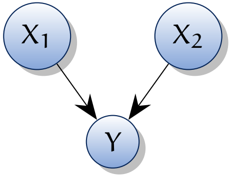
Estimación numérica

Verónica E. Arriola-Rios

Inteligencia Artificial

17 de junio de 2020

Temas



Estimación numérica

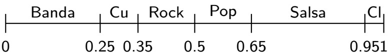
- Se utiliza cuando realizar la inferencia exacta no es viable debido al tamaño de los factores obtenidos durante los cálculos.
- La técnica se basa en:
  1. Utilizar la red de Bayes para generar experimentos aleatorios simulados.
  2. Utilizar la definición frecuentista de probabilidad, para estimar, a partir de los experimentos simulados, la probabilidad buscada.

Generación de una muestra

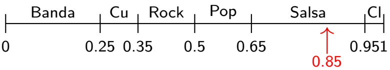
1. A partir de una distribución a priori (nodos sin padre).

Género	P(Género)
Banda	0.25
Cumbia	0.1
Rock	0.15
Pop	0.15
Salsa	0.3
Clásica	0.05

- Se genera una recta imaginaria $[0, 1]$, donde cada segmento corresponde a la probabilidad de un valor.



- Se genera un número a partir de un generador de números aleatorios.



- Se le asigna a la variable el valor del segmento donde cayó el número aleatorio: $Género = Salsa$.

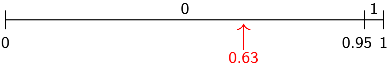
2. A partir de una distribución condicional.

Gusta	Gira	Publicidad	Muchas ventas	$P(Muchasventas \mid Gusta, Gira, Pub)$
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0.95
0	0	1	1	0.05
		...		...
1	1	1	1	1

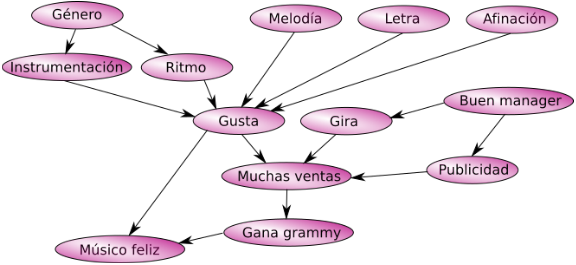
- Se requieren los valores asignados a sus variables padre.

$$Gusta = 0, Gira = 0, Publicidad = 1$$

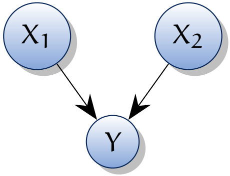
- Se utilizan los renglones de la distribución de probabilidad con la evidencia dada $P(Muchas\ ventas \mid Gusta = 0, Gira = 0, Publicidad = 1)$ para crear la recta imaginaria.
- Se genera un número aleatorio y el valor de la variable hija en la muestra queda dado por el segmento donde cayó el número aleatorio: $Muchas\ ventas = 0$.



3. Para generar una muestra con todas las variables de nuestro interés se muestrea cada variable de padres hacia hijos.
   - Se puede utilizar el cálculo de flujo de probabilidad para reducir el número de nodos involucrados en el muestreo.



Temas



Muestreo directo

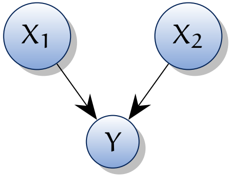
- Se generan n muestras con las variables relevantes.
- Para las distribuciones conjuntas, se divide el número de muestras con los valores asignados, entre el número de muestras totales.

$$P \sim \frac{N(muchas\ ventas = 1, gira = 1)}{n} \tag{1}$$

- Para las distribuciones condicionales, se tiran a la basura todas las muestras en las que no se cumple la evidencia. Luego se divide:

$$P \sim \frac{N(muchas\ ventas = 1, gira = 1, gusta = 1)}{N(gira = 1, gusta = 1)} \tag{2}$$

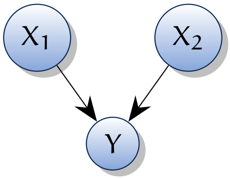
Temas



Verosimilitud ponderada

- Sólo genera muestras útiles → las muestras quedarán sesgadas.
  $$¿P(Letra = Chusca|Muchas\ ventas = 1)?$$
  ¿Qué tan común es que una canción se venda mucho?
- Compensa las muestras con evidencia poco probable pesando w su contribución al resultado final. Se inicia con $w = 1$.
- Al sacar una muestra, para cada variable:
  - Si es variable evidencia:
    - Se le asigna el valor de interés $v = evidencia$.
    - Se ajusta el peso de la muestra $w = wP(v = evidencia|padres(v))$
  - Si es otra variable, se muestrea como antes.
- La estimación final es la división de la suma pesada de las muestras.
  $$P \sim \frac{\sum_i w_i(Letra = Chusca, Muchas\ ventas = 1)}{\sum_i^n w_i}$$

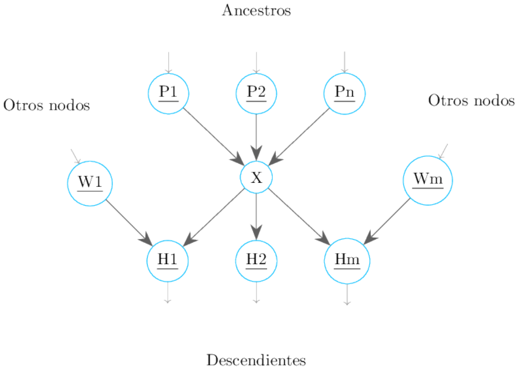
Temas



Manto de Márkov

Para que una variable quede aislada del resto de la red, se deben observar:

- Sus padres.
- Sus hijos.
- Los padres de sus hijos. Éstos porque, al observar a los hijos, se activó el flujo hacia ellos.



Principios

- Una vez conocidos los valores de las variables en el manto de Márkov, es posible muestrear a la variable central a partir de:

$$P(V|\text{Manto de Márkov}(V)) \tag{3}$$

- Es posible precalcular esta distribución utilizando, para cada posible combinación de valores de las variables en el manto:

$$\begin{aligned} P(V|\text{manto de Márkov}(V)) &= \frac{P(V, \text{manto})}{P(\text{manto})} = \alpha P(V, \text{manto}) \\ &= \alpha' P(V|\text{padres}(V)) \prod_{h \in \text{Hijos}(V)} P(h|\text{padres}(h)) \end{aligned}$$

Cuando la red de Bayes es grande, estos factores serán más pequeños que los que aparecerían en una inferencia exacta.

Equilibrio estacionario

- El muestreo inicia con una asignación aleatoria a todas las variables relevantes. Las variables evidencia quedan fijas.
- En cada iteración se modifica el valor de una variable, muestreándolo a partir del valor actual de su manto de Márkov.
- Se repite para todas las variables hasta que se alcance el equilibrio estacionario.
- El *equilibrio estacionario* se da cuando la probabilidad de obtener un valor en cada variable ya no se modifica.
- A partir de ese punto se empieza a recolectar estadísticas.
- **Ojo:** no hay forma de predecir en qué momento se alcanzará el equilibrio.

Referencias I

Russell, Stuart y Peter Norving (2010). *Artificial Intelligence, A Modern Approach*. Ed. por Michael Hirsch. 2a. Pearson Prentice Hall.