Problemas sobre o Espaço-tempo e Referenciais

Conversão de unidades

1-

a) $1046 \ Km/h = \frac{1046 \times 1000}{3600} m/s = \frac{2615}{9} \ m/s$

$t \to 35 \times 10^{-3} \ s$

$v = \frac{d}{t} \Leftrightarrow d = v.t$

$d = 35 \times 10^{-3} \times \frac{2615}{9} \cong 10,2 \ m$

b) $v = 27350 \ Km/h = \frac{27350 \times 1000}{3600} m/s = \frac{68375}{9} \ m/s$

$d = 35 \times 10^{-3} \times \frac{68375}{9} \cong 266 \ m$

c) $v = 30 \ Km/s = 30\,000 \ m/s$

$d = 30000 \times 35 \times 10^{-3} \cong 1050 \ m$

d) $c = 3 \times 10^{8} \ m/s = 300\,000 \ Km/s$

$\frac{d_1}{d_2} = \frac{300\,000}{5000} = 60$

2-

$c = 3 \times 10^{8} \ m/s$

$4h \ 6min = (4 \times 3600 + 6 \times 60)s = 14760 \ s = 246 \ min = 4,68 \times 10^{-4}$ anos

$d = c.t = 3 \times 10^{8} \times 14760 = 4,428 \times 10^{12} \ m$

$= 4,428 \times 10^{9} \ Km$

3-

a) $d = c.t = 3 \times 10^{8} \times 3600 \times 24 = 2,592 \times 10^{13} \ m$

b) 1 milha $\cong$ 1610 m $\quad d = v.t \Leftrightarrow t = \frac{d}{v} = \frac{1610}{3 \times 10^{8}} = 5,37 \times 10^{-6} \ s$

c) $d = v t \Leftrightarrow t = \frac{d}{v} = \frac{3600 \times 24 \times 365 \times 3 \times 10^8}{3 \times 10^8} = 31\,536\,000$

$\frac{31\,536\,000}{604\,800} \approx 52$ semanas

1 semana $\rightarrow 7 \times 24 \times 3600 = 604\,800$ s

4-

a) 1 Mflop = 10^6 operações/s

limite universal da velocidade → c

$t = \frac{d}{v} = \frac{1}{10^6} = 10^{-6} \longrightarrow$ tempo que demora 1 operação

$D = 2d$ CPU $\overset{d}{\rightleftarrows}$ RAM

$\frac{D}{t} = c \leftarrow$ velocidade máxima que pode ter

$\Leftrightarrow \frac{2d}{t} = c \Leftrightarrow d = \frac{ct}{2} = \frac{3 \times 10^8 \times 10^{-6}}{2} = \frac{300}{2} = 150$ m

b) 1 Gflop = 10^9 operações/s

$t = 10^{-9}$ s → tempo de uma operação $d = \frac{ct}{2} = \frac{0,3}{2} = 0,15$ m

c) 1 Tflop = 10^{12} operações/s

$t = 10^{-12}$ s → tempo de uma operação $d = \frac{ct}{2} = \frac{3 \times 10^{-4}}{2} = 1,5 \times 10^{-4}$ m

5-

	Eventos	Evento 2 (Luz chega à Terra)	Evento 3 (Desligar)
$D = 500$ s → distância do Sol à Terra	$x = 0$	$x = ?$	$x = ?$
$t = 3$ min $= 180$ s	$t = 0$	$t = 500$ s	$t = 680$ s

Queremos que x_3 seja no máximo $= D$ $v = \frac{x_3}{t_3} = \frac{500}{680} = 0,735$

$v^{(SI)} = c\,v = 3 \times 10^8 \times 0,735 = 2,2 \times 10^8$ m/s

Intervalo de Espaço-tempo

6-

a) $t(m) = t(s) \times c = 16,6782048 \times 10^{-9} \times 3 \times 10^{8} = 5\,m$

b) $s^2 = t^2 - x^2 = 5^2 - 4^2 = 9$ $\quad s = 3\,m$

c) $s = 3\,m$ porque o intervalo espaço-tempo é uma invariante

d) O evento acontece no mesmo sítio do ponto de vista do foguete.

