

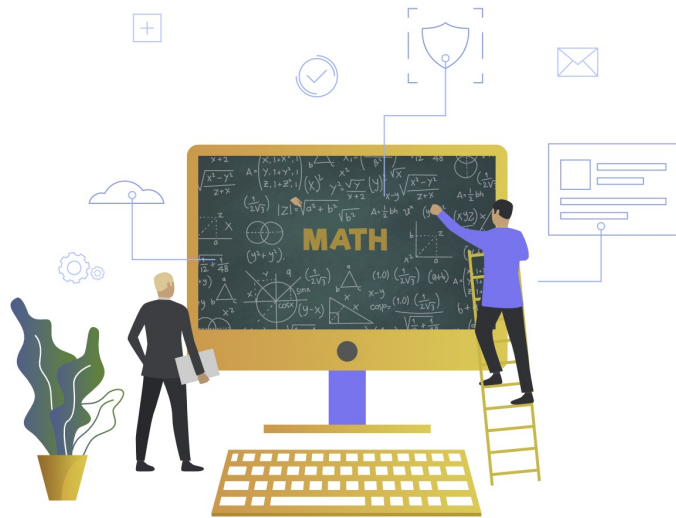


Álgebra Lineal

Dr. José Lázaro Martínez Rodríguez

Introducción

- La computación y las matemáticas tienen gran relación entre sí, sólo hay que recordar que las computadoras fueron creadas inicialmente para realizar operaciones matemáticas con mayor rapidez, además de que la computación no se podría entender sin las matemáticas.



Mathematics is a fundamental intellectual tool in computing, but computing is also increasingly used as a key component in mathematical problem-solving.

Álgebra lineal

- El álgebra lineal es una rama de las matemáticas que estudia conceptos tales como
 - Vectores
 - Matrices
 - espacio dual
 - sistemas de ecuaciones lineales
 - y en su enfoque de manera más formal, espacios vectoriales y sus transformaciones lineales.

Álgebra lineal

- Se ocupa de ecuaciones lineales

A diagram illustrating the components of a linear equation. The equation $2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 5$ is enclosed in a blue rectangular box. To the left of the box is a large curly brace. Above the box, three labels with arrows point to specific parts: 'coeficientes' (blue) points to the numbers 2, 3, and 5; 'variables' (red) points to the variables x_1 , x_2 , and x_3 ; and 'Término constante' (green) points to the number 5 on the right side of the equation. To the right of the box, the text 'Ecuación lineal' is written.

coeficientes

variables

Término constante

Ecuación lineal

Un sistema de ecuaciones lineal

Creo que sabes cómo resolverlo.

Álgebra lineal

- Un sistema de ecuaciones lineales

The diagram illustrates a system of linear equations. On the left, the text "m ecuaciones" is positioned next to a large left-facing curly bracket. To the right of the bracket, three equations are listed, separated by vertical ellipsis dots. Each equation is of the form $a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n = b_i$. The coefficients a_{ij} are in blue, the variables x_i are in red, and the constants b_i are in green. Below the equations, the text "n variables" is centered. Three arrows point from the terms x_1 , x_2 , and x_n in the bottom-most equation to the text "n variables".

$$\begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{array} \right\} \end{array}$$

