Ejemplos de operaciones

Dr. José Lázaro Martínez

Ejemplo inversos

- Demuestre que $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 8 \end{bmatrix}$ y $B = \begin{bmatrix} -11 & 2 & 2 \\ -4 & 0 & 1 \\ 6 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ son inversos

$$AB = \begin{bmatrix} -11+0+12 & 2+0-2 & 2+0-2 \\ -22+4+18 & 4+0-3 & 4-1-3 \\ -44-4+48 & 8+0-8 & 8+1-8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

Inversos

- Encuentre la inversa de las matrices (si es posible)

$$\text{(a)} \quad A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}, \qquad \text{(b)} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}, \qquad \text{(c)} \quad \begin{bmatrix} -2 & 6 \\ 3 & -9 \end{bmatrix}$$

- Utilizando la fórmula de matrices 2x2
  - (a) Encontrar $|A| = 5(2) - 3(4) = 10 - 12 = -2$
  - Intercambiar elementos diagonales, hacer negativos los no diagonales y multiplicar por $\frac{1}{|A|}$

$$A^{-1} = -\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & \frac{3}{2} \\ 2 & -\frac{5}{2} \end{bmatrix}$$

Inversos

- Encuentre la inversa de las matrices (si es posible)

$$\text{(a)} \quad A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}, \qquad \text{(b)} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}, \qquad \text{(c)} \quad \begin{bmatrix} -2 & 6 \\ 3 & -9 \end{bmatrix}$$

- Utilizando la fórmula de matrices 2x2
  - (b) Encontrar $|B| = 2(3) - (-3)(1) = 6 + 3 = 9$
  - Intercambiar elementos diagonales, hacer negativos los no diagonales y multiplicar por $\frac{1}{|B|}$

$$B^{-1} = \frac{1}{9}\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{9} & \frac{2}{9} \end{bmatrix}$$

Inversos

- Encuentre la inversa de las matrices (si es posible)

$$\text{(a)} \quad A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}, \qquad \text{(b)} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}, \qquad \text{(c)} \quad \begin{bmatrix} -2 & 6 \\ 3 & -9 \end{bmatrix}$$

- Utilizando la fórmula de matrices 2x2
  - (c) Encontrar $|C| = -2(-9) - (6)(3) = 18 - 18 = 0$
  - Dado que $|C| = 0$ entonces C no tiene inversa

Encontrar factores

- Sea $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$ encuentre A^{-1}
- Tenga en cuenta que $AA^{-1} = I$
- $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ z_1 & z_2 & z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- Es decir:

$$\begin{aligned} x_1 + \ y_1 + \ z_1 &= 1 \\ y_1 + 2z_1 &= 0 \\ x_1 + 2y_1 + 4z_1 &= 0 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} x_2 + \ y_2 + \ z_2 &= 0 \\ y_2 + 2z_2 &= 1 \\ x_2 + 2y_2 + 4z_2 &= 0 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} x_3 + \ y_3 + \ z_3 &= 0 \\ y_3 + 2z_3 &= 0 \\ x_3 + 2y_3 + 4z_3 &= 1 \end{aligned}$$

Encontrar factores

- Sustituyendo

	Ecuaciones
$x_1 + y_1 + z_1 = 1$	(1)
$y_1 + 2z_1 = 0$	(2)
$x_1 + 2y_1 + 4z_1 = 0$	(3)

- Restar Ecs. (3)-(1)
  - $y_1 + 3z_1 = -1$ (4)
- Restar (4)-(2)
  - $z_1 = -1$

- Despejando z en (2)
  - $y_1 + 2(-1) = 0$
  - $y_1 = 2$
- Despejando y en (1)
  - $x_1 + (2) + (-1) = 1$
  - $x_1 = 0$
- Encuentre los otros factores

Encontrar factores

- Entonces

$$x_1 = 0, \quad y_1 = 2, \quad z_1 = -1; \qquad x_2 = -2, \quad y_2 = 3, \quad z_2 = -1; \qquad x_3 = 1, \quad y_3 = -2, \quad z_3 = 1$$

- Por lo tanto

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & -2 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Matrices diagonales

- Escribe las matrices diagonales

$$A = \operatorname{diag}(4, -3, 7),\ B = \operatorname{diag}(2, -6),\ C = \operatorname{diag}(3, -8, 0, 5).$$

- Coloque los escalares dados en la diagonal y lo demás en cero

$$\mathrm{A} = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}, \qquad \mathrm{B} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -6 \end{bmatrix}, \qquad \mathrm{C} = \begin{bmatrix} 3 & & & \\ & -8 & & \\ & & 0 & \\ & & & 5 \end{bmatrix}$$

Simétricas

- Determine si las siguientes matrices son simétricas ($A^T = A$) o antisimétricas ($A^T = -A$)

$$\text{(a)}\quad A = \begin{bmatrix} 5 & -7 & 1 \\ -7 & 8 & 2 \\ 1 & 2 & -4 \end{bmatrix}, \qquad \text{(b)}\quad B = \begin{bmatrix} 0 & 4 & -3 \\ -4 & 0 & 5 \\ 3 & -5 & 0 \end{bmatrix}, \qquad \text{(c)}\quad C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- (a) es simétrica
- (b) es antisimétrica
- (c) no es cuadrada, no se puede ni simétrica ni antisimétrica

Tarea

- Resolver ejercicios de Tarea 2 que está en Teams