$x = 0.$

e) $s^2 = t^2 - \cancel{x^2}^{0} = t^2 = 9$ $\quad t = 3\,m$

f) $v = \frac{x}{t} = \frac{4}{5} = 0,8$

7- Referencial laboratório

$v = 0,75 \times 3 \times 10^8 = 2,25 \times 10^8\ m/s$

$x = 2m$ $\quad t(m) = t(s) \times c = \frac{x}{v} \times c = \frac{2}{2,25 \times 10^8} \times 3 \times 10^8 \simeq 2,7\,m$

Referencial protão

$v' = 3 \times 10^8\ m/s$ $\quad x = 0\,m$

$s^2 = t^2 - x^2 = 2,7^2 - 2^2 = 3,29$ $\quad t(m) = 1,81\,m$

$s' \simeq 1,81$ $\quad x' = 0$ logo $s' = t'$

8-

Referencial Terra $\begin{cases} x = 0 \\ t = 0 \end{cases}$ $\quad x = 1,496 \times 10^{11}\,m$ $\quad t = 10\,min$

Referencial Pedra $\begin{cases} x' = 0 \\ t' = 0 \end{cases}$ $\quad x' = 0$ $\quad t' = ?$

$x(min) = \frac{x(m)}{c(m/min)} = \frac{1,496 \times 10^{11}}{3 \times 10^8 \times 60} = 8,3\,min$

$t' = ??$

$s^2 = t^2 - x^2$

$= 10^2 - 8,3^2 = 31,11\,min^2$

$s = s' = 5,58\,min$ porque o intervalo espaço-tempo é uma invariante

$s'^2 = t'^2 - \cancel{x'^2}^{0} \Leftrightarrow s' = t'$

9-

	Evento 1	Evento 2	
Referencial Terra	$x = 0$	$x = 4,3$ a.l.	
	$t = 0$	$t = \frac{x}{v} = \frac{4,3}{0,95} = 4,53$ a.l.	
Referencial Nave	$x' = 0$	$x' = 0$	$s^2 = t^2 - x^2$
	$t' = 0$	$t' = 1,43$ a.l.	$\Leftrightarrow s^2 = 4,53^2 - 4,3^2$
			$\Leftrightarrow s = 1,43 = s' = t'$

10-

	Foguetão Tempo (s)	Laboratório Tempo (s)	Laboratório Distância (s-luz)
Exemplo	20	29	21
a	? 8,92	10,72	5,95
b	20	? 101	99
c	66,8	72,9	? 29,2
d	? 5,12	8,34	6,58
e	21	22	? 6,56

A luz percorre 3×10^8 m em 1 s $\rightarrow$ 1 segundo-luz

$\boxed{A}$ $s^2 = t^2 - x^2$

$\Leftrightarrow s^2 = 10,72^2 - 5,95^2$

$\Leftrightarrow s = 8,92 = s' = t'$

$\boxed{B}$ $s' = t' = 20$ s

$20^2 = t^2 - 99^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow t = 101$ s

$\boxed{C}$ $s' = t' = 66,8$ s

$66,8^2 = 72,9^2 - x^2$

$\Leftrightarrow x = 29,2$ s $= 29,2$ s-luz

$\boxed{D}$ $s^2 = t^2 - x^2$

$\Leftrightarrow s^2 = 8,34^2 - 6,58^2$

$\Leftrightarrow s = 5,12$ s $= s' = t'$

$\boxed{E}$ $s' = t' = 21$ s

$21^2 = 22^2 - x^2$

$\Leftrightarrow x = 6,56$ s

11-

	Evento 1	Evento 2
Lab	$x = 0$	$x = 0$
	$t = 0$	$t = 3$ anos
Fog	$x' = 0$	$x' = ?$
	$t' = 0$	$t' = 5$ anos

a) $s^2 = t^2 - x^2 \Leftrightarrow s = 3$

$s'^2 = t'^2 - x'^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3^2 = 5^2 - x'^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x' = 4$ anos

b) $v' = \frac{x'}{t'} = \frac{4}{5} = 0,8$

13-

	Evento 1	Evento 2
a) Terra	$x = 0$	$x = 2,00 \times 10^6$ a.l.
	$t = 0$	$t = 2,01 \times 10^6$ anos
Foguetão	$x' = 0$	$x' = 0$
	$t' = 0$	$t' = ?$

$s^2 = t^2 - x^2$

$\Leftrightarrow s^2 = (2,01 \times 10^6)^2 - (2,00 \times 10^6)^2 \Leftrightarrow s = 200\,249,84 \text{ anos} = s' = t'$

b) $x = 2,00 \times 10^6$ a.l. $= (2,00 \times 10^6 \times 3600 \times 24 \times 365 \times 3 \times 10^8)\,m = 1,89216 \times 10^{22}\,m$

$t = 2,01 \times 10^6$ anos $= (2,01 \times 10^6 \times 3600 \times 24 \times 365)\,s = 6,338736 \times 10^{13}\,m$

$v = \frac{x}{t} = 3 \times 10^8$ $\qquad v = \frac{3 \times 10^8}{3 \times 10^8} = 1$

c) $s^2 = t^2 - x^2$

$\Leftrightarrow s^2 = (2,001 \times 10^6)^2 - (2,00 \times 10^6)^2$

$\Leftrightarrow s = 6,33 \times 10^4 \text{ anos} = s' = t'$

d) $t = 20$ anos $= (20 \times 3600 \times 24 \times 365)\,s = 6,3 \times 10^8\,s$

