Inhaltsverzeichnis

1 Zug und Druck in Stäben 1

1.1 Spannung . . . 1
1.2 Dehnung . . . 1
1.3 Stoffgesetz . . . 2
1.4 Einzelstab . . . 3
1.5 Statisch bestimmte Stabsysteme . . . 3
1.6 Statisch unbestimmte Stabsysteme . . . 4
1.7 Zusammenfassung . . . 4

2 Spannungszustand 4

2.1 Spannungvektor und Spannungtensor . . . 4
2.2 Ebener Spannungszustand . . . 4
2.2.1 Koordinatentransformation . . . 4
2.2.2 Hauptspannungen . . . 5
2.3 Mohrscher Spannungkreis . . . 6
2.3.1 Dünnwandiger Kessel . . . 6
2.4 Gleichgewichtsbedingungen . . . 7
2.5 Zusammenfassung . . . 7

3 Verzerrungszustand, Elastizitätsgesetze 7

3.1 Verzerrungszustand . . . 7
3.2 Elastizitätsgesetz . . . 8
3.3 Festigkeitshypothesen . . . 9
3.4 Zusammenfassung . . . 9

4 Balkenbiegung 9

4.1 Einführung . . . 9
4.2 Flächenträgheitsmomente . . . 10
4.2.1 Definition . . . 10
4.2.2 Parallelverschiebung der Bezugsachsen . . . 10
4.2.3 Drehung des Bezugssystems, Hauptträgheitsmomente 11
4.3 Grundgleichungen der geraden Biegung . . . 12
4.4 Normalspannungen . . . 13
4.5 Biegelinie . . . 13

4.5.1 Differentialgleichung der Biegelinie 13
4.5.2 Einfeldbalken 14
4.5.3 Balken mit mehreren Feldern 14
4.5.4 Superposition 14
4.6 Einfluss des Schubes 14
4.6.1 Schubspannungen 14
4.6.2 Durchbiegung infolge Schub 14
4.7 Schiefe Biegung 15
4.8 Biegung und Zug/Druck 15
4.9 Kern des Querschnitts 16
4.10 Temperaturbelastung 16
4.11 Zusammenfassung 17

5 Torsion **17**
5.1 Einführung 17
5.2 Die kreiszylindrische Welle 17
5.3 Dünnwandige geschlossene Profile 18
5.4 Dünnwandige offene Profile 19
5.5 Zusammenfassung 20

6 Der Arbeitsbegriff in der Elastostatik **20**
6.1 Einleitung 20
6.2 Arbeitssatz und Formänderungsenergie 20
6.3 Das Prinzip der virtuellen Kräfte 20
6.4 Einflusszahlen und Vertauschungssätze 20
6.5 Anwendung des Arbeitssatzes auf statisch unbestimmte Systeme 20
6.6 Zusammenfassung 20

7 Knickung **20**
7.1 Verzweigung einer Gleichgewichtslage 20
7.2 Der Euler-Stab 20
7.3 Zusammenfassung 20

8 Verbundquerschnitte **20**
8.1 Einleitung 20
8.2 Zug und Druck in Stäben 20

8.3 Reine Biegung 20
8.4 Biegung und Zug/Druck 20
8.5 Zusammenfassung 20

1 Zug und Druck in Stäben

1.1 Spannung

$$\boxed{\underbrace{\sigma}_{\text{Spannung}\left[\frac{N}{mm^2}\right]} = \frac{\overbrace{N}^{\text{Normalspannung}[N]}}{\underbrace{A}_{\text{Fläche}[mm^2]}}} \tag{1.1}$$

$$\boxed{\underbrace{\sigma}_{\text{Spannung}\left[\frac{N}{mm^2}\right]} = \frac{\overbrace{F}^{\text{Kraft}[N]}}{\underbrace{A}_{\text{Fläche}[mm^2]}}} \tag{1.2}$$

$$\boxed{\sigma = \frac{\overbrace{\sigma_0}^{\substack{\text{Normalspannung}\\ \text{in einem Schnitt}\\ \text{Senkrecht zur Stabachse}}}}{2}\left(1+\cos 2\varphi\right), \tau = \frac{\sigma_0}{2}\left(\sin 2\varphi\right)} \tag{1.3}$$

$$\boxed{\sigma(x) = \frac{N(x)}{A(x)}} \tag{1.4}$$

$$\boxed{A_{\text{erf}} = \frac{|N|}{\sigma_{\text{zul}}}} \tag{1.5}$$

1.2 Dehnung

$$\boxed{\underbrace{\varepsilon}_{\text{Dehnung}[1]} = \frac{\overbrace{\Delta\ell}^{\text{Verlängerung}[m]}}{\underbrace{\ell_0}_{\substack{\text{Ursprüngliche}\\ \text{Länge }[m]}}} = \frac{\ell - \ell_0}{\ell_0}} \tag{1.6}$$

