Ficha 11 - Qui-Quadrado:

1.

maq.	1	2	3	4
Nº defeitos / 500 peças	10	25	0	5

Há 4 máquinas, e um total de 40 defeitos/500,

logo,

$$M = \frac{40}{4} = 10 \text{ Nº defeitos}/500$$

Assumindo H_0 de que as probabilidades são todas iguais, então os valores esperados de cada uma das máquinas é igual à média.

$$\Rightarrow Q = \frac{(10-10)^2}{10} + \frac{(25-10)^2}{10} + \frac{(0-10)^2}{10} + \frac{(5-10)^2}{10}$$

$$\Leftrightarrow Q = 35$$

g.l. = 3

$$\chi^2_{3,\,0.05} \approx 7.81$$

$$Q > \chi^2_{3,\,0.05}$$

logo rejeita-se a hipótese nula.

2.

Trimestre	Jan-Mar	Abr-jun	Jul-set	Out-Dez
Nº Nascimentos	110	57	53	80

$H_0: P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 1 \wedge P_1 = 2P_2 \wedge P_2 = P_3 = P_4$

$\Rightarrow P_2 = 1/5 \wedge P_1 = 2/5$

$\#$ total $= 110 + 57 + 53 + 80 = 300$

expected	120	60	60	60

$$\Rightarrow Q = \frac{(110-120)^2}{120} + \dots + \frac{(80-60)^2}{60}$$

$\Rightarrow Q \simeq 8.47$, $c = \chi^2_{3,0.05}$ 7,81

$Q > c$, logo ~~não~~ se rejeita a H_0.

Scanned by CamScanner

3. H_0: A procura de camiões está uniformemente distribuida. ~~ao longo~~

camiões vendidos	1	2	3	4
Nº de dias	70	60	40	30
expected	50	50	50	50

$$\Rightarrow Q = 20 \quad \text{e } C \approx 7.81$$

$Q > C$, logo Rejeita-se a H_0.

4. $n = 300$, $\lambda = 2.4$; $P(x \geq 7) = 1 - P(x < 7)$

$$= 1 - P(x \leq 6)$$

$$= 1 - 0.9884$$

$$= 0.0116$$

N	0	1	2	3	4	5	6	≥7
f	19	48	66	74	44	35	10	4
prob	0.0907	0.2177	0.2613	0.2090	0.1254	0.0602	0.0241	0.0116
e_i	27.21	65.31	78.39	62.7	37.62	18.06	7.23	3.48

$$Q = \frac{(19-27.21)^2}{27.21} + \dots + \frac{(4-3.48)^2}{3.48}$$

$$\Rightarrow Q \simeq 29.17 \quad e \; C \simeq \chi^2_{7,0.01} \simeq 18.48$$

$$Q > C \Rightarrow \text{Rej } H_0.$$

5. H_0: A variável aleatória X (acidentes em cada caixa) segue uma dist de poisson).

$$\# \text{caixas} = 2500$$

$$\lambda = \mu$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{0 \times 1448 + 1 \times 805 + \dots + 6 \times 1}{2500}$$

$$\Rightarrow \lambda \simeq 0.54$$

Scanned by CamScanner

$$f(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

$$p_0 = f(0) = \frac{0.54^0 e^{-0.54}}{0!} \approx 0.5827 \to e_0 \approx 1456.87$$

$$p_1 = f(1) = \frac{0.54^1 e^{-0.54}}{1} \approx 0.3147 \to e_1 \approx 786.71$$

$$p_2 = f(2) = \frac{0.54^2 e^{-0.54}}{2!} \approx 0.08496 \to e_2 \approx 212.41$$

$$p_3 = f(3) = \frac{0.54^3 e^{-0.54}}{6} \approx 0.0153 \to e_3 \approx 38,23$$

$$P(X \geq 4) = 1 - P(X \leq 3) = \cancel{1} \; 2.309 \times 10^{-3} \to e_4 \approx 5.77$$

$$\Rightarrow Q = \frac{(1448 - 1456.87)^2}{1456.87} + \dots + \frac{(7 - 5.77)^2}{5.77}$$

$$\Leftrightarrow Q \approx 1.4 \qquad e \; C = \chi_{3,0.05} \approx 7.81$$

$Q < C$, Logo não se Rej. Ho

6.- H_0: A ~~...~~ exp segue uma dist exponencial

$\theta = \mu$

$\Leftrightarrow \theta = \dfrac{2.5 \times 55 + 7.5 \times 19 + 12.5 \times 6 + 17,5 \times 20}{55 + 19 + 6 + 20}$

$\Leftrightarrow \theta = 7.05$

$[0 ; 5[$	55
$[5 ; 10[$	19
$[10 ; 15[$	6
$[15 ; +\infty[$	20

$\int \frac{1}{7.05} e^{-\frac{x}{7.05}} dx = -e^{-x/7.05}$

$-\left[e^{-x/7.05}\right]_0^5 = -\left(e^{-5/7.05} - 1\right)$

$= 0.50797$

$\rightarrow e_1 \approx 50,80$

$-\left[e^{-x/7.05}\right]_5^{10} \approx 0,24994$

$\rightarrow e_2 \approx 24.99$

$-\left[e^{-x/7.05}\right]_{10}^{15} \approx 0.12298 \rightarrow e_3 \approx 12.30$

$-\left[e^{-x/7.05}\right]_{15}^{+\infty} \approx 0.1191 \rightarrow e_4 \approx 11.91$

$Q \approx 10,505$ e $c = \chi^2_{2,\,0.05}$

$Q > c \Rightarrow$ Rej H_0

Scanned by CamScanner

7. H_0: As moedas estão equilibradas e lançadas aleatoriamente, o que implica que seguem uma distribuição binomial!

$n = 4$ equilibrada

$\Rightarrow \pi = 1/2$

$f(x) = \binom{4}{x} 0.50^x (1-0.50)^{4-x}$

$p_0 = f(0) = 0.0625 \rightarrow e_0 \approx 10$

$p_1 = f(1) = 0.25 \rightarrow e_1 \approx 40$

$p_2 = f(2) = 0.375 \rightarrow e_2 \approx 60$

$p_3 = f(3) = 0.40 \rightarrow e_3 \approx 40$

$p_4 = f(4) = 0.10 \rightarrow e_4 \approx 10$

$Q \approx 21,89 \Rightarrow$ Rej H_0.

$Q > c = 9.49$

Scanned by CamScanner

8.- H_0: A variável aleatória segue uma distribuição binomial.

$\# dias = 300$

$f(x) = \binom{3}{x} 0.9^x \, 0.1^{3-x}$

$n\pi = \mu$

$\Leftrightarrow 3\pi = \dfrac{16 + 2 \times 55 + 3 \times 228}{300}$

$\Leftrightarrow 3\pi = 2.7 \Leftrightarrow \pi = 0.9$

~~$p_0 = f(0) = 10^{-3} \rightarrow e_0 = 0.3$~~

$p_1 = f(1) = 0.027 + 10^{-3} \rightarrow e_1 = \cancel{8.1}\ 8.4$

$p_2 = f(2) = 0.243 \rightarrow e_2 = 72.9$

$p_3 = f(3) = 0.729 \rightarrow e_3 = 218.7$

$\Rightarrow Q \approx \dfrac{(17 - 8.4)^2}{8.4} + \dfrac{(55 - 72.9)^2}{72.9} + \dfrac{(228 - 218.7)^2}{218.7}$

$\Rightarrow Q \approx 13{,}6$