n+6} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$$

- a) Determina el cardinal de A , B y C estableciendo una biyección con el correspondiente conjunto estándar.
- b) Determina el cardinal de los conjuntos: $A \cap C$ y $B \cap C$.
- c) Determina el cardinal de los conjuntos: $C - A$ y $C - B$.

$$A = [0, 2] \quad , \quad B = [2, 5] \quad , \quad C = \left\{ \frac{3n+3}{n+6} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$$

a) $|A|$: No numerable

$$f: [0, 1] \rightarrow [0, 2], \quad f(x) = 2x$$

• Inyectiva $x_1 \neq x_2 \Rightarrow 2x_1 \neq 2x_2$

Si $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow 2x_1 = 2x_2$
 $x_1 = x_2$

• Sobreyectiva, $y \in [0, 2] : f\left(\frac{y}{2}\right) = y$

$|B|$: No numerable

$$B = [2, 5] = [2, 3] \cup [3, 4] \cup [4, 5]$$

$\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$
equipotente
con $[0, 1]$

$$|C| \quad n=0 \quad n=1 \quad \dots$$
$$C = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{4}{7}, \frac{9}{8}, \dots \right\}$$

$$f: \mathbb{N} \rightarrow C, \quad f(n) = \frac{3n+3}{n+6}$$

Injective

$$f(n) = f(m)$$

$$\frac{3n+3}{n+6} = \frac{3m+3}{m+6} \Rightarrow (3n+3)(m+6) = (n+6)(3m+3)$$

$$3n+18n+3m+18 = 3m+3n+18m+18$$

$$15m = 15n$$

$$\underline{\underline{m = n}}$$

b) $|A \cap C| = 10$

$$\frac{3n+3}{n+6} \leq 2 \Rightarrow \frac{3n+3}{n+6} - 2 \leq 0 \Rightarrow \frac{3n+3-2n-12}{n+6} \leq 0$$

$$\frac{n-9}{n+6} \leq 0 \Rightarrow n = 0, 1, \dots, 9$$

$$|B \cap C| = 70$$

$$2 \leq \frac{3n+3}{n+6} \leq 5$$

$$2 \leq \frac{3n+3}{n+6} \Rightarrow 70$$

$$\frac{3n+3}{n+6} \leq 5$$

$$\frac{3n+3}{n+6} - 5 \leq 0 \Rightarrow \frac{3n+3-5n-30}{n+6} \leq 0$$

$$\frac{-2n-27}{n+6} \leq 0 \quad \text{for } n \in \mathbb{N}$$

$$c) |C - A| = 20$$

↑
Estos en C y no en A

$$C = (C \cap A) \cup (C - A)$$

\downarrow \downarrow \downarrow
 X_0 \emptyset X_0

$$|C - B|$$

$$C = (C \cap B) \cup (C - B)$$

\downarrow \downarrow
 X_0 X_0

En $B \cap C$ están los de C con $n \geq 9$

En $C - B$ están los para $n = 0, 1, 2, \dots, 8$

$$|C - B| = 9$$

???

