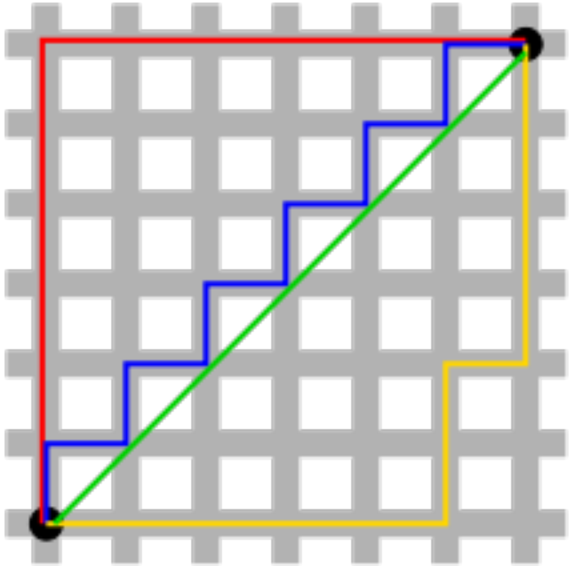
Distancia, ángulos, proyecciones

Dr. José Lázaro Martínez Rodríguez

Introducción

- En las matemáticas, la distancia entre dos puntos del espacio euclídeo equivale a la longitud del segmento de la recta que los une, expresado numéricamente.

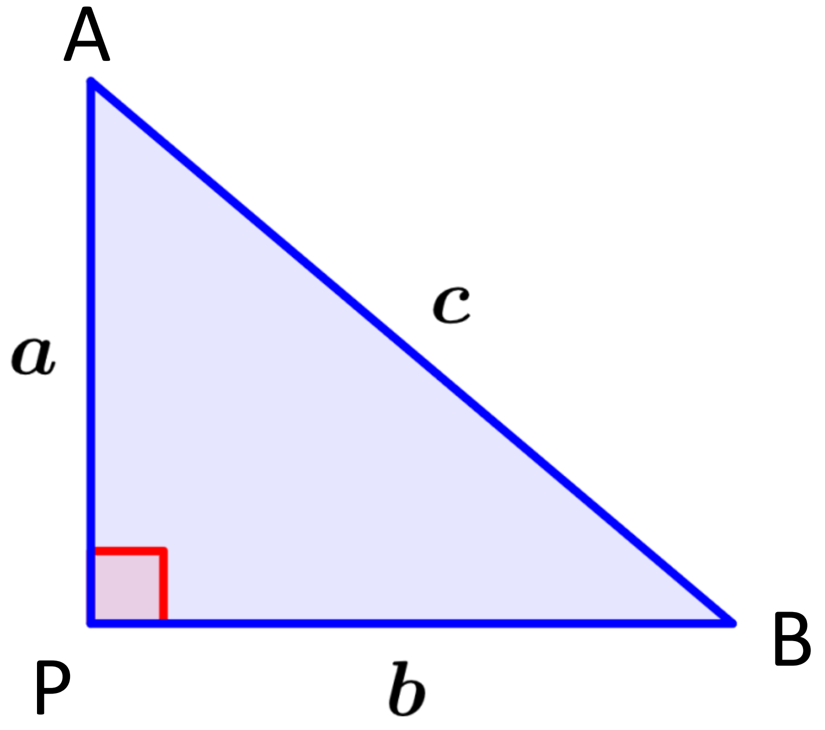


Distancia

- Si $A(x_1, y_1)$ y $B(x_2, y_2)$son dos puntos de un plano cartesiano, entonces la distancia entre dichos puntos es calculable de la siguiente manera:

- Créese un tercer punto, llámese $P(x_2, y_1)$ a partir del cual se forma un triángulo rectángulo.