$v = \frac{x}{t} = \frac{1,89216 \times 10^{22}}{6,3 \times 10^8} = 3 \times 10^{13}$ $\qquad v = \frac{3 \times 10^{13}}{3 \times 10^8} = 1 \times 10^5$

14-

a) $t = \frac{x}{c} = \frac{60000}{3 \times 10^8} = 2 \times 10^{-4}\,s$

b) $N(t) = N_0\, 2^{-\frac{t}{T}}$ $\qquad \frac{N}{N_0} = 2^{-\frac{t}{T}} = 2^{\frac{2 \times 10^{-4}}{1,5 \times 10^{-6}}} = 2^{-133}$

c) $\frac{1}{8} = 2^{-3}$ $\qquad \frac{t'}{T} = 3 \Leftrightarrow t' = 3T = 4,5\,\mu s$

d) $x' = 0$

e) $s'^2 = t'^2 - \cancel{x'^2}^{\,0}$ $\Leftrightarrow s' = 4{,}5\ \mu s$

Referenciais inerciais

16-

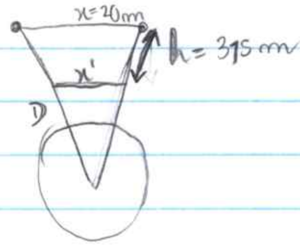
a) Atingirá o teto e não volta ao chão porque o elevador está em flutuação livre (a pessoa desloca-se a velocidade constante até ao teto porque não sente a gravidade).

b) Quando o elevador estiver no topo a resposta mantém-se pois o elevador continua em queda livre.

c) Não existe maneira de ele saber em que ponto da trajetória está pois está no referencial do elevador.

17- A escala marca zero enquanto estamos no ar porque estamos em queda livre

18- D = raio da Terra



$$\frac{x}{D+h} = \frac{x'}{D} \Leftrightarrow \frac{x'}{x} = \frac{D}{D+h} \Leftrightarrow x' \cong 19,9961$$

$$\downarrow$$

$$\frac{x'}{x} \simeq 1 \text{ mm}$$

19-

$$\frac{x'}{x} = \frac{D}{D+h} \Leftrightarrow x' = \frac{20 \times 1738 \times 10^3}{1738 \times 10^3 + 315} \Leftrightarrow x' = 19,9964 \qquad x - x' = 3,6 \text{ mm}$$

$d = 315$ m $\qquad v = at$

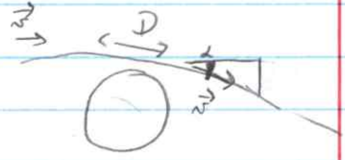
$$\begin{cases} v = \frac{d}{t} \\ v = at \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{d}{t} = at \end{cases} \Leftrightarrow t^2 = \frac{d}{a} \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{315}{1,62}},\ t > 0$$

$$\Leftrightarrow t = 13,9 \text{ s}$$

20-

a) $t = \frac{d}{c} = \frac{1,4 \times 10^9}{3 \times 10^8} = 4,67$ s

$$\begin{cases} v_x = c \\ v_y = 0 \end{cases}$$



$v_y = at = 275 \times 4,67 = 1284$ m/s

b) $\sin \alpha = \frac{v_y}{v} = \frac{1284}{3 \times 10^8} = 4,28 \times 10^{-6}$

Problemas envolvendo o princípio da relatividade

21 - O que tem o mesmo valor em referenciais inerciais diferentes?

Valor da velocidade da luz no vácuo ✓
Velocidade de um eletrão ✗
Valor da carga do eletrão ✓
Energia cinética de um protão ✗
Valor do campo elétrico ✗
Tempo entre 2 eventos ✗
Ordem dos elementos na tabela periódica ✓
Primeira Lei de Newton ✓

Campo elétrico e magnético depende da velocidade !!!

22 -

23 -

Referencial Laboratório
1º $\begin{cases} x = 0 \text{ a.l.} \\ t = 0 \text{ anos} \end{cases}$ $\quad x = 6 \text{ a.l.} = 6 \text{ anos}$ $\quad t = 10 \text{ anos}$

$\begin{cases} x = 0 \text{ a.l.} \\ t = 0 \text{ anos} \end{cases}$

a) Referencial Foguete A $\quad$ " $\quad x' = ?$ $\quad t' = 14 \text{ anos}$

Evento 2

$s^2 = t^2 - x^2 \Leftrightarrow s^2 = 10^2 - 6^2 \Leftrightarrow s = 8 \text{ anos}$

$s = s'$ logo $s'^2 = t'^2 - x'^2 \Leftrightarrow x'^2 = 14^2 - 8^2$

$\Leftrightarrow x'^2 = 132 \Leftrightarrow x = 11{,}49 \text{ anos}$

b) Referencial Foguete B $\quad$ " $\quad x'' = 5 \text{ a.l.}$ $\quad t'' = ?$

$s = s'' = 8 \text{ anos}$ $\quad t''^2 = s''^2 + x''^2 = 8^2 + 5^2 = 89 \Leftrightarrow t = 9{,}43 \text{ anos}$

c) Velocidade em relação ao laboratório?