Örtliche (lokale Dehnung)

$$\boxed{\varepsilon(x) = \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x}} \tag{1.7}$$

1.3 Stoffgesetz

Hooke'sches Gesetz

$$\boxed{\underbrace{E}_{\substack{\text{Elastizitätsmodul}\\ \left[\frac{N}{mm^2}\right]}} = \frac{\overbrace{\sigma}^{\text{Spannung}\left[\frac{N}{mm^2}\right]}}{\underbrace{\varepsilon}_{\text{Dehnung[1]}}}} \tag{1.8}$$

Umgestellt nach Sigma, übliche Form:

$$\sigma = E\varepsilon = \frac{\Delta\ell}{\ell_0}E$$

$$\boxed{\underbrace{\varepsilon}_{\text{Dehnung[1]}} = \frac{\sigma}{E}} \tag{1.9}$$

$$\boxed{\underbrace{\varepsilon_T}_{\text{Wärmedehnung[1]}} = \underbrace{\alpha}_{\substack{\text{Thermischer Aus-}\\ \text{dehnungskoeffizient}\\ \text{(Wärmeausdehnugnskoeffizient)}\\ [1/{}^\circ\text{C}]}} \cdot \underbrace{\Delta T}_{\text{Temperaturänderung}[{}^\circ\text{C}]}} \tag{1.10}$$

$$\boxed{\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \alpha_T \Delta T} \tag{1.11}$$

$$\boxed{\sigma = E\left(\varepsilon - \alpha_T \Delta T\right)} \tag{1.12}$$

1.4 Einzelstab

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}x} + \underbrace{n}_{\text{Linienkraft}} = 0} \tag{1.13}$$

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x} = \frac{N}{EA} + \alpha_T \Delta T} \tag{1.14}$$

$$\boxed{\Delta \ell = u(l) - u(0) = \int_0^\ell \varepsilon \mathrm{d}x} \tag{1.15}$$

$$\boxed{\Delta \ell = \int_0^\ell \left(\frac{N}{EA} + \alpha_T \Delta T \right) \mathrm{d}x} \tag{1.16}$$

$$\boxed{\Delta \ell = \frac{F\ell}{EA} + \alpha_T \Delta T \ell} \tag{1.17}$$

Für $\Delta T = 0$

$$\boxed{\Delta \ell = \frac{F\ell}{EA}} \tag{1.18}$$

Oder $F = 0$

$$\boxed{\Delta \ell = \alpha_T \Delta T \ell} \tag{1.19}$$

$$\boxed{\left(EAu'\right)' = -n + (EA\alpha_t \Delta T)'} \tag{1.20a}$$

Sei in 1.20a $EA = const$ und $\Delta T = const$

$$\boxed{EAu'' = -n} \tag{1.20b}$$

1.5 Statisch bestimmte Stabsysteme

$$\boxed{\begin{aligned} u &= |\Delta \ell_1| = \frac{F\ell}{EA} \frac{1}{\tan\alpha}, \\ v &= \frac{\Delta \ell_2}{\sin\alpha} + \frac{u}{\tan\alpha} = \frac{F\ell}{EA} \frac{1+\cos^3\alpha}{\sin^2\alpha \cos\alpha} \end{aligned}} \tag{1.21}$$

