

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS

DEPARTAMENTO DE ARQUITECTURA DE COMPUTADORES Y AUTOMÁTICA



TRABAJO DE FIN DE GRADO

Código de TFG: DACYA-11

Generación de energía con una turbina eólica flotante

Energy generation with a floating offshore wind turbine

Supervisor: Matilde Santos Peña

**José Antonio Fernández López**

Grado en Ingeniería Electrónica de Comunicaciones

Curso académico 2021-2022

Convocatoria junio

**Resumen:**

Esto es una prueba para probar el formato del Resumen.

**Abstract:**

This is a test to prove the abstract's layout.

# Índice

<b>1. Introducción</b>	<b>3</b>
<b>2. Fundamento teórico</b>	<b>4</b>
2.1. Análisis del volumen de la pala . . . . .	9
2.2. Estudio del torque sin ángulo de cabeceo . . . . .	12
2.3. Estudio del torque con ángulo de cabeceo . . . . .	12
2.4. Estudio del torque con ángulo de cabeceo y torsión de la pala . . . . .	14
2.4.1. Cálculo de la potencia del sistema . . . . .	15
2.5. Momento de inercia general de los segmentos de la pala . . . . .	16
2.5.1. Velocidad Angular, $\Omega$ , en función de la velocidad del viento . . . . .	19
2.6. Rendimiento de las potencias . . . . .	20
2.7. Primeras pruebas en MATLAB . . . . .	21
<b>3. Conclusiones</b>	<b>22</b>
3.1. Subsección de las conclus . . . . .	22

## 1. Introducción

### 1.1 Planteamiento

- Cuál es el problema que vas a tratar
- Utilidad del estudio
- Aplicación

### 1.2 Objetivo general, objetivos específicos

El objetivo principal de este trabajo es -- -- --

Los objetivos específicos son:

- Estudiar todo lo que de forma en la parte de un cooperador
- Encuentrar el modelo matemático de los jueces --
- -- --
- -- --
- -- --

### 1.3 Estructura de la memoria

En el capítulo 1 se introduce --

En el capítulo 2 se describe --

### 1.4 Asignaturas relacionadas

## Desarrollo

### 2. Fundamento teórico

Para comenzar se deben establecer unos parámetros para con la pala, ya que lo más básico de este trabajo empieza por determinar los efectos que produce la torsión en nuestra obtención de energía.

Es por ello que se determina que la pala de la turbina eólica es un **trapezio** cuya representación simplificada la vemos en la Figura 1

#### CAMBIAR LA NOMENCLATURA DE LAS FIGURAS

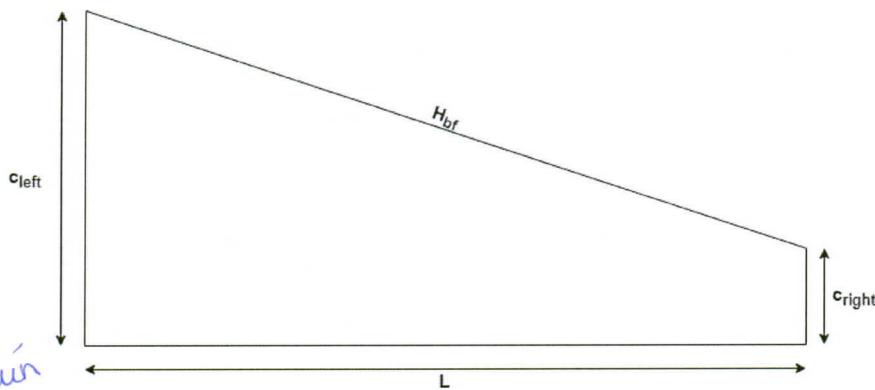


Figura 1: Representación de una pala de turbina eólica

Fuente: Elaboración propia

Lo siguiente que se debe tener presente es que se necesita también una representación de la pala de la figura 1 dividida en segmentos de igual largo para poder comprender el desarrollo que se realizará simulando una torsión, en la cual se girarán los segmentos un cierto ángulo los unos de los otros.

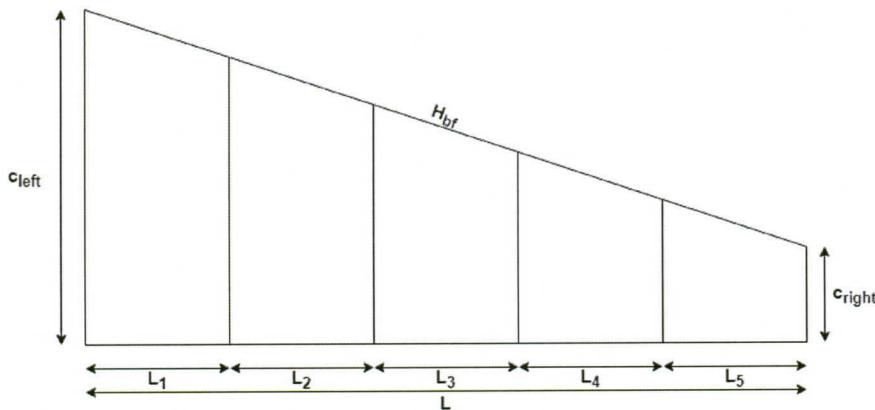


Figura 2: Representación de una pala de turbina eólica dividida en segmentos

Fuente: Elaboración propia

Por simplicidad, la pala se dividirá únicamente en  $N$  segmentos, en este caso 5. Aunque se mantenga este valor durante el trabajo y es probable que no cambie, se asociará a una variable en

caso de que se quieran hacer pruebas mediante simulación en MATLAB más adelante.

La  $L$  o *longitud de pala*, vista en la Figura 1 es con la que se va a trabajar, por ello cada uno de los segmentos de la Figura 2 tendrá el siguiente largo  $\frac{L}{N} = \frac{L}{5} = L_i(m)$ , ya que se dividió  $N$  número de veces.

Como se puede observar en la Figura 2 cada segmento tiene una altura variable, esto se debe a la forma real de las palas, cuanto más cerca del buje de la turbina, mayor es el área del segmento. La altura en el centro de estos segmentos, conocida como *chord line* o *línea de cuerda* se determinará mediante el preestablecimiento de una serie de datos y su desarrollo matemático relacionados con la pala completa.

Para el cálculo de la *línea de cuerda* se requiere la realización de un desarrollo trigonométrico.

