

Taller de Qiskit

Circuitos cuánticos

Diego Aguilar Muñoz

Qiskit Summer Jam Mexico, Agosto 2021



Tabla de Contenido

- 1 Circuitos cuánticos
- 2 Compuertas de 1 qubit
- 3 Compuertas de múltiples qubits
- 4 Compuertas no unitarias
- 5 Representación geométrica
 - Esfera de Bloch
 - QSphere



Tabla de Contenido

- 1 Circuitos cuánticos
- 2 Compuertas de 1 qubit
- 3 Compuertas de múltiples qubits
- 4 Compuertas no unitarias
- 5 Representación geométrica
 - Esfera de Bloch
 - QSphere



Qubit

La unidad básica de información en computación cuántica es el qubit. Al igual que el bit, el qubit puede tomar 2 estados: $|0\rangle$ y $|1\rangle$

Una característica fundamental del qubit es que, a diferencia del bit, esta puede formar

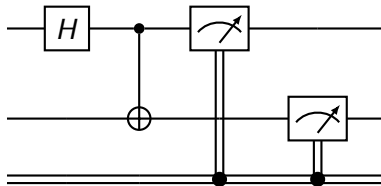
$$|\psi\rangle = \alpha |0\rangle + \beta |1\rangle$$

donde α y β son números complejos tales que $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$



Circuitos cuánticos

Un circuito cuántico está formado por un grupo de qubits, compuertas que se aplican sobre dichos qubits y una serie de bits clásicos donde se almacenan mediciones.



Implementación en qiskit

Para definir un circuito cuántico en Qiskit se utiliza la clase `QuantumCircuit`, que toma 2 argumentos: el número de qubits y el número de bits.

Observación

En lugar de colocar el número de qubits o bits, se puede definir un registro de qubits con la clase `QuantumRegister` que toma como argumento el número de qubits.

Análogamente se puede utilizar la clase `ClassicalRegister` para definir un registro de bits.



Tabla de Contenido

- 1 Circuitos cuánticos
- 2 Compuertas de 1 qubit
- 3 Compuertas de múltiples qubits
- 4 Compuertas no unitarias
- 5 Representación geométrica

Esfera de Bloch

QSphere



Compuerta X

Su representación matemática está dada por:

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = |0\rangle\langle 1| + |1\rangle\langle 0|$$

Cambia el estado $|0\rangle$ a $|1\rangle$ y viceversa, también se conoce como **bit-flip gate**.

Se implementa en Qiskit utilizando el método `x()`



Compuerta Z

Su representación matemática está dada por:

$$Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = |0\rangle\langle 0| - |1\rangle\langle 1|$$

Por lo que se tiene:

$$Z|0\rangle = |0\rangle$$

$$Z|1\rangle = -|1\rangle$$

También se conoce como **bit-flip gate**

Se implementa en Qiskit utilizando el método `z()`



Compuerta Y

Su representación matemática está dada por:

$$Y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} = -i|0\rangle\langle 1| + i|1\rangle\langle 0|$$

Por lo que se tiene:

$$Y|0\rangle = i|1\rangle$$

$$Y|1\rangle = -i|0\rangle$$

Se implementa en Qiskit utilizando el método `y()`



Compuerta *Hadamard*

Su representación matemática está dada por:

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Por lo que se tiene:

$$H|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle + |1\rangle) = |+\rangle$$

$$H|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle - |1\rangle) = |-\rangle$$

Se implementa en Qiskit utilizando el método `h()`



Tabla de Contenido

- 1 Circuitos cuánticos
- 2 Compuertas de 1 qubit
- 3 Compuertas de múltiples qubits
- 4 Compuertas no unitarias
- 5 Representación geométrica

Esfera de Bloch

QSphere



Un sistema de múltiples qubits se representa por el producto tensorial de cada uno de los elementos. En el caso de 2 qubits:

$$|00\rangle = |0\rangle \otimes |0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ 0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

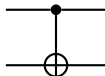
De manera análoga una compuerta de 2 qubits:

$$A \otimes B = \begin{pmatrix} A_{00} \begin{pmatrix} B_{00} & B_{01} \\ B_{10} & B_{11} \end{pmatrix} \\ A_{10} \begin{pmatrix} B_{00} & B_{01} \\ B_{10} & B_{11} \end{pmatrix} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} A_{01} \begin{pmatrix} B_{00} & B_{01} \\ B_{10} & B_{11} \end{pmatrix} \\ A_{11} \begin{pmatrix} B_{00} & B_{01} \\ B_{10} & B_{11} \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$