n variables

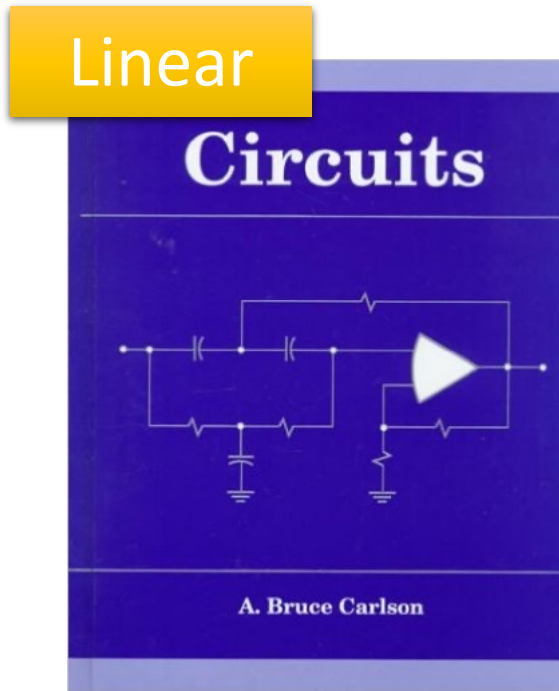
m y n pueden ser grandes

Álgebra lineal

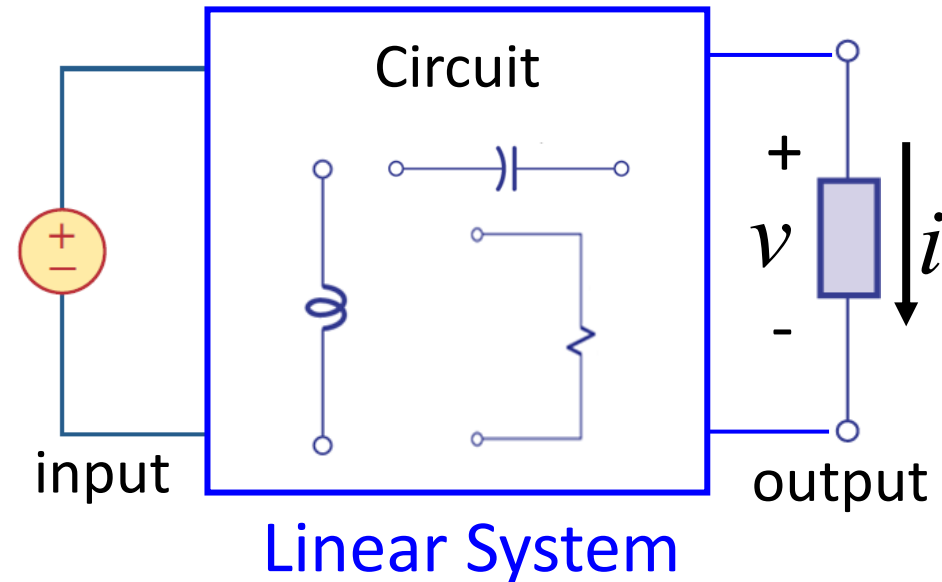
- El álgebra lineal es fundamental en casi todas las áreas de las matemáticas.
- Por ejemplo, el álgebra lineal es fundamental en las presentaciones modernas de la geometría, incluso para definir objetos básicos como líneas, planos y rotaciones.
- El álgebra lineal también se utiliza en la mayoría de las ciencias y campos de la ingeniería, porque permite modelar muchos fenómenos naturales, y computar eficientemente con dichos modelos.

Aplicaciones

Se asume que la mayoría de los sistemas son lineales



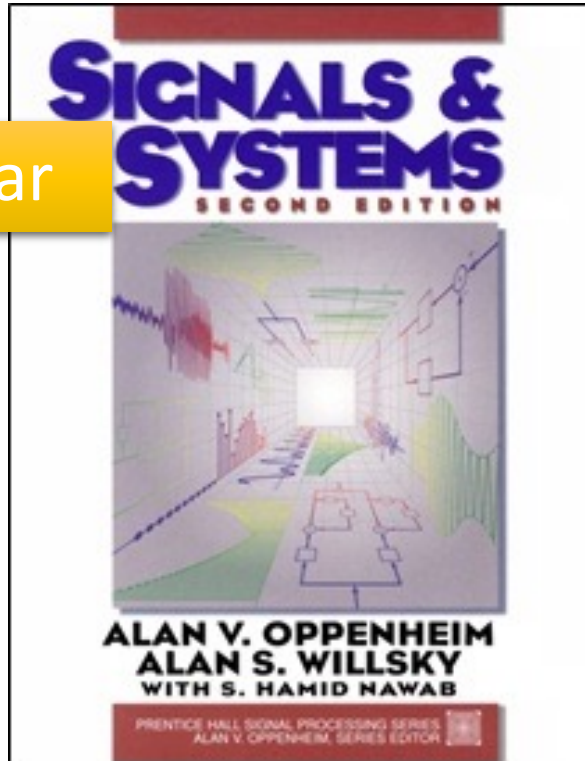
Input: voltage source, current source
output: voltage and current on the
load (lampara, motor)