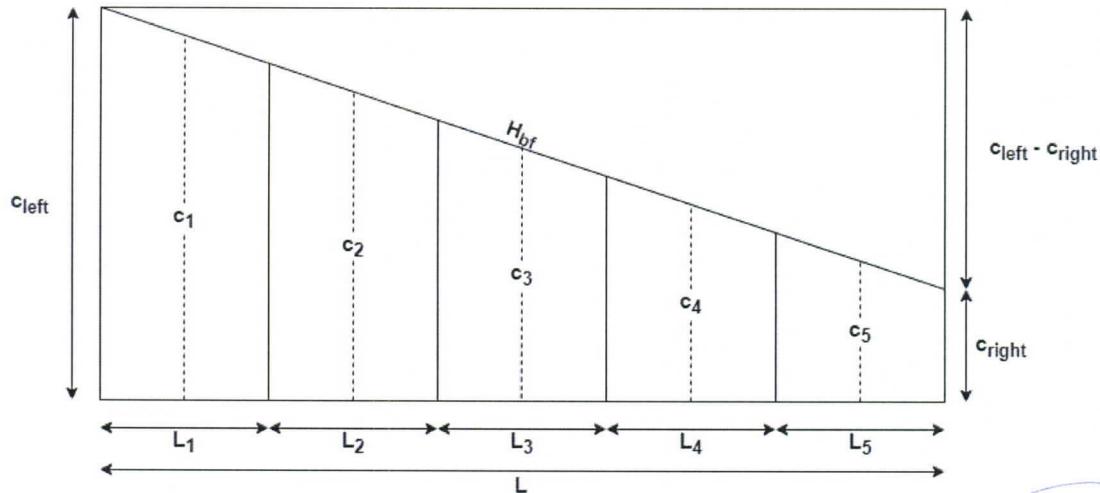


Figura 3: Representación parametrizada de la pala de una turbina eólica marina  
Fuente: Elaboración propia

*la figura 3*  
Definición 2.1 En base a esta representación esquemática se puede deducir que:

$$J_{left}(m)$$

$$J_{right} = J_{left}/D$$

$$L_i = L/N$$

Donde,  $D \in \mathbb{Q}_+$ ,  $J_{left} > D$ ,  $D :=$  factor de reducción de alto de pala,  $L_i :=$  longitud del segmento,  $J_{left} :=$  anchura de la pala en el buje o hub (m) y  $J_{right} :=$  anchura de la pala en la punta o tip,  $i \in$  segmento y segmento = {1, ..., N}

Es cierto que se ha dicho que mediante la representación de la Figura 3 se podían deducir ciertas definiciones, pero se ha introducido una  $D$  que no se puede observar en la imagen. Este valor ya tiene una definición aunque se puede mejorar mediante una explicación. Que este factor reductor existe procede de la naturaleza del análisis y cómo se ha afrontado el estudio simplificado de una pala de aerogenerador, si bien es cierto que se pudo hacer de una manera totalmente más simple,

El factor reductor D

*on fincür* *b* haciendo que ~~esta~~ pala fuese un simple rectángulo, se prefirió abordar ~~como~~ una forma trapezoidal. Pero para el estudio y desarrollo mediante el método que se eligió se debía tener 3 parámetros de la pala. Estos parámetros fueron  $J_{left}$ ,  $J_{right}$  y  $L$ , pero para mayor juego se dejó la segunda a merced del valor  $D$ . Esto permite hacer los cálculos con una relación entre los tamaños del *Buje* y la *Punta* de las palas de la turbina eólica, además de hacer que el problema sea ~~aún~~ más escalable. *Así, los con general.*

Ahora, una vez se tienen las variables básicas para conocer el resto de parámetros, se comienza con los cálculos.

*los cálculos para ... ?? qué? en los siguientes.*

**Definición 2.2** Con las variables formalizadas en la anterior definición, se define el valor  $H_{bf}$  mediante el teorema de Pitágoras ya que el triángulo es rectángulo.

$$H_{bf} = \sqrt{(J_{left} - J_{right})^2 + L^2}$$

Donde,  $H_{bf}$  := borde de fuga de la pala.

(1)

numero los euocine

A continuación, lo próximo que se debe obtener es el ángulo  $\Phi$  o Ángulo de la línea del borde de arrastre de la pala de la turbina eólica, para así conocer como decrece la  $H_{bf}$  y mediante una relación trigonométrica extraída del artículo [1] poder obtener los valores de la Líneas de cuerda.

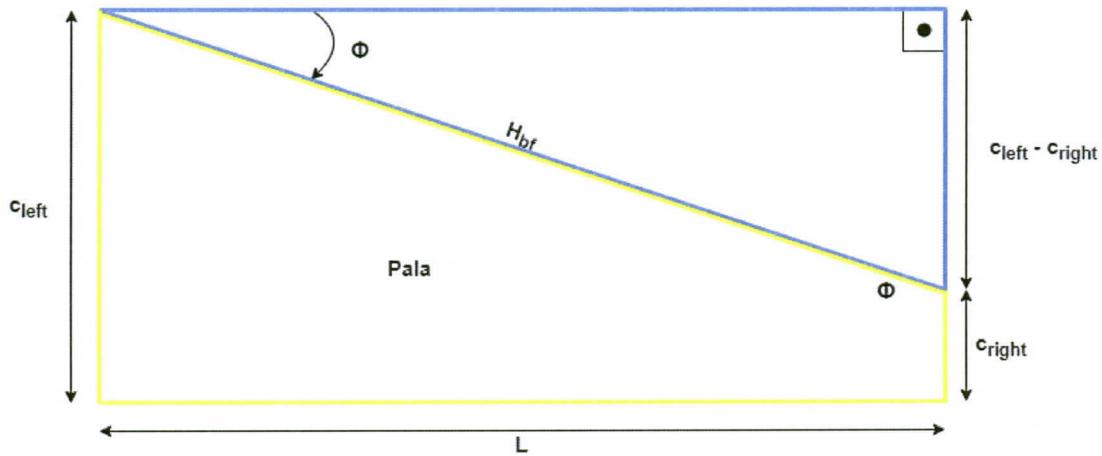


Figura 4: Pala de la turbina en amarillo y triángulo usado para el cálculo de  $\Phi$  en azul

Fuente: Elaboración propia

*NO nos definirán* **Definición 2.3** En base a la figura 5 se puede deducir de tres formas por trigonometría el ángulo  $\Phi$ :

$$\Phi = \arcsin\left(\frac{c_{left} - c_{right}}{H_{bf}}\right)$$

$$\Phi = \arccos\left(\frac{L}{H_{bf}}\right)$$

$$\Phi = \arctan\left(\frac{\sin\left(\frac{c_{left} - c_{right}}{H_{bf}}\right)}{\cos\left(\frac{L}{H_{bf}}\right)}\right)$$

Unidades

El siguiente paso para calcular las *líneas de cuerda* se basa en aislar trapezios más pequeños de los que se han obtenido todos los datos menos el valor de su base menor, que se tendrá que calcular, siendo este equivalente a  $c$ .

Definición 2.4 Variables necesarias para el cálculo de las líneas de cuerda. son:

$$\text{altura}_i = \frac{(2i - 1) \cdot L}{2N}$$

$$\text{diagonal}_i = \frac{(2i - 1) \cdot H_{bf}}{2N}$$

Donde,  $\text{altura}_i :=$  Longitud de la pala fragmentada para el cálculo de la línea de cuerda y  $\text{diagonal}_i :=$  Longitud de la hipotenusa del borde de fuga fragmentada para el cálculo de la línea de cuerda.

Por último y una vez definido todo lo necesario, se pasa al cálculo mediante el cual se obtiene el valor de todas y cada una de las *líneas de cuerda* de la pala con la que se está trabajando.

