

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA

SEMINAR

Stereo kalibracija kamera s ribljim okom

Josip Milić

Voditelj: *Izv. prof. dr. sc. Siniša Šegvić*

Zagreb, lipanj, 2016.

Sadržaj

1. Uvod	1
2. Model stvaranja slike u kamerama s ribljim okom i pregled metoda za kalibraciju	2
2.1. Perspektivni model stvaranja slike	2
2.2. Radijalno simetrični model stvaranja slike	4
2.3. Kalibracija kamere s ribljim okom	6
2.3.1. Kalibracija kamera s ribljim okom pomoću uzorka	6
2.3.2. Auto-kalibracija kamera s ribljim okom	7
2.3.3. Funkcije izobličenja kamere s ribljim okom	8
3. Model stvaranja slike pomoću uparenih kamera s ribljim okom i stereo kalibracija	10
3.1. Vanjska i relativna orientacija	10
3.2. Epipolarna rektifikacija stereo sustava kamera s ribljim okom	11
3.2.1. Epipolarni ekvidistantni rektifikacijski model	15
3.2.2. Epipolarna stereografska rektifikacija	15
4. Stereo kalibracija kamera s ribljim okom i primjer implementacije	17
4.1. Primjer implementacije rektifikacije i stereo kalibracije	18
5. Zaključak	20
6. Literatura	21
7. Sažetak	22

1. Uvod

Percepcija struktura na temelju njihovih projekcija je trivijalna za ljudе no ni nakon nekoliko desetljećа istraživanja u području spoznajne psihologije još nije potpuno jasno kako se ona ostvaruje. Zato ne iznenadjuјe činjenica da je njenо računalno ostvarenje vrlo složen problem. Računalni vid (engl. *Computer vision, Machine Vision*) je područje računarske znanosti koјe se bavi tim problemom i razvija teorijske i algoritamske temelje pomoću kojih se korisna informacija može automatski izlučiti i analizirati i to iz pojedine slike, skupa slika ili iz slijeda slika uporabom računala opće namjene ili specijaliziranog računala. [6]

Razvoj računalnog vida je započeo još u 60-im godinama prošlog stoljećа, a popularizirao se početkom 2000-ih zahvaljujući, među ostalim razlozima, napretkom računalnih performansa, uređaja za digitalno snimanje i općenito računarske znanosti. Istraživači računalnog vida su razvijali i razvijaju matematičke postupke za prepoznavanje trodimenzionalnih struktura i prikaza objekata u slici. Danas zato imamo pouzdane postupke pomoću kojih se obavlja koristan automatiziran posao u djelatnostima koje nisu direktno vezane za računarsku znanost poput medicinske dijagnostike, očuvanje prometne sigurnosti i kontrole, strojne obrade i brojne druge. [8]

U posljednje vrijeme vrlo je snažan interes javnosti prema razvoju autonomnih vozila u kojima se postupci računalnog vida intenzivno koriste u kontekstu sigurnosti primjerice u situacijama u kojima se lidar¹ ne nalazi. U takvim slučajevima postupci računalnog vida se koriste za navigaciju i nadziranje, i poželjno je imati što veće vidno polje. To se može ostvariti zrcalima i rotirajućim ili pokretnim kamerama, a najčešće se u praksi koriste kamere s riblјim okom koje ne zahtijevaju dodatnu opremu. Uporavnjem takvih kamera izrađuje se stereo sustav koji ima mogućnost izlučivanja 3-D informacija iz vidnog polja velike širine. One su korisne za detekciju zapreka u navigaciji ili za rekonstrukciju objekata u svrhu nadziranja. [1]

Pomoću kamere s infinitezimalnim (točkastim) otvorom (engl. *pin-hole camera*) se može dobro aproksimirati geometrija klasičnih kamera no ne i kamera s riblјim okom. Također, stereo rekonstrukcija takvih kamera se značajno razlikuje od rekonstrukcije s uobičajenim kamerama i manje spominje u literaturi. Cilj ovog seminara je objasniti model kamere s riblјim okom, model njezine stereo verzije i konačno potrebne postupke za ostvarenje stereo rekonstrukcije pomoću kamera s riblјim okom.

¹Lidar (spoј engleskih riječi svjetlost i radar, engl. *light* i *radar*) je tehnologija za mjerjenje udaljenosti pomoću obasjavanja ciljne točke laserskom svjetlošću.

2. Model stvaranja slike u kamerama s ribljim okom i pregled metoda za kalibraciju

Ultra širokokutnim objektivom smatraju se svi objektivi koji sadrže sustav leća žarišne duljine značajno manje od uobičajene čime se postiže široko vidno polje (obično se sve oko i iznad 180° smatra ultra širokim). Takvi objektivi se nazivaju "ribljim okom" (engl. *fisheye² lens*) prvenstveno zbog svojeg specifičnog ispuštenog izgleda koje podsjeća na riblje oko (Slika 1 (a)). Najveći nedostatak takvih objektiva je prepoznatljivo vrlo jako radijalno izobličenje (Slika 1 (b)). Razumijevanjem uzroka izobličenja odnosno modela stvaranja slike u kamerama s ribljim okom moguće je navedeno izobličenje ispraviti.



(a) Riblje oko



(b) Slika nastala pomoću kamere s ribljem okom

Slika 1: Primjer ribljeg oka (izvor: [4]) i slike nastale ribljim okom (izvor: [3])

2.1. Perspektivni model stvaranja slike

Tipična perspektivna kamera može preslikavati točke u uskom polju vidnog polja ispred ravnine slike kamere. Neka je θ kut između glavne (engl. *principal axis*) osi i upadajuće zrake (Slika 2). Tada se perspektivna projekcija kamere s infinitezimalnim (točkastim) otvorom (engl. *pin-hole camera*) može opisati na sljedeći način:

$$r = f \tan(\theta) \quad (1)$$

O je ishodište koordinatnog sustava slike (engl. *principal point*) koja je sjecište glavne osi i ravnine slike. f je žarišna duljina (engl. *focal length*), a r je udaljenost između točke slike i ishodišta k.s. slike. Standardni perspektivni model kamere preslikava sve točke scene M u jednu točku C koja se naziva optičkim centrom kamere.

²Sam termin *fisheye* je osmislio početkom 20. st. američki fizičar Robert W. Wood koji se bavio modeliranjem pretpostavke kako ribe vide pod vodom.

Pravac koji spaja optički centar i točku scene presijeca ravninu slike u 2D točci m koja predstavlja koordinatu slike nastalu preslikavanjem točke M .

Neka je $P \in \mathbb{R}^{3 \times 4}$ matrica projekcije, $M \in \mathbb{R}^4$ homogena točka scene, $m \in \mathbb{R}^3$ homogena točka slike i α skalar. Tada vrijedi sljedeće:

$$\alpha m = PM \quad (2)$$

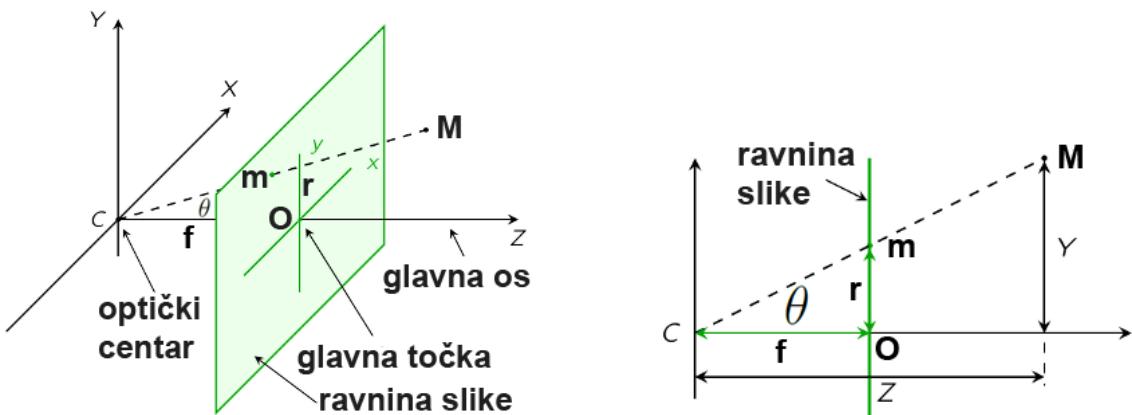
Perspektivni model kamere dekomponira projekcijsku matricu u umnožak matrica kamere, rotacije i translacije. Matrica kamere predstavlja intrinsične parametre K . Matrica rotacija R i matrica translacije t (translacija) predstavljaju ekstrinsične parametre kamere. Koristeći navedene matrice i homogene koordinate jednadžba (2) se može prikazati na sljedeći način:

$$\alpha m = K[Rt]M \quad (3)$$

Matrica kamere je matrica dimenzija 3×3 koja sadrži žarišne duljine duž x -osi i y -osi slike (f_x, f_y), iskrivljenost (engl. *skew*) γ između dvije osi slike i ishodišta k.s. slike (u_0, v_0):

$$K = \begin{bmatrix} f_x & x_\gamma & u_0 \\ 0 & f_y & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

