Innlevering 1, blokk 1

oppgave 1)

Ingen tilbakelegging: Han har kjøpt 4 av 100 lodd, og 2 av de 100 loddene gir gevinst:

$P(\text{gevinst}) = \frac{2}{100}$

$P(\text{gevinst } A) = 1C100 = \frac{\binom{1}{1}\binom{99}{3}}{\binom{100}{4}} = \underline{\underline{\frac{4}{100}}}$

$P(B \mid A) = \frac{\binom{1}{1}\binom{98}{2}}{\binom{99}{3}} = \underline{\underline{\frac{1}{33}}}$

$P(A \cap B \mid A \cup B)$

$P(A \cap B) = P(B \mid A) \cdot P(A) = \frac{1}{33} \cdot \frac{4}{100}$

$P(A \cap B \mid A \cup B) = \frac{P(A \cup B \mid A \cap B) \cdot P(A \cap B)}{P(A \cup B)}$

$= \frac{1 \cdot \left(\frac{4}{33 \cdot 100}\right)}{\frac{8}{100} - \left(\frac{4}{3 \cdot 100}\right)} = \underline{\underline{\frac{1}{65}}}$

oppgave 2)

$P(A) = 0.2$
$P(B) = 0.5$
$P(A \cup B) = 0.6$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Løser for $P(A \cap B)$. Om den $\neq 0$ er hendelsene ikke disjunkte

$P(A \cap B) = 0.1 \neq 0$. A og B er ikke <u>disjunkte</u>

A og B er uavhengige om $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.

$0.2 \cdot 0.5 = 0.1 = P(A \cap B)$, som betyr at A og B er <u>uavhengige</u>.

oppgave 3)

a)

$P(E) = 0.05$, $P(F) = 0.05$, $P(E \cap F) = 0.02$

$P(E) \cdot P(F) = 0.0025 \neq P(E \cap F)$ som betyr at E og F er <u>avhengige</u> av hverandre.

Siden $P(E \cap F) \neq 0$, betyr det at E og F <u>ikke</u> er disjunkte.

Kan uttrykke R m/ hjelp av E og F slik:

R om enten E eller F skjer:

$P(E \cup F) = P(E) + P(F) - P(E \cap F)$

$= 0.05 + 0.05 - 0.02$

$P(E \cup F) = \underline{\underline{0.08 = P(R)}}$ P(E og/eller F)

b) $P(V) = 0.07$ gitt at verken E eller F sujer
$P(V) = 0.50$ gitt at minst én av E eller F sujer

$P(V \mid R) = 0.50$ Bayes' regel: betinget V sujer
$P(V \mid R^c) = 0.07$

$$P(V) = P(V \mid R) \cdot P(R) + P(V \mid R^c) \cdot P(R^c)$$
$$= (0.50 \cdot 0.08) + (0.07 \cdot 0.92)$$
$$= \underline{\underline{0.1044}} \text{ (betinget sannsynlighet)}$$

$$P(V \mid R) = \frac{P(V \cap R)}{P(R)}$$

Løser for $P(V \cap R) = 0.04$

Bruker $P(V \cup R) = P(R) + P(V) - P(V \cap R)$
$= (0.1044 + 0.08 - 0.04$
$= \underline{\underline{0.144}}$

oppgave 4)

Mann = M
Kvinne = K
Fargeblind = F

$P(M) = 1/3$
$P(K) = 2/3$
$P(F \mid M) = 0.05$
$P(F \mid K) = 0.0025$

Bayes' regel: betinget fargeblind

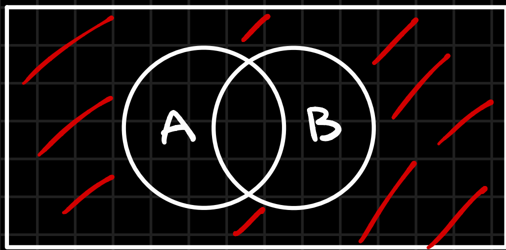
Vil finne $P(M \mid F)$ mann gitt at vedkommende er fargeblind

$$P(M \mid F) = \frac{P(M \cap F)}{P(F)} = \frac{P(F \mid M) \cdot P(M)}{P(F \mid M) \cdot P(M) + P(F \mid K) \cdot P(K)}$$