Se $x = 0$ e $x' = 0$

Referencial laboratório → Evento 2 $\begin{cases} x = 6 \text{ anos} \\ t = 10 \text{ anos} \end{cases}$ $v = \frac{x}{t} = \frac{6}{10} = 0{,}6$

d) $s = s''' = 8$ anos

$s'''^2 = t'''^2 - \cancel{x'''^2}^{0}$ $\Leftrightarrow$ $8 \text{ anos} = t'''$

24-

Problemas de momento - energia

1-

$$m = \sqrt{E^2 - px^2 - py^2 - pz^2} = \sqrt{6{,}25^2 - 1{,}25^2 - 2{,}50^2 - 2{,}50^2} = 5 \text{ kg}$$

2-

a) $E = m \cdot (1 - v^2)^{-\frac{1}{2}} = 3 \times (1 - 0{,}8^2)^{-\frac{1}{2}} = 5 \text{ kg}$

$v = \frac{d}{t} = \frac{8}{10} = 0{,}8$

$m^2 = E^2 - p^2$

$\Leftrightarrow p^2 = E^2 - m^2$

$\Leftrightarrow p = \sqrt{25 - 9} \Leftrightarrow p = 4 \text{ kg}$

b) $E_0 = m = 3 \text{ kg}$

c) $E = E_c + E_0 \Leftrightarrow E_c = E - E_0 = 5 - 3 = 2 \text{ kg}$

d) $E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \times 3 \times 0{,}8^2 = 0{,}96 \text{ N}$

3- Quadri-vetor (E, px, py, pz)

a) $E_c = 3m$

$E = E_c + m = 4m$

$m^2 = E^2 - px^2 - \cancel{py^2} - \cancel{pz^2}$

$\Leftrightarrow m^2 = (4m)^2 - px^2$

$\Leftrightarrow px^2 = 16m^2 - m^2 \Leftrightarrow px = m\sqrt{15}$, $px > 0$, $m > 0$

$(4m, m\sqrt{15}, 0, 0)$

b) $E_c = m$ $\quad E = E_c + m = 2m$

$(2m, m\sqrt{3}, 0, 0)$

$m^2 = E^2 - px^2 \Leftrightarrow px^2 = (2m)^2 - m^2$

$\Leftrightarrow px = \sqrt{3m^2}$, $px > 0$

$\Leftrightarrow px = m\sqrt{3}$, $m > 0$

c) $p = 2m$

$m^2 = E^2 - py^2 - \cancel{px^2} - \cancel{pz^2}$

$\Leftrightarrow E^2 = m^2 + p^2 \Leftrightarrow E = \sqrt{m^2 + 4m^2}$, $E > 0$ $\Leftrightarrow E = \sqrt{5m^2} \Leftrightarrow E = m\sqrt{5}$

$(m\sqrt{5}, 0, 2m, 0)$

d) $E = 4m$

$m^2 = E^2 - px^2 - \cancel{py^2} - \cancel{pz^2}$

$\Leftrightarrow px^2 = E^2 - m^2 \Leftrightarrow px = -\sqrt{(4m)^2 - m^2} = -m\sqrt{15}$ $\quad (4m, -m\sqrt{15}, 0, 0)$

e) $E_c = 4m$

$E = E_c + m = 4m + m = 5m$ $p_x = p_y = p_z = K$

$m^2 = E^2 - p^2$

$\Leftrightarrow p = \pm\sqrt{E^2 - m^2} \Leftrightarrow p = \pm\sqrt{25m^2 - m^2} \Leftrightarrow p = \sqrt{24}\,m$ (+) ou (−) ?

