

1.1 Spannung

$$\underbrace{\sigma}_{\text{Spannung} \left[\frac{N}{mm^2} \right]} = \frac{\overbrace{N}^{\text{Normalspannung} [N]}}{\underbrace{A}_{\text{Fläche} [mm^2]}} \quad (1.1)$$

$$\underbrace{\sigma}_{\text{Spannung} \left[\frac{N}{mm^2} \right]} = \frac{\overbrace{F}^{\text{Kraft} [N]}}{\underbrace{A}_{\text{Fläche} [mm^2]}} \quad (1.2)$$

$$\begin{array}{c} \text{Normalspannung} \\ \text{in einem Schnitt} \\ \text{Senkrecht zur Stabachse} \end{array} \quad \underbrace{\sigma_0}_{\text{Spannung} \left[\frac{N}{mm^2} \right]} \quad (1.3)$$

$$\sigma = \frac{\sigma_0}{2} (1 + \cos 2\phi), \tau = \frac{\sigma_0}{2} (\sin 2\phi)$$

$$\sigma(x) = \frac{N(x)}{A(x)} \quad (1.4)$$

$$A_{\text{erf}} = \frac{|N|}{\sigma_{\text{zul}}} \quad (1.5)$$

1.2 Dehnung

$$\underbrace{\varepsilon}_{\text{Dehnung} [1]} = \frac{\overbrace{\Delta \ell}^{\text{Verlängerung} [m]}}{\underbrace{\ell_0}_{\text{Ursprüngliche Länge} [m]}} = \frac{\ell - \ell_0}{\ell_0} \quad (1.6)$$

Örtliche (lokale Dehnung)

$$\varepsilon(x) = \frac{du}{dx} \quad (1.7)$$

1.3 Stoffgesetz

Hooke'sches Gesetz

$$\underbrace{E}_{\substack{\text{Elastizitätsmodul} \\ \left[\frac{N}{mm^2}\right]}} = \frac{\underbrace{\sigma}_{\substack{\text{Spannung} \left[\frac{N}{mm^2}\right]} \\ \varepsilon}}{\underbrace{\varepsilon}_{\text{Dehnung}[1]}}} \quad (1.8)$$

Umgestellt nach Sigma, übliche Form:

$$\sigma = E\varepsilon = \frac{\Delta \ell}{\ell_0} E$$

$$\underbrace{\varepsilon}_{\text{Dehnung}[1]} = \frac{\sigma}{E} \quad (1.9)$$

$$\underbrace{\varepsilon_T}_{\text{Wärmedehnung}[1]} = \underbrace{\alpha}_{\substack{\text{Thermischer Aus-} \\ \text{dehnungskoeffizient} \\ \text{(Wärmeausdehnungskoeffizient)} \\ [1/^\circ\text{C}]}} \cdot \underbrace{\Delta T}_{\text{Temperaturänderung}[^\circ\text{C}]} \quad (1.10)$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \alpha_T \Delta T \quad (1.11)$$

$$\sigma = E (\varepsilon - \alpha_T \Delta T) \quad (1.12)$$

1.4 Einzelstab

$$\frac{dN}{dx} + \underbrace{n}_{\text{Linienkraft}} = 0 \quad (1.13)$$

$$\frac{du}{dx} = \frac{N}{EA} + \alpha_T \Delta T \quad (1.14)$$

$$\Delta \ell = u(l) - u(0) = \int_0^\ell \varepsilon dx \quad (1.15)$$

$$\Delta \ell = \int_0^\ell \left(\frac{N}{EA} + \alpha_T \Delta T \right) dx \quad (1.16)$$

$$\Delta \ell = \frac{F\ell}{EA} + \alpha_T \Delta T \ell \quad (1.17)$$

Für $\Delta T = 0$

$$\Delta \ell = \frac{F\ell}{EA} \quad (1.18)$$

Oder $F = 0$

$$\Delta \ell = \alpha_T \Delta T \ell \quad (1.19)$$

$$(EAu')' = -n + (EA\alpha_T \Delta T)' \quad (1.20a)$$

Sei in 1.20a $EA = \text{const}$ und $\Delta T = \text{const}$

$$EAu'' = -n \quad (1.20b)$$

1.5 Statisch bestimmte Stabsysteme

$$\begin{aligned} u &= |\Delta \ell_1| = \frac{F\ell}{EA} \frac{1}{\tan \alpha}, \\ v &= \frac{\Delta \ell_2}{\sin \alpha} + \frac{u}{\tan \alpha} = \frac{F\ell}{EA} \frac{1 + \cos^3 \alpha}{\sin^2 \alpha \cos \alpha} \end{aligned} \quad (1.21)$$

