



UAT
Universidad Autónoma
de Tamaulipas



**Facultad de Ingeniería
y Ciencias**

Permutaciones distinguibles

Permutaciones distinguibles

Si tenemos una colección de diez bolas, cada una de un color diferente, entonces el número de permutaciones de estas bolas es $P(10, 10) = 10!$

- Si las diez bolas son rojas, entonces sólo tenemos una permutación distinguible porque todas las formas de ordenar estas bolas son exactamente iguales.

Permutaciones distinguibles

En general, al considerar un conjunto de objetos, algunos de los cuales son del mismo tipo:

- Entonces, dos permutaciones son distinguibles si una no puede obtenerse a partir de la otra intercambiando las posiciones de elementos del mismo tipo.

Permutaciones distinguibles

Por ejemplo, si tenemos diez bolas, de las cuales

- Seis son rojas
- Los otros cuatro son cada uno de un color diferente

Entonces, ¿cuántas permutaciones distinguibles son posibles?

Permutaciones distinguibles

El punto clave aquí es que las bolas del mismo color no se distinguen.

- Así, cada disposición de las bolas rojas, manteniendo fijas todas las demás bolas, da esencialmente la misma permutación.
- Hay 6 reordenaciones de la bola roja por cada posición fija de las otras bolas.

Permutaciones distinguibles

El punto clave aquí es que las bolas del mismo color no se distinguen.

- Por lo tanto, el número total de permutaciones distinguibles es $10!/6!$.
- El mismo tipo de razonamiento da lugar a la siguiente regla general.

Permutaciones distinguibles

Si un conjunto de n objetos está formado por k tipos diferentes de objetos con

- n_1 objetos del primer tipo,
 n_2 objetos del segundo tipo,
 n_3 objetos del tercer tipo, y así sucesivamente,
- donde $n_1 + n_2 + \dots + n_k = n$.
- Entonces, el número de permutaciones distinguibles de estos objetos es

$$\frac{n!}{n_1! n_2! n_3! \dots n_k!}$$

P. ej. 7-El número de permutaciones distinguibles

Halla el número de formas distintas de colocar 15 bolas en fila dado que 4 son rojas, 3 amarillas, 6 negras y 2 azules.

- Queremos encontrar el número de permutaciones distinguibles de estas bolas.
- Según la fórmula, este número es

$$\frac{15!}{4!3!6!2!} = 6,306,300$$

Particiones

Supongamos que tenemos 15 bolas de madera en fila y cuatro colores de pintura: rojo, amarillo, negro y azul.

- ¿De cuántas maneras diferentes se pueden pintar de tal manera que tengamos 4 rojas, 3 amarillas, 6 negras y 2 azules?
- Un poco de reflexión mostrará que este número es exactamente el mismo que el calculado en el ejemplo anterior.

Particiones

Sin embargo, esta forma de ver el problema es algo diferente.

- Aquí pensamos en el número de formas de dividir las bolas en cuatro grupos.
- Cada uno conteniendo 4, 3, 6, y 2 bolas para ser pintadas de rojo, amarillo, negro y azul, respectivamente.
- El siguiente ejemplo muestra cómo se utiliza este razonamiento

Ej. 8-Hallar el número de particiones

Catorce obreros de la construcción serán asignados a tres tareas diferentes.

- Se necesitan siete trabajadores para mezclar el cemento,
cinco para colocar los ladrillos y
dos para transportar los ladrillos a los colocadores.
- ¿De cuántas formas diferentes pueden asignarse los trabajadores a estas tareas?

Ej. 8-Hallar el número de particiones

Necesitamos dividir a los trabajadores en tres grupos que contengan 7, 5 y 2 trabajadores, respectivamente.

- Este número es

$$\frac{14!}{7!5!2!} = 72,072$$

Ejemplo

La MASSASAUGA es una serpiente venenosa marrón y blanca. ¿De cuantas maneras se pueden ordenar las letras de MASSASAUGA ?

- Este número es:

$$\frac{10!}{4! 3! 1! 1! 1!} = 25,200$$

- Y si las letras A están juntas?

$$\frac{7!}{3! 1! 1! 1! 1!} = 25,200$$