

Lógica proposicional

Dr. José Lázaró Martínez Rodríguez

Lógica

- La lógica es una herramienta para construir razonamientos y argumentos válidos y que además sean sólidos.
- La lógica nos ayuda a distinguir entre argumentos válidos y no válidos.
- La lógica se utiliza en el diseño de circuitos de ordenador, la construcción de programas informáticos, Biología, Química, etc.

Lenguaje matemático

- La matemática estudia las propiedades de ciertos objetos, tales como números, operaciones, conjuntos, etc.
- Es necesario por lo tanto contar con un lenguaje apropiado para expresar estas propiedades de manera precisa.
- Desarrollaremos aquí un lenguaje que cumpla estos requisitos, al cual llamaremos lenguaje matemático.

Lenguaje matemático

- El lenguaje matemático está formado por una parte del lenguaje natural, al cuál se le agregan variables y símbolos lógicos que permiten una interpretación precisa de cada frase.

Lenguaje de lógica proposicional

El lenguaje lógico proposicional involucra:

- Componentes léxicos llamados **átomos** y conectivas lógicas.
- Una sintaxis para construir expresiones legales (i.e., fórmulas bien formadas) con los componentes léxicos.
- Una semántica que vincula los elementos del lenguaje con algún dominio específico (e.g., proposiciones).
- Reglas de inferencia para obtener nuevas expresiones.

Elementos de la lógica proposicional

Los elementos (componentes) léxicos del lenguaje proposicional son:

- **Átomos**: todas las cadenas posibles de caracteres (usualmente p, q, r, s, \dots)
- **Conectivas lógicas**:
 - Conectivas binarias: disyunción (\vee), conjunción (\wedge), condicional o implicación material (\Rightarrow)
 - Conectiva unaria: negación (\neg, \sim)

Fórmulas bien formadas

- Las sentencias en la Lógica Proposicional también se conocen como fórmulas bien formadas (fbf). La sintaxis de las fórmulas bien formadas es la siguiente:
- Si P y Q son proposiciones atómicas, entonces:
 - P es una fbf.
 - Q es una fbf.
 - $P \vee Q$ es una fbf.
 - $P \wedge Q$ es una fbf.
 - $\sim P$ es una fbf.
 - $\sim Q$ es una fbf.
 - $P \rightarrow Q$ es una fbf.
 - $P \leftrightarrow Q$ es una fbf.

Fórmulas mal formadas

- $\Rightarrow \neg p$
- $\neg(q$
- $p \Rightarrow \neg\neg$
- $\wedge s$
- $q \vee r)$

Ejercicio

- Proponga 5 fbf y 5 fórmulas mal formadas con 2 a 5 átomos.

Proposiciones

Proposiciones

- Una proposición es una oración declarativa que es verdadera o falsa, pero no ambas cosas.
- Ejemplo de proposiciones:
 - Ciudad Victoria es la capital de Tamaulipas
 - $1+1=2$
 - $2+2=3$
 - Tamaulipas es la capital de México
- Oraciones que no son proposiciones:
 - ¿Qué hora es?
 - Lee esto con atención.
 - $x+1=2$

Proposiciones

- Los átomos son la abreviación para una proposición.
- El valor verdadero de una proposición se denota con **V**.
- El valor falso se denota con **F**.

Ejercicio

- Determine si cada oración es una proposición. Si la oración es una proposición, escriba su negación. (No se piden los valores de verdad de las oraciones que son proposiciones).
 - $2+5=19$.
 - Mesero, ¿serviría las nueces, quiero decir, serviría las nueces a los invitados?
 - Para algún entero positivo n , $19340 = n \cdot 17$.
 - Audrey Meadows fue la “Alice” original de la serie “The Honey- mooners”.
 - Pérame una uva.
 - La línea “Tócala otra vez, Sam” corresponde a la película “Casa- blanca”.
 - Todo entero par mayor que 4 es la suma de dos primos.
 - La diferencia de dos primos.