7.1 장

예제1) 다음 함수의 정의역을 구하고, 그 그래프를 그려라.

(1) $z=\sqrt{4-x^2-y^2}+\sqrt{x^2+y^2-1}$

(2) $z=\ln\left(y^2-4x+8\right)$

예제2) 다음 함수의 점 $O(0,0)$ 에서의 극한값을 구하시오.

(1) $f(x,y)=\dfrac{2xy}{x^2+y^2}$

(2) $f(x,y)=\dfrac{x^2y}{x^4+y^2}$

예제3) 다음을 증명하여라.

$$\lim_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\frac{\sin\left(x^2y\right)}{x^2+y^2}=0$$

예제4) 다음을 구하여라.

$$\lim_{\substack{x\to 1\\ y\to 0}}\frac{\ln(1+xy)}{y}$$

예제5) 다음 함수가 정의역 내에서 연속임을 보여라.

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{\sin xy}{xy} & xy\neq 0\\ 1 & x^2+y^2=0\end{cases}$$

7.2 장

예제1) 다음 함수의 점 $(1, 2)$에서의 편미분을 구하여라.

$z = 5x^3 + xy - 2y^2$

예제2) 다음 함수의 편미분을 구하여라.

(1) $z = x^y + \ln(x + y^2)$

(2) $u = y \arctan \dfrac{x^2 y}{z}$

예제3) 다음 $PV = RT$는 이상기체 상태 방정식이다. 여기서 P는 압력, V는 부피, T는 온도, R은 상수이다. 이때, $\dfrac{\partial P}{\partial V} \cdot \dfrac{\partial V}{\partial T} \cdot \dfrac{\partial T}{\partial P}$ 을 구하여라.

예제4) $f(x, y) = \begin{cases} \dfrac{xy}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ 일 때, $f_x{}'(0, 0)$, $f_y{}'(0, 0)$ 을 구하고, $f(x, y)$ 가

$(0, 0)$에서 불연속임을 보여라.

예제5) 다음 함수 $z = x^2 \sin y$의 2계 편미분을 구하여라.

예제6) $u = e^{xyz}$라고 하자. $\dfrac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial y}$, $\dfrac{\partial^3 u}{\partial z \partial y \partial x}$ 을 구하여라.

예제7) 함수 $u = \dfrac{1}{r}$일때, 방정식 $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$ 임을 만족함을 증명하여라. 여기서 $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ 이다.

7.2 장

예제1) $z = e^{\frac{y}{x}}$의 전미분을 구하여라.

예제2) $f(x\,,\,y\,,\,z) = \ln\left(x + y^2 + z^3\right)$일 때, $df(0\,,\,1\,,\,2)$을 구하여라.

예제3) $(0.98)^{2.03}$의 근사치를 구하여라.

예제4) 눈금자로 측정한 직사각형의 둘레와 넓이가 각각 $80cm$, $45cm$이다. 직사각형의 면적을 계산하고, 면적의 오차한계를 구하여라.

7.3 장

예제1) $z = e^u \sin v$, $u = x^2 y$, $v = x^2 + y^2$ 일 때, $\dfrac{\partial z}{\partial x}$, $\dfrac{\partial z}{\partial y}$을 구하여라.

예제2) $w = f(x^2,\ xy,\ y^2 - z^2)$ 이고, f가 미분가능할 때, $\dfrac{\partial w}{\partial x}$, $\dfrac{\partial w}{\partial y}$, $\dfrac{\partial w}{\partial z}$을 구하여라.

예제3) $z = \ln x \cdot f(x + xy)$이고, f가 미분가능할 때, $\dfrac{\partial z}{\partial x}$, $\dfrac{\partial z}{\partial y}$를 구하여라.

예제4) $u = e^{x^2 + y^2 + z^2}$, $z = x^2 \sin y$ 일 때, $\dfrac{\partial u}{\partial x}$, $\dfrac{\partial u}{\partial y}$를 구하여라.

예제5) $z = f\left(x + y,\ \dfrac{x}{y}\right)$ 이고, f가 2계 편도함수일 때, $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$를 구하여라.

예제6) $z = f(x e^y,\ x,\ y)$ 일 때, $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ 를 구하여라.

예제7) $z = f(x + \varphi(x - y),\ y)$ 이고, f가 2계 편도함수이고, φ가 2번 미분가능할 때, $\dfrac{\partial z}{\partial x}$, $\dfrac{\partial z}{\partial y}$, $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$을 구하여라.

예제8) $u = f(x,\ y)$로 2계 편도함수일 때, 극좌표 방정식

극좌표