Inhaltsverzeichnis

1 Zug und Druck in Stäben

1.1 Spannung

$$\boxed{\underbrace{\sigma}_{\text{Spannung}\left[\frac{N}{mm^2}\right]} = \frac{\overbrace{N}^{\text{Normalspannung}[N]}}{\underbrace{A}_{\text{Fläche}\left[mm^2\right]}}} \tag{1.1}$$

$$\boxed{\underbrace{\sigma}_{\text{Spannung}\left[\frac{N}{mm^2}\right]} = \frac{\overbrace{F}^{\text{Kraft}[N]}}{\underbrace{A}_{\text{Fläche}\left[mm^2\right]}}} \tag{1.2}$$

$$\boxed{\sigma = \frac{\overbrace{\sigma_0}^{\substack{\text{Normalspannung} \\ \text{in einem Schnitt} \\ \text{Senkrecht zur Stabachse}}}}{2}(1+\cos 2\varphi), \tau = \frac{\sigma_0}{2}(\sin 2\varphi)} \tag{1.3}$$

$$\boxed{\sigma(x) = \frac{N(x)}{A(x)}} \tag{1.4}$$

$$\boxed{A_{\mathrm{erf}} = \frac{|N|}{\sigma_{\mathrm{zul}}}} \tag{1.5}$$

1.2 Dehnung

$$\boxed{\underbrace{\varepsilon}_{\text{Dehnung}[1]} = \frac{\overbrace{\Delta\ell}^{\text{Verlängerung}[m]}}{\underbrace{\ell_0}_{\substack{\text{Ursprüngliche}\\ \text{Länge } [m]}}} = \frac{\ell - \ell_0}{\ell_0}} \tag{1.6}$$

Örtliche (lokale Dehnung)

$$\boxed{\varepsilon(x) = \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x}} \tag{1.7}$$

1.3 Stoffgesetz

Hooke'sches Gesetz

$$\boxed{\underbrace{E}_{\substack{\text{Elastizitätsmodul}\\ \left[\frac{N}{mm^2}\right]}} = \frac{\overbrace{\sigma}^{\text{Spannung}\left[\frac{N}{mm^2}\right]}}{\underbrace{\varepsilon}_{\text{Dehnung}[1]}}} \tag{1.8}$$

Umgestellt nach Sigma, übliche Form:

$$\sigma = E\varepsilon = \frac{\Delta\ell}{\ell_0}E$$

$$\boxed{\underbrace{\varepsilon}_{\text{Dehnung}[1]} = \frac{\sigma}{E}} \tag{1.9}$$

$$\boxed{\underbrace{\varepsilon_T}_{\text{Wärmedehnung}[1]} = \underbrace{\alpha}_{\substack{\text{Thermischer Aus-}\\ \text{dehnungskoeffizient}\\ \text{(Wärmeausdehnugnskoeffizient)}\\ [1/{}^\circ\mathrm{C}]}} \cdot \underbrace{\Delta T}_{\text{Temperaturänderung}[{}^\circ\mathrm{C}]}} \tag{1.10}$$

$$\boxed{\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \alpha_T \Delta T} \tag{1.11}$$

$$\boxed{\sigma = E\left(\varepsilon - \alpha_T \Delta T\right)} \tag{1.12}$$

1.4 Einzelstab

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}x} + \underbrace{n}_{\text{Linienkraft}} = 0} \tag{1.13}$$

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x} = \frac{N}{EA} + \alpha_T \Delta T} \tag{1.14}$$

$$\boxed{\Delta\ell = u(l) - u(0) = \int_0^\ell \varepsilon \mathrm{d}x} \tag{1.15}$$

$$\boxed{\Delta\ell = \int_0^\ell \left(\frac{N}{EA} + \alpha_T \Delta T\right) \mathrm{d}x} \tag{1.16}$$

$$\boxed{\Delta\ell = \frac{F\ell}{EA} + \alpha_T \Delta T \ell} \tag{1.17}$$

Für $\Delta T = 0$

$$\boxed{\Delta\ell = \frac{F\ell}{EA}} \tag{1.18}$$

Oder $F = 0$

$$\boxed{\Delta\ell = \alpha_T \Delta T \ell} \tag{1.19}$$

$$\boxed{(EAu')' = -n + (EA\alpha_t \Delta T)'} \tag{1.20a}$$

Sei in 1.20a $EA = const$ und $\Delta T = const$

$$\boxed{EAu'' = -n} \tag{1.20b}$$

1.5 Statisch bestimmte Stabsysteme

$$\boxed{\begin{aligned} u &= |\Delta\ell_1| = \frac{F\ell}{EA}\frac{1}{\tan\alpha}, \\ v &= \frac{\Delta\ell_2}{\sin\alpha} + \frac{u}{\tan\alpha} = \frac{F\ell}{EA}\frac{1+\cos^3\alpha}{\sin^2\alpha\cos\alpha} \end{aligned}} \tag{1.21}$$