Definición 2.5 Primero se obtiene la diferencia mediante Pitágoras entre la base mayor y la menor, definida como  $x_i$ , después la resta de la base mayor y esta diferencia.

$$x_i = \sqrt{\text{diagonal}_i^2 - \text{altura}_i^2}$$

$$c_i = c_{left} - x_i$$

Figura 5

La siguiente figura, ilustra el ejemplo en el que para las definiciones 2.4 y 2.5 el valor de  $i$  es igual a 3, obteniendo así  $c_3$ . En verde el trapezio y en magenta el triángulo del que restamos el cateto a la base mayor del trapezio.

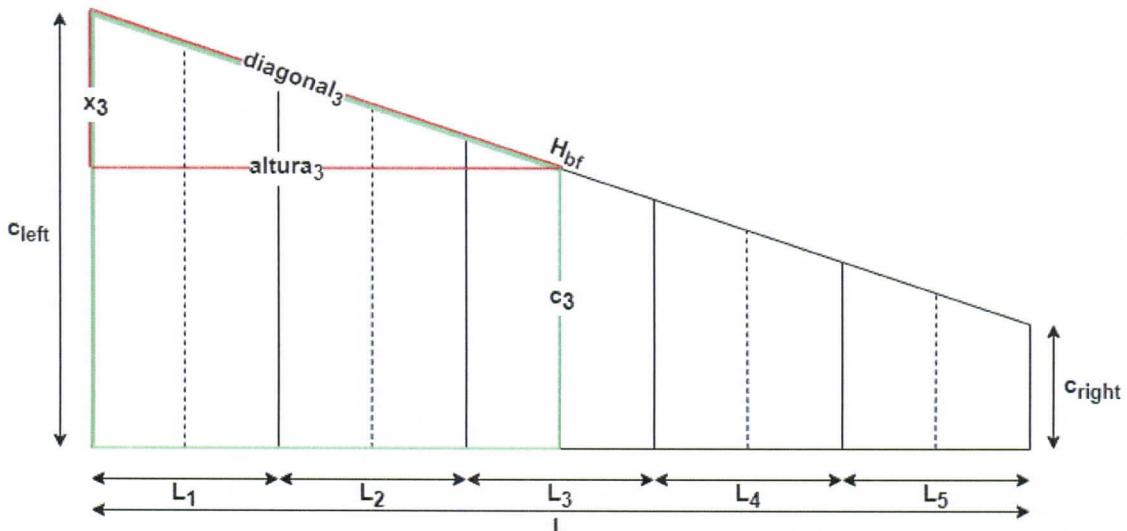


Figura 5: Representación gráfica del cálculo realizado en las definiciones 2.4 y 2.5  
Fuente: Elaboración propia

Una vez se ha obtenido el valor buscado  $c_i$ , se deberá definir todos los laterales de los segmentos de la pala, para así poder operar con ellos en pos de conseguir el área de cada uno de ellos. Esto ya fue desarrollado en el artículo [1], pero en aquel caso fue usado para comprobar el error que suponía usar un rectángulo en vez de una pala simplificada. En este caso se parte directamente de la pala simplificada para evitar correcciones de errores más adelante y porque el cálculo que se debe realizar con respecto a la obtención de energía no es tan profundo y complicado como en el artículo [1]. Además remarcar que para las deducciones y cálculos anteriores se bebió de este desarrollo.

**Definición 2.6** En base a esta representación esquemática y mediante las relaciones trigonométricas obtuvieron:

$$c_{left_i} = c_i + \left(\frac{L_i}{2}\right) \tan \Phi$$

$$c_{right_i} = c_i - \left(\frac{L_i}{2}\right) \tan \Phi$$

Al igual que se deduce en el artículo [1], con los datos obtenidos de los laterales de cada segmento, se puede trabajar con una forma de trapecio y encontrar el área de los segmentos que se definieron en la Figura 2.

Aparte, con esta definición se ve que en la Figura 3 los valores de  $c_{left_i}$  y de  $c_{right_i}$  que se observan, realmente serían equivalentes a  $c_{left_1}$  y a  $c_{right_5}$ , respectivamente. Estos son definidos a priori debido a su importancia para caracterizar la pala de manera correcta y con las dimensiones que el usuario desee.

**Definición 2.7** Se determina el área de los segmentos:

$$s_i = \frac{(c_{left_i} + c_{right_i})}{2N} \cdot L_i$$

Donde,  $s_i :=$  Área del segmento.

A continuación se supone que los segmentos están ensartados por una línea imaginaria que ayudará al estudio de la torsión mediante giros de los segmentos alrededor suya.

Esta línea imaginaria pasará por el centro de masas de todos los segmentos. Delineando rectas desde cada esquina a la contraria, genera un punto en el centro de la figura, en el que se cortan, siendo éste el centro de masas. También se puede, observando la Figura 2 hallar el punto central tanto de la recta del buje como de la punta y trazar una recta de uno a otro. Esta recta también pasa por el centro de masas de cada uno de los segmentos. (Figura 6)

Cuando se ha obtenido esta recta imaginaria, se puede pasar a determinar lo que conocemos como *brazo*. Cada medida de brazo va desde el punto central del buje, siguiendo la recta que se trazó hasta la *línea de cuerda* del segmento.

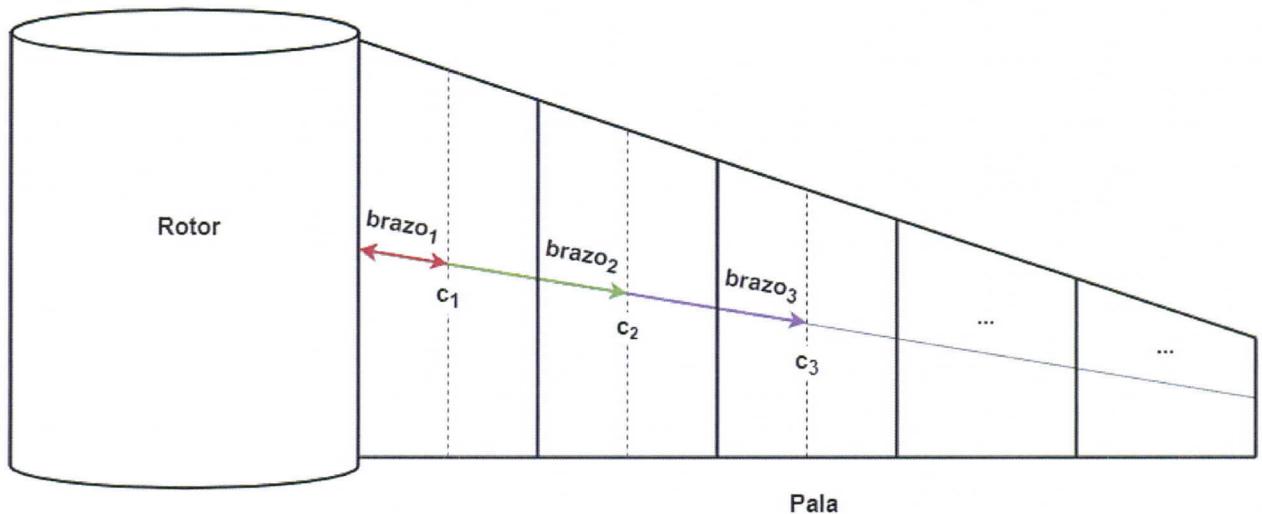


Figura 6: Representación gráfica del brazo de la pala

Fuente: Elaboración propia

Definición 2.8 El brazo viene definido de la misma manera que se halló la hipotenusa del borde de fuga, solo que en este caso la resta es de las mitades de los lados de la pala. Una vez se tiene la recta que pasa por los centros de masa se determina el valor de cada uno de los brazos.