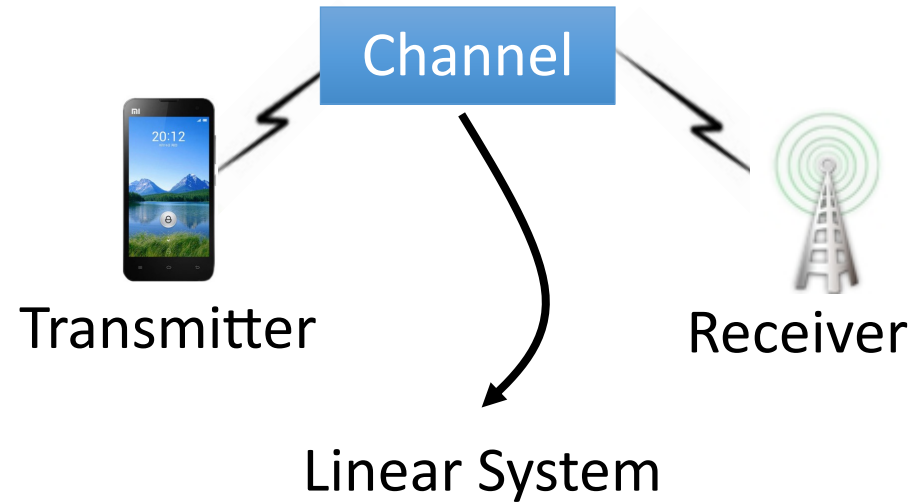
Aplicaciones

Se asume que la mayoría de los sistemas son lineales

Linear

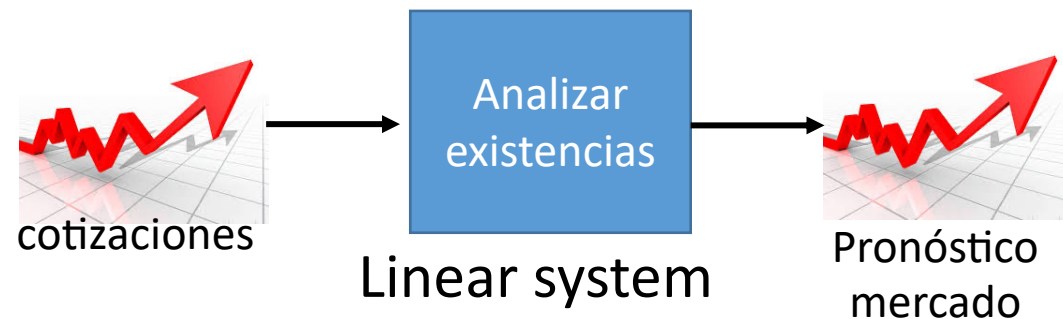
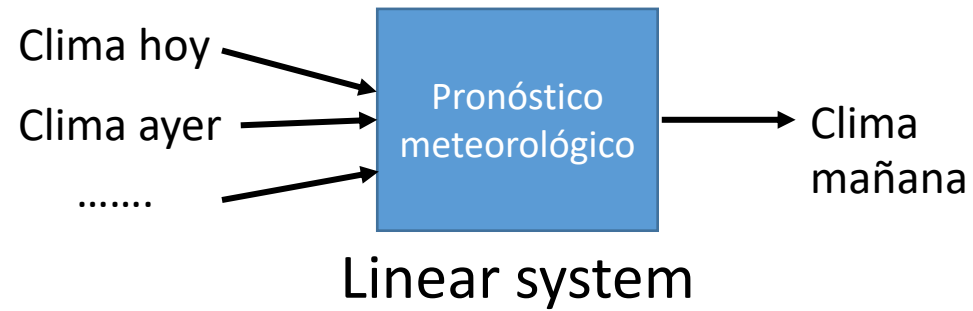
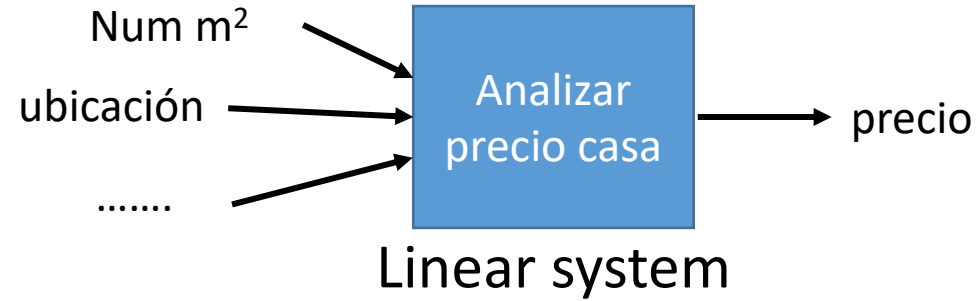