1.6 Statisch unbestimmte Stabsysteme

1.7 Zusammenfassung

2 Spannungszustand

2.1 Spannungvektor und Spannungtensor

$$\boxed{\boldsymbol{t} = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{F}}{\Delta A} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{F}}{\mathrm{d}A}} \tag{2.1}$$

$$\boxed{\boldsymbol{t} = \tau_{yx}\boldsymbol{e_x} + \sigma_y \boldsymbol{e_y} + \tau_{yz}\boldsymbol{e_z}} \tag{2.2}$$

$$\boxed{\tau_{xy} = \tau_{yx}, \tau_{xz} = \tau_{zx}, \tau_{yz} = \tau_{zy}} \tag{2.3}$$

$$\boxed{\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix}} \tag{2.4}$$

2.2 Ebener Spannungszustand

2.2.1 Koordinatentransformation

$$\boxed{\begin{aligned} \sigma_\xi &= \sigma_x \cos^2\varphi + \sigma_y \sin^2\varphi + 2\tau_{xy}\sin\varphi\cos\varphi \\ \tau_{\xi\eta} &= -(\sigma_x - \sigma_y)\sin\varphi\cos\varphi + \tau_{xy}(\cos^2\varphi - \sin^2\varphi) \end{aligned}} \tag{2.5a}$$

$$\boxed{\sigma_\eta = \sigma_x \sin^2\varphi + \sigma_y \cos^2\varphi - 2\tau_{xy}\cos\varphi\sin\varphi} \tag{2.5b}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \sigma_\xi &= \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)\cos 2\varphi + \tau_{xy}\sin 2\varphi, \\ \sigma_\eta &= \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) - \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)\cos 2\varphi + \tau_{xy}\sin 2\varphi, \\ \tau_{\xi\eta} &= - \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)\sin 2\varphi + \tau_{xy}\cos 2\varphi, \end{aligned}} \tag{2.6}$$

$$\boxed{\sigma_\xi + \sigma_\eta = \sigma_x + \sigma_y} \tag{2.7}$$

2.2.2 Hauptspannungen

$$\boxed{\tan 2\varphi^* = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}} \tag{2.8}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \cos 2\varphi^* &= \frac{1}{\sqrt{1+\tan^2 2\varphi^*}} &= \frac{\sigma_x - \sigma_y}{\sqrt{(\sigma_x-\sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}} \\ \sin 2\varphi^* &= \frac{\tan 2\varphi^*}{\sqrt{1+\tan^2 2\varphi^*}} &= \frac{2\tau_{xy}}{\sqrt{(\sigma_x-\sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}} \end{aligned}} \tag{2.9}$$

$$\boxed{\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}} \tag{2.10}$$

$$\boxed{\tan 2\varphi^{**} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}}} \tag{2.11}$$

$$\boxed{\tau_{\text{max}} = \pm\sqrt{(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2})^2 + \tau_{xy}^2}} \tag{2.12a}$$

$$\boxed{\tau_{\text{max}} = \pm\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)} \tag{2.12b}$$

$$\boxed{\sigma_M = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2)} \tag{2.13}$$

2.3 Mohrscher Spannungkreis

$$\boxed{\begin{aligned}\sigma_\xi - \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) &= \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)\cos 2\varphi + \tau_{xy}\cos 2\varphi \\ \tau_{\xi\eta} &= -\frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)\sin 2\varphi + \tau_{xy}\cos 2\varphi\end{aligned}} \tag{2.14}$$

$$\boxed{\left[\sigma_\xi - \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y)\right]^2 + \tau_{\xi\eta}^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \tag{2.15}$$

$$\boxed{(\sigma - \sigma_M)^2 + \tau^2 = r^2} \tag{2.16}$$

$$\boxed{r^2 = \frac{1}{4}\left[(\sigma_x + \sigma_y)^2 - 4(\sigma_x\sigma_y - \tau_{xy}^2)\right]} \tag{2.17}$$