U ovom modelu možemo predstavljati samo scenu ispred kamere gdje su rubovi ravnine slike granice scene. To ograničava širinu vidnog polja perspektivne kamere³ na oko 60° .[3]



Slika 2: Perspektivni model kamere (izvor: [9])

³Perspektivna kamera sadrži svojstvo perspektive (engl. *perspective*) - projekcija na slici objekta koji se nalazi daleko od kamere je manja od projekcije objekta koji se nalazi blizu kamere, objekt se čini manjim od bližeg objekta.

2.2. Radijalno simetrični model stvaranja slike

Perspektivni model stvaranja slike ne odgovara za kamere s ribljim okom. Postoje različite vrste kamera s ribljim okom i mogu se se aproksimirati pomoću različitih projekcijskih modela. Neka je r radijalna udaljenost piksela od ishodišta k.s. slike, θ kut između upadajuće zrake i optičke osi (Slika 4). Tada vrijede sljedeći modeli:

$$r = f \tan(\theta) \quad (5)$$

$$r = 2f \tan(\theta/2) \quad (6)$$

$$r = f\theta \quad (7)$$

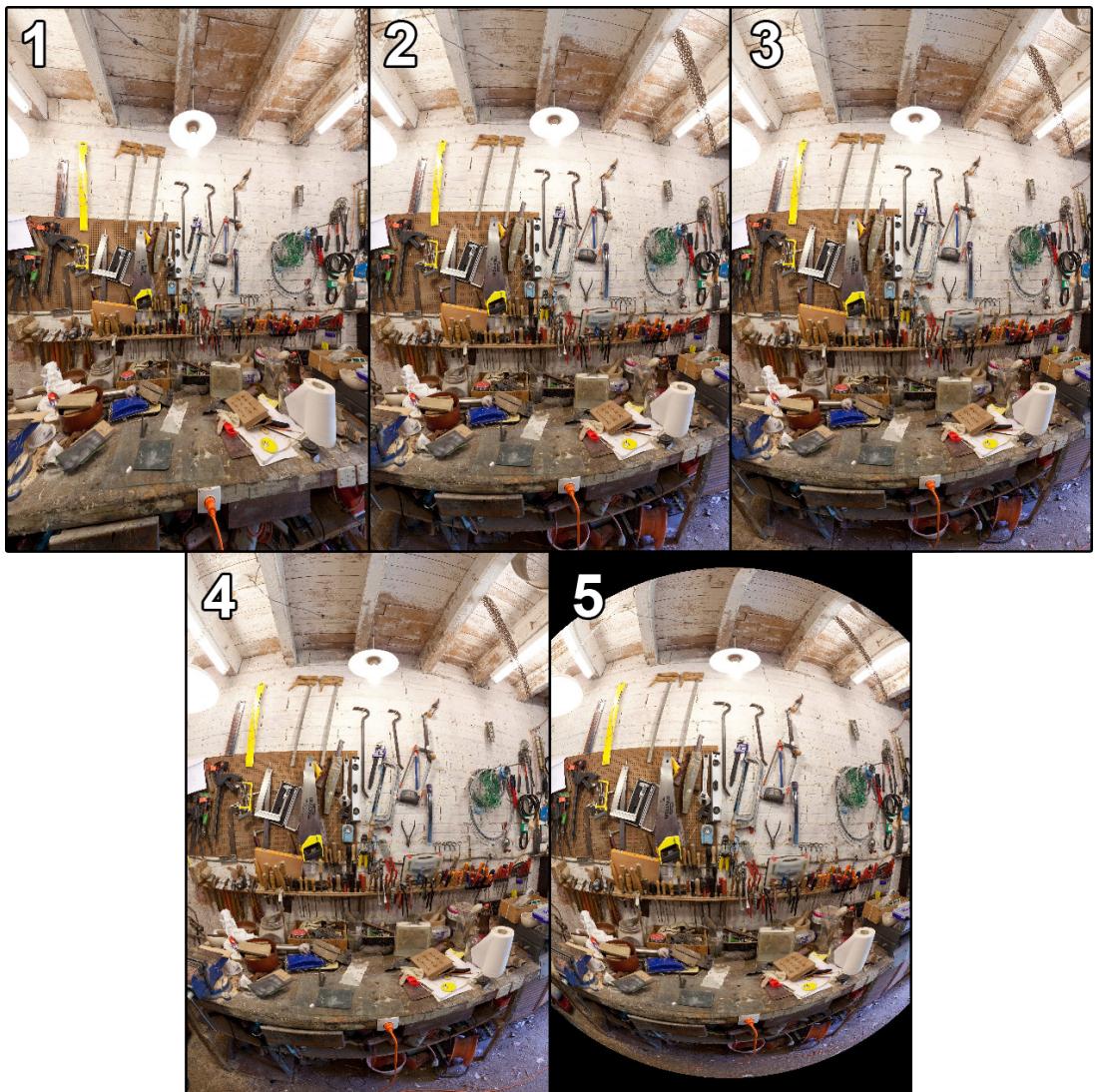
$$r = 2f * \sin(\theta/2) \quad (8)$$

$$r = f \sin(\theta) \quad (9)$$

Jednadžbe predstavljaju stereografsku projekciju (6), ekvidistantnu projekciju (7), ekvisolidnu projekciju (8) i ortografsku projekciju (9). Za usporedbu je stavljena jednadžba perspektivne projekcije (5). Primjeri projekcija se mogu vidjeti na Slici (3).

Općeniti model kamere s ribljim okom prikazan je slikom 4. 3D točka prostora $M = [X, Y, Z]$ se preslikava u točku $m = [x, y]$. Također je prikazana točka m' koja prikazuje preslikavanje za perspektivni model. Slično kao i za perspektivne kamere, θ je kut zrake iz točke M prema centru C s glavnom osi. O je ishodište koordinatnog sustava slike ili centar ravnine slike. Udaljenost između ishodišta k.s. slike O i točke slike m je radijus r . Za radijalne modele vrijedi da je radijus r funkcija kuta θ .

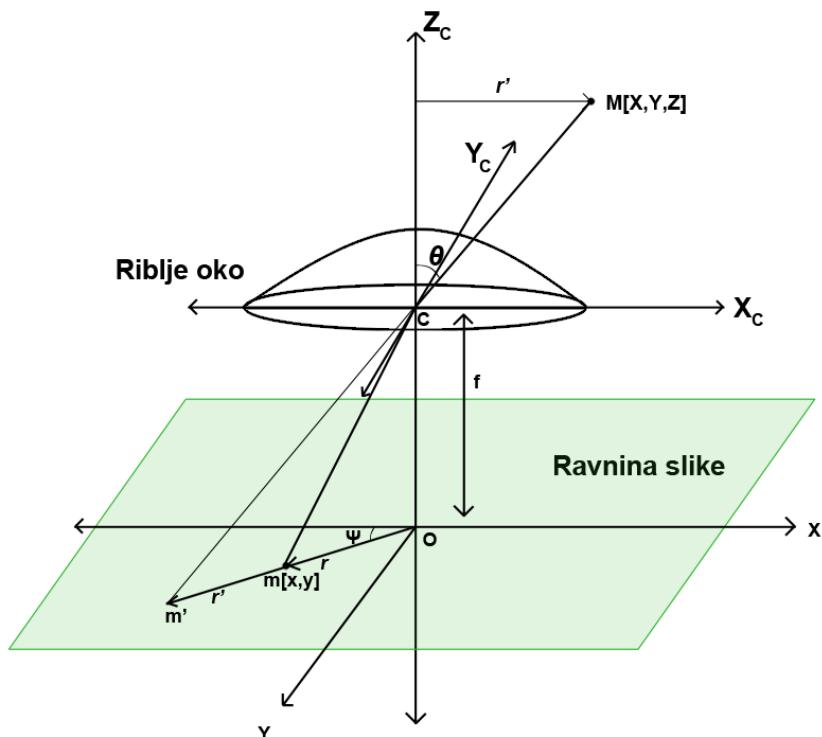
Time je definiran radijalno simetričan model stvaranja slike no u stvarnosti zbog nesavršene preciznosti izrade leća, a zbog toga i nesavršenosti samih leća, postoje odstupanja od tog modela. Zato je potrebno, osim uzeti u obzir idealni model, obaviti i postupak modeliranja projekcijskog modela za svaku kameru posebno. Taj postupak se naziva kalibracija kamere.