Communication System



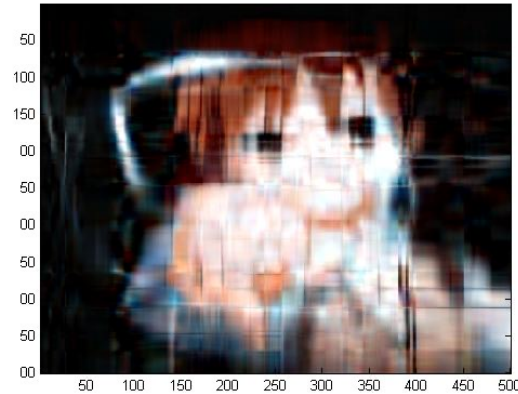
Aplicaciones

- Machine Learning
 - E.g. Prediction

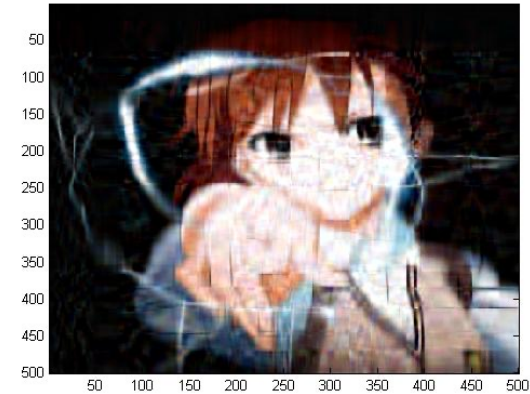


Aplicaciones – Image Compression

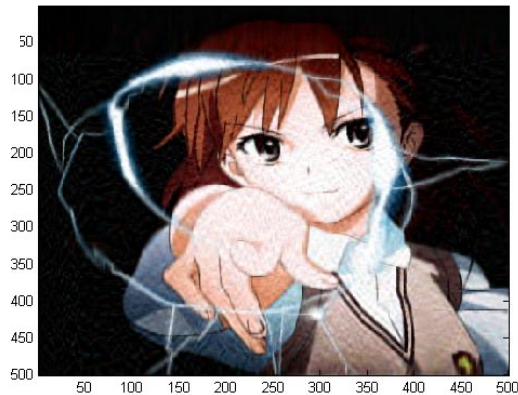
Ind. Compr.: 25



Ind. Compr.: 12.5



Ind. Compr.: : 5



Ind. Compr.: : 2.5

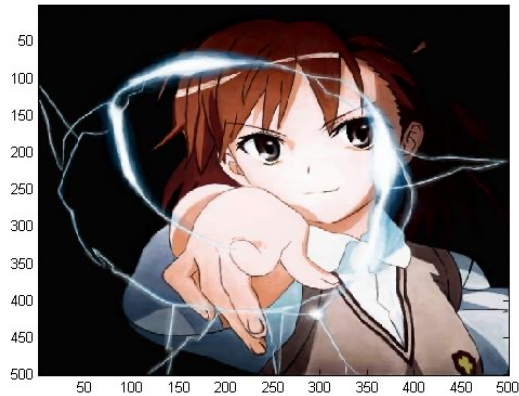
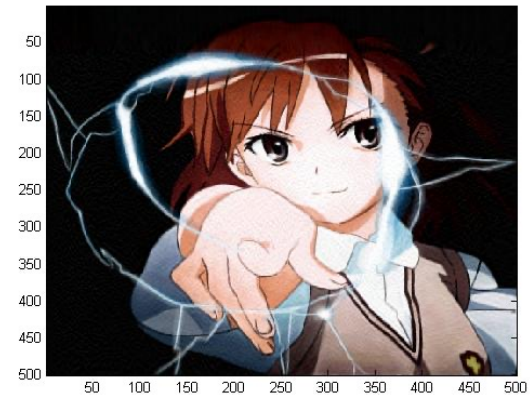