Compuertas controladas

La compuerta controlada más utilizada es la *CNOT*. Su representación matemática está dada por:



Por lo que se tiene:

$$|00\rangle \Rightarrow |00\rangle$$

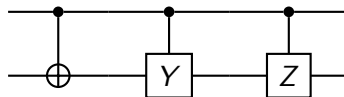
$$|01\rangle \Rightarrow |01\rangle$$

$$|10\rangle \Rightarrow |11\rangle$$

$$|11\rangle \Rightarrow |10\rangle$$

Se implementa en Qiskit utilizando el método `cx()`.





De la misma forma se pueden controlar las compuertas Y y Z , sus respectivas implementaciones en Qiskit están dadas por los métodos `cy()` y `cz()`.

Finalmente, se puede tener más de un qubit de control, las compuerta más utilizada de este estilo es la compuerta X con 2 qubits de control, la cual se conoce como compuerta *Toffoli* y se implementa con el método `ccx()`



Si nos tomamos el estado $|00\rangle$, podemos aplicar una compuerta *Hadamard* sobre el primer qubit recordando que $|00\rangle = |0\rangle \otimes |0\rangle$, por lo tanto

$$\begin{aligned} H \otimes I |0\rangle \otimes |0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle + |1\rangle) \otimes |0\rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|00\rangle + |10\rangle) \end{aligned}$$

Y ahora podemos aplicar una compuerta *CNOT* recordando que $|00\rangle \Rightarrow |00\rangle$ y $|10\rangle \Rightarrow |11\rangle$ por lo que el estado final es:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|00\rangle + |11\rangle)$$

Este es conocido como *Estado de Bell*



Compuerta *Swap*

La compuerta *Swap* consiste en intercambiar los 2 qubits, es decir:

$$|00\rangle \Rightarrow |00\rangle$$

$$|01\rangle \Rightarrow |10\rangle$$

$$|10\rangle \Rightarrow |01\rangle$$

$$|11\rangle \Rightarrow |11\rangle$$

Y su representación matemática está dada por:

$$SWAP = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Se implementa en Qiskit utilizando el método `swap()`.



Tabla de Contenido

- 1 Circuitos cuánticos
- 2 Compuertas de 1 qubit
- 3 Compuertas de múltiples qubits
- 4 Compuertas no unitarias
- 5 Representación geométrica

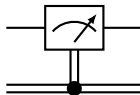
Esfera de Bloch

QSphere



Mediciones

Por medio de las compuertas unitarias podemos modificar nuestro estado para obtener una superposición, sin embargo, nosotros no podemos observar esta superposición. Lo que nosotros podemos hacer es tomar mediciones para obtener las probabilidades de medir cierto estado.

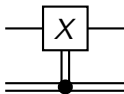


Para tomar una medición se utiliza el método `measure()`



Compuerta *Reset* y operadores condicionales

Después de tomar una medición, el sistema va a colapsar a un estado específico, sin embargo, si se quieren seguir realizando operaciones podemos reiniciar el qubit al estado $|0\rangle$. Qiskit nos permite realizar esta acción con el método `reset()`.



Finalmente, se puede condicionar la acción de una compuerta dependiendo del valor almacenado en un bit producto de una medición. Para esto se utiliza el método `c_if()`.



Tabla de Contenido

- 1 Circuitos cuánticos
- 2 Compuertas de 1 qubit
- 3 Compuertas de múltiples qubits
- 4 Compuertas no unitarias
- 5 Representación geométrica

Esfera de Bloch

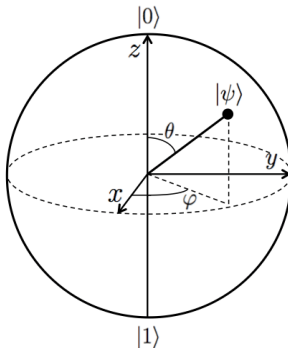
QSphere



Esfera de Bloch

Podemos representar el estado $|\psi\rangle$ como:

$$|\psi\rangle = \cos \frac{\theta}{2} |0\rangle + e^{i\phi} \sin \frac{\theta}{2} |1\rangle$$



QSphere

La QSphere nos muestra la información de la probabilidad de medir dicho estado y la fase relativa al estado $|0\rangle^{\otimes n}$.