Slika 3: Primjeri projekcija (izvor: [5]): 1 - perspektivna , 2 - stereografska, 3 - ekvidistantna, 4 - ekvisolidna i 5 - ortografska projekcija

2.3. Kalibracija kamere s ribljim okom

Postoje različiti načini kalibracije kamera s ribljim okom. Oni se mogu općenito razvrstati u dvije kategorije: kalibracija pomoću uzorka (engl. *marker-based calibration*) i auto-kalibracija.



Slika 4: Model stvaranja slike pomoću kamere s ribljim okom (izvor: [3])

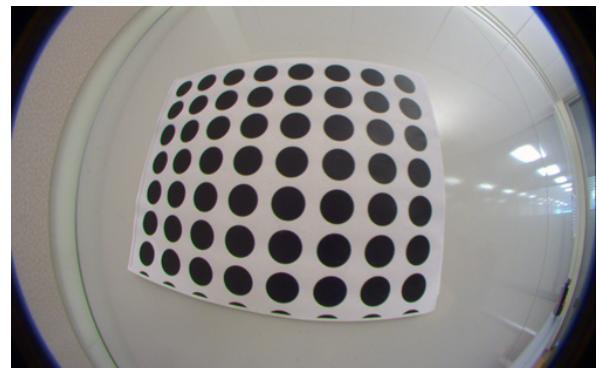
2.3.1. Kalibracija kamera s ribljim okom pomoću uzorka

Ove metode koriste kalibracijski uzorak i oznake (engl. *markers*) pomoću kojih dobivaju veze između točaka 3D prostora i njihovih projekcija na 2D ravnini slike kamere. Potrebno je koristiti manji broj slika poznatog objekta ili uzorka dobivenih pomoću kamere koja se kalibrira. Poznavajući navedene veze moguće je izračunati funkciju izobličenja (engl. *distortion function*) i druge parametre kamere s ribljim okom.

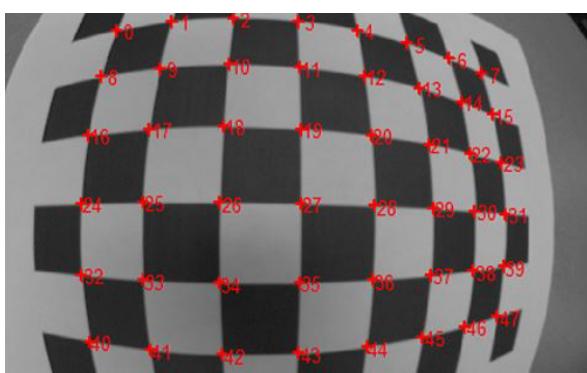
Sama kategorija metoda kalibracije pomoću uzorka se može podijeliti na podkategorije ovisno o vrsti korištenog uzorka: kalibracija pomoću 2D uzorka i 3D uzorka. Dvodimenzionalni uzorak koristi 2D planarni uzorak poznate geometrije (poznate su pozicije kontrolnih (specifičnih) točaka i udaljenosti između njih). Najčešće korišteni planarni uzorci su polje ispunjenih kvadrata u obliku šahovnice (Slika 5 a), gdje su kontrolne točke vrhovi kvadrata (Slika 5 c), i polje krugova (Slika 5 b), gdje su kontrolne točke težišta krugova (Slika 5 d).



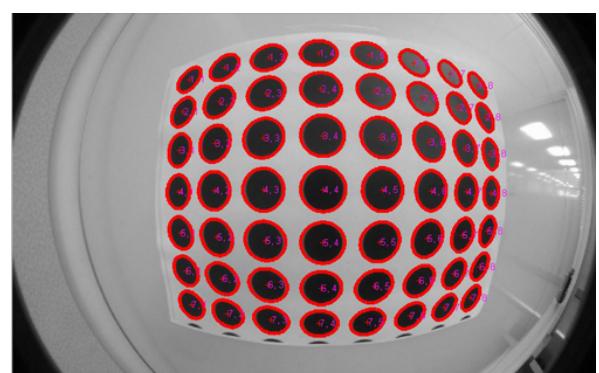
(a) Polje ispunjenih kvadrata



(b) Polje krugova



(c) Označeni vrhovi kvadrata



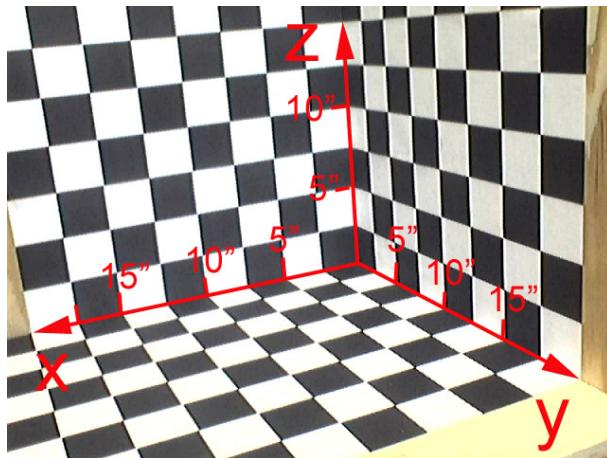
(d) Označeni rubovi i težišta krugova

Slika 5: Primjeri kalibracijskih uzoraka i njihove oznake (slike s prisutnim izobličenjem) (izvor: [3])

Nakon što je slika uzorka dobivena i kontrolne točke se odrede, izobličenje se modelira na temelju veza između pozicija kontrolnih točaka u slici i poznatih 3D točaka u okolini. Ovo omogućuje estimaciju intrinskih parametara kamere. Slika 6 prikazuje 3D kalibracijski uzorak. Koristi se metoda diskretnе linearne transformacije (DLT) koja zahtijeva samo jednu sliku 3D uzorka. Kao i u planarnom uzorku kontrolne točke su kutovi kvadrata šahovnice na sve tri ravnine. Ovdje se može estimirati homografija između slike uzorka i originalnog kalibracijskog uzorka na temelju kontrolnih točaka. Rezultirajuća homografija se koristi za kalibraciju kamere i otkrivanje njezinih intrinskih parametara.

2.3.2. Auto-kalibracija kamera s ribljim okom

Metode auto-kalibracije se još nazivaju samo-kalibrirajuće metode jer se kalibracija vrši bez korištenja oznaka čiji je raspored poznat. Takve metode obično zahtijevaju više od jedne slike scene ili neke specifične detalje u strukturi same scene. Određene samo-kalibrirajuće metode koriste samo podudaranja točaka u više pogleda bez



Slika 6: 3D kalibracijski uzorak (izvor: [3])

potrebe za 3D lokacijama točaka ili pozicija kamere. Kod njih se funkcije izobličenja estimiraju zajedno s ekstrinsičnim parametrima pokreta kamere između slika. Većina tih metoda se temelji na činjenici da centralne kamere podliježu epipolarnoj geometriji. Postoje i samo-kalibrirajuće metode pravaca koje se temelje na detekciji pravaca u sceni. One detektiraju zaobljene linije na slici koje odgovaraju ravnim prvcima s poznatim međusobnim udaljenostima. Parametri izobličenja se mogu estimirati pronalaškom transformacije koja najbolje pretvara snimljene zaobljene linije u pravce. Glavni nedostatak takvih metoda je da se mogu dobiti samo intrinsični parametri kamere jer one ne mogu estimirati ekstrinsične parametre između dva pogleda kamere.

