VERDAD, BELLEZA, PROBIDAD

Facultad de Ingeniería y Ciencias

Sistemas de ecuaciones lineales

Dr. José Lázaro Martínez Rodríguez

Sistemas de ecuaciones lineales

- Una ecuación lineal con incógnitas $x_1, x_2, \dots, x_n$ es una ecuación que se puede poner en la forma estándar
$$a_1x_1 + a_2x_2 + a_nx_n = b$$
- donde $a_1, a_2, \dots, a_n$ y b son constantes
- $a_k$se conoce como coeficiente de x_k y b es el término constante de la ecuación
- Una solución de la ecuación lineal es una lista de valores para las incógnitas o bien un vector en $\mathbb{R}^n$ que satisfaga la ecuación (se cumpla la igualdad)

Sistemas de ecuaciones lineales

- Un sistema de **ecuaciones** es un grupo de dos o más ecuaciones.
- Resolver un sistema de ecuaciones significa encontrar valores de las variables que satisfagan todas las ecuaciones del sistema.
- Los sistemas de ecuaciones pueden incluir cualquier número de ecuaciones y variables

Sistemas de ecuaciones lineales

- Una *solución* de un par de ecuaciones lineales es un par ordenado de números que satisface ambas ecuaciones.
- El par ordenado (5, 3) es una solución de las siguientes ecuaciones lineales.

$x = 5$ $\quad$ $y = 3$

$$\begin{aligned} 2x + 4y &= 22 \\ x - 6y &= -13 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 \cdot 5 + 4 \cdot 3 &= 22 \\ 5 - 6 \cdot 3 &= -13 \end{aligned}$$

Sistemas de ecuaciones lineales

$$\begin{aligned} 2x + 4y &= 22 \\ x - 6y &= -13 \end{aligned}$$

- Aunque (7, 2) hace que la primera ecuación sea cierta en el sistema...

$$(2)(7) + (4)(2) = 22$$

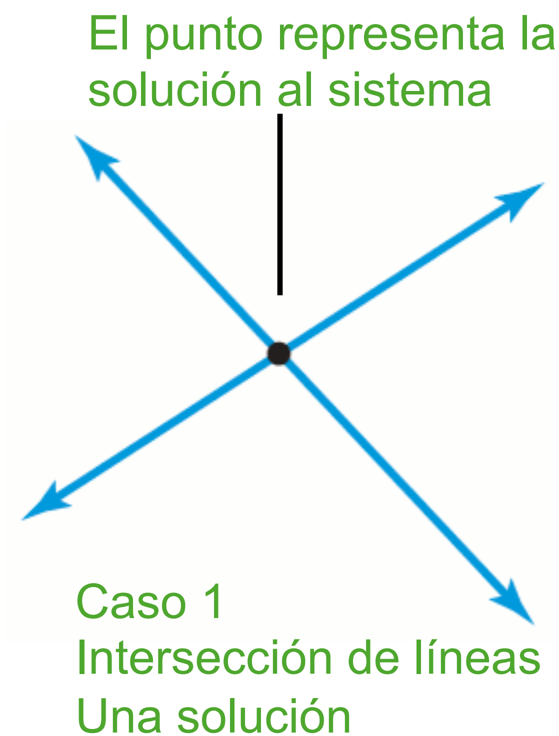
- ...no hace que la segunda ecuación sea cierta.

$$7 - (6)(2) \neq 5$$

- Por lo tanto, no es una solución para el sistema.

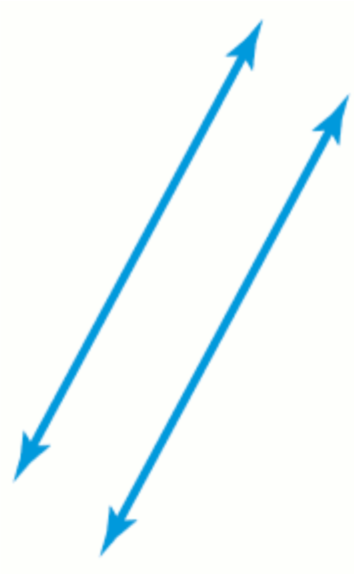
Sistemas de ecuaciones lineales

La representación gráfica de un sistema de dos ecuaciones lineales en dos incógnitas da una de tres situaciones posibles:



Caso 1: Líneas que se cruzan en un único punto. El par ordenado que representa este punto es la *solución única del* sistema.