$$\text{cateto buje} = \frac{J_{left}}{2} - \frac{J_{right}}{2}$$

$$R \text{ brazo} = \sqrt{\text{cateto buje}^2 + L^2}$$

$$\text{brazo}_i = \frac{(2i - 1) \cdot R \text{ brazo}}{2N}$$

Donde, cateto buje := Medida de buje o  $J_{left}$  reducida para su utilización en la obtención del brazo,  $R \text{ brazo} :=$  Recta completa del brazo antes de dividirla dependiendo del segmento y  $\text{brazo}_i :=$  Distancia entre el centro de  $J_{Left}$  y el centro de masas del segmento correspondiente.

## 2.2. 21. Análisis del volumen de la pala

Cuando ya se ha definido la geometría de dos dimensiones de la pala del aerogenerador se puede añadir una nueva dimensión para que el análisis sea aún más completo. Si se limitara a las dos dimensiones, la simplificación sería tal, que se perdería criterio a la hora de analizar los datos obtenidos.

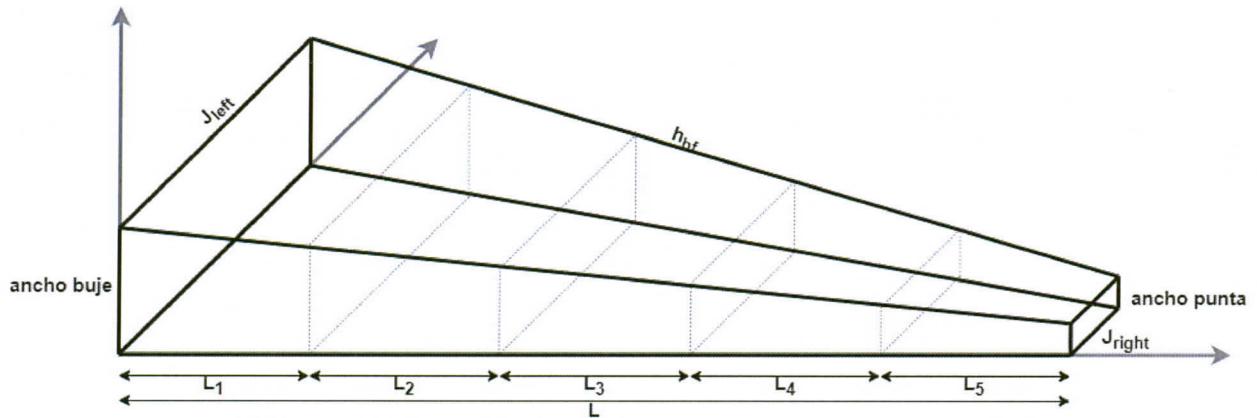


Figura 7: Representación gráfica de la pala segmentada en 3 dimensiones

Fuente: Elaboración propia

Mediante la observación de la figura 7 se puede averiguar lo siguiente:

?

Aquí va un desarrollo con otra figura, la del anch

Definición 2.9 Aplicando el desarrollo explicado justo encima.

donde  $\text{recta decrecimiento}_i = \frac{(i \cdot \sqrt{L^2 + (\text{ancho punta} - \text{ancho buje})^2})}{N}$

$\text{ancho buje}, \text{ancho punta} \in \mathbb{Q}^+$

$\text{ancho buje} > \text{ancho punta}$

siendo

Donde,  $\text{recta decrecimiento}_i :=$  línea de disminución de la parte superior ancho de la pala dividida para cada segmento,  $\text{ancho punta} :=$  amplitud de la pala del aerogenerador en la zona más estrecha o punta y  $\text{ancho buje} :=$  amplitud de la pala del aerogenerador en la zona más ancha o buje.

Tal y como se presentó en la Figura 5, la variable  $x_i$  sirvió de apoyo para calcular las reducciones de tamaño de las líneas de cuerda al ir restando el resultado a la variable  $c_{left i}$ . Esto mismo ocurre para el ancho de la pala mediante el uso de la Definición 2.9 y el Teorema de Pitágoras. En esta ocasión además, se necesitará una segunda variable que se explicará mas adelante, debido a la forma en tres dimensiones de la pala.

Definición 2.10 Las variables de apoyo son las siguientes:

$$z_i = \sqrt{\text{recta decrecimiento}_i^2 - (L_i \cdot i)^2}$$

$$b_i = \begin{cases} 0 & \text{Sí } i = 1 \\ z_i & \text{Sí } i > 1 \end{cases}$$

Donde,  $z_i :=$  variable de apoyo para el cálculo del área de las secciones trapezoides correspondientes al corte de los segmentos, en este caso de las bases menores,  $b_i :=$  segunda variable de apoyo pero en este caso sirve para las bases mayores.

*obvio!!*

¿Por qué en las descripciones se habla de bases mayores y menores? Es sencillo, debido a la geometría de la pala, como se puede vislumbrar en la Figura 7 y los cortes hechos para dividir la pala en  $N$  segmentos crean una forma de tronco de pirámide trapezoidal. Tanto si se divide como si no, el volumen se analizará exactamente de la misma manera, mediante las fórmulas deducidas y posteriormente expandidas a otros casos de uso como el nuestro que se encuentran en el *Moscow Mathematical Papyrus* [2].

*Definición 2.11* Se obtiene el ancho de las bases de los troncos trapezoidales y *en consecuencia* se calculan las áreas de las bases:

$$\text{ancho bases menores}_i = \text{ancho buje} - z_i$$

$$\text{ancho bases mayores}_i = \text{ancho buje} - b_i$$

$$\text{area bases menores}_i = \text{ancho bases menores}_i \cdot c_{right}$$

$$\text{area bases mayores}_i = \text{ancho bases mayores}_i \cdot c_{left}$$

*Donde, ancho bases mayores<sub>i</sub> := Ancho de las bases trapezoidales de mayor tamaño con las que se calculará el volumen del tronco o frustum de cada uno de los segmentos, ancho bases menores<sub>i</sub> := Ancho de las bases trapezoidales de menor tamaño con las que se calculará el volumen del tronco o frustum de cada uno de los segmentos, area base mayor<sub>i</sub> := zonas trapezoidales que sirven de base mayor para el cálculo del frustum de cada segmento y area base menor<sub>i</sub> := zonas trapezoidales que sirven de base menor para el cálculo del frustum de cada segmento.*