Norma do vetor

$p = \sqrt{24}\,m$ $p = (p_x, p_y, p_z)$ $\sqrt{K^2 + K^2 + K^2} = \sqrt{3K^2} = K\sqrt{3}$, $K > 0$

$K\sqrt{3} = p \Leftrightarrow K\sqrt{3} = m\sqrt{24} \Leftrightarrow K = \dfrac{m\sqrt{24}}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow K = m\sqrt{8}$ $(5m, m\sqrt{8}, m\sqrt{8}, m\sqrt{8})$

4-

Direções opostas

$m = 5 \times 10^6$ kg cada um

$v = 42$ m/s

Colidem frontalmente e param

a) $E_c = \frac{1}{2} m v^2$ $m = 5$ mg $v = \dfrac{42}{3 \times 10^8} = 1{,}4 \times 10^{-7}$

$E_c = \dfrac{1}{2} \times 5 \times 10^{12} \, (1{,}4 \times 10^{-7})^2 = 0{,}049$ mg

b) $m = 2m$

$(m + E_c, p)$

$(m + E_c, -p)$

$(2m + 2E_c, 0)$

$m^2 = E^2 - \cancel{p^2}^{\,0} \Leftrightarrow m = E$

$M^2 = E^2 - \cancel{p^2}^{\,0} \Leftrightarrow M = 2m + 2E_c$

$m = 2m$

5-

Distância (m)	Momento (GeV)	Energia (GeV)	Factor compressão do tempo	Tempo (m)
0				
0,1				
1				
5				
10				
10^3				
10^6				

6-

$E_c = 47\ \text{GeV} = 47 \times 10^3\ \text{MeV}$

$d = 3000\ m$

$m = 0,5\ \text{MeV}$

a) $E = E_c + m = 47 \times 10^3 + 0,5 = 47\,000,5\ \text{MeV}$

$$E = \frac{47\,000,5 - 0,5}{3000} = 15,67\ \text{MeV}/m$$

Newton

$E = mc^2 = 0,5$?

b) $(1 - c) = -2,99 \times 10^8$

$$E = \frac{m}{\sqrt{1-v^2}} = \frac{0,5}{\sqrt{2(1-v)}} \Leftrightarrow 47000,5 \times 10^3 = \frac{0,5}{\sqrt{2(1-v)}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2(1-v)} = \frac{0,5}{47000,5}$$

$$\Leftrightarrow 2(1-v) = 1,13 \times 10^{-10}$$

$$\Leftrightarrow 1 - v = 5,66 \times 10^{-11}$$

c)

Eletrão

7-

25 000 raios cósmicos

$E > 4 \times 10^7$ eV

5 deles ↪ $E \simeq 10^{20}$ eV

$m = 10^9$ eV

a) $E = 10^{20}$ eV

$m = 10^9$ eV

diâmetro galáxia $= 10^5$ a.l. $= 10^5 \times 3600 \times 365 \times 24$

10^5 anos-luz $= 10^5$ anos $= 10^3$ séculos

8-

$m_A = 20$ → núcleo

$m_D = 2$

$\cancel{m}E_D = 5$

a) Energia conserva-se

· As partículas deslocam-se em sentidos opostos

9-

$m_A = 2$

$E_A = 6$

$m_C = 15$

a) $E_A + E_B = E_C \rightarrow$ conservação da energia

C está em repouso em relação ao laboratório logo $p = 0$

$m_C^2 = E_C^2 = 15^2 \rightarrow E_C = 15$ $\quad 6 + E_B = 15 \Leftrightarrow E_B = 9$

b) $m_A^2 = E_A^2 - P_A^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2^2 = 6^2 - P_A^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow P_A^2 = 36 - 4 \Leftrightarrow P_A = \sqrt{32}, \; P_A > 0$

O momento linear conserva-se logo $P_A + P_B = 0 \rightarrow$ Como $P_A = \sqrt{32}$ então $P_B = -\sqrt{32}$

c) $m^2 = E^2 - p^2$

$\Leftrightarrow m^2 = 9^2 - (-\sqrt{32})^2 \Leftrightarrow m^2 = 81 - 32 \Leftrightarrow m = 7, \; m > 0$

d) $m_C > m_A + m_B$

$E = E_C + m$ $\quad$ A massa de C é maior do que a soma das massas de A e B porque numa colisão inelástica a Energia cinética diminui e como a energia total se conserva então a massa tem que aumentar.

10-

a) $E_C = 3m$ massa m A

Outra em repouso massa m B

$E_A = 3m + m = 4m$

$m^2 = (4m)^2 - p^2 \Leftrightarrow p^2 = 16m^2 - m^2 \Leftrightarrow p = \sqrt{15}\, m \;, \; p > 0$

$(4m, \sqrt{15}m)$

$(m, 0)$

$(5m, \sqrt{15}m)$

$M^2 = E^2 - p^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow M = \sqrt{(5m)^2 - (\sqrt{15}m)^2}, \; M > 0$

$\Leftrightarrow M = \sqrt{25m^2 - 15m^2} \Leftrightarrow M = m\sqrt{10}$

b) (A) massa m (B) massa m sentidos opostos

$E_c = 5m$ $E_c = 5m$

$$\frac{\begin{array}{c}(6m, p)\\ (6m, -p)\end{array}}{(12m, 0)} \qquad M = 12\,m$$