2.3.1 Dünnwandiger Kessel

$$\boxed{\sigma_x = \frac{1}{2}\,p\,\frac{r}{t}} \tag{2.18}$$

$$\boxed{\sigma_\varphi = p\,\frac{r}{t}} \tag{2.19}$$

$$\boxed{\sigma_t = \sigma_\varphi = \frac{1}{2}\,p\,\frac{r}{t}} \tag{2.20}$$

2.4 Gleichgewichtsbedingungen

$$\boxed{\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + f_x = 0} \tag{2.21a}$$

$$\boxed{\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + f_y = 0} \tag{2.21b}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + f_x &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + f_y &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + f_z &= 0 \end{aligned}} \tag{2.22}$$

2.5 Zusammenfassung

3 Verzerrungszustand, Elastizitätsgesetze

3.1 Verzerrungszustand

$$\boxed{\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}} \tag{3.1}$$

$$\boxed{\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}} \tag{3.2}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{3.3}$$

$$\boxed{\tan 2\varphi^* = \frac{\gamma_{xy}}{\varepsilon_x - \varepsilon_y}} \tag{3.4}$$

$$\boxed{\varepsilon_{1,2} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\gamma_{xy}\right)}} \tag{3.5}$$

$$\boxed{\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z},} \tag{3.6a}$$

$$\boxed{\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, \quad \gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}, \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y},} \tag{3.6b}$$

$$\boxed{\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_y & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xz} & \frac{1}{2}\gamma_{yz} & \varepsilon_z \end{bmatrix}} \tag{3.7}$$

3.2 Elastizitätsgesetz

$$\boxed{\varepsilon_y = -\nu\varepsilon_x} \tag{3.8}$$

$$\boxed{\varepsilon_x = \frac{1}{E}\left(\sigma_x - \nu\sigma_y\right), \varepsilon_y = \frac{1}{E}\left(\sigma_y - \nu\sigma_x\right)} \tag{3.9}$$

$$\boxed{\tau_{xy} = G\gamma_{xy}} \tag{3.10}$$

$$\boxed{G = \frac{E}{2\left(1+\eta\right)}} \tag{3.11}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E}\left(\sigma_x - \nu\sigma_y\right) \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E}\left(\sigma_y - \nu\sigma_x\right) \\ \gamma_{xy} &= \frac{1}{G}\tau_{xy} \end{aligned}} \tag{3.12a}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y) \\ \sigma_y &= \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_y - \nu\varepsilon_x) \\ \tau_{xy} &= G\gamma_{xy} \end{aligned}} \tag{3.12b}$$

$$\boxed{\varepsilon_1 = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \nu\sigma_2), \quad \varepsilon_2 = \frac{1}{E}(\sigma_2 - \nu\sigma_1)} \tag{3.13}$$

$$\boxed{\begin{aligned}
\varepsilon_x &= \frac{1}{E}\left[\sigma_x - \nu\left(\sigma_y + \sigma_z\right)\right] + \alpha_T \Delta T \\
\varepsilon_y &= \frac{1}{E}\left[\sigma_y - \nu\left(\sigma_z + \sigma_x\right)\right] + \alpha_T \Delta T \\
\varepsilon_z &= \frac{1}{E}\left[\sigma_z - \nu\left(\sigma_x + \sigma_y\right)\right] + \alpha_T \Delta T \\
\gamma_{xy} &= \frac{1}{G}\tau_{xy}, \quad \gamma_{xz} = \frac{1}{G}\tau_{xz}, \quad \gamma_{yz} = \frac{1}{G}\tau_{yz}
\end{aligned}} \tag{3.14}$$

3.3 Festigkeitshypothesen

$$\boxed{\sigma_V \leq \sigma_{zul}} \tag{3.15}$$

$$\boxed{\sigma_V = \sigma_1} \tag{3.16}$$

$$\boxed{\sigma_V = \sqrt{\left(\sigma_x - \sigma_y\right)^2 + 4\tau_{xy}^2}} \tag{3.17}$$

$$\boxed{\sigma_V = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x\sigma_y + 3\tau_{xy}^2}} \tag{3.18}$$