Con todo lo necesario para el cálculo del volumen de la pala del aerogenerador se procede a ello. *Añadir que se va a realizar de dos maneras; completo y segmentado. El segmentado es necesario debido al desarrollo que se ha ido realizando y que se va a seguir durante todo el trabajo y el completo lo usamos para comparación y demostrar que segmentado ~~no~~ es correcto.*

*Definición 2.12* El volumen de nuestra pala de una turbina eólica completa y simplificada es:

$$\text{volumen frustum}_i = \frac{L_i}{3} \cdot (\text{area bases mayores}_i + \text{area bases menores}_i + \sqrt{\text{area bases mayores}_i \cdot \text{area bases menores}_i})$$

$$\text{volumen frustum}_{total} = \sum_i^N \text{volumen frustum}_i$$

$$\text{area base punta} = \text{ancho punta} * J_{right}$$

$$\text{area base buje} = \text{ancho buje} * J_{left}$$

$$\text{volumen frustum}_{completo} = \frac{L}{3} \cdot (\text{area base punta} + \text{area base buje} + \sqrt{\text{area base punta} \cdot \text{area base buje}})$$

*Donde, volumen frustum<sub>i</sub> := tamaño de cada uno de los segmentos del tronco de pirámide de la pala del aerogenerador, volumen frustum<sub>total</sub> := tamaño absoluto de la pala del aerogenerador, area base punta := zona trapezoidal de mayor tamaño usada para el cálculo del volumen del frustum, area base punta := zona trapezoidal de menor tamaño usada para el cálculo del volumen del frustum y volumen frustum<sub>completo</sub> := tamaño integró de la pala del aerogenerador.*

Teniendo los cálculos del volumen de la pala del aerogenerador se puede *pasar a lo siguiente*, estudiar los efectos que producen las *especificaciones* y simplificaciones que se han realizado para la obtención de energía.

2.3

## 2.2. Estudio del torque sin ángulo de cabeceo

En este apartado ~~y~~ tomando la pala con una forma real <sup>una</sup> y no una simplificada como con la que se trabaja, se puede observar un primer caso en el cual ya se produce un giro de las palas del aerogenerador. <sup>que</sup>

En Esta situación es ~~en la cual~~ no se presenta cabeceo, es decir, el viento tiene un ángulo de ataque paralelo ~~para~~ con la pala de la turbina eólica.

Al ~~estor~~ Pero, al tomar una pala real, ~~la cual~~ está más redondeada por la parte superior, y teniendo mayor volumen que la parte inferior. Por ello mediante el principio Bernoulli se ve que esta parte superior presenta un mayor recorrido que la inferior y con ello una velocidad de viento mayor <sup>de</sup> por tanto una menor presión.

Este efecto produce un gradiente de presión y por ello una fuerza de sustentación. Todo ello ~~por la~~ no simetría de las palas del aerogenerador.

Debido a este fenómeno, se produce una situación de estudio poco favorable. Es por esto y otros motivos por lo cual se trabaja con una pala simplificada que ayuda al trabajo y posteriores cálculos y por lo que los siguientes apartados son aquellos con mayor peso técnico y explicativo.

## 2.3. Estudio del torque con ángulo de cabeceo

Se han presentado algunos de los conceptos básicos, ahora se introduce el ángulo  $\theta_1$ , que es la constante definida como el ángulo de cabeceo que sufrirán todos y cada uno de los segmentos que son paralelos al plano horizontal, desde el cual se presenta el viento que incidirá en nuestra pala.

En esta primera sección se estudiará qué ocurre en término de fuerzas, torque y momento cuando se gira toda ~~nuestra~~ pala únicamente el ángulo de cabeceo  $\theta_1$ .

Es cierto que se podría no girar la pala este ángulo  $\theta_1$ , pero por comodidad de cálculo y para establecer un ángulo de ataque del viento paralelo a la horizontal se realizará de esta manera.

Al ~~haber~~ inclinado todos los segmentos un ángulo  $\theta_1$  se genera la situación en la que el viento incide en el centro del segmento con el mismo ángulo con el que se inclina la pala. (Figura 8)

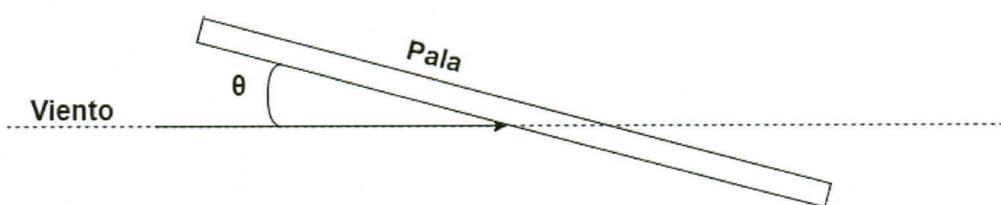


Figura 8: Ángulo de ataque del viento con respecto a la pala

Fuente: Elaboración propia

La fuerza del viento que incide en la pala se puede descomponer en 2, la tangencial y la normal.

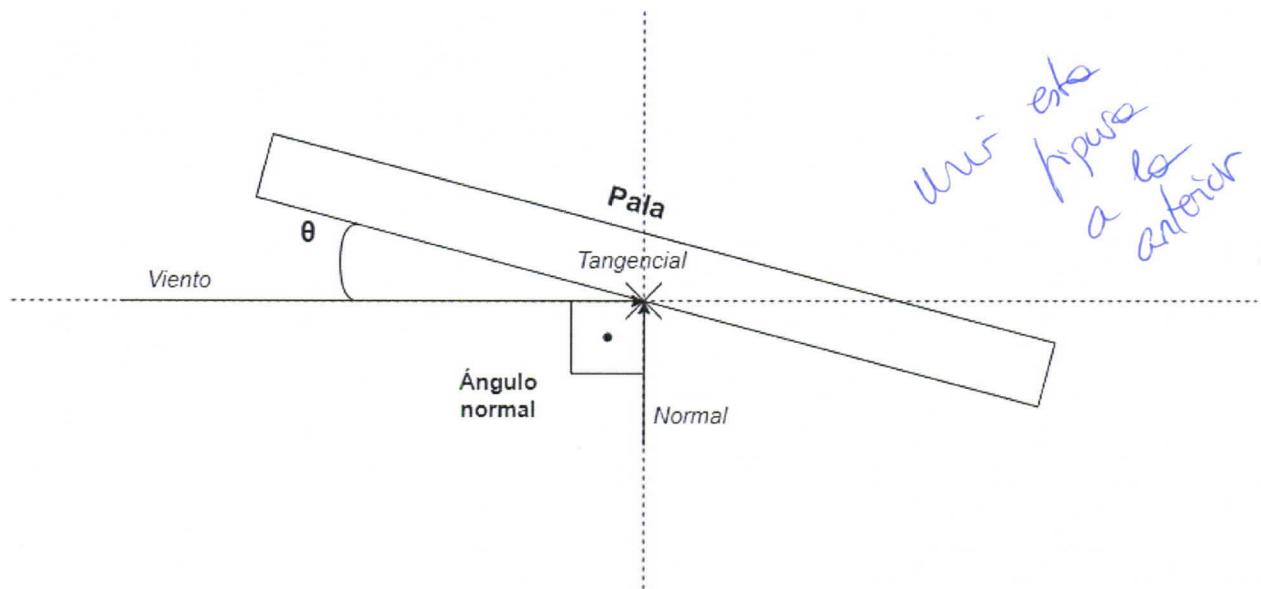


Figura 9: Descomposición de vectores de fuerzas

Fuente: *Elaboración propia*

Como se puede ver en la figura 9 el vector fuerza normal es perpendicular al ángulo de ataque del viento, mientras que el vector fuerza tangencial recorre de manera paralela la línea central de la pala.