Se a massa e energia cinética forem iguais então têm a msm velocidade

c) (A) massa 3m (B) massa m

$E_c = 7m$ Em repouso

$m^2 = E^2 - p^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow p^2 = E^2 - m^2 = (10m)^2 - (3m)^2$

$\Leftrightarrow p = \sqrt{91}\,m,\ p>0$

$$\frac{\begin{array}{c}(10m, m\sqrt{91})\\ (m, 0)\end{array}}{(11m, m\sqrt{91})}$$

$M^2 = E^2 - p^2$

$\Leftrightarrow M = \sqrt{(11m)^2 - (m\sqrt{91})^2},\ M>0$

$\Leftrightarrow M = \sqrt{121m^2 - 91m^2} \Leftrightarrow M = m\sqrt{30}$

d) (A) massa m (B) massa m Perpendicular

$E_c = 6m$ $E_c = 6m$

$$\frac{\begin{array}{c}(7m, m\sqrt{48}, 0)\\ (7m, 0, m\sqrt{48})\end{array}}{(14m, m\sqrt{48}, m\sqrt{48})}$$

$m_A^2 = E_A^2 - p_A^2$

$\Leftrightarrow p_A = \sqrt{(7m)^2 - m^2}$

$\Leftrightarrow p_A = m\sqrt{48}$

$M^2 = E^2 - p_x^2 - p_y^2$

$\Leftrightarrow M = \sqrt{(14m)^2 - (m\sqrt{48})^2 - (m\sqrt{48})^2},\ M>0$

$\Leftrightarrow M = \sqrt{196m^2 - 48m^2 - 48m^2}$

$\Leftrightarrow M = m\sqrt{100},\ M>0 \Leftrightarrow M = 10\,m$

11.

Fotão não tem massa mas a presença de um fotão pode aumentar a massa do sistema

a) (A) $E = 3m$ (B) m Repouso

$\cancel{m_A^2} = E_A^2 - p_A^2$

$\Leftrightarrow E_A = p_A$

$$\frac{\begin{array}{c}(3m, 3m)\\ (m, 0)\end{array}}{(4m, 3m)}$$

$M^2 = E^2 - p^2$

$\Leftrightarrow M = \sqrt{(4m)^2 - (3m)^2},\ M>0$

$\Leftrightarrow M = \sqrt{7}\,m,\ M>0$

b) (A) $E = 3E$ (B) $E = E$ Mesmo sentido

Em fotões $E = p$

$(3E, 3E)$
(E, E)
$(4E, 4E)$

$p^2 = E^2 - \cancel{m^2}^{0}$
$\Rightarrow p = E$

$M^2 = E^2 - p^2 \Rightarrow M = \sqrt{(4E)^2 - (4E)^2} \Rightarrow M = 0$

c) (A) $E = 3E$ (B) $E = E$ sentido oposto

$(3E, 3E)$
$(E, -E)$
$(4E, 2E)$

$M^2 = E^2 - p^2$
$\Rightarrow M = \sqrt{(4E)^2 - (2E)^2}$, $M > 0$
$\Rightarrow M = E\sqrt{12}$

d) (A) $E = E$ (B) $E = 3E$ perpendiculares

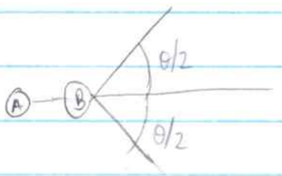
$(E, E, 0)$
$(3E, 0, 3E)$
$(4E, E, 3E)$

$M^2 = E^2 - p^2$
$\Rightarrow M = \sqrt{(4E)^2 - E^2 - (3E)^2}$, $M > 0$
$\Rightarrow M = E\sqrt{6}$

12-

(A) massa m Embate (B) Neutro em repouso Colisão elástica simétrica

Ec



$\downarrow$

Seguem com direções que fazem um ângulo de $\theta/2$ com a linha do movimento inicial

$E = Ec + m$, como a Energia conserva-se e a massa também então a energia cinética mantém-se mas vai ser dividida pelas 2 partículas

$p_{total} = p_a = p_C \cos(\theta/2) + p_D \cos(\theta/2) = 2 p_d \cos(\theta/2)$

Início

$$p^2 = E^2 - m^2$$
$$\Leftrightarrow p^2 = (Ec+m)^2 - m^2$$
$$\Leftrightarrow p^2 = Ec^2 + 2mEc + \cancel{m^2} - \cancel{m^2}$$
$$\Leftrightarrow p = \sqrt{Ec^2 + 2mEc}$$

$$pc^2 = pd^2 = Ed^2 - md^2 \Leftrightarrow pd^2 = \left(\frac{Ec}{2} + m\right)^2 - m^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow pd^2 = \left(\frac{Ec}{2}\right)^2 + \frac{\cancel{2}Ecm}{\cancel{2}} + \cancel{m^2} - \cancel{m^2}$$

$$\Leftrightarrow pd^2 = \frac{Ec^2}{4} + Ec.m$$

$$2 \times \sqrt{\frac{Ec^2}{4} + Ec.m} \times \cos(\theta/2) = \sqrt{Ec^2 + 2mEc}$$