3.4 Zusammenfassung

4 Balkenbiegung

4.1 Einführung

$$\boxed{\sigma(z) = cz} \tag{4.1}$$

$$\boxed{M = \int z\sigma \, \mathrm{d}A} \tag{4.2}$$

$$\boxed{I = \int z^2 \, \mathrm{d}A} \tag{4.3}$$

$$\boxed{\sigma = \frac{M}{I} z} \tag{4.4}$$

4.2 Flächenträgheitsmomente

4.2.1 Definition

Das statische Moment ist quasi Fläche × Hebelarm bezogen auf den Schwerpunkt der Fläche:

$$\boxed{S_y = \int z \mathrm{d}A, \quad S_z = \int y \mathrm{d}A} \tag{4.5}$$

$$\boxed{I_y = \int z^2 \mathrm{d}A, \quad I_z = \int y^2 \mathrm{d}A} \tag{4.6a}$$

$$\boxed{I_{yz} = I_{zy} = -\int yz \, \mathrm{d}A} \tag{4.6b}$$

$$\boxed{I_p = \int r^2 \, \mathrm{d}A = \int \left(z^2 + y^2\right) \, \mathrm{d}A = I_y + I_z} \tag{4.6c}$$

$$\boxed{i = seltsameWurzel; \text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{4.7}$$

4.2.2 Parallelverschiebung der Bezugsachsen

$$\boxed{\begin{aligned} I_{\bar{y}} &= I_y + \bar{z}_s^2 A \\ I_{\bar{z}} &= I_z + \bar{y}_s^2 A \\ I_{\bar{y}\bar{z}} &= I_{yz} - \bar{y}_s \bar{z}_s A \end{aligned}} \tag{4.13}$$

4.2.3 Drehung des Bezugssystems, Hauptträgheitsmomente

$$\boxed{\begin{aligned} I_\eta &= \frac{1}{2}\left(I_y + I_z\right) && + \frac{1}{2}\left(I_y - I_z\right)\cos 2\varphi + I_{yz}\sin 2\varphi \\ I_\zeta &= \frac{1}{2}\left(I_y - I_z\right) && - \frac{1}{2}(I_y - I_z)\cos 2\varphi - I_{yz}\sin 2\varphi \\ I_{\eta\zeta} &= && - \frac{1}{2}\left(I_y - I_z\right)\sin 2\varphi + I_{yz}\cos 2\varphi \end{aligned}} \tag{4.14}$$

$$\boxed{I_\eta + I_\zeta = I_y + I_z = I_p} \tag{4.15}$$

$$\boxed{\tan 2\varphi^* = \frac{2I_{yz}}{I_y - I_z}} \tag{4.16}$$

$$\boxed{I_{1,2} = \frac{I_y + I_z}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{I_y - I_z}{2}\right)^2 + I_{yz}^2}} \tag{4.17}$$

4.3 Grundgleichungen der geraden Biegung

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}x} = -q, \quad \frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}x} = Q} \tag{4.18}$$

$$\boxed{M = \int z\sigma \,\mathrm{d}A} \tag{4.19a}$$

$$\boxed{Q = \int \tau \,\mathrm{d}A} \tag{4.19b}$$

$$\boxed{N = \int \sigma \,\mathrm{d}A} \tag{4.19c}$$

$$\boxed{\varepsilon = \frac{\partial u}{\partial x}} \tag{4.20}$$

$$\boxed{\sigma = E\,\varepsilon, \quad \tau = G\,\gamma} \tag{4.21}$$

$$\boxed{\omega = \omega(x)} \tag{4.22a}$$

$$\boxed{u(x,z) = \psi(x)z} \tag{4.22b}$$

$$\boxed{\sigma = E\frac{\partial u}{\partial x} = E\psi' z} \tag{4.23a}$$

$$\boxed{\tau = G\left(\frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}\right) = G(\omega' + \psi)} \tag{4.23b}$$

$$\boxed{M = EI\psi'} \tag{4.24}$$

$$\boxed{Q = \varkappa GA(\omega' + \psi)} \tag{4.25}$$

4.4 Normalspannungen

$$\boxed{\sigma = \frac{M}{I} z} \tag{4.26}$$

$$\boxed{W = \frac{I}{|z|_{\max}}} \tag{4.27}$$

Aber hier mit subscript, also $W_{\text{Achse}} = \dfrac{I_{\text{Achse}}}{|\text{andere Achse}|_{\max}}$