1.6 Statisch unbestimmte Stabsysteme

1.7 Zusammenfassung

2.1 Spannungvektor und Spannungstensor

$$\mathbf{t} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{F}}{\Delta A} = \frac{d\mathbf{F}}{dA} \quad (2.1)$$

$$\mathbf{t} = \tau_{yx} \mathbf{e}_x + \sigma_y \mathbf{e}_y + \tau_{yz} \mathbf{e}_z \quad (2.2)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}, \tau_{xz} = \tau_{zx}, \tau_{yz} = \tau_{zy} \quad (2.3)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

2.2 Ebener Spannungszustand

2.2.1 Koordinatentransformation

$$\begin{aligned}\sigma_\xi &= \sigma_x \cos^2 \varphi + \sigma_y \sin^2 \varphi + 2\tau_{xy} \sin \varphi \cos \varphi \\ \tau_{\xi\eta} &= -(\sigma_x - \sigma_y) \sin \varphi \cos \varphi + \tau_{xy} (\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi)\end{aligned}\quad (2.5a)$$

$$\sigma_\eta = \sigma_x \sin^2 \varphi + \sigma_y \cos^2 \varphi - 2\tau_{xy} \sin \varphi \cos \varphi \quad (2.5b)$$

$$\begin{aligned}\sigma_\xi &= \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\varphi + \tau_{xy} \sin 2\varphi, \\ \sigma_\eta &= \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) - \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\varphi + \tau_{xy} \sin 2\varphi, \\ \tau_{\xi\eta} &= -\frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y) \sin 2\varphi + \tau_{xy} \cos 2\varphi,\end{aligned}\quad (2.6)$$

$$\sigma_\xi + \sigma_\eta = \sigma_x + \sigma_y \quad (2.7)$$

2.2.2 Hauptspannungen

$$\tan 2\varphi^* = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned}\cos 2\varphi^* &= \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 2\varphi^*}} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}} \\ \sin 2\varphi^* &= \frac{\tan 2\varphi^*}{\sqrt{1 + \tan^2 2\varphi^*}} = \frac{2\tau_{xy}}{\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}}\end{aligned}\quad (2.9)$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (2.10)$$

$$\tan 2\varphi^{**} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}} \quad (2.11)$$

$$\tau_{\max} = \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (2.12a)$$

$$\tau_{\max} = \pm \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) \quad (2.12b)$$

$$\sigma_M = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) \quad (2.13)$$

2.2.3 Mohrscher Spannungskreis

$$\begin{aligned}\sigma_\xi - \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) &= \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\varphi + \tau_{xy} \sin 2\varphi \\ \tau_{\xi\eta} &= -\frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y) \sin 2\varphi + \tau_{xy} \cos 2\varphi\end{aligned}\quad (2.14)$$

$$\left[\sigma_\xi - \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) \right]^2 + \tau_{\xi\eta}^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2 \quad (2.15)$$

$$(\sigma - \sigma_M)^2 + \tau^2 = r^2 \quad (2.16)$$

$$r^2 = \frac{1}{4} [(\sigma_x + \sigma_y)^2 - 4(\sigma_x \sigma_y - \tau_{xy}^2)] \quad (2.17)$$

2.2.4 Dünnwandiger Kessel

$$\sigma_x = \frac{1}{2} p \frac{r}{t} \quad (2.18)$$

$$\sigma_\varphi = p \frac{r}{t} \quad (2.19)$$

$$\sigma_t = \sigma_\varphi = \frac{1}{2} p \frac{r}{t} \quad (2.20)$$

2.3 Gleichgewichtsbedingungen

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + f_x = 0 \quad (2.21a)$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + f_y = 0 \quad (2.21b)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + f_x &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + f_y &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + f_z &= 0\end{aligned} \quad (2.22)$$

2.4 Zusammenfassung

3.1 Verzerrungszustand

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (3.1)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (3.2)$$

$$\text{da bin ich jetzt zu faul} \quad (3.3)$$

$$\tan 2\varphi^* = \frac{\gamma_{xy}}{\varepsilon_x - \varepsilon_y} \quad (3.4)$$

$$\text{da bin ich jetzt zu faul} \quad (3.5)$$

$$\text{da bin ich jetzt zu faul} \quad (3.6a)$$

$$\text{da bin ich jetzt zu faul} \quad (3.6b)$$

$$\text{da bin ich jetzt zu faul} \quad (3.7)$$

3.2 Elastizitätsgesetz

$$\varepsilon_y = -\nu \varepsilon_x \quad (3.8)$$

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \sigma_y), \quad \varepsilon_y = \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu \sigma_x) \quad (3.9)$$

$$\tau_{xy} = G \gamma_{xy} \quad (3.10)$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \eta)} \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E} (\sigma_x - \eta \sigma_x), \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} (\sigma_y - \eta \sigma_x), \\ \gamma_{xy} &= \frac{1}{G} \tau_{xy} \end{aligned} \quad (3.12a)$$

$$\text{da bin ich jetzt zu faul} \quad (3.12b)$$

$$\text{da bin ich jetzt zu faul} \quad (3.13)$$

$$\text{da bin ich jetzt zu faul} \quad (3.14)$$

3.4 Festigkeitshypothesen

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \quad (3.15)$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \quad (3.16)$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \quad (3.17)$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \quad (3.18)$$