→ Momento no início pq se conserva

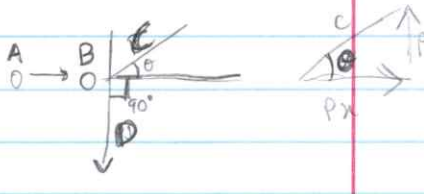
$$\Leftrightarrow \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{\sqrt{Ec^2 + 2mEc}}{2\sqrt{\frac{Ec^2}{4} + Ecm}} \Leftrightarrow \left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)^2 = \frac{Ec^2 + 2mEc}{\frac{\cancel{4}Ec^2}{\cancel{4}} + 4Ecm}$$

$$\Leftrightarrow \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{Ec^2 + 2mEc}{Ec^2 + 4Ecm} \Leftrightarrow \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{\cancel{Ec}(Ec + 2m)}{\cancel{Ec}(Ec + 4m)}$$

$$\Leftrightarrow \cos^2\theta = \frac{Ec + 2m}{Ec + 4m}$$

13- Positrão (A)
massa m
$Ec = m$

Atinge um eletrão em repouso (B)
Criam 2 fotões → 1 dos fotões vai para 90° da direção inicial (D)
o outro é (C)



Conservação da energia

$$E = Ea + m = Ec + Ed$$

Conservação do momento linear

$$px = pA = pc \cos\theta \Leftrightarrow pA = pc\cos\theta$$
$$py = 0 = pc \sin\theta - pD$$

→ p_D não tem componente vertical

$EA = 2m$ $\quad \underbrace{pc = Ec \quad pD = ED}_{\text{são fotões, não têm massa}}$

$$P_A = Ec \cos\theta$$
$$ED = Ec \sin\theta$$

$$Ec^2\cos^2\theta + Ec^2\sin^2\theta$$
$$= P_A^2 + ED^2$$
$$= Ec^2(\cos^2\theta + \sin^2\theta)$$
$$= Ec^2 \times 1 = Ec^2$$

$E_{inicial} = E_{final}$ $\quad$ $p_A^2 = E_A^2 - m_A^2$

$\Leftrightarrow 2m + m = E_C + E_D$ $\quad$ $\Leftrightarrow p_A = \sqrt{(2m)^2 - m^2}$

$\Leftrightarrow 3m = E_C + E_D$ $\quad$ $\Leftrightarrow p_A = \sqrt{3}\, m$

$$\begin{cases} E_C = 3m - E_D \\ E_C^2 = p_A^2 + E_D^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} E_C^2 = (3m - E_D)^2 = 9m^2 - 6mE_D + E_D^2 \\ E_C^2 = (\sqrt{3}\, m)^2 + E_D^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} — \\ \cancel{E_D^2} = 9m^2 - 6mE_D + \cancel{E_D^2} - 3m^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} — \\ 9m^2 - 6mE_D - 3m^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} — \\ 6m^{\cancel{2}} = 6\cancel{m}E_D \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} — \\ 6m = \cancel{6}E_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} — \\ m = E_D \end{cases}$$

$3m = E_C + E_D \Leftrightarrow E_C = 3m - m = 2m$

$E_D = E_C \sin\theta \Leftrightarrow \cancel{m} = 2\cancel{m} \sin\theta$

$\Leftrightarrow \sin\theta = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \theta = 30^\circ$

14-

Taxa = 1372 W/m^2 de área perpendicular à direção da radiação

↑

Constante Solar $\quad$ $R_{Terra} = 1,5 \times 10^{11}$ m $\quad$ $m_{sol} = 2,0 \times 10^{30}$ Kg

a) $1\,W = 1\,J/s = 1\,\frac{\frac{Kg\,m^2}{s^2}}{s} = 1\,\frac{Kg\,m^2}{s^3}$

$m = \frac{E}{c^2} = \frac{1372\,J}{c^2} = \frac{1372\,kg\,\cancel{m^2/s^2}}{(3\times10^8)^2\,\cancel{m^2/s^2}} = \frac{1372}{9\times10^{16}}\,Kg = 1,52\times10^{-14}\,Kg$