2.3.3. Funkcije izobličenja kamere s ribljim okom

U praksi se stvaranje slike pomoću kamere s ribljim okom ne podudara s idealnim projekcijskim modelom. Potrebne su dodatne funkcije koje modeliraju već opisano izobličenje. Model radijalnog izobličenja za planarne kamere koristi sljedeće jednadžbe:

$$D_x = x_d(k_1r^2 + k_2r^4 + \dots) \quad (10)$$

$$D_y = y_d(k_1r^2 + k_2r^4 + \dots) \quad (11)$$

$$r = \sqrt{x_d^2 + y_d^2} \quad (12)$$

(x_d, y_d) su koordinate izobličenje slike, r je radijalna udaljenost između centra i piksela izobličene slike i (D_x, D_y) su izobličenja (engl *distortions*) u smjeru X i Y-osi. U nekim postupcima se koristi samo jedan koeficijent k_1 u jednadžbama 10 i 11, ali time se mogu modelirati samo manja izobličenja za planarne kamere, ali ne i za kamere s ribljim okom zbog velikog radijalnog pomaka.

Postoje funkcije izobličenja razvijene posebno za kamere s ribljim okom:

- **Polinomni model ribljeg oka**

$$\theta = \sum_{i=1}^{\infty} k_n r^n = k_1 r + k_2 r^2 + \dots \quad (13)$$

r je radijalna udaljenost od ishodišta k.s. slike (centra slike) i θ je kut između upadajuće zrake i optičke osi (Slika 4). Za simuliranje izobličenja leća ribljeg oka smatra se adekvatnim korištenje četvrtog reda modela.

- **Model vidnog polja FOV (engl. *Field Of View model*)**

$$r_d = \frac{1}{\omega} \tan^{-1}(2r_u \tan(\frac{\omega}{2})) \quad (14)$$

ω je vidno polje kamere u radijanima, r_d je radijalna udaljenost od glave točke u izobličenoj slici i r_u je radijalna udaljenost od ishodišta k.s. slike u planarnoj slici. FOV model se temelji na jednostavnom optičkom modelu kamere s ribljim okom.

- **Transformacija ribljeg oka (engl *fisheye transform*)**

$$r_d = s * \ln(1 + \lambda r_u) \quad (15)$$

s je skalar, a λ kontrolira količinu izobličenja.

- **Model diobe (engl *division model*)**

$$r_d = \frac{(l+1) \sin \theta}{l + \cos \theta} \quad (16)$$

θ je kut između upadajuće zrake i optičke osi kamere (Slika 4), a l parametar izobličenja.

3. Model stvaranja slike pomoću uparenih kamera s ribljim okom i stereo kalibracija

Ostvarenje računalnogvida pomoću uparenih kamera (stereo sustava kamera) zatičeva dva pripremna koraka:

- **Kalibracija stereo sustava** koja uključuje određivanje unutrašnje orijentacije i relativne orijentacije korištenih kamera
- **Rektifikacija para slika** dobivenih stereo sustavom kako bi se dobole epipolarne slike čime se pojednostavljuje povezivanje točaka slike

Prije geometrijske kalibracije stereo sustava kamera s ribljim okom potrebno je odrediti matematički model kojim se opisuje projekcija 3D točaka na 2D sliku. Jedan način je proširiti perspektivni model *pinhole* kamere s dodatnim uvjetima kako bi se obuhvatio efekt ribljenog oka na ravnini slike. Ovakav model je limitiran kutom vidnog polja koji je značajno ispod 180° . Osim toga, postoji mogućnost numeričke nestabilnosti prilikom kalibracije zbog nehomogene pokrivenosti virtualne ravnine slike. Zbog navedenog je bolje koristiti specijalni model ribljenog oka[1] koji se sastoji od dva koraka: idealno preslikavanje sfere slike u ravninu slike i subsekventna korekcija (engl. *subsequent correction*).

3.1. Vanjska i relativna orijentacija

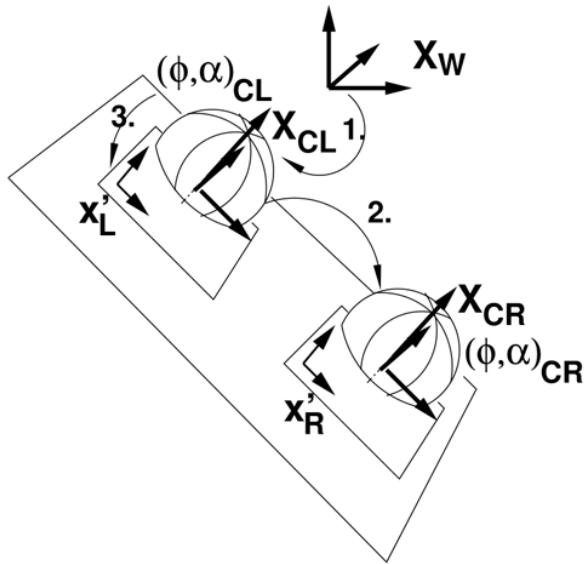
Prvi korak modeliranja ribljenog oka je određivanje mapiranja sfere pogleda u ravninu slike. Projekcija ribljenog oka s vidnim poljem većim od 180° zahtjeva nelinearne transformacije zajedno s projekcijskom geometrijom. Kao i u slučaju modela jedne kamere projekcija 3D-točke scene (svijeta, engl. *world*) s koordinatama $\mathbf{X}_W = (X_W, Y_W, Z_W)^T$ u točku slike $x'_j = (x'_j, y'_j)$ se modelira kao niz transformacija koordinata koje sadrže ekstrinsične i intrinsične parametre kamere.

Vanjska orijentacija (engl. *exterior orientation*) stereo sustava kamera opisuje transformaciju koordinata 3D točke scene \mathbf{X}_W u koordinate kamere \mathbf{X}_{CL} lijeve kamere koristeći matricu rotacije $\mathbf{R}_{W,CL}$ i translacijski vektor $\mathbf{t}_{W,CL}$ kao ekstrinsične parametre.

$$\mathbf{X}_{CL} = \mathbf{R}_{W,CL}(\mathbf{X}_W - \mathbf{t}_{W,CL}) \quad (17)$$

Relativna orijentacija opisuje transformaciju koordinata iz koordinatnog sustava lijeve kamere u k.o. desne kamere koristeći matricu rotacije $R_{CL,CR}$ i translacijski vektor $t_{CL,CR}$.

$$\mathbf{X}_{CR} = R_{CL,CR}(\mathbf{X}_{CL} - t_{CL,CR}) \quad (18)$$



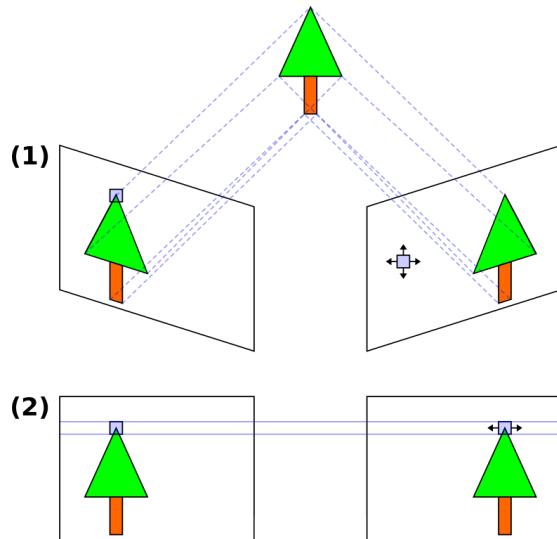
Slika 7: Koordinatni sustav i transformacije za stereo model kamera s ribljim okom (izvor: [1])

3.2. Epipolarna rektifikacija stereo sustava kamera s ribljim okom

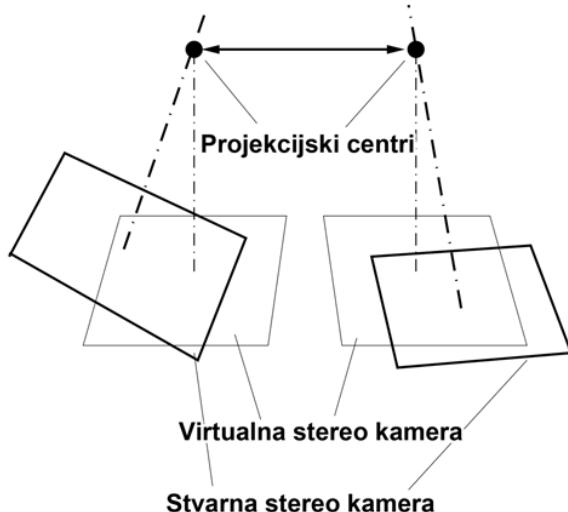
Epipolarna rektifikacija slika je geometrijska transformacija para slika u par slika s posebnim svojstvom: svaka točka scene \mathbf{X}_i je projicirana u obje slike u istom retku ($y'_{L_i} = y'_{R_i}$). Time se pretraga za drugom točkom iz para točaka svodi na 1-D pretragu po retku slika.