3.4 Zusammenfassung

4.1 Einführung

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \quad (4.1)$$

$$\boxed{M = \int z \sigma \, dA} \quad (4.2)$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \quad (4.3)$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \quad (4.4)$$

4.2 Flächenträgheitsmomente

4.2.1 Definition

$$S_y = \int z dA, \quad S_z = \int y dA \quad (4.5)$$

$$I_y = \int z^2 dA, \quad I_z = \int y^2 dA \quad (4.6a)$$

$$\text{da bin ich jetzt zu faul} \quad (4.6b)$$

$$\text{da bin ich jetzt zu faul} \quad (4.6c)$$

$$\text{da bin ich jetzt zu faul} \quad (4.7)$$

$$I_y = \int z^2 dA = \int_{-h/2}^{+h/2} z^2 (b dz) = \left[\frac{bz^3}{3} \right] = \frac{bh^3}{12} \quad (4.8a)$$

$$\text{da bin ich jetzt zu faul} \quad (4.8b)$$

$$\text{da bin ich jetzt zu faul} \quad (4.8c)$$

$$\text{da bin ich jetzt zu faul} \quad (4.8d)$$

$$\text{da bin ich jetzt zu faul} \quad (4.8e)$$

$$\text{da bin ich jetzt zu faul} \quad (4.9)$$

$$\text{da bin ich jetzt zu faul} \quad (4.10a)$$

$$\text{da bin ich jetzt zu faul} \quad (4.10b)$$

$$\text{da bin ich jetzt zu faul} \quad (4.10c)$$

$$\text{da bin ich jetzt zu faul} \quad (4.11)$$

$$\text{da bin ich jetzt zu faul} \quad (4.12)$$

4.2.2 Parallelverschiebung der Bezugsachsen

$$\text{da bin ich jetzt zu faul} \quad (4.13)$$

4.2.3 Drehung des Bezugssystems, Hauptträgheitsmomente

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \quad (4.14)$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \quad (4.15)$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \quad (4.16)$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \quad (4.17)$$

4.3 Grundgleichungen der geraden Biegung

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \quad (4.18)$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \quad (4.19a)$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \quad (4.19b)$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \quad (4.19c)$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \quad (4.20)$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \quad (4.21)$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \quad (4.22a)$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \quad (4.22b)$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \quad (4.23a)$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \quad (4.23b)$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \quad (4.24)$$

$$\boxed{\text{da bin ich jetzt zu faul}} \quad (4.25)$$

4.4 Normalspannungen

$$\boxed{\sigma = \frac{M}{I} z} \quad (4.26)$$

$$\boxed{W = \frac{I}{|z|_{\max}}} \quad (4.27)$$

Aber hier mit subscript, also $W_{\text{Achse}} = \frac{I_{\text{Achse}}}{|\text{andere Achse}|_{\max}}$

$$\boxed{\sigma_{\max} = \frac{|M|}{W}} \quad (4.28)$$

4.5 Biegelinie

4.5.1 Differentialgleichung der Biegelinie

da bin ich jetzt zu faul	(4.29)
--------------------------	--------

da bin ich jetzt zu faul	(4.30)
--------------------------	--------

da bin ich jetzt zu faul	(4.31)
--------------------------	--------

da bin ich jetzt zu faul	(4.32a)
--------------------------	---------

da bin ich jetzt zu faul	(4.32b)
--------------------------	---------

da bin ich jetzt zu faul	(4.33)
--------------------------	--------

da bin ich jetzt zu faul	(4.34a)
--------------------------	---------

da bin ich jetzt zu faul	(4.34b)
--------------------------	---------

4.5.2 Einfeldbalken

4.5.3 Balken mit mehreren Feldern

4.5.4 Superposition

4.6 Einfluss des Schubes

4.6.1 Schubspannungen

da bin ich jetzt zu faul	(4.35)
--------------------------	--------

da bin ich jetzt zu faul	(4.36)
--------------------------	--------

da bin ich jetzt zu faul	(4.37)
--------------------------	--------

da bin ich jetzt zu faul	(4.38)
--------------------------	--------

da bin ich jetzt zu faul	(4.39)
--------------------------	--------

4.6.2 Durchbiegung infolge Schub

da bin ich jetzt zu faul (4.40)

da bin ich jetzt zu faul (4.41)

da bin ich jetzt zu faul (4.42)

da bin ich jetzt zu faul (4.43)

da bin ich jetzt zu faul (4.44)