b) $A_T = (1,5 \times 10^{11})^2 m^2 = 2,25 \times 10^{22} m^2$

O sol converte $2,25 \times 10^{22} m^2 \times 1,52 \times 10^{-14} Kg/m^2$

15-

100 W durante 1 ano → Massa (Kg)

$100\ J = 100\ kg\,m^2/s^2$

$100\ W = 100\ J/s = 100\ kg\,m^2/s^3$

$100 \times 3600 \times 24 \times 365 = 3{,}154 \times 10^9\ J$

$E = mc^2$

$$\frac{3{,}154 \times 10^9}{c^2} = \frac{3{,}154 \times 10^9\ kg\,\cancel{m^2/s^2}}{9 \times 10^{16}\ \cancel{m^2/s^2}} = 3{,}5 \times 10^{-8}\ kg$$
$$= 3{,}5 \times 10^{-5}\ g$$
$$= 3{,}5 \times 10^{-2}\ mg$$
$$= 3{,}5 \times 10^{1}\ \mu g = 35\ \mu g$$

b) $1\ Kw/h = 1 \times 10^3\ w/h = 1000 \times 3600 = 3\,600\,000\ W/s = 3\,600\,000\ J$

$1{,}5 \times 10^{13}\ Kw/h = 5{,}4 \times 10^{19}\ J$

$$\frac{5{,}4 \times 10^{19}}{c^2} = \frac{5{,}4 \times 10^{19}\ kg\,\cancel{m^2/s^2}}{9 \times 10^{16}\ \cancel{m^2/s^2}} = 600\ kg$$

c) $373\ W \rightarrow E_u$

25% eficiente

75% comida é convertida em calor e 25% em trabalho útil

Tempo? Para perder 1 Kg

$E_u = 373\ W$ 25% eficiência

$373 — 0{,}25$ $x = 1492\ W$

$x — 1$

$E = 1492\ W = 1492\ J/s = 1492\ kg\,m^2/s^3$

$$\frac{1492\,(J)}{c^2\ (m^2/s^2)} = \frac{1492\ (kg\,\cancel{m^2/s^2})}{9 \times 10^{16}\ (\cancel{m^2/s^2})} = 1{,}66 \times 10^{-14}\ kg$$

o que perde em 1 s

$$\frac{1}{1{,}66 \times 10^{-14}} = 6 \times 10^{13}\ s$$

16-

1 kg H reage com 8 kg O e forma-se água

$E_{dissipada} \rightarrow 10^8$ J

10 toneladas = 10 000 kg → H

10 000 H
80 000 O

$E_{dissipada} = 10000 \times 10^8$
$= 10^{12}$

Como há energia dissipada a massa da água resultante será menor.

$$E = mc^2 \Leftrightarrow m = \frac{E}{c^2} = \frac{10^{12}}{c^2} = \frac{10^{12}}{9 \times 10^{16}} = 1,11 \times 10^{-5}\ kg =$$
$$= 1,11 \times 10^{-2}\ kg$$
$$= 11,1\ mg$$

18 - Núcleo A

a) massa m Absorve fotão massa 1,01 m
Repouso

Início Dps

fotão (E, E) (E', p) $m^2 = E'^2 - p^2 \Leftrightarrow (1,01\,m)^2 = E'^2 - p^2$

núcleo $\underline{(m, 0)}$

$(E+m, E)$

Conservação da energia →
Conservação do momento →

$$\begin{cases} E + m = E' \\ E = p \\ (1,01\,m)^2 = E'^2 - p^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ - \\ 1,0201\,m^2 = (E+m)^2 - \cancel{E^2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} - \\ - \\ 1,0201\,m^2 = 2Em + m^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \\ \\ 2E\cancel{m} = 0,0201\,m^{\cancel{2}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \\ \\ E = 0,01005\,m \end{cases}$$

b) A massa do fotão é maior porque ela possui energia para aumentar a massa do núcleo e ainda para colocar o núcleo em movimento (energia cinética).

19-

massa M em movimento

Emite raio gama (fotão) na direção e sentido que se desloca

Estado não radiativo estável → massa m

EA? Núcleo fica em repouso

Início

(E_A, p_A)

Fim

fotão (E_f, E_f)

núcleo $(m, 0)$

$(E_f + m, E_f)$

Conservação da energia
Conservação do momento

$$\begin{cases} E_A = E_f + m \\ p_A = E_f \\ M^2 = E_A^2 - p_A^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ - \\ E_A^2 = M^2 + p_A^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ - \\ E_A^2 = M^2 + E_f^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} - \\ - \\ E_A^2 = M^2 + (E_A - m)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ - \\ \cancel{E_A^2} = M^2 + \cancel{E_A^2} - 2E_A m + m^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} - \\ - \\ 2E_A m = M^2 - m^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} E_A = \dfrac{M^2 - m^2}{2m} \end{cases}$$

20-

Um fotão isolado não tem massa e ao dividir-se, consequentemente, os fotões gerados também não têm massa. Assim, a única maneira de 2 fotões não terem massa é se eles tiverem a mesma direção e sentido.