Imagen
original

Propósito del curso

- Resolver problemas e interpretar las soluciones utilizando matrices y sistemas de ecuaciones lineales para las diferentes áreas de la ingeniería.
- Identificar las propiedades de los espacios vectoriales y las transformaciones lineales para describirlos, resolver problemas y vincularlos con otras ramas de las matemáticas.

Metodología de estudio

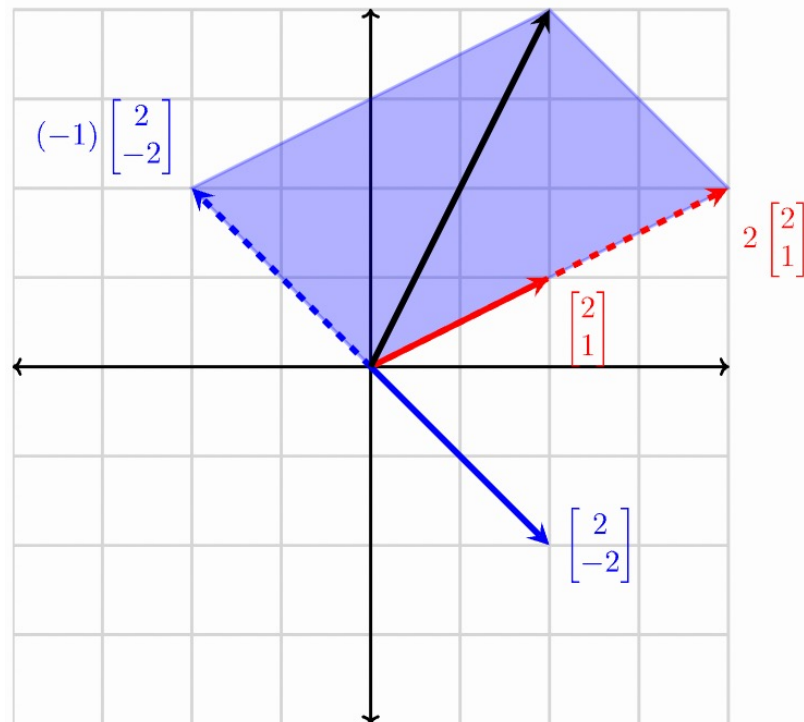
- La naturaleza del curso es teórico-práctica, por lo que es importante estimular y motivar al estudiante como los responsables de la construcción de su conocimiento.
- En la parte teórica cumplir con lecturas asignadas, así como tareas, prácticas y ejercicios propuestos. Se fomentará el trabajo en grupo, para lograr un aprendizaje participativo y colaborativo.
- Se desarrolla la parte práctica para orientar al estudiante en el trabajo de las tareas y actividades individuales y grupales.

Temario

1. Vectores
2. Algebra de matrices
3. Sistemas de ecuaciones lineales
4. Espacios vectoriales
5. Transformaciones lineales
6. Determinantes