*Definición 2.13* La fuerza normal viene definida por la siguiente expresión:

$$f_{\text{normal}} = F_{\text{viento}} \cdot \sin \theta_1$$

Donde,  $F_{\text{viento}} :=$  Fuerza generada por el viento en cada segmento de la pala y  $f_{\text{normal}} :=$  Fuerza perpendicular al viento, generada por el choque de este con la pala de la turbina eólica.

La componente paralela a la pala, que se ha definido como tangencial se obviará debido a que no genera momento de torsión o torque.

*Definición 2.14* El momento de giro o torque se define como:

$$\text{torque}_0 = f_{\text{normal}} \times \text{brazo}$$

Donde,  $\text{torque}_0 :=$  Momento de fuerza de giro solo con ángulo de cabeceo.

En la Definición 2.14 se encuentra un producto vectorial entre la fuerza perpendicular o normal y el brazo. Pero estas dos variables son perpendiculares la una a la otra. Esto se puede ver ya que el brazo es completamente paralelo a la fuerza tangencial. Esto demuestra la perpendicularidad y hace que la Definición 2.14 que contenía un producto vectorial de dos parámetros perpendiculares sea definitivamente un producto algebraico, dando lugar a:

*Definición 2.15* El torque termina siendo un producto algebraico.

$$\text{torque}_{0i} = f_{\text{normal}} \cdot \text{brazo}_i$$

Definición 2.16 La suma de los torques ~~con un ángulo de cabeceo se conoce como torque global.~~

sd

$$\text{torque global}_0 = \sum_{i=1}^N \text{torque}_{0i}$$

Ahora se introduce otro concepto, se trata de la *fuerza del viento*. Gracias a este parámetro, se podrá conocer la fuerza normal que se está produciendo en todo el rotor mediante la definición 2.13.

Definición 2.17 La fuerza del viento para el rotor completo:

$$F_{viento_i} = \frac{1}{2} \rho \cdot \text{area rotor} \cdot u^2 \cdot \text{coeficiente sustentación}$$

$$\text{area rotor} = \frac{\pi}{4} \cdot \text{diametro rotor}$$

$$\text{diametro rotor} = 2 \cdot L^2$$

$$\text{Donde, } \rho = 1,225 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} \text{ y } u := \text{velocidad del viento.}$$

Entendido esto, ya se podría pasar a calcular el valor del *torque global*.

#### 2.4. Estudio del torque con ángulo de cabeceo y torsión de la pala

Anteriormente La única diferencia entre este apartado y el anterior es el ángulo de giro de los segmentos. En la sección 2.3 se vió como todos los segmentos giraban únicamente un determinado *ángulo de cabeceo*, pero ahora y en pos del estudio de la torsión, el ángulo que ~~se~~ girarán vendrá dado por la siguiente definición:

Definición 2.18 Dados el <sup>un</sup> ~~el~~ ángulo inicial de giro  $\theta_1$  y una variación de giro constante (o no)  $\Delta_\theta$ , se define el ángulo de torsión de cada segmento como:

$$\theta_i = \theta_{i-1} + \Delta_\theta$$

$$\text{Donde, } i \in \text{segmento} \wedge (i > 1)$$

Definición 2.19 Como se menciona, la variación  $\Delta_\theta$  puede que no sea constante ~~por conveniencia a la hora de calcular resultados futuros, por ello la definición también puede darse de la siguiente forma:~~ *y* ~~podría~~ *entre* :

$$\theta_i = \theta_{i-1} + \Delta_{\theta_i}$$

$$\text{Donde, } i \in \text{segmento} \wedge (i > 1)$$

Esto provoca que algunas de las definiciones anteriores se vean alteradas por el cambio que presenta la variable  $\theta_i$ .

Definición 2.20 La fuerza <sup>normal</sup> se define como:

$$f_{normal_i} = F_{viento_i} \cdot \sin \theta_i$$

El resto de fórmulas no varían debido a que no dependen del ángulo  $\theta_i$ , tienen exactamente la misma definición. Pero en el caso del torque global si que cambia, ya que la suma de torques nos aportará un conjunto de valores diferentes y que servirán como estudio. es:

**Definición 2.21** El torque termina siendo un producto algebraico.

$$\text{torque}_{1i} = f \text{ normal}_i \cdot \text{brazo}_i \cdot \cos \Delta\theta_i$$

donde

En la definición 2.21 se introduce un nuevo término,  $\cos \Delta\theta_i$  este aunque pueda presentar únicamente una pequeña variación en el valor del torque es imprescindible, ya que no incluirlo haría que no se estuviera realizando correctamente el cálculo. Este coseno representa por así llamarlo el área efectiva donde se está aplicando la  $f \text{ normal}$ , es decir, el área de la totalidad del segmento de la pala que se vería de ésta si se observara con una vista de pájaro como en la Figura 6.

Por último,

**Definición 2.22** La suma de los torques con un giro inicial se conoce como torque global.

$$\text{torque global}_1 = \sum_{i=1}^N \text{torque}_{1i}$$

Donde,  $\text{torque global}_1 := \text{Suma de torque de los } N \text{ segmentos.}$

#### 2.4.1. Cálculo de la potencia del sistema

Una vez se tiene todo lo necesario para el cálculo del torque, se puede pasar al siguiente escalón que sería la potencia. Esta es una unidad de medida que permitirá conocer si el estudio que se está realizando está siendo fructífero, cuanta mayor cantidad de energía se genere, mejor, aunque existe un límite directamente relacionado con las limitaciones técnicas y físicas que presentan las turbinas eólicas.

**Definición 2.23** La potencia del sistema con un ángulo de cabeceo se define como:

$$\text{potencia global}_0 = \text{torque global}_0 \cdot \Omega$$

Donde,  $\Omega :=$  velocidad de giro o angular de la pala y  $\text{potencia global}_0 :=$  energía del sistema únicamente con un cierto ángulo de cabeceo.

**Definición 2.24** La potencia del sistema con un giro inicial y torsión se define como:

$$\text{potencia global}_1 = \text{torque global}_1 \cdot \Omega$$

Donde,  $\text{potencia global}_1 :=$  Energía del sistema con un cierto ángulo de cabeceo y segmentos torsionados.

Las unidades que se buscan serían, la potencia en  $W$  (Watts) o  $\frac{J}{s}$  ( $\frac{Julio}{segundo}$ ) porque el torque es en  $\frac{N}{m}$  ( $\frac{Newton}{metro}$ ) o  $J$  y  $\Omega$  en  $\frac{1}{s}$  o  $s^{-1}$ . Si todo el desarrollo arriba es correcto, en primera instancia las unidades deberían ser correctas, en caso de no serlo los valores finales a los que se está intentando llegar serían muy dispares.