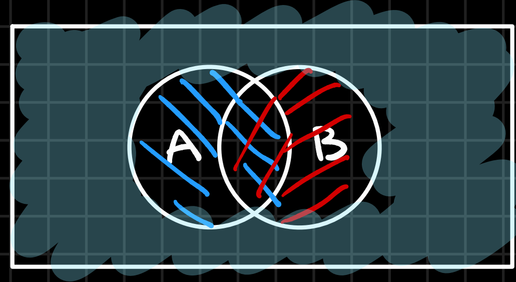
$$= \frac{0.05 \cdot \frac{1}{3}}{(0.05 \cdot \frac{1}{3}) + (0.0025 \cdot \frac{2}{3})}$$

$$P(M \mid F) = \underline{\underline{\frac{10}{11}}}$$

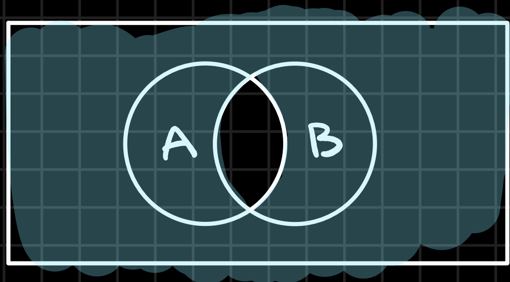
Oppgave 5)

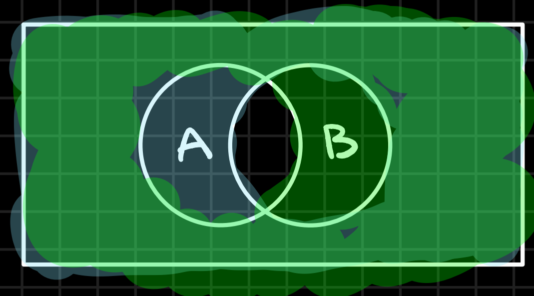


=

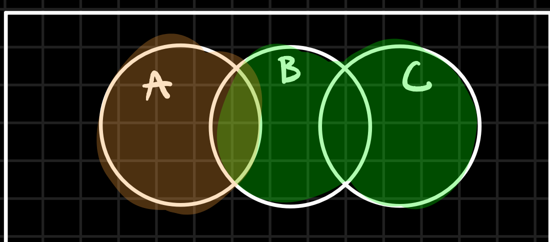


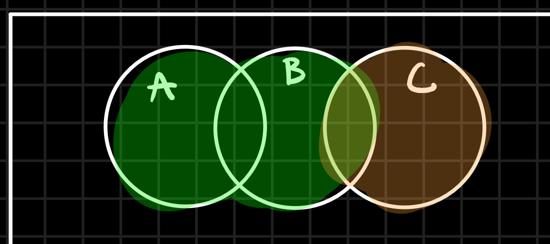
Rødt = $(A \cup B)'$ = $A' \cap B'$



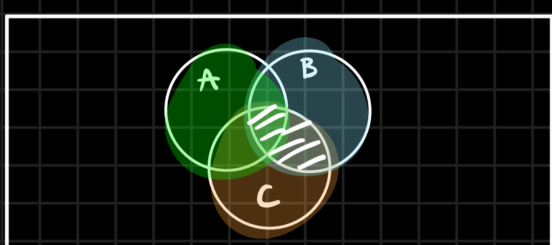


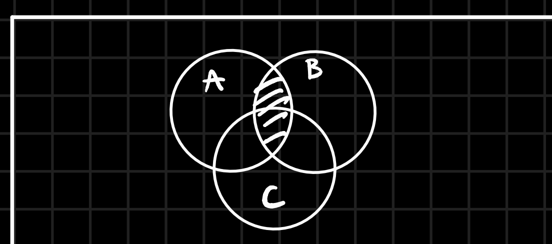
Blått = $(A \cap B)'$ = Blått: B', Grønt: A' } union av disse



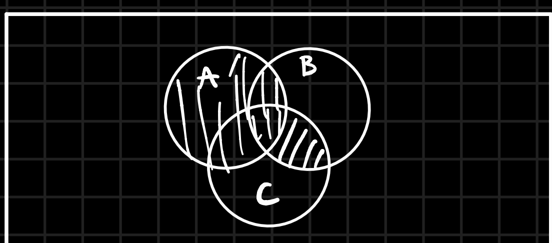


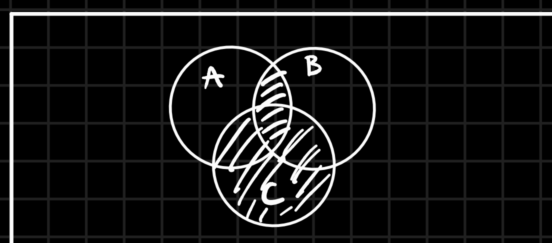
gule området: $A \cup (B \cup C)$ = gule området: $(A \cup B) \cup C$