Proces rektifikacije slika se može opisati kao reprojekcija 3D svijeta u virtualnu stereo kameru (engl. *virtual stereo camera*). Virtualna kamera ima idealna svojstva: paralelne optičke osi, identične unutrašnje orijentacije (intrinsične parametre) i izostanak izobličenja. Projekcijski centri stvarne i virtualne stereo kamere se nalaze na istoj lokaciji (Slika 9).

Koncept virtualne kamere ima svoje prednosti i nedostatke. Rektificirane slike su nezavisne od stvarne projekcije, virtualna kamera se može dizajnirati za paralelne epipolarne linije, računalni proces obrade slike ne mora poznavati svojstva stvarne kamere i može se dobro prilagoditi projekcijskom modelu virtualne kamere. U prethodnom po-



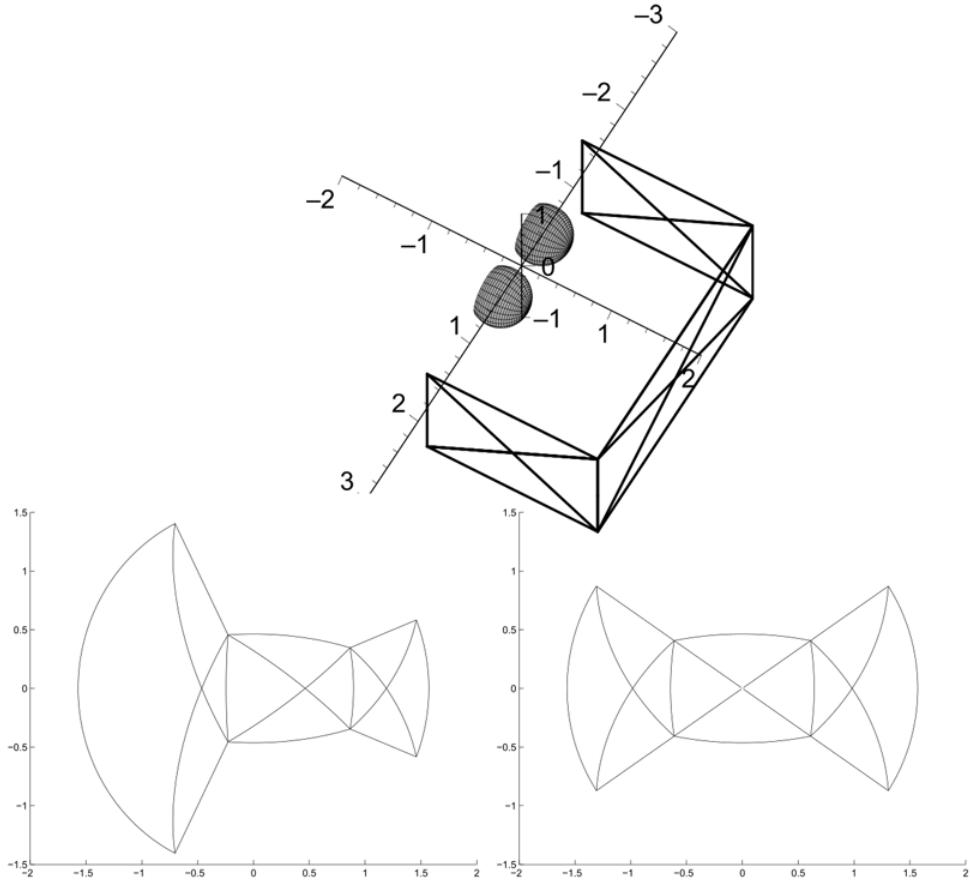
Slika 8: Koncept rektifikacije stereo slika: prije (1) i poslije (2) rektifikacije (izvor: [10])



Slika 9: Stvarna i virtualna stereo kamera (izvor: [1])

glavlju su opisani modeli nelinearne projekcije ribljeg oka na ravninu slike no njihovim korištenjem se ne dobivaju epipolarne slike, epipolarne linije su krivulje. Zato se i komplicira pretraga odgovarajućih točaka u uparenim slikama što se može dobro vidjeti na jednostavnom primjeru u Slici 10.

Poznavajući osnovna svojstva epipolarne geometrije moguće je definirati shemu rektifikacije za kamere s ribljim okom. U stereo sustavu kamera s dva projekcijska centra sve epipolarne ravnine sijeku jednu drugu pod određenim kutom (Slika 11). Svaka ravnina je tako karakterizirana s nagibom (engl. *pitch angle*) β . Kako bi se dobile paralelne epipolarne linije svaki redak rektificiranih slika mora odgovarati epipolarnoj ravni. Razumijevanjem uzroka izobličenja odnosno modela stvaranja slike u kamerama



Slika 10: 3D objekt, par kamera koje ga snimaju (riblje oko je prikazano kao sfera) i projekcije koje stvaraju (izvor: [1])

s ribljim okom moguće je navedeno izobličenje ispraviti. Neka su $\beta = \arctan(Y_V/Z_V)$, $\psi = \arctan(X_V/\sqrt{Y_V^2 + Z_V^2})$. Tada vrijedi model rektifikacije koji se tvori pomoću projekcijskih funkcija:

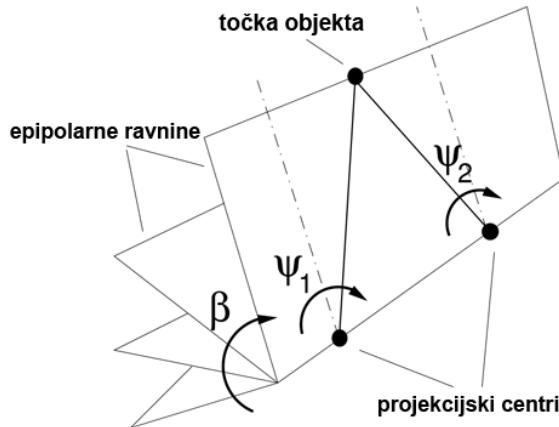
$$y^* = r_{y^*}(\beta) \quad (19)$$

$$x^* = r_{x^*}(\psi) \quad (20)$$

Projekcijskom funkcijom y^* (19) se dobiva projekcija epipolarnih ravnina na retke rektificiranih slika. Projekcijska funkcija x^* (20) definira projekciju unutar epipolarnih ravnina.

Model rektifikacije za virtualnu kameru, definiran pomoću (19) i (20), se zapisuje kao $x'_V = T_V(q_V)$ (V je znak virtualne kamere).[1]

Model T_V je nelinearna funkcija koja transformira koordinatu $q_V = (X_v, Y_v, Z_v)$ iz koordinatnog sustava kamere u k.s. slike virtualne kamere $x'_V = (x'_v, y'_v)$, vrijedi sljedeće:



Slika 11: Epipolarne ravnine (pod kutom β) i projekcije (pod kutom ψ unutar ravnina) (izvor: [1])

$$y'_V = c_{yV}r_{y^*}(\beta) + y_{HV} \quad (21)$$

$$x'_V = c_{xV}r_{x^*}(\psi) + x_{HV} \quad (22)$$

Funkcije r_{x^*} i r_{y^*} mogu biti različite. Primjerice, kombinacija $r_{x^*} = \tan[\psi]$ i $r_{y^*} = \beta$ daje cilindričnu rektifikaciju koja minimizira izobličenje[7].