$$\boxed{\sigma_{\max} = \frac{|M|}{W}} \tag{4.28}$$

4.5 Biegelinie

4.5.1 Differentialgleichung der Biegelinie

$$\boxed{\omega' + \psi = 0} \tag{4.29}$$

$$\boxed{Q' = -q, \quad M' = Q, \quad \psi' = \frac{M}{EI}, \quad \omega' = -\psi} \tag{4.30}$$

$$\boxed{\omega'' = -\frac{M}{EI}} \tag{4.31}$$

$$\boxed{\varkappa_B = \frac{\omega''}{(1 + \omega'^2)^{3/2}}} \tag{4.32a}$$

$$\boxed{\varkappa_B \approx \omega''} \tag{4.32b}$$

$$\boxed{Q = -(EI\omega'')'} \tag{4.33}$$

$$\boxed{(EI\omega'')'' = q} \tag{4.34a}$$

$$\boxed{EI\omega^{IV} = q} \tag{4.34b}$$

4.5.2 Einfeldbalken

4.5.3 Balken mit mehreren Feldern

4.5.4 Superposition

4.6 Einfluss des Schubes

4.6.1 Schubspannungen

$$\boxed{\frac{\partial \sigma}{\partial x} = \frac{Q}{I}\zeta} \tag{4.35}$$

$$\boxed{S(z) = \int_{A^*} \zeta \, \mathrm{d}A} \tag{4.36}$$

$$\boxed{\underbrace{\tau(z)}_{N/mm^2} = \frac{\overbrace{Q}^{[N]} \; \overbrace{S(z)}^{mm^3}}{\underbrace{I}_{mm^4} \; \underbrace{b(z)}_{mm}}} \tag{4.37}$$

4.6.2 Durchbiegung infolge Schub

$$\boxed{\omega' + \psi = \frac{Q}{GA_S}} \tag{4.40}$$

$$\boxed{\omega_s' = \frac{Q}{GA_S}} \tag{4.41}$$

$$\boxed{\omega' = \omega_B' + \omega_S'} \tag{4.42}$$

$$\boxed{\omega = \omega_B + \omega_S} \tag{4.43}$$

$$\boxed{\omega_S = \frac{F}{GA_S}x} \tag{4.44}$$

4.7 Schiefe Biegung

$$\boxed{\sigma = \frac{M_y}{I_y} z - \frac{M_z}{I_z} y} \tag{4.45}$$

$$\boxed{\omega'' = \frac{M_y}{EI_y}, \quad \nu'' = \frac{M_z}{EI_z}} \tag{4.46}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}Q_z}{\mathrm{d}x} &= -q_z, & \frac{\mathrm{d}Q_y}{\mathrm{d}x} &= -q_y \\ \frac{\mathrm{d}M_y}{\mathrm{d}x} &= Q_z, & \frac{\mathrm{d}M_z}{\mathrm{d}x} &= -Q_y \end{aligned}} \tag{4.47}$$

$$\boxed{\varepsilon = -\left(\omega'' z + \nu'' y\right)} \tag{4.48}$$

$$\boxed{\sigma = -E\left(\omega'' z + \nu'' y\right)} \tag{4.49}$$

$$\boxed{M_y = \int z\sigma \,\mathrm{d}A, \quad M_z = -\int y\sigma \,\mathrm{d}A} \tag{4.50}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{4.51}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{4.52}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{4.53a}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{4.53b}$$

4.8 Biegung und Zug/Druck

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{4.54a}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{4.54b}$$

4.9 Kern des Querschnitts

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{4.55}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{4.56}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{4.57}$$

4.10 Temperaturbelastung

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{4.58}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{4.59}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{4.60}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{4.61}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{4.62}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{4.63}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{4.64}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{4.65}$$

4.11 Zusammenfassung

5 Torsion

5.1 Einführung

5.2 Die kreiszylindrische Welle

$$\boxed{r\,\mathrm{d}\vartheta = \gamma\,\mathrm{d}x \rightarrow \gamma = r\frac{\mathrm{d}\vartheta}{\mathrm{d}x}} \tag{5.1}$$