Como se puede observar, se calculó dos veces la potencia, una por cada apartado estudiado. La definición 2.23 corresponde a la sección 2.3 que se referencia con un 0 ya que es la situación inicial y más básica. Mientras que la definición 2.24 corresponde a la sección 2.4 que se ha referenciado con un 1 ya que nace de la primera.

## 2.6 2.5. Momento de inercia general de los segmentos de la pala

Para poder llegar a la  $\Omega$  que se usa en la Sección 2.4.1 es necesario pasar por dos desarrollos siendo este el primero y relacionado con el momento de inercia.

Pero, ¿qué es el momento de inercia? Según el Libro de Eugen Goldstein [3, . 269], el *momento de inercia* respecto a un eje se define diciendo que es la suma, extendida a todas las partículas del cuerpo, del producto de la masa de cada partícula por el cuadrado de su distancia al eje.

La geometría del cuerpo libre que está realizando la rotación es crucial, es por ello que dependiendo de esta, el cálculo del momento de inercia variará. En el libro **Machinery's Handbook**, se pueden observar algunos de los momentos de inercia del área de algunos objetos, en concreto triangulares y otros poligonales, estando dentro de estos últimos el de un trapezio y como se pudo observar anteriormente en concreto en la Figura 2 cuando se divide la pala en segmentos, cada uno de estos también pasa a ser un trapezio.

En [ref] se encuentra el momento de inercia de un trapezio

El hecho de que cada segmento sea a su vez un trapezio es lo que hace que se escoga la fórmula del momento de inercia del área de un trapezio presentada en este libro [4, p. 242].

→ Poner la fórmula

Pero antes de pasar a trabajar con esta fórmula y su desarrollo, se debe entender la física detrás del problema que se tiene con la pala. El momento de inercia generalmente se calcula mediante el conocimiento de la posición del centro de masa de la figura que se está estudiando, suele usarse para figuras complejas que son conformadas por otras mas simples, pero en nuestro caso solo se trata de una figura simple. Pero estas figuras que giran en base a un eje, como menciona la definición del momento de inercia, no siempre lo hacen con respecto al eje perpendicular que atraviesa el centro de masa, en ocasiones el eje de giro se encuentra fuera de la figura, es donde entra el Teorema de Huygens – Steiner o Teorema del eje paralelo no encuentro una buena referencia para este teorema, supuestamente viene en Introduction to Theoretical Physics, de 1928, pero no encuentro este libro

Este teorema establece que se puede calcular el momento de inercia de un cuerpo rígido en cualquier eje paralelo al que pasa atravesando la figura por el centro de masas. Para esto, es necesario conocer la distancia perpendicular entre los ejes paralelos, que se definió anteriormente como *brazo* y la masa del cuerpo, aunque en nuestro caso será la masa de cada segmento.

que

**Teorema 1** El teorema de Huygens-Steiner establece lo siguiente:

$$I = I_{cm} + m \cdot D^2$$

Donde,  $I :=$  momento de inercia general,  $I_{cm} :=$  momento de inercia en el centro de masas de un cuerpo rígido,  $m :=$  masa del cuerpo rígido y  $D :=$  distancia perpendicular entre los ejes paralelos.

Para poder llegar a calcular el momento de inercia general o  $I$  primero se debe obtener el  $I_{cm}$  pero, aun no se ha definido como obtener este.

En este apartado se comenta que en el libro **Machinery's Handbook** aparecen el momento de inercia de un área trapezoidal:

**Definición 2.25** El momento de inercia viene dado por la siguiente definición:

$$I_{area} = \frac{L_i^3 \cdot (c_{right}^2 + 4c_{right} \cdot c_{left} + c_{left}^2)}{36(c_{right} + c_{left})}$$

Donde,  $I_{area} :=$  momento de inercia de área de una figura de un espesor mínimo para centrar su cálculo en la forma.

El "problema" de la Definición 2.25 es que no se presenta en las unidades que presenta de manera general el momento de inercia, para ello se debe multiplicar este por la densidad superficial de la pala del aerogenerador y así obtener  $Kg \cdot m^2$  con los que es posible trabajar y enlazar con el Teorema 1

En el cálculo de la densidad superficial son necesarios dos términos que aún no se han acuñado en este trabajo, la masa y la superficie de una pala. Es cierto que se ha calculado la superficie de los segmentos en la Definición 2.7, ahora solo queda sumarlos.

**Definición 2.26** La superficie de la pala viene definida por la siguiente expresión, teniendo en cuenta definiciones anteriores:

$$\text{Superficie pala} = \sum_i^N s_i$$

Donde, Superficie pala := área de la pala del rotor

Antes de continuar y definir la masa de la pala, se deben conocer los materiales de los que posiblemente esté compuesta, para este trabajo solo se han tenido en cuenta 3 de los más usados.

**Definición 2.27** Los rangos de densidades de materiales usadas son los siguientes:

$$\text{densidad pala} = \begin{cases} CFRP = 1500 - 2000 \frac{Kg}{m^3} [5] \\ GFRP = 910 - 1200 \frac{Kg}{m^3} [6] \\ GF Epoxy = 1159 - 1186 \frac{Kg}{m^3} [7] \end{cases}$$

Donde, densidad pala := densidad de los materiales de los que posiblemente esté compuesta la pala, CFRP := Carbon fiber reinforced polymer o en castellano; polímero reforzado con fibra de carbono, GFRP := Glass fiber reinforced polymer o en castellano; polímero reforzado con fibra de vidrio y GF Epoxy := Glass fiber reinforced Epoxy o en castellano; Epoxy reforzado con fibra de vidrio.

Algo que se debe saber antes de pasar a calcular la masa de la pala, es que parte de estas es hueca. Hay estudios como **Hollow Blades for Small Wind Turbines Operating at High Altitudes** [8] realizado en 2016 en el que se compara el uso de palas compactas y huecas en determinado escenario y con diferentes grosores de material. Materiales tales como **GF Epoxy**.

En este trabajo, las palas serán huecas y se estima que solo ~~un~~ entre 15 – 20 % de la pala presenta alguno de los materiales que se mencionan en la Definición 2.27. Es por ello que la expresión de la masa es algo diferente.

**Definición 2.28** La masa de los segmentos de una pala dada su densidad y volumen:

$$\text{masa pala} = \text{densidad pala} \cdot (\text{volumen frustum}_{total} \cdot (15 - 20 \%))$$

$$\text{masa segmento}_i = \frac{s_i}{\text{superficie pala}} \cdot \text{masa pala}$$

Donde, masa pala := peso de la aleta de la turbina eólica teniendo en cuenta la porción no rellena de la misma y masa segmento<sub>i</sub> := peso de los segmentos de la aleta.

Mediante las Definiciones 2.26 y 2.28 se puede ~~obtener~~ calcular la **densidad superficial**. ~~como~~:

**Definición 2.29** La **densidad superficial** de una pala de aerogenerador es la siguiente:

$$\text{densidad superficial} = \frac{\text{masa pala}}{\text{superficie pala}}$$

Donde, densidad superficial := masa de un material por unidad de superficie.