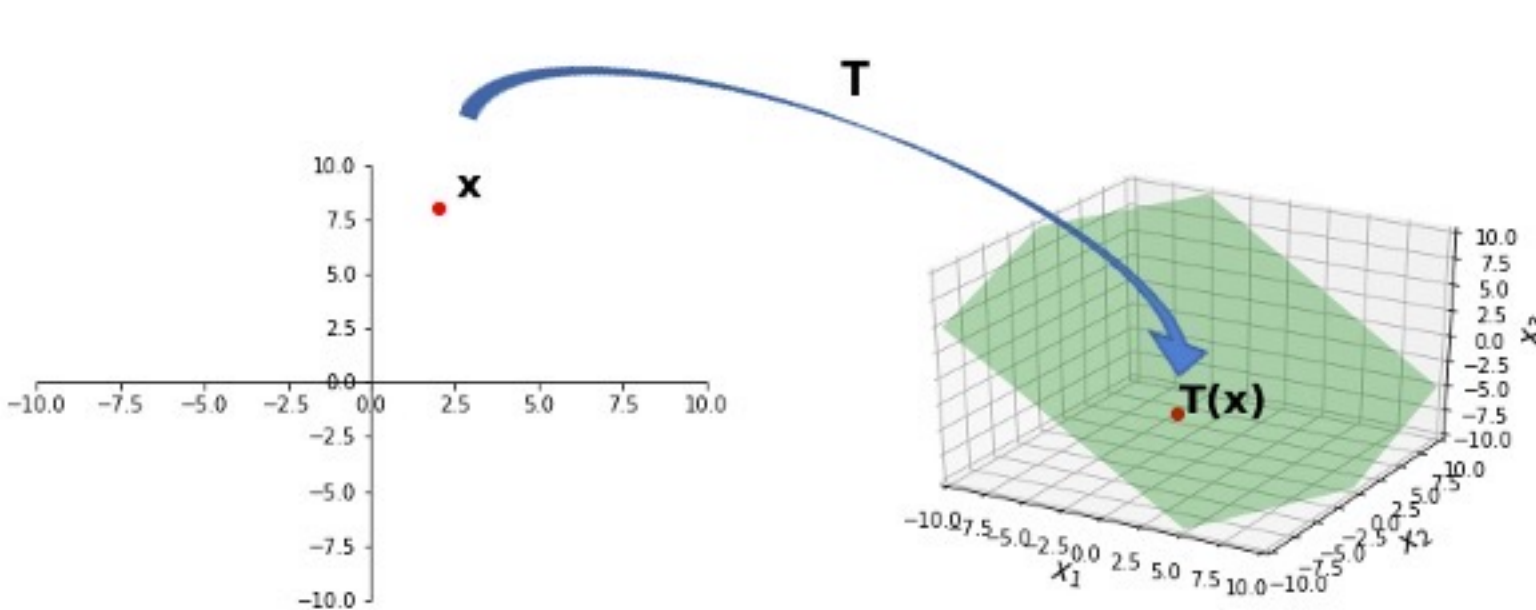
Vectores

- Un vector es cualquier ente matemático que se puede representar mediante un segmento de recta orientado dentro del espacio euclidiano.
 - ¿cómo se representan?
 - ¿qué operaciones tenemos?



Álgebra de matrices

- Las matrices se utilizan para describir sistemas de ecuaciones lineales, y registrar los datos que dependen de varios parámetros
 - Se espera revisar las operaciones básicas como suma y multiplicación, entre otras



$$\begin{bmatrix} 3 & 8 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 1 & -9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$$

The diagram shows the addition of two 2x2 matrices. A yellow arrow points from the top-left element of the first matrix (3) to the top-left element of the result matrix (7), with the label $3+4=7$ above it.

Sistemas de ecuaciones lineales

- Muchos problemas de álgebra lineal se reducen a encontrar la solución de un sistema de ecuaciones lineales.

Eliminate y

$$\begin{array}{r} 4x + y = 5 \\ + \quad x - y = 10 \\ \hline 5x = 15 \\ x = 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x - y = 10 \\ 3 - y = 10 \\ -y = 7 \\ y = -7 \end{array}$$

Solution:

$$\begin{array}{l} x = 3 \\ y = -7 \end{array}$$

SYSTEMS OF
LINEAR
EQUATIONS

Substitute $(10+y)$ for x

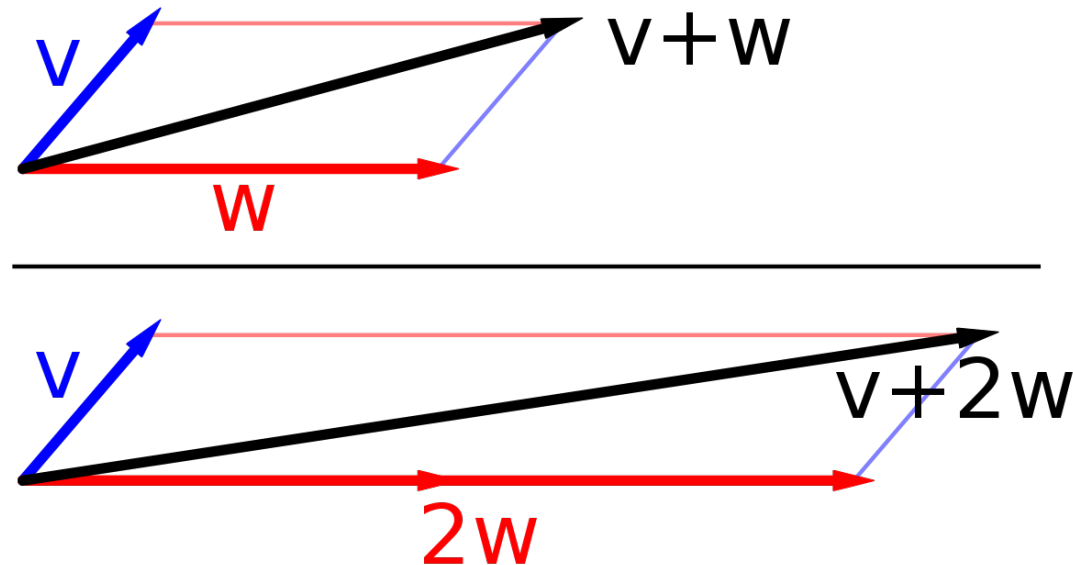
$$\begin{array}{r} 4x + y = 5 \\ x - y = 10 \\ +y \quad +y \\ \hline x = 10 + y \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4(10+y) + y = 5 \\ 40 + 4y + y = 5 \\ 40 + 5y = 5 \\ 5y = -35 \\ y = -7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x - y = 10 \\ x - (-7) = 10 \\ x + 7 = 10 \\ x = 3 \end{array}$$

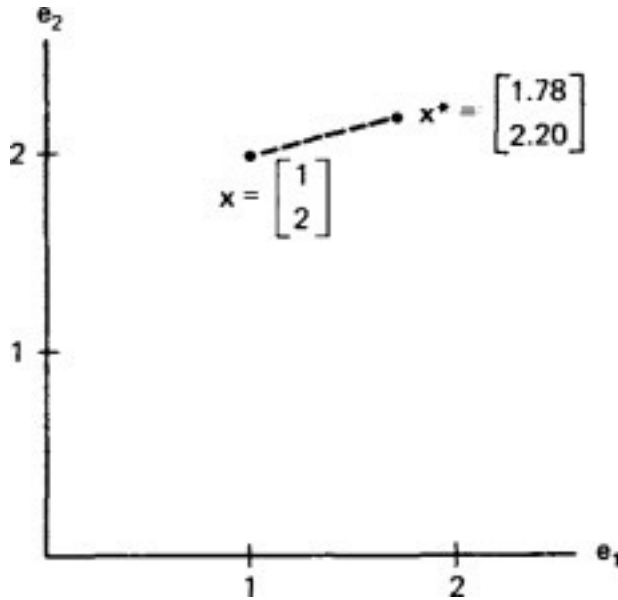
Espacios vectoriales

- Un espacio vectorial (también llamado espacio lineal) es un conjunto cuyos elementos, a menudo llamados vectores, pueden sumarse y multiplicarse ("escalars") por números llamados escalares.



Transformaciones lineales

- Funciones que mapean un vector en otro vector
 - Se puede considerar varias dimensiones



Evaluación

- Asistencia y participación – 20 %
- Tareas – 30 %
- Examen – 50 %

- Necesario:
 - Entregar tareas y asistir para derecho a examen
- Prohibido:
 - Plagio

Reglas

- Realizar tareas en el día y hora solicitados (no se aceptan retrasos)
- Tomar nota en clase para contestar preguntas
- Ser respetuosos
- Ser participativos

Bibliografía

- Strang, G. (2016). *Introduction to linear algebra*. Wellesley-Cambridge Press.
- Lang, S. (2012). *Introduction to linear algebra*. Springer.