Man nennt die Verdrehung pro Längeneinheit $\mathrm{d}\vartheta = \mathrm{d}x$ manchmal auch Verwindung $\varkappa_T$.

$$\boxed{\tau = Gr\frac{\mathrm{d}\vartheta}{\mathrm{d}x} = Gr\vartheta'} \tag{5.2}$$

$$\boxed{M_T = \int r\vartheta\,\mathrm{d}A} \tag{5.3}$$

$$\boxed{M_T = G\vartheta'\int r^2\,\mathrm{d}A = G\vartheta' I_p} \tag{5.4}$$

$$\int$$

$\int$

$$\boxed{GI_T\vartheta' = M_T} \tag{5.5}$$

Die Größe GI_T heißt Torsionssteifigkeit.

$$\boxed{M_T = M_x} \tag{5.6}$$

$$\boxed{\vartheta_l = \frac{M_T\,l}{GI_T}} \tag{5.7}$$

$$\boxed{\tau = \frac{M_T}{I_T}r} \tag{5.8}$$

Der Größtwert tritt am Rand $r = R$ auf: $\tau_{\max} = (M_T / I_T)\, R$. Um die Analogie zur Biegung herzustellen, führen wir ein *Torsionswiderstandsmoment* W_T ein:

$$\boxed{\tau_{\max} = \frac{M_T}{W_T}} \tag{5.9}$$

$$\boxed{I_t = I_P = \frac{\pi}{2} R^4, \quad W_T = \frac{\pi}{2} R^3} \tag{5.10}$$

$$\boxed{I_T = \frac{\pi}{2} \left(R_a^4 - R_i^4 \right), \quad W_T = \frac{\pi}{2} \frac{R_a^4 - R_i^4}{R_a}} \tag{5.11}$$

$$\boxed{I_T \approx 2\pi R_m^3 t \quad W_T \approx 2\pi R_m^2 t} \tag{5.12}$$

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}M_T}{\mathrm{d}x} = M_T' = -m_T} \tag{5.13}$$

$$\boxed{(G I_T \vartheta')' = -m_T} \tag{5.14}$$

5.3 Dünnwandige geschlossene Profile

$$\boxed{T = \tau t} \tag{5.15}$$

$$\boxed{T = \tau t = \text{const}} \tag{5.16}$$

$$\boxed{M_T = \oint \, \mathrm{d}M_T = T \oint r \perp \, \mathrm{d}s} \tag{5.17}$$

$$\boxed{\oint r \perp \, \mathrm{d}s = 2A_m} \tag{5.18}$$

$$\boxed{M_T = 2A_m T} \tag{5.19}$$

$$\boxed{\tau = \frac{T}{t} = \frac{M_T}{2A_m t}} \tag{5.20}$$

$$\boxed{\tau_{\max} = \frac{M_T}{W_T} \quad \text{mit} \quad W_T = 2A_m t_{\min}} \tag{5.21}$$

$$\boxed{\mathrm{d}v = r \perp \, \mathrm{d}\vartheta} \tag{5.22}$$

$$\boxed{\frac{T}{Gt} = r \perp \vartheta' + \frac{\partial u}{\partial s}} \tag{5.23}$$

$$\boxed{\vartheta' = \frac{M_T}{GI_T}} \tag{5.24}$$

$$\boxed{I_T = \frac{(2A_m)^2}{\oint \frac{\mathrm{d}s}{t}}} \tag{5.25}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{5.26}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{5.27}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{5.28}$$

5.4 Dünnwandige offene Profile

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{5.29}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{5.30}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{5.31}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{5.32}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{5.33}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{5.34}$$

5.5 Zusammenfassung

6 Der Arbeitsbegriff in der Elastostatik

6.1 Einleitung

6.2 Arbeitssatz und Formänderungsenergie

6.3 Das Prinzip der virtuellen Kräfte

6.4 Einflusszahlen und Vertauschungssätze

6.5 Anwendung des Arbeitssatzes auf statisch unbestimmte Systeme

6.6 Zusammenfassung

7 Knickung

7.1 Verzweigung einer Gleichgewichtslage

7.2 Der Euler-Stab

7.3 Zusammenfassung

8 Verbundquerschnitte

8.1 Einleitung

8.2 Zug und Druck in Stäben

8.3 Reine Biegung

8.4 Biegung und Zug/Druck

8.5 Zusammenfassung