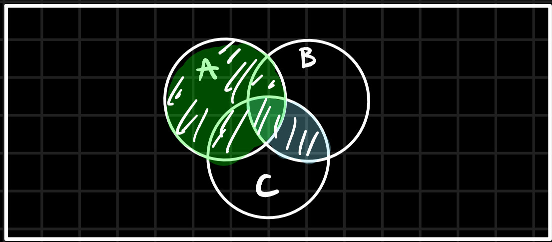


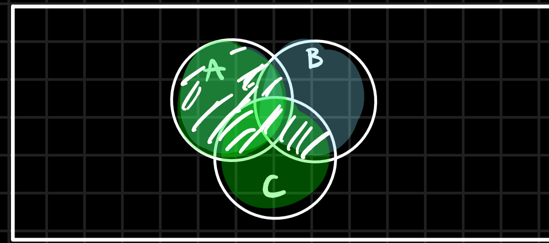
$A \cap (B \cap C)$ = skravert = $(A \cap B) \cap C$ = skravert



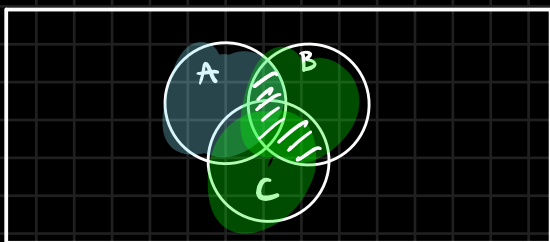


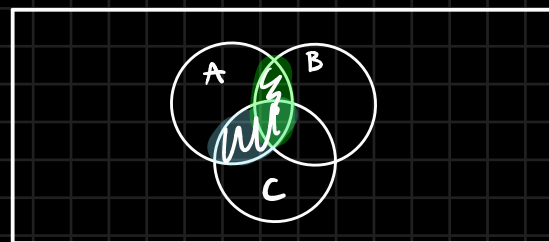
$A \cup (B \cap C)$ = skravert = $(A \cap B) \cup C$ = skravert





$A \cup (B \cap C)$ skravert $=$ $(A \cup B) \cap (A \cup C)$ skravert





$A \cap (B \cup C)$ skravert $=$ $(A \cap B) \cup (A \cap C)$ skravert

Oppgave 6)

a) $P(\text{syk}) = P(D) = 0.003$

$P(\text{positiv test gitt syk}) = 0.99 = P(A \mid D)$

$P(\text{positiv test gitt frisk}) = 0.005 = P(A \mid D^c)$

Mengden voksne nordmenn med sykdommen:

$0.003 \cdot 100 = 0.3\%$ av de 3 millionene, som er $\underline{\underline{9000}}$ personer.

Av de 9000 personene, blir $\underbrace{1 - 0.99 = 0.1}_{P(A^c \mid D)} \cdot 9000 =$ $\underline{90}$ personer ikke avslørt.

b) $P(D^c \mid A)$ frisk, gitt positiv test:

$$P(D^c \mid A) = \frac{P(A \mid D^c)\, P(D^c)}{P(A \mid D^c) \cdot P(D^c) + P(A \mid D) \cdot P(D)} = \frac{0.005 \cdot (1 - 0.003)}{(0.005 \cdot (1 - 0.003)) + (0.99 \cdot 0.003)}$$

nevner er lik $P(A)$

$$= \underline{\underline{0.6266}}$$

$$P(D \mid A^c) = \frac{P(A^c \mid D) \cdot P(D)}{(\underbrace{1 - \text{nevner i forrige oppgave}}_{= P(A^c)})} = \frac{0.01 \cdot 0.003}{1 - 0.00795} = \underline{\underline{3.02 \cdot 10^{-5}}}$$

Kommentar til svarene: det er ikke en særlig nøyaktig test, siden sjansen for å teste positivt selv om man ikke er syk er over 60%.