Práctica 3 COMBINACION LINEAL

Objetivo: Poder comprender, analizar y resolver una combinación lineal.

Marco teórico

Una combinación lineal es una suma de vectores multiplicados por escalares, teniendo esto en cuenta supongamos que nos dan los vectores u_1, u_2, ... , u_m en R^n y los escalares k_1, k_2,... k_m en R.

Podemos multiplicar los vectores por los escalares correspondientes y luego sumar los productos escalares resultantes para formar el vector

$V = k_1u_1 + k_2 u_2 + k_3 u_3 + ... + k_mu_m$

El vector v se conoce como una combinación lineal de u_1, u_2,...., u_m.

Ejemplo

- Escriba el vector $v = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 5 \end{bmatrix}$ como una combinación lineal de los vectores $u_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ $u_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ $u_3 = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$
- ¿Cómo era la forma de una combinación lineal?
- $v = xu_1 + yu_2 + zu_3$
- Reemplazando tenemos
- $\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 5 \end{bmatrix} = x\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + y\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} + z\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + y + 2z \\ x + 2y - z \\ x + 3y + z \end{bmatrix}$

Debemos de concentrar x, y, z.

- $\begin{bmatrix} x+y+2z \\ x+2y-z \\ x+3y+z \end{bmatrix}$ consideremos cada elemento como $\begin{bmatrix} E1 \\ E2 \\ E3 \end{bmatrix}$ entonces tenemos un sistema triangular que podemos ir sustituyendo de acuerdo con v

- $x+y+2z=1$ (E1)
  $x+2y-\ \ z=-2$ (E2)
  $x+3y+z=5$ (E3)

- Restamos E1 a las ecuaciones E2 y E3 para despejar x

$x+y+2z=1$
$y-\ \ 3z\ \ =-3$ (E4)
$2y-\ \ z=4$ (E5)

- Multiplicamos por 2 la E4 y la restamos a E5

$$= - \begin{array}{r} 2y-\ \ z=4 \\ 2y-\ \ 6z=-6 \end{array}$$

$$5z=10$$

$$z=2$$

Con esto despejamos las otras variables

En base a lo que hemos visto anteriormente realiza la siguiente

Escriba el vector $v=\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 7 \end{bmatrix}$ como una combinación lineal de los vectores $u_1=\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ $u_2=\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}$ $u_3=\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

Resultados

Al terminar ésta práctica, el alumno podrá identificar, comprender y resolver combinaciones lineales.

Conclusiones

La combinación lineal es una forma de crear nuevos vectores a partir de otros existentes mediante la suma ponderada.

Bibliografía:

https://economipedia.com/definiciones/suma-de-vectores.html#:~:text=La%20suma%20de%20vectores%20es,cumple%20con%20la%20propiedad%20conmutativa.
https://www.khanacademy.org/math/precalculus/x9e81a4f98389efdf:vectors/x9e81a4f98389efdf:vector-components/v/introduction-to-vector-components

https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/analitica/vectores/combinacion-lineal-de-vectores.html