Pomoću kalibracijskog modela stvarne kamere (Slika 13) i rektifikacijskog modela virtualne kamere (21 i 22) transformacija iz koordinata virtualne kamere u koordinate stvarne slike se zapisuje na sljedeći način:

$$\mathbf{x}' = \mathbf{T}(R_{C,V}\mathbf{T}_V^{-1}(\mathbf{x}'_V)) \quad (23)$$

Rotacijska matrica $R_{C,V}$ definira rotaciju između koordinatnih sustava stvarne i virtualne kamere. Ona ovisi o relativnoj orijentaciji stereo kamera.

Koncept virtualne kamere kombiniran s različitim projekcijskim funkcijama za proces rektifikacije omogućuje rektifikaciju slika s vidnim poljem većim od 180° u horizontalnom i vertikalnom smjeru. Rektifikacijski model se može odabratи prema potrebi. U nastavku su dva primjera:

- Epipolarni ekvidistantni rektifikacijski model
- Epipolarna stereografska rektifikacija

3.2.1. Epipolarni ekvidistantni rektifikacijski model

Na temelju geometrije epipolarnih ravnina (Slika 11) i ekvidistantnog projekcijskog modela transformacija koordinata kamere \mathbf{X}_C u koordinate slike x' se izvodi na sljedeći način. Neka su $\psi = \arctan(\frac{X}{\sqrt{Y^2+Z^2}})$ i $\beta = \arctan(\frac{Y}{Z})$. Tada vrijedi sljedeće:

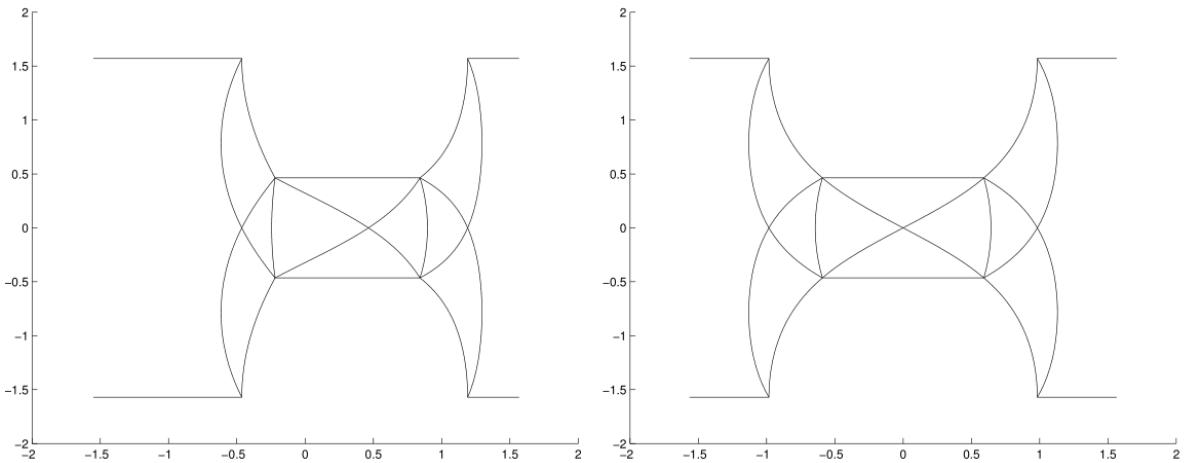
$$x' = c_x \psi + x'_H \quad (24)$$

$$y' = c_y \beta + y'_H \quad (25)$$

Koordinata y' ovisi samo o kutu β , a koordinata x' ovisi o lokaciji točke u epipolarnoj ravnini. Kutovi β i ψ su projicirani u ekvidistantnim koracima u sliku pa se vrijednosti y'_H i x'_H mogu praktički zanemariti. Neka su x^* i y^* normalizirane koordinate slike (20 i 19). Tada vrijedi inverzna transformacija iz koordinata slike x' u koordinate kamere \mathbf{X} :

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin x^* \\ \cos x^* \sin y^* \\ \cos x^* \cos y^* \end{pmatrix} \quad (26)$$

Slika 12 prikazuje rektifikaciju pomoću epipolarnog ekvidistantnog rektifikacijskog modela (engl. *epipolar-equidistant rectification model*).



Slika 12: Projekcija pomoću epipolarnog ekvidistantnog rektifikacijskog modela (istog objekta kao u Slici 10) (izvor: [1])

3.2.2. Epipolarna stereografska rektifikacija

Navedene transformacije (24, 25 i 29) zahtijevaju računanje trigonometrijskih funkcija. Za procesiranje u stvarnom vremenu to predstavlja problem zbog brzine izvođenja.

nja. U epipolarnoj stereografskoj rektifikaciji (engl. *epipolar stereographic rectification*) koristi se drugi set jednadžbi transformacija:

$$x' = c \frac{X}{\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} + \sqrt{Y^2 + Z^2}} + x'_H \quad (27)$$

$$y' = c \frac{Y}{\sqrt{Y^2 + Z^2} + Z} + y'_H \quad (28)$$

Iz normalizirane slike u koordinate kamere:

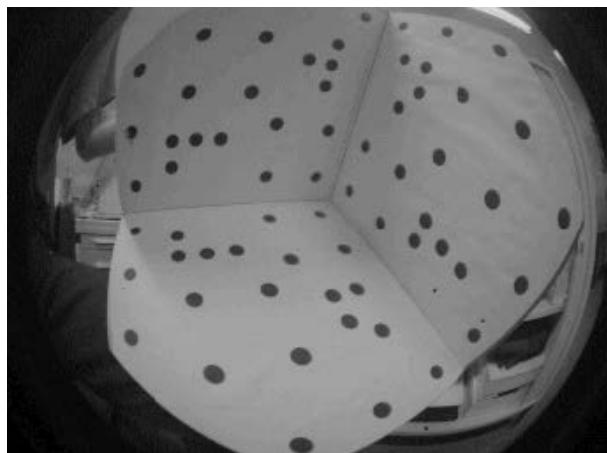
$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2x^*}{1+x^{*2}} \\ \frac{1-x^{*2}}{1+x^{*2}} \frac{2y^{*2}}{1+y^{*2}} \\ \frac{1-x^{*2}}{1+x^{*2}} \frac{1-y^{*2}}{1+y^{*2}} \end{pmatrix} \quad (29)$$

Koristeći jedan od navedenih modela rektifikacije omogućena je brza stereo pretraga odgovarajućih točaka na slikama. Pretraga se može ubrzati koristeći tablice s predizračunatim vrijednostima. Dostupno je vidno polje veće od 180° , izuzetak su polovi slika gdje nema stereo informacije.

4. Stereo kalibracija kamera s ribljim okom i primjer implementacije

Jedna od prednosti korištenja stereo sustava kamera je mogućnost samo-kalibracije (engl. *self-calibration, auto-calibration*). Samo-kalibracija je proces izračuna unutrašnjih parametara kamere pomoću slika neke nestrukturirane scene. Za razliku od 'klasične' kalibracije ona ne zahtijeva posebne kalibracijske uzorke. Glavna pretpostavka samo-kalibracije je da se slike projiciraju iz euklidskog prostora kroz *pinhole* model kamere s nelinearnim izobličenjem. Linearni *pinhole* parametri su žarišna duljina, omjer slike (engl. *aspect ratio*), iskrivljenost (engl. *skew*) i glavna 2D točka (engl. *2D principal point*). Koristeći niz kalibriranih ili nekalibriranih slika scena se može rekonstruirati sve do šest stupnjeva euklidske transformacije i izotropnog skaliranja.[2]

U [1] se koristila samo-kalibracija pomoću kalibracijskog uzorka (Slika 13) s tri ravnine (što nije nužno, ali pospješuje rezultate). Na ravninama su se nalazile iscrtane točke s približno poznatim međusobnim udaljenostima. Uzorak se snimao nekoliko puta sa stereo sustavom kamera s ribljim okom nakon čega su se pomoću programskog procesa izračunali parametri modela rektifikacije i estimirale koordinate 3D točaka. Točke su se grupirale u grupe od četiri točaka čime se omogućilo automatsko dekodiranje. Za svaku sliku su se aproksimirale vrijednosti vanjske i unutarnje orijentacije pomoću direktnе linearne transformacije (DLT, engl. *Direct Linear Transformation*) koja u sebi ima ugrađen ekvidistantan projekcijski model. U tom dijelu postupka kalibracije su korištene i otprije poznate približno poznate pozicije stvarnih 3D točaka.