- Prosiguiendo a usar el Teorema de Pitágoras , con el segmento AB cómo hipotenusa. $H^2 = (cat_1)^2 + (cat_2)^2$



Distancia

- $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), P(x_2, y_1)$
- $H^2 = (cat_1)^2 + (cat_2)^2$
- $d(AB)^2 = AP^2 + BP^2$
- $d(AB)^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$
- $\sqrt{d(AB)^2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

- $d(AB) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

Distancia

- Visto de otra manera
- La distancia entre los vectores $u = (a_1, a_2, \ldots, a_n)$ y $v = (v_1, v_2, \ldots, v_n)$ en R^n se denota y define por:
- $d(u, v) = \|u - v\| = \sqrt{(a_1 - b_1)^2 + (a_2 - b_2)^2 + \cdots + (a_n - b_n)^2}$

- Esta definición aplica para la noción de distancia en el plano Euclidiano R^2 o el espacio R^3

Ejemplo

- cuando $u = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ y $v = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}$

- $d(u, v) = \sqrt{(1-2)^2 + (-2-4)^2 + (3-5)^2}$
- $\qquad\qquad = \sqrt{1 + 36 + 4}$
- $\qquad\qquad = \sqrt{41}$

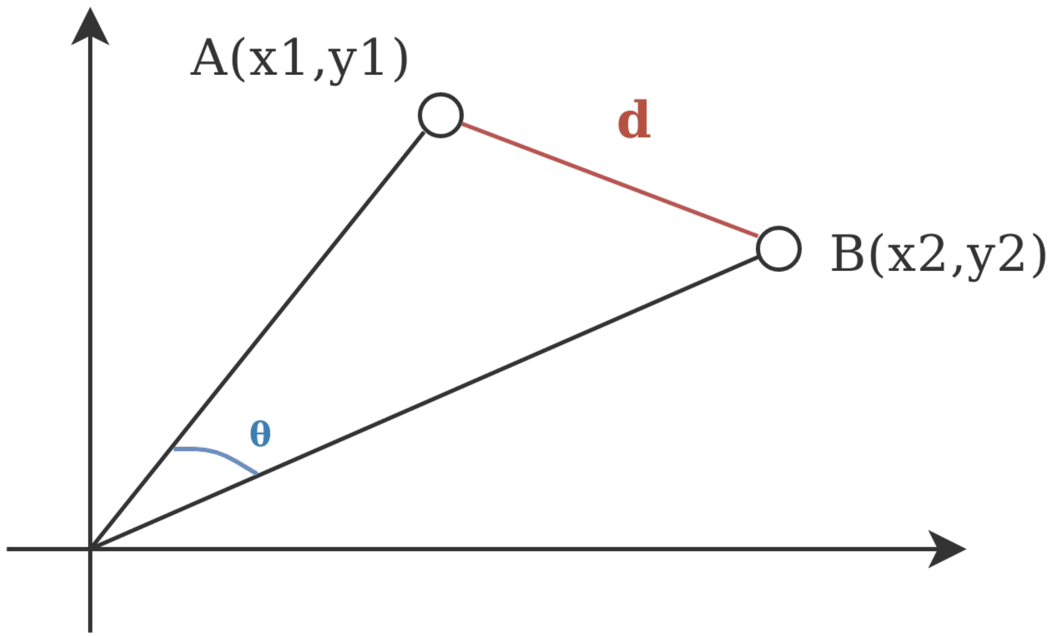
Ejercicio

- cuando $u = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \\ -4 \end{bmatrix}$ $v = \begin{bmatrix} 7 \\ 6 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix}$ $w = \begin{bmatrix} 7 \\ 9 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$
- Obtenga las distancias
- $d(u, v)$
- $d(u, w)$
- $d(v, w)$

Coseno de vectores

- El ángulo θ entre los vectores $u = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ y $v = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ en R^n se denota y define por:

- $\cos\theta = \frac{u \cdot v}{\|u\|\|v\|}$



Ejemplo

- cuando $u = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ y $v = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}$

- $\cos\theta = \frac{u \cdot v}{\|u\|\|v\|}$
- $u \cdot v = 2 - 8 + 15$
- $\|u\|^2 = 1 + 4 + 9 = 14$
- $\|v\|^2 = 4 + 16 + 25 = 45$
- $\cos\theta = \frac{9}{\sqrt{14}\sqrt{45}}$

Ejercicios

- Considere los siguientes vectores a,b y c
- $a = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \\ 7 \end{bmatrix}$ $b = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ -5 \\ 8 \end{bmatrix}$ $\mathrm{c} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 4 \\ -5 \end{bmatrix}$
- Realice las operaciones
- $cos(a, b)$
- $d(a, b)$
- $d(c, b)$
- $cos(c, b)$

Ejercicios