Aplicando el Teorema 1 se puede proceder al cálculo del momento de inercia general o  $I$ , ya que como se ha ido detallando a lo largo de este apartado se tiene todo lo necesario para su definición.

**Definición 2.30** El momento de inercia general viene dado para este estudio mediante la siguiente definición:

$$I_{cm} = I_{area} \cdot \text{densidad superficial}$$

$$I = I_{cm} + \text{masa segmento}_i \cdot \text{brazo}_i^2 \cdot \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$$

Con la Definición 2.30 concluye el apartado y se puede avanzar al siguiente, el cual es el último con desarrollos físicos sobre el giro del rotor de un aerogenerador.

### 2.6.3.1. Velocidad Angular, $\Omega$ , en función de la velocidad del viento

apartado 3.2 del libro de wind y cosas que descargué

Este apartado responde a las definiciones de la Sección 2.4.1 en las cuales se usa la variable  $\Omega$ . Se va a estudiar de donde procede esta, pero para adelantar acontecimientos está directamente relacionada con la energía cinética del sistema formado por el rotor de la turbina eólica.

Lo primero que se debe conocer es ¿qué es la velocidad angular? Para responder a esta pregunta se ha recurrido al libro **Understanding Physics**. En este se define la velocidad angular,  $\Omega$ , como "la componente de un vector unidimensional a lo largo del eje de rotación en relación con el sistema de coordenadas elegido para describir el movimiento" [9, p. 303].

Aplicando la anterior definición al sistema que se está estudiando se puede comprender lo siguiente: el rotor del aerogenerador sería el eje de rotación en base al cual giran las palas de la turbina, además el movimiento de giro es constantemente alrededor del rotor, ~~y no cambiante~~, se aclara esto ya que la rotación angular puede ser en base a un objeto estático o a uno orbital.

Una de las opciones más sencillas que se tiene para el cálculo de la *velocidad angular* es mediante la aceleración angular y la relación que tiene con el *torque* y con el *momento de inercia general*. Pero ~~este~~ no era lo suficientemente preciso y no tenía en cuenta todos los aspectos posibles que sí se han tenido en cuenta mediante la cinemática.

Bien es cierto que para que el sistema se encuentre girando a una cierta *velocidad angular* primero se debe producir una cierta *aceleración angular*, producida por el viento que encontramos en el ambiente. Después si estos dos factores junto con la turbina encuentran cierto equilibrio ~~con~~ el rozamiento del aire, el peso de las palas y la fuerza necesaria para moverlas, se podría llegar a mantener una velocidad de giro óptima y así extraer la mayor cantidad de energía de cada giro. Pero bien es sabido que las velocidades del viento y sobretodo en zonas marítimas, es de cierta manera irregular. ~~es aleatoria, aunque de acuerdo a su valor medio como constante~~

Pero de algún modo lo que se pretende con las turbinas es que sus ~~velocidades sean constantes y poco variables~~, debido al complejo sistema de engranajes que presenta dentro y que debe ir cambiando para siempre obtener la cantidad óptima de energía que es posible obtener en relación a la velocidad de viento que se presenta delante de la turbina.

Ahora que se tienen los conocimientos básicos sobre la velocidad angular y lo necesario para obtenerla, se puede pasar a la definición de los términos que se van a usar para su cálculo.

Como se comenta en uno de los párrafos de esta sección, una de las partes fundamentales es el viento que se presenta delante de la turbina y su velocidad, es decir, la masa o flujo de aire que atravesará el disco imaginario que se establece ~~con las dimensiones de la turbina del generador eólico~~. Y al querer calcular una masa, en este caso del aire se obtendrá mediante la relación del volumen frente a la turbina y la densidad del mismo, ~~esta~~ que se puede variar dependiendo de las condiciones meteorológicas, ~~pero se han obviado~~.

**Definición 2.31** La masa de aire con la que trabaja el rotor ~~completo~~ se define de la siguiente forma:

$$\text{diametro rotor} = 2L + \text{diametro gondola}$$

$$volumen\ rotor = \frac{\pi}{4} \cdot diametro\ rotor^2 \cdot J_{left}$$

$$Masa\ aire = volumen\ rotor \cdot \rho$$

Donde, blablabla

*Vuidades*

Falta por incluir y explicar esto:

Energía cinética

$$ecinetica = 1/2 * Maire * UVIENTO^2$$

Involucramos el coeficiente de potencia con la energía cinética  
e cinetica aprovechada =  $ecinetica * CP$

Ahora necesitamos la energía cinética de rotación  
e cinetica rotacion =  $1/2 * I * omega^2$

Se compara y despeja con la energía cinética aprovechada para obtener la velocidad angular omega

$$\omega = \sqrt{(CP * Maire) / I} * UVIENTO'$$

## 2.6. Rendimiento de las potencias, de la turbina

Realizada la definición de cada una de las fórmulas necesarias para el cálculo de la potencia, se pasa a la comparación de estas. La comparación de potencias nos da como resultado un rendimiento, con este seremos capaces de dictaminar si la torsión de la pala genera una variación en la potencia obtenida.

*pos determinado*

Definición 2.32 El rendimiento del sistema viene definido por:

$$\eta = \frac{potencia\ global_1}{potencia\ global_0}$$

Donde,  $\eta$  := eficiencia respecto a la energía obtenida en dos casos estudiados.

Una vez se ha definido el rendimiento, se calcula en base a los resultados obtenidos mediante asignación de valores a variables estándar y aplicando estos a las definiciones relacionadas, se pueden dar 3 escenarios:

1.  $\eta < 1$

- En caso de obtener un valor por debajo de 1, quiere decir que la torsión que se aplicó en el caso estudiado, ha reducido la obtención de energía con respecto al caso base.

2.  $\eta = 1$

- Si el valor obtenido es muy próximo a 1, entonces el caso base y el estudiado proporcionan valores similares de obtención de energía.

3.  $\eta > 1$

- Este es el valor buscado y el objetivo del estudio, que una pala con torsión obtenga más energía que una sin ello.

Cabe recalcar que se deberán hacer numerosas pruebas con diferentes configuraciones de valores .... (SEGUIR)

NO

EXISTE

*Importante de Anérgia*

### 3 Capítulo 3: Simulaciones

#### 27. Primeras pruebas en MATLAB

Desarrollado todo el fundamento teórico detrás del estudio que se está realizando y con el que se está tratando de conocer si mediante torsión de las palas de una turbina eólica se obtiene más energía, menos o la misma que si no se torsionasen, se debe avanzar y comenzar a hacer cálculos empíricos.

Estos cálculos y representaciones se realizarán mediante MATLAB, de la manera más ordenada y arbitraria posible. Con esto se busca la manera más simple de poder modificar las variables más sencillas que envuelven a los cálculos, para así poder cambiarlas a placer.

Algunas variables como,  $L$  y  $\Theta_1$  deben ser establecidas por el propio estudiante, dando así un mayor juego a la amplitud de resultados posibles.