Slika 13: Kalibracijski uzorak s tri ravnine (izvor: [1])

Nakon prikupljanja izračunatih vrijednosti $x'_{L_{ij}}$ i $x'_{R_{ij}}$ iz svih slika j za točke i , intrinsičnih parametara \hat{p}_{CL} i \hat{p}_{CR} lijeve i desne kamere, omjer stereo parametara $(\hat{R}, \hat{t})_{CL, CR}$, extrinzični parametri $(\hat{R}, \hat{t})_{W, CL_j}$ i koordinate točaka \hat{X}_{W_i} se estimiraju si-

multano pomoću nelinearnog iterativnog samo-kalibrirajućeg postupka. Preinake minimiziraju reprojekcijsku pogrešku Ω između projekcijskog modela i stvarnih mjerena:

$$\Omega = \sum_i \sum_j [\mathbf{x}'_{L_{ij}} - \mathbf{f}(\hat{\mathbf{p}}_{CL}, (\hat{\mathbf{R}}, \hat{\mathbf{t}})_{W, CL_j}, \hat{\mathbf{X}}_{W_i})]^2 + [\mathbf{x}'_{R_{ij}} - \mathbf{f}(\hat{\mathbf{p}}_{CR}, (\hat{\mathbf{R}}, \hat{\mathbf{t}})_{W, CL_j}, (\hat{\mathbf{R}}, \hat{\mathbf{t}})_{CL, CR}, \hat{\mathbf{X}}_{W_i})]^2 \quad (30)$$

Kako bi se dobio što bolji rezultat potrebno je odabratи projekcijski model za rible oko. U [1] su odabrali onaj koji najbolje odgovara podacima pomoću estimirane srednje reprojekcijske pogreške $\hat{\sigma}_{x'} = \sqrt{\Omega/r}$ (r je redundancija) sustava.

Ako zanemarimo projekcijski model ribleg oka kalibracijski postupak je jednak standardnom samo-kalibracijskom postupku.

Nakon kalibracije slijedi rektifikacija slika i izračun tablica s predizračunatim vrijednostima (engl. *look-up-tables*).

4.1. Primjer implementacije rektifikacije i stereo kalibracije

Primjer iz [1] demonstrira kalibraciju, rektifikaciju i 3D-rekonstrukciju pomoću uparenih kamera s riblem okom. Slika 15 prikazuje originalan par slika i njihove različite epipolarne rektifikacije. Na slici se može uočiti mnogo manje izobličenje neperspektivnih projekcija naspram perspektivne projekcije. Posljedica toga je lakše stereo uparanje točaka slika. Razlike između izobličenja epipolarne ekvidistantne i stereografske projekcije su male. U [1] ti modeli imaju gotovo jednake performanse i rezultate u kontekstu stereo uparanja.

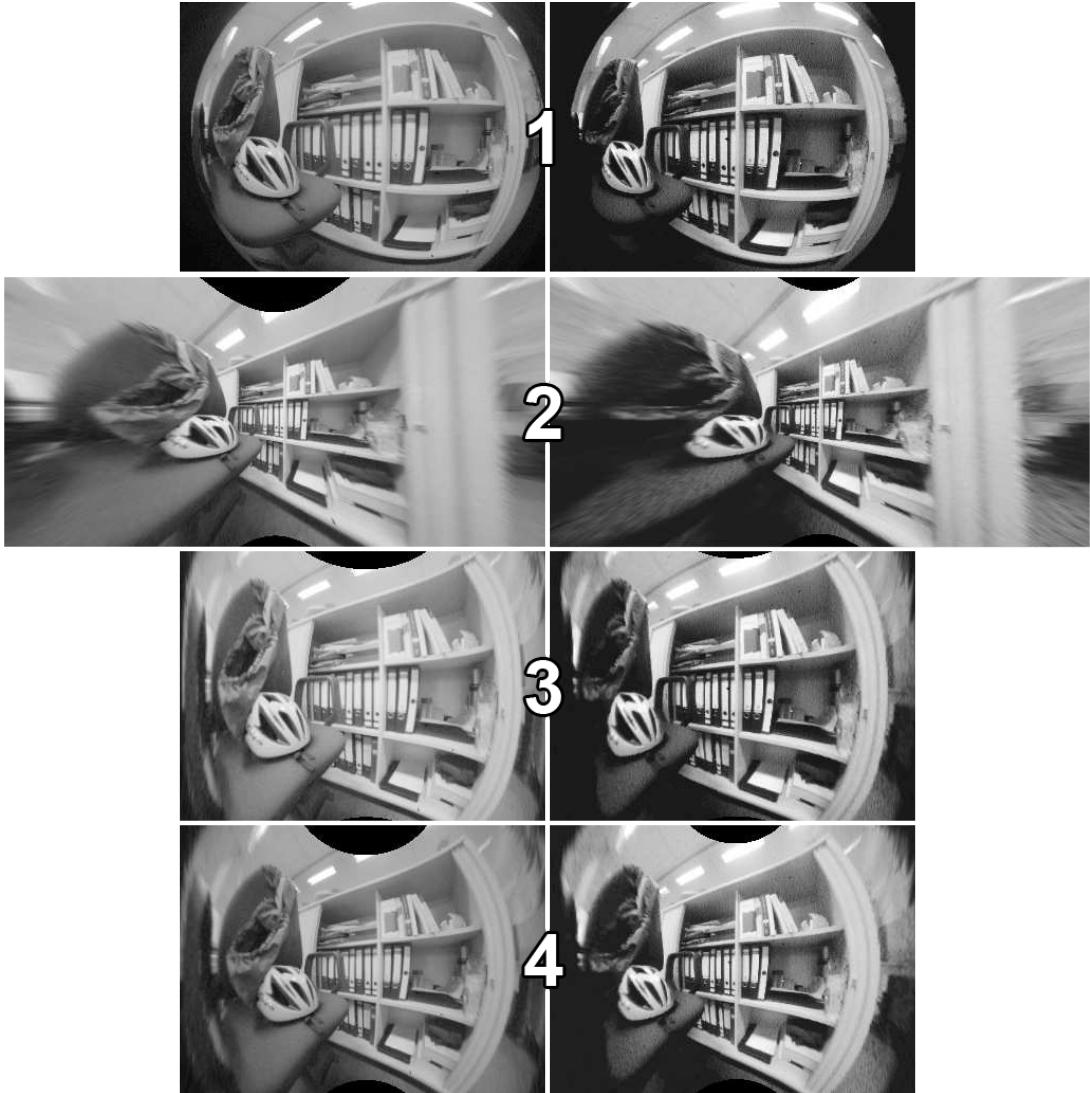
Kalibracija se obavila na prethodno opisan način. Koristila se radijalna projekcijska funkcija $r' = \sin(\theta/2)$.