Sistemas de ecuaciones lineales

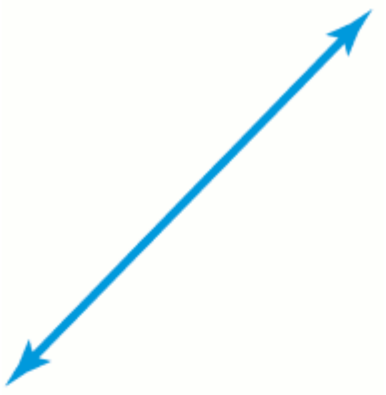


Caso 2
Líneas paralelas
Sin soluciones

Caso 2: Líneas que son paralelas distintas y, por tanto, no se cruzan. Como las rectas no tienen puntos en común, esto significa que el sistema *no tiene soluciones*.

Sistemas de ecuaciones lineales

Caso 3: Dos líneas que son la misma línea. Las rectas tienen un número infinito de puntos en común, por lo que el sistema tendrá *un número infinito de soluciones.*

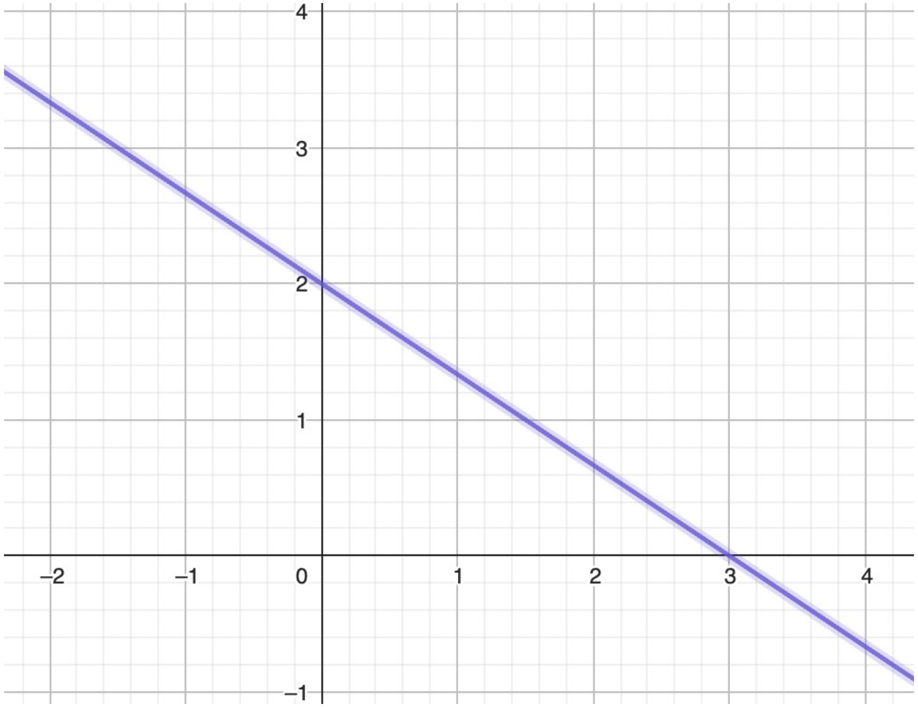


Caso 3
Misma línea
Número infinito de soluciones

¿Cómo graficamos una ecuación?

- Para graficar una ecuación debemos despejar los términos y elegir algunos valores de prueba
- Por ejemplo, para la ecuación:
- $2x + 3y = 6$
- Despejamos y
- $3y = 6 - 2x$
- $y = \frac{6-2x}{3}$