1.6 Statisch unbestimmte Stabsysteme

1.7 Zusammenfassung

2 Spannungszustand

2.1 Spannungvektor und Spannungtensor

$$\boxed{\boldsymbol{t} = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{F}}{\Delta A} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{F}}{\mathrm{d}A}} \tag{2.1}$$

$$\boxed{\boldsymbol{t} = \tau_{yx}\boldsymbol{e_x} + \sigma_y \boldsymbol{e_y} + \tau_{yz}\boldsymbol{e_z}} \tag{2.2}$$

$$\boxed{\tau_{xy} = \tau_{yx}, \tau_{xz} = \tau_{zx}, \tau_{yz} = \tau_{zy}} \tag{2.3}$$

$$\boxed{\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix}} \tag{2.4}$$

2.2 Ebener Spannungszustand

2.2.1 Koordinatentransformation

$$\boxed{\begin{aligned} \sigma_\xi &= \sigma_x \cos^2\varphi + \sigma_y \sin^2\varphi + 2\tau_{xy} \sin\varphi \cos\varphi \\ \tau_{\xi\eta} &= -(\sigma_x - \sigma_y) \sin\varphi \cos\varphi + \tau_{xy}(\cos^2\varphi - \sin^2\varphi) \end{aligned}} \tag{2.5a}$$

$$\boxed{\sigma_\eta = \sigma_x \sin^2\varphi + \sigma_y \cos^2\varphi - 2\tau_{xy} \cos\varphi \sin\varphi} \tag{2.5b}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \sigma_\xi &= \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\varphi + \tau_{xy} \sin 2\varphi, \\ \sigma_\eta &= \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) - \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\varphi + \tau_{xy} \sin 2\varphi, \\ \tau_{\xi\eta} &= - \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y) \sin 2\varphi + \tau_{xy} \cos 2\varphi, \end{aligned}} \tag{2.6}$$

$$\boxed{\sigma_\xi + \sigma_\eta = \sigma_x + \sigma_y} \tag{2.7}$$

2.2.2 Hauptspannungen

$$\boxed{\tan 2\varphi^* = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}} \tag{2.8}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \cos 2\varphi^* &= \frac{1}{\sqrt{1+\tan^2 2\varphi^*}} &&= \frac{\sigma_x - \sigma_y}{\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}} \\ \sin 2\varphi^* &= \frac{\tan 2\varphi^*}{\sqrt{1+\tan^2 2\varphi^*}} &&= \frac{2\tau_{xy}}{\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}} \end{aligned}} \tag{2.9}$$

$$\boxed{\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}} \tag{2.10}$$

$$\boxed{\tan 2\varphi^{**} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}}} \tag{2.11}$$

$$\boxed{\tau_{\max} = \pm\sqrt{(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2})^2 + \tau_{xy}^2}} \tag{2.12a}$$

$$\boxed{\tau_{\max} = \pm\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)} \tag{2.12b}$$

$$\boxed{\sigma_M = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2)} \tag{2.13}$$

2.3 Mohrscher Spannungkreis

$$\boxed{\begin{aligned}\sigma_\xi - \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) &= \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)\cos 2\varphi + \tau_{xy}\cos 2\varphi \\ \tau_{\xi\eta} &= -\frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)\sin 2\varphi + \tau_{xy}\cos 2\varphi\end{aligned}} \tag{2.14}$$

$$\boxed{\left[\sigma_\xi - \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y)\right]^2 + \tau_{\xi\eta}^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \tag{2.15}$$

$$\boxed{(\sigma - \sigma_M)^2 + \tau^2 = r^2} \tag{2.16}$$

$$\boxed{r^2 = \frac{1}{4}\left[(\sigma_x + \sigma_y)^2 - 4(\sigma_x\sigma_y - \tau_{xy}^2)\right]} \tag{2.17}$$

2.3.1 Dünnwandiger Kessel

$$\boxed{\sigma_x = \frac{1}{2}\,p\,\frac{r}{t}} \tag{2.18}$$

$$\boxed{\sigma_\varphi = p\,\frac{r}{t}} \tag{2.19}$$

$$\boxed{\sigma_t = \sigma_\varphi = \frac{1}{2}\,p\,\frac{r}{t}} \tag{2.20}$$

2.4 Gleichgewichtsbedingungen

$$\boxed{\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + f_x = 0} \tag{2.21a}$$

$$\boxed{\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + f_y = 0} \tag{2.21b}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + f_x &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + f_y &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + f_z &= 0 \end{aligned}} \tag{2.22}$$

