

Práctica 2 PRODUCTO ESCALAR Y PRODUCTO PUNTO

Objetivo: Poder comprender y conocer el producto escalar y el producto punto.

Marco teórico

El producto punto, también conocido como producto escalar o producto interno, es una operación fundamental en álgebra lineal que combina dos vectores del mismo espacio vectorial para obtener un escalar. A diferencia de la suma de vectores, que resulta en otro vector, el producto punto genera un número real que representa la relación entre los dos vectores originales.

Consideremos dos vectores u y v en \mathbb{R}^n , digamos

$$U = (a_1, a_2, \dots, a_n) \text{ y } v = (b_1, b_2, \dots, b_n)$$

El producto punto o producto escalar de u y v se denota y define por:

$$U \cdot v = a_1 + b_1 + a_2 + b_2 + \dots + a_n + b_n$$

es decir, $V \cdot U$ se obtiene multiplicando los elementos correspondientes y sumando los productos resultantes, se dice que los vectores u y v son ortogonales o perpendiculares si su producto punto es igual a cero, es decir, si $u \cdot v = 0$.

Ejemplo

$$\bullet \text{ Sea } u = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad v = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ -1 \end{bmatrix} \quad w = \begin{bmatrix} 2 \\ 7 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\bullet u \cdot v = \\ = 1(4) - 2(5) + 3(-1) = -9$$

$$\bullet u \cdot w = \\ = 2 - 14 + 12 = 0$$

Decimos que u y w son ortogonales

$$\bullet v \cdot w = \\ = 8 + 35 - 4 = 39$$

Algunas propiedades del producto escalar son las siguientes:

Para cualesquiera vectores u, v, w en \mathbb{R}^n y cuales quisiera escalares k en \mathbb{R} :

$$1. (u + v) \cdot w = u \cdot w + v \cdot w$$

2. $(ku) \cdot v = k(u \cdot v)$
3. $u \cdot v = v \cdot u$
4. $u \cdot u \geq 0$, y $u \cdot u = 0$ si y sólo si $u = 0$

Ejercicio

En base a lo visto anteriormente realice lo siguiente:

Sea $u = \begin{bmatrix} 2 \\ -7 \\ 1 \end{bmatrix}$ $v = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix}$ $w = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ -8 \end{bmatrix}$ encuentre:

- a) $3u - 4v$
- b) $2u + 3v - 5w$
- c) $u \cdot w + v \cdot w$

Resultados

Al terminar ésta práctica, el alumno podrá identificar y resolver producto escalar o punto y algunas de sus propiedades.

Conclusiones:

El producto escalar o punto tiene una capacidad para medir la relación entre vectores y su versatilidad en cálculos geométricos y físicos lo convierten en un concepto esencial para comprender el comportamiento de sistemas vectoriales, es una herramienta fundamental en el álgebra lineal y sus aplicaciones se extienden a diversas áreas del conocimiento.