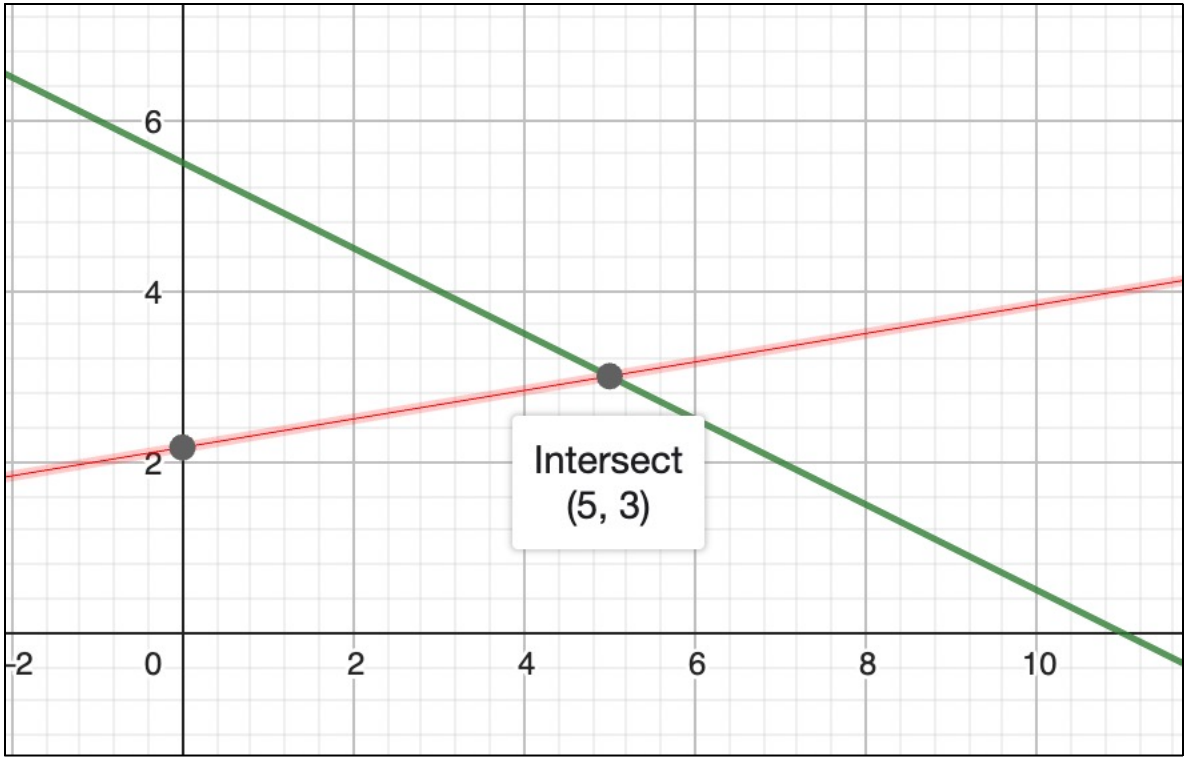
x	y
-2	3.33
-1	2.67
0	2.00
1	1.33
2	0.67
3	0.00
4	-0.67



Ejemplo

$$2x + 4y = 22$$
$$x - 6y = -13$$

- Resolviendo



https://www.geogebra.org/graphing?lang=en

Resolución de sistemas por el método de eliminación

- Ejemplo: Resuelve el sistema.

$$3x + 4y = 10$$
$$5x - 6y = 4.$$

Resolución de sistemas por el método de eliminación

- Ejemplo: Resuelve el sistema.

$$\begin{aligned} 3x + 4y &= 10 \\ 5x - 6y &= 4. \end{aligned}$$

- Solución:

Multiplica la ecuación superior por 3 y la inferior por 2 para obtener coeficientes opuestos para y.

$$\begin{aligned} 9x + 12y &= 30 \\ 10x - 12y &= 8 \end{aligned}$$

Resolución de sistemas por el método de eliminación

A continuación, suma los lados correspondientes de ambas ecuaciones y la y desaparece.

$$\begin{array}{r} 9x + 12y = 30 \\ +10x - 12y = 8 \\ \hline 19x + 0 = 38 \end{array}$$

Resuelve para x.

$$\frac{19x}{19} = \frac{38}{19}$$

$$x = 2$$

Esto indica que hay una solución para el sistema

Resolución de sistemas por el método de eliminación

Para hallar y, sustituye x por 2 en cualquiera de las ecuaciones del sistema original.

$$9(\overset{x=2}{2}) + 12y = 30$$

$$12y = 12$$

$$y = 1$$

Por lo tanto, la solución para este sistema es (2, 1) (*Caso 1*).