2.5 Zusammenfassung

3 Verzerrungszustand, Elastizitätsgesetze

3.1 Verzerrungszustand

$$\boxed{\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}} \tag{3.1}$$

$$\boxed{\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}} \tag{3.2}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{3.3}$$

$$\boxed{\tan 2\varphi^* = \frac{\gamma_{xy}}{\varepsilon_x - \varepsilon_y}} \tag{3.4}$$

$$\boxed{\varepsilon_{1,2} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\gamma_{xy}\right)}} \tag{3.5}$$

$$\boxed{\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z},} \tag{3.6a}$$

$$\boxed{\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, \quad \gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}, \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y},} \tag{3.6b}$$

$$\boxed{\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_y & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xz} & \frac{1}{2}\gamma_{yz} & \varepsilon_z \end{bmatrix}} \tag{3.7}$$

3.2 Elastizitätsgesetz

$$\boxed{\varepsilon_y = -\nu \varepsilon_x} \tag{3.8}$$

$$\boxed{\varepsilon_x = \frac{1}{E}\left(\sigma_x - \nu\sigma_y\right), \varepsilon_y = \frac{1}{E}\left(\sigma_y - \nu\sigma_x\right)} \tag{3.9}$$

$$\boxed{\tau_{xy} = G\gamma_{xy}} \tag{3.10}$$

$$\boxed{G = \frac{E}{2\left(1+\eta\right)}} \tag{3.11}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E}\left(\sigma_x - \nu\sigma_y\right) \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E}\left(\sigma_y - \nu\sigma_x\right) \\ \gamma_{xy} &= \frac{1}{G}\tau_{xy} \end{aligned}} \tag{3.12a}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y) \\ \sigma_y &= \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_y - \nu\varepsilon_x) \\ \tau_{xy} &= G\gamma_{xy} \end{aligned}} \tag{3.12b}$$

$$\boxed{\varepsilon_1 = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \nu\sigma_2), \quad \varepsilon_2 = \frac{1}{E}(\sigma_2 - \nu\sigma_1)} \tag{3.13}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E}\left[\sigma_x - \nu\left(\sigma_y + \sigma_z\right)\right] + \alpha_T \Delta T \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E}\left[\sigma_y - \nu\left(\sigma_z + \sigma_x\right)\right] + \alpha_T \Delta T \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E}\left[\sigma_z - \nu\left(\sigma_x + \sigma_y\right)\right] + \alpha_T \Delta T \\ \gamma_{xy} &= \frac{1}{G}\tau_{xy}, \quad \gamma_{xz} = \frac{1}{G}\tau_{xz}, \quad \gamma_{yz} = \frac{1}{G}\tau_{yz} \end{aligned}} \tag{3.14}$$

3.3 Festigkeitshypothesen

$$\boxed{\sigma_V \leq \sigma_{zul}} \tag{3.15}$$

$$\boxed{\sigma_V = \sigma_1} \tag{3.16}$$

$$\boxed{\sigma_V = \sqrt{\left(\sigma_x - \sigma_y\right)^2 + 4\tau_{xy}^2}} \tag{3.17}$$

$$\boxed{\sigma_V = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x\sigma_y + 3\tau_{xy}^2}} \tag{3.18}$$

3.4 Zusammenfassung

4 Balkenbiegung

4.1 Einführung

$$\boxed{\sigma(z) = cz} \tag{4.1}$$

$$\boxed{M = \int z\sigma \,\mathrm{d}A} \tag{4.2}$$

$$\boxed{I = \int z^2 \,\mathrm{d}A} \tag{4.3}$$

$$\boxed{\sigma = \frac{M}{I} z} \tag{4.4}$$

4.2 Flächenträgheitsmomente

4.2.1 Definition

Das statische Moment ist quasi Fläche × Hebelarm bezogen auf den Schwerpunkt der Fläche:

$$\boxed{S_y = \int z \mathrm{d}A, \quad S_z = \int y \mathrm{d}A} \tag{4.5}$$

$$\boxed{I_y = \int z^2 \mathrm{d}A, \quad I_z = \int y^2 \mathrm{d}A} \tag{4.6a}$$

$$\boxed{I_{yz} = I_{zy} = -\int yz \, \mathrm{d}A} \tag{4.6b}$$

$$\boxed{I_p = \int r^2 \, \mathrm{d}A = \int \left(z^2 + y^2\right) \, \mathrm{d}A = I_y + I_z} \tag{4.6c}$$

$$\boxed{i = seltsameWurzel; \text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{4.7}$$