4.7 Schiefe Biegung

da bin ich jetzt zu faul (4.45)

da bin ich jetzt zu faul (4.46)

da bin ich jetzt zu faul (4.47)

da bin ich jetzt zu faul (4.48)

da bin ich jetzt zu faul (4.49)

da bin ich jetzt zu faul (4.50)

da bin ich jetzt zu faul (4.51)

da bin ich jetzt zu faul (4.52)

da bin ich jetzt zu faul (4.53a)

da bin ich jetzt zu faul (4.53b)

4.8 Biegung und Zug/Druck

da bin ich jetzt zu faul (4.54a)

da bin ich jetzt zu faul (4.54b)

4.9 Kern des Querschnitts

da bin ich jetzt zu faul	(4.55)
--------------------------	--------

da bin ich jetzt zu faul	(4.56)
--------------------------	--------

da bin ich jetzt zu faul	(4.57)
--------------------------	--------

4.10 Temperaturbelastung

da bin ich jetzt zu faul	(4.58)
--------------------------	--------

da bin ich jetzt zu faul	(4.59)
--------------------------	--------

da bin ich jetzt zu faul	(4.60)
--------------------------	--------

da bin ich jetzt zu faul	(4.61)
--------------------------	--------

da bin ich jetzt zu faul	(4.62)
--------------------------	--------

da bin ich jetzt zu faul	(4.63)
--------------------------	--------

da bin ich jetzt zu faul	(4.64)
--------------------------	--------

da bin ich jetzt zu faul	(4.65)
--------------------------	--------

4.11 Zusammenfassung

5.1 Einführung

5.2 Die kreiszylindrische Welle

da bin ich jetzt zu faul	(5.1)
--------------------------	-------

da bin ich jetzt zu faul	(5.2)
--------------------------	-------

da bin ich jetzt zu faul	(5.3)
--------------------------	-------

da bin ich jetzt zu faul	(5.4)
--------------------------	-------

da bin ich jetzt zu faul	(5.5)
--------------------------	-------

da bin ich jetzt zu faul	(5.6)
--------------------------	-------

da bin ich jetzt zu faul	(5.7)
--------------------------	-------

da bin ich jetzt zu faul	(5.8)
--------------------------	-------

da bin ich jetzt zu faul	(5.9)
--------------------------	-------

da bin ich jetzt zu faul	(5.10)
--------------------------	--------

da bin ich jetzt zu faul	(5.11)
--------------------------	--------

da bin ich jetzt zu faul	(5.12)
--------------------------	--------

da bin ich jetzt zu faul	(5.13)
--------------------------	--------

da bin ich jetzt zu faul	(5.14)
--------------------------	--------

5.3 Dünnwandige geschlossene Profile

da bin ich jetzt zu faul (5.15)

da bin ich jetzt zu faul (5.16)

da bin ich jetzt zu faul (5.17)

da bin ich jetzt zu faul (5.18)

da bin ich jetzt zu faul (5.19)

da bin ich jetzt zu faul (5.20)

da bin ich jetzt zu faul (5.21)

da bin ich jetzt zu faul (5.22)

da bin ich jetzt zu faul (5.23)

da bin ich jetzt zu faul (5.24)

da bin ich jetzt zu faul (5.25)

da bin ich jetzt zu faul (5.26)

da bin ich jetzt zu faul (5.27)

da bin ich jetzt zu faul (5.28)

5.4 Dünnwandige offene Profile

da bin ich jetzt zu faul (5.29)

da bin ich jetzt zu faul (5.30)

da bin ich jetzt zu faul (5.31)

da bin ich jetzt zu faul (5.32)

da bin ich jetzt zu faul (5.33)

da bin ich jetzt zu faul (5.34)

5.5 Zusammenfassung

6.1 Einleitung

6.2 Arbeitssatz und Formänderungsenergie

6.3 Das Prinzip der virtuellen Kräfte

6.4 Einflusszahlen und Vertauschungssätze

6.5 Anwendung des Arbeitssatzes auf statisch unbestimmte Systeme

6.6 Zusammenfassung

7.1 Verzweigung einer Gleichgewichtslage

7.2 Der Euler-Stab

7.3 Zusammenfassung

8.1 Einleitung

8.2 Zug und Druck in Stäben

8.3 Reine Biegung

8.4 Biegung und Zug/Druck

8.5 Zusammenfassung