Intrinsični parametri		
	lijeva kamera	desna kamera
c_x	308.8 (0.5)	311.0 (0.6)
c_y	308.3 (0.5)	310.7 (0.5)
x'_H	245.78 (0.03)	251.67 (0.02)
y'_H	129.2 (0.03)	125.56 (0.02)

Relativna orijentacija			
t_x [mm]	78.64 (0.05)	r_x	0.17° (0.01 °)
t_y [mm]	0.42 (0.03)	r_y	1.56° (0.02 °)
t_z [mm]	0.62 (0.06)	r_z	0.15° (0.01 °)

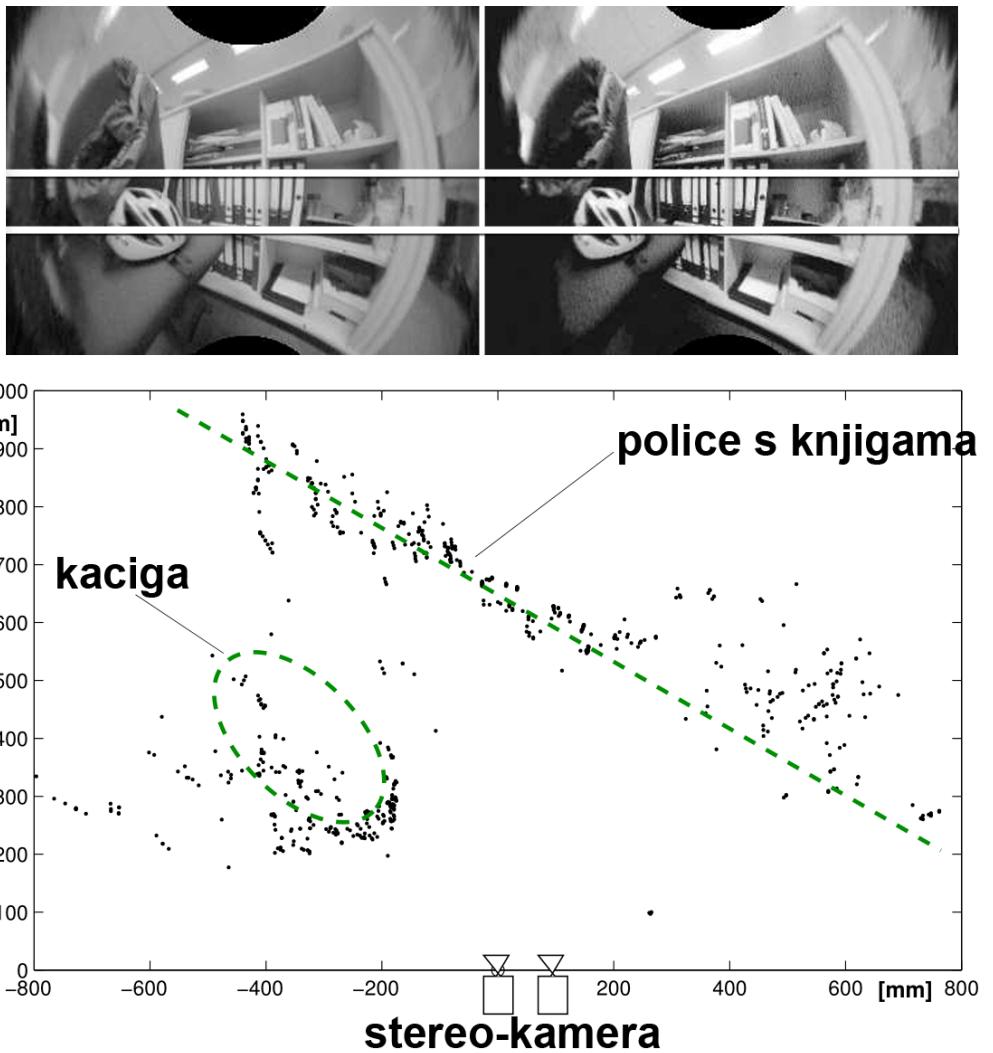
Tablica 1.: Tablica vrijednosti intrinsičnih parametara i relativne orijentacije

Tablica (1.) prikazuje estimirane parametre kalibracije s njihovim standardnim devijacijama. Estimirana usrednjena reprojekcijska pogreška je iznosila $\hat{\sigma}_{x'} = 0.13$.



Slika 14: Primjeri rektifikacija originalnog para slika (1): perspektivna (2), ekvidistantna (3) i stereografska (4) (izvor: [1])

Nakon kalibracije i rektifikacija napravljena je 3D-rekonstrukcija pomoću para slika. Korišten je model epipolarne stereografske projekcije $r' = c * \tan(\frac{\theta}{2})$. Rezultat rekonstrukcije se može vidjeti na Slici 15. Ona prikazuje presjek oblaka 3D-točaka (engl *3D-point-cloud*) i presjek na korištenom paru slika. Na dobivenoj slici točaka se mogu uočiti kaciga i rub polica s knjigama. Vidno polje je veličine 150° no ograničeno je optičkim uređajem pomoću kojih su napravljene slike, ne i rektifikacijskim modelom.



Slika 15: Horizontalni presjek slika i oblaka 3D-točaka (izvor: [1])

5. Zaključak

U ovom radu opisan je model stvaranja slike (uparenih) kamera s ribljim okom zajedno sa (stereo) kalibracijom i rektifikacijom. Za svaki dio ponuđene su različite metode i modeli koji se mogu odabrati prema potrebi.

Uparivanje kamera s toliko širokim vidnim poljem je zanimljivo. Modelira se virtualna kamera koja sadrži paralelne epipolarne linije što omogućuje rektifikaciju. U [1] su demonstrirali mogućnost koja se dobiva stereo kalibracijom kamera s ribljim okom i zatim rektifikacijom. Na relativno jednostavan način dobiva se oblak 3D-točaka scene velike širine. Sposobnost razumijevanja dubine je vrlo korisna primjerice za vozila.

6. Literatura

- [1] Steffen Abraham and Wolfgang Förstner. Fish-Eye-Stereo Calibration and Epipolar Rectification. *ISPRS Journal of photogrammetry and remote sensing*, 59(5):278–288.
- [2] Richard Hartley and Andrew Zisserman. *Multiple View Geometry in computer vision*. Cambridge University Press, 2003.
- [3] Vinay Kashyap Takmul Purushothama Raju. Fisheye Camera Calibration and Applications. Master's thesis, Arizona State University, 2014.
- [4] Ken Rockwell. Nikon 7.5mm f/5.6, 1966. [Online; provjeroeno 25.05.2016.]
- [5] Michel Thoby. About the various projections of the photographic objective lenses, 2012. [Online; provjeroeno 25.05.2016.]
- [6] Slobodan Ribarić. *Računalni vid, Prvo predavanje*. Fakultet elektrotehnike i računarstva, 2008.
- [7] Ingemar Johansson Cox Sebastien Roy, Jean Meunier. Cylindrical rectification to minimize epipolar distortion. pages 393–399. IEEE Computer Society, 1997.
- [8] Richard Szeliski. Computer vision: Algorithms and applications. pages 23–29. Springer, September 2010.
- [9] TU Chemnitz. 2.1 camera models - the pinhole camera, 2005. [Online; provjeroeno 25.05.2016.]
- [10] Wikipedia. Image rectification, 2016. [Online; provjeroeno 25.05.2016.]

7. Sažetak

Kamera s ribljim okom ima svojstvo velike širine vidnog polja i zbog toga perspektivni model stvaranja slike nije dostatan. Predloženi su i opisani neki od radijalnih modela stvaranja slike koji su prikladniji za ovakvu vrstu kamere. Oni su idealni modeli i u stvarnosti zbog nesavršene preciznosti izrade leća, a zbog toga i nesavršenosti samih leća, postoje odstupanja od tih modela. Zato je potrebno obaviti postupak modeliranja projekcijskog modela za svaku kameru posebno koji se naziva kalibracija kamere. Razlikujemo samo-kalibrirajuće metode od metoda kalibracije koje zahtijevaju uzorak. Metode kalibracije se razlikuju i po korištenim funkcijama koje aproksimiraju izobličenje. Rezultat tih metoda su intrinsični i ekstrinsični parametri kamere.

Uparivanjem kamera dobiva se stereo kamera. Potrebno je prilagoditi metodu kalibracije za stereo sustav kako bi mogla određivati unutrašnje i vanjske orijentacije kamera. Koristi se i rektifikacija kako bi se dobole epipolarne slike čime se pojednostavljuje povezivanje uparenih točaka slika. Proces rektifikacije slika se može opisati kao reprojekcija 3D svijeta u virtualnu stereo kameru. Opisani su neki epipolarni rektifikacijski modeli.

Konačno, prikazan je primjer kalibracije i rektifikacije pomoću para slika. Dobivenim parametrima i mapiranjem uparenih točaka slika napravljena je 3D-rekonstrukcija scene i prikazana kao oblak točaka.