Resolución de sistemas por el método de eliminación

- Ejemplo: Resolver el sistema

$$\begin{aligned} -\frac{3}{2}x + \quad y &= \frac{5}{4} \\ 3x - 2y &= 1. \end{aligned}$$

Resolución de sistemas por el método de eliminación

- Ejemplo: Resolver el sistema

$$\begin{aligned} -\frac{3}{2}x + \quad y &= \frac{5}{4} \\ 3x - 2y &= 1. \end{aligned}$$

- Solución:

Multiplica ambos lados de la ecuación superior por 4 para despejar las fracciones.

$$(\overset{2}{\cancel{4}})\left(-\frac{3}{\cancel{2}}\right)x + (4)y = (\cancel{4})\frac{5}{\cancel{4}} \longrightarrow \begin{aligned} -6x + 4y &= 5 \\ 3x - 2y &= 1 \end{aligned}$$

Resolución de sistemas por el método de eliminación

Multiplica la ecuación inferior por 2 y suma las ecuaciones para eliminar x del sistema:

$$\begin{array}{r} -6x + 4y = 5 \\ +6x - 4y = 2 \\ \hline 0 \quad + 0 \quad = 7 \end{array}$$

Esto quiere decir que no hay solución para el sistema

No hay puntos comunes a ambas líneas (*caso 2*).

Se dice que un sistema que no tiene soluciones es *inconsistente*.

Grafique las funciones

Resolución de sistemas por el método de eliminación

- Ejemplo: Resolver el sistema

$$\begin{aligned} 0.2x - 0.1y &= 0.3 \\ 0.1x - 0.05y &= 0.15. \end{aligned}$$

Resolución de sistemas por el método de eliminación

- Ejemplo: Resolver el sistema

$$\begin{aligned} 0.2x - 0.1y &= 0.3 \\ 0.1x - 0.05y &= 0.15. \end{aligned}$$

- Solución:

Multiplica la ecuación superior por 10 y la inferior por 100 para eliminar los decimales.

$$\begin{aligned} 2x - y &= 3 \\ 10x - 5y &= 15 \end{aligned}$$

Resolución de sistemas por el método de eliminación

Multiplica la ecuación superior por -5 y suma las dos ecuaciones para eliminar x del sistema.

$$\begin{array}{r} -10x + 5y = -15 \\ +10x - 5y = 15 \\ \hline 0 \;+ 0 \;= 0 \end{array}$$

Esto indica que hay un número infinito de soluciones para el sistema

Las dos líneas deben ser la misma (caso 3).

Un sistema que tiene un número infinito de soluciones se dice que es *dependiente*.

Resolución de sistemas por el método de eliminación

- Caso 1 Encontramos un único valor tanto para x como para y. El par (x, y) corresponde al punto de intersección de las rectas representadas por las ecuaciones del sistema.
- Caso 2 Obtenemos una afirmación evidentemente falsa. Concluimos que no hay soluciones para este sistema, que representa un par de rectas paralelas distintas.
- Caso 3- Obtenemos un enunciado que siempre es verdadero y que no contiene ni x ni y. Se puede utilizar cualquier valor para x como primera coordenada de una solución del sistema. Hay un número infinito de soluciones del sistema, y las dos ecuaciones del sistema representan la misma recta.

Ejercicio

- Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones utilizando el método de eliminación. Incluya procedimientos claros

A)

$$5x - y = 4$$

$$x + 6y = 2$$

B)

$$-3x - 5y = 13$$

$$-x + 4y = 10$$

C)

$$3x + 7y = 1$$

$$2x + 4y = 0$$

D)

$$-2x + 5y = 7$$

$$2x + 9y = 7$$

Ejercicios

- Resuelva los siguientes ejercicios usando el método de sustitución

A)

$x + 5y = 5$

$2x + 3y = 4$

B)

$3x - 2y = 18$

$5x + 10y = -10$

C)

$4x + 2y = -10$

$3x + 9y = 0$

D)

$2x + 4y = -3.8$

$9x - 5y = 1.3$

Ejercicios

- Resuelva usando el método de graficación

A)

$x - 0.2y = 1$

$-10x + 2y = 5$

B)

$-2x - 5y = -42$

$7x + 2y = 30$

C)

$6x - 5y = -34$

$2x + 6y = 4$