4.2.2 Parallelverschiebung der Bezugsachsen

$$\boxed{\begin{aligned} I_{\bar{y}} &= I_y + \bar{z}_s^2 A \\ I_{\bar{z}} &= I_z + \bar{y}_s^2 A \\ I_{\bar{y}\bar{z}} &= I_{yz} - \bar{y}_s \bar{z}_s A \end{aligned}} \tag{4.13}$$

4.2.3 Drehung des Bezugssystems, Hauptträgheitsmomente

$$\boxed{\begin{aligned} I_\eta &= \frac{1}{2}\left(I_y + I_z\right) &&+ \frac{1}{2}\left(I_y - I_z\right)\cos 2\varphi + I_{yz}\sin 2\varphi \\ I_\zeta &= \frac{1}{2}\left(I_y - I_z\right) &&- \frac{1}{2}\left(I_y - I_z\right)\cos 2\varphi - I_{yz}\sin 2\varphi \\ I_{\eta\zeta} &= &&- \frac{1}{2}\left(I_y - I_z\right)\sin 2\varphi + I_{yz}\cos 2\varphi \end{aligned}} \tag{4.14}$$

$$\boxed{I_\eta + I_\zeta = I_y + I_z = I_p} \tag{4.15}$$

$$\boxed{\tan 2\varphi^* = \frac{2I_{yz}}{I_y - I_z}} \tag{4.16}$$

$$\boxed{I_{1,2} = \frac{I_y + I_z}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{I_y - I_z}{2}\right)^2 + I_{yz}^2}} \tag{4.17}$$

4.3 Grundgleichungen der geraden Biegung

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}x} = -q, \quad \frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}x} = Q} \tag{4.18}$$

$$\boxed{M = \int z\sigma \,\mathrm{d}A} \tag{4.19a}$$

$$\boxed{Q = \int \tau \,\mathrm{d}A} \tag{4.19b}$$

$$\boxed{N = \int \sigma \,\mathrm{d}A} \tag{4.19c}$$

$$\boxed{\varepsilon = \frac{\partial u}{\partial x}} \tag{4.20}$$

$$\boxed{\sigma = E\,\varepsilon, \quad \tau = G\,\gamma} \tag{4.21}$$

$$\boxed{\omega = \omega(x)} \tag{4.22a}$$

$$\boxed{u(x,z) = \psi(x)z} \tag{4.22b}$$

$$\boxed{\sigma = E\frac{\partial u}{\partial x} = E\psi' z} \tag{4.23a}$$

$$\boxed{\tau = G\left(\frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}\right) = G(\omega' + \psi)} \tag{4.23b}$$

$$\boxed{M = EI\psi'} \tag{4.24}$$

$$\boxed{Q = \varkappa GA(\omega' + \psi)} \tag{4.25}$$

4.4 Normalspannungen

$$\boxed{\sigma = \frac{M}{I} z} \tag{4.26}$$

$$\boxed{W = \frac{I}{|z|_{\max}}} \tag{4.27}$$

Aber hier mit subscript, also $W_{\text{Achse}} = \dfrac{I_{\text{Achse}}}{|\text{andere Achse}|_{\max}}$

$$\boxed{\sigma_{\max} = \frac{|M|}{W}} \tag{4.28}$$

4.5 Biegelinie

4.5.1 Differentialgleichung der Biegelinie

$$\boxed{\omega' + \psi = 0} \tag{4.29}$$

$$\boxed{Q' = -q, \quad M' = Q, \quad \psi' = \frac{M}{EI}, \quad \omega' = -\psi} \tag{4.30}$$

$$\boxed{\omega'' = -\frac{M}{EI}} \tag{4.31}$$

$$\boxed{\varkappa_B = \frac{\omega''}{(1 + \omega'^2)^{3/2}}} \tag{4.32a}$$

$$\boxed{\varkappa_B \approx \omega''} \tag{4.32b}$$

$$\boxed{Q = -(EI\omega'')'} \tag{4.33}$$

$$\boxed{(EI\omega'')'' = q} \tag{4.34a}$$

$$\boxed{EI\omega^{IV} = q} \tag{4.34b}$$

4.5.2 Einfeldbalken

4.5.3 Balken mit mehreren Feldern

4.5.4 Superposition

4.6 Einfluss des Schubes

4.6.1 Schubspannungen

$$\boxed{\frac{\partial \sigma}{\partial x} = \frac{Q}{I}\zeta} \tag{4.35}$$

$$\boxed{S(z) = \int\limits_{A^*} \zeta \, \mathrm{d}A} \tag{4.36}$$

$$\boxed{\underbrace{\tau(z)}_{N/mm^2} = \frac{\overbrace{Q}^{[N]}\overbrace{S(z)}^{mm^3}}{\underbrace{I}_{mm^4}\underbrace{b(z)}_{mm}}} \tag{4.37}$$

4.6.2 Durchbiegung infolge Schub

$$\boxed{\omega' + \psi = \frac{Q}{GA_S}} \tag{4.40}$$

$$\boxed{\omega_s' = \frac{Q}{GA_S}} \tag{4.41}$$

$$\boxed{\omega' = \omega_B' + \omega_S'} \tag{4.42}$$

$$\boxed{\omega = \omega_B + \omega_S} \tag{4.43}$$

$$\boxed{\omega_S = \frac{F}{GA_S}x} \tag{4.44}$$

4.7 Schiefe Biegung

$$\boxed{\sigma = \frac{M_y}{I_y} z - \frac{M_z}{I_z} y} \tag{4.45}$$

$$\boxed{\omega'' = \frac{M_y}{EI_y}, \quad \nu'' = \frac{M_z}{EI_z}} \tag{4.46}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}Q_z}{\mathrm{d}x} &= -q_z, & \frac{\mathrm{d}Q_y}{\mathrm{d}x} &= -q_y \\ \frac{\mathrm{d}M_y}{\mathrm{d}x} &= Q_z, & \frac{\mathrm{d}M_z}{\mathrm{d}x} &= -Q_y \end{aligned}} \tag{4.47}$$

$$\boxed{\varepsilon = -\left(\omega'' z + \nu'' y\right)} \tag{4.48}$$

$$\boxed{\sigma = -E\left(\omega'' z + \nu'' y\right)} \tag{4.49}$$

$$\boxed{M_y = \int z\sigma \,\mathrm{d}A, \quad M_z = -\int y\sigma \,\mathrm{d}A} \tag{4.50}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{4.51}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{4.52}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{4.53a}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{4.53b}$$

4.8 Biegung und Zug/Druck

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{4.54a}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{4.54b}$$

4.9 Kern des Querschnitts

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{4.55}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{4.56}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{4.57}$$

4.10 Temperaturbelastung

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{4.58}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{4.59}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{4.60}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{4.61}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{4.62}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{4.63}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{4.64}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{4.65}$$

4.11 Zusammenfassung

5 Torsion

5.1 Einführung

5.2 Die kreiszylindrische Welle

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{5.1}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{5.2}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{5.3}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{5.4}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{5.5}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{5.6}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{5.7}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{5.8}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{5.9}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{5.10}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{5.11}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{5.12}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{5.13}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{5.14}$$

5.3 Dünnwandige geschlossene Profile

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{5.15}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{5.16}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{5.17}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{5.18}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{5.19}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{5.20}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{5.21}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{5.22}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{5.23}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{5.24}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{5.25}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{5.26}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{5.27}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{5.28}$$

5.4 Dünnwandige offene Profile

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{5.29}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{5.30}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{5.31}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{5.32}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{5.33}$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \tag{5.34}$$

5.5 Zusammenfassung

6 Der Arbeitsbegriff in der Elastostatik

6.1 Einleitung

6.2 Arbeitssatz und Formänderungsenergie

6.3 Das Prinzip der virtuellen Kräfte

6.4 Einflusszahlen und Vertauschungssätze

6.5 Anwendung des Arbeitssatzes auf statisch unbestimmte Systeme

6.6 Zusammenfassung

7 Knickung

7.1 Verzweigung einer Gleichgewichtslage

7.2 Der Euler-Stab

7.3 Zusammenfassung

8 Verbundquerschnitte

8.1 Einleitung

8.2 Zug und Druck in Stäben

8.3 Reine Biegung

8.4 Biegung und Zug/Druck

8.5 Zusammenfassung