

Ultra širokokutnim objektivom smatraju se svi objektivi koji sadrže sustav leća žarišne duljine značajno manje od uobičajene čime se postiže široko vidno polje (obično se sve oko  $180^\circ$  smatra ultra širokim). Takvi objektivi se nazivaju "ribljim okom" (engl. *fish-eye*<sup>1</sup> *lens*) prvenstveno zbog svojeg specifičnog ispupčenog izgleda koje podsjeća na riblje oko (Slika 1 (a)). Najveći nedostatak takvih objektivna je prepoznatljivo vrlo jako radijalno izobličenje (Slika 1 (b)). Razumijevanjem uzroka izobličenja odnosno modela stvaranja slike u kamerama s ribljim okom moguće je navedeno izobličenje ispraviti.



(a) Riblje oko



(b) Slika nastala pomoću kamere s ribljem okom

Slika 1: Primjer ribljeg oka i slike

## 0.1. Perspektivni model stvaranja slike

Tipična perspektivna kamera može preslikavati točke u uskom polju vida ispred ravnine slike kamere. Perspektivna projekcija tzv. *pinhole* kamere se može opisati na sljedeći način:

$$r = f \tan(\theta) \quad (1)$$

gdje je  $\theta$  kut između glavne (engl. *principal axis*) osi i upadajuće zrake (Slika 2).  $O$  je glavna točka (engl. *principal point*) koja je sjecište glavne osi i ravnine slike.  $f$  je žarišna duljina (engl. *focal length*), a  $r$  je udaljenost između točke slike i glavne točke. Standardni perspektivni model kamere preslikava sve točke scene  $M$  u jednu točku  $C$  koja se naziva optičkim centrom kamere. Linija koja spaja optički centar i točku scene presijeca ravninu slike u 2D točki  $m$  koja predstavlja koordinatu slike nastalu preslikavanjem točke  $M$ . Možemo definirati matricu  $P$  tako da vrijedi sljedeće:

$$\alpha m = PM \quad (2)$$

gdje je  $P \in \mathbb{R}^{3 \times 4}$  matrica projekcije,  $M \in \mathbb{R}^4$  homogenizirana točka scene,  $m \in \mathbb{R}^3$  homogenizirana točka slike i  $\alpha$  skalar. Koristeći homogenizirane koordinate jednadžba 2 se može prikazati na sljedeći način:

<sup>1</sup>Sam termin *fish-eye* je osmislio početkom 20. st. američki fizičar Robert W. Wood koji se bavio modeliranjem pretpostavke kako ribe vide pod vodom.

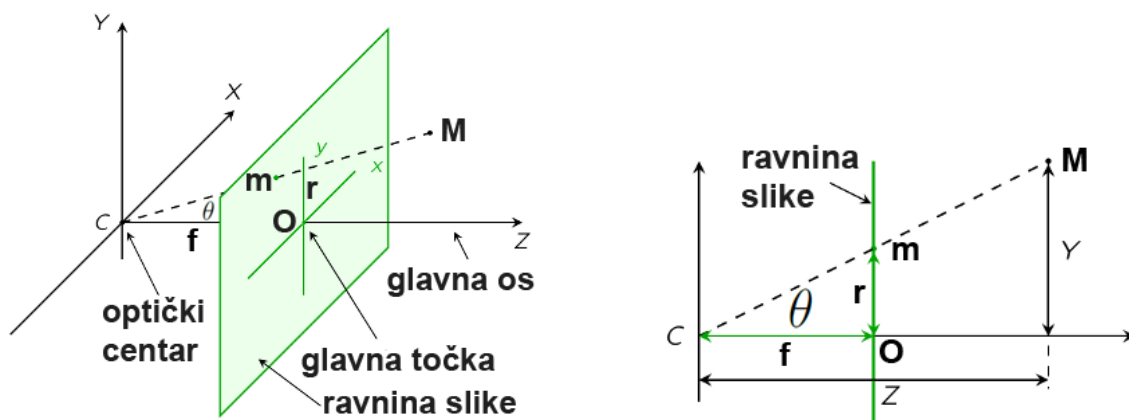
$$\alpha m = K[Rt]M \quad (3)$$

gdje je matrica projekcije dekomponirana u matricu intrinzičnih parametara  $K$  koja se naziva matrica kamere, i u matrice  $R$  (rotacija) i  $t$  (translacija) koje predstavljaju ekstrinzične parametre kamere. Matrica kamere:

$$K = \begin{bmatrix} f_x & x_\gamma & u_0 \\ 0 & f_y & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

je matrica dimenzija  $3 \times 3$  koja sadrži žarišne duljine duž  $x$ -osi i  $y$ -osi slike ( $f_x, f_y$ ), iskrivljenost (engl. *skew*)  $\gamma$  između dvije osi slike i glavnu točku ( $u_0, v_0$ ).

U ovom modelu možemo predstavljati samo scenu ispred kamere gdje su rubovi ravnine slike granice scene. To ograničava širinu vida perspektivne kamere na oko  $60^\circ$ . [?]



Slika 2: Perspektivni model kamere

## 0.2. Radijalno simetrični model stvaranja slike

Perspektivni model stvaranja slike ne odgovara za kamere s ribljim okom. Postoje različite vrste kamera s ribljim okom i mogu se se aproksimirati pomoću različitih projekcijskih modela:

$$r = 2f \tan(\theta/2) \quad (5)$$

$$r = 2f\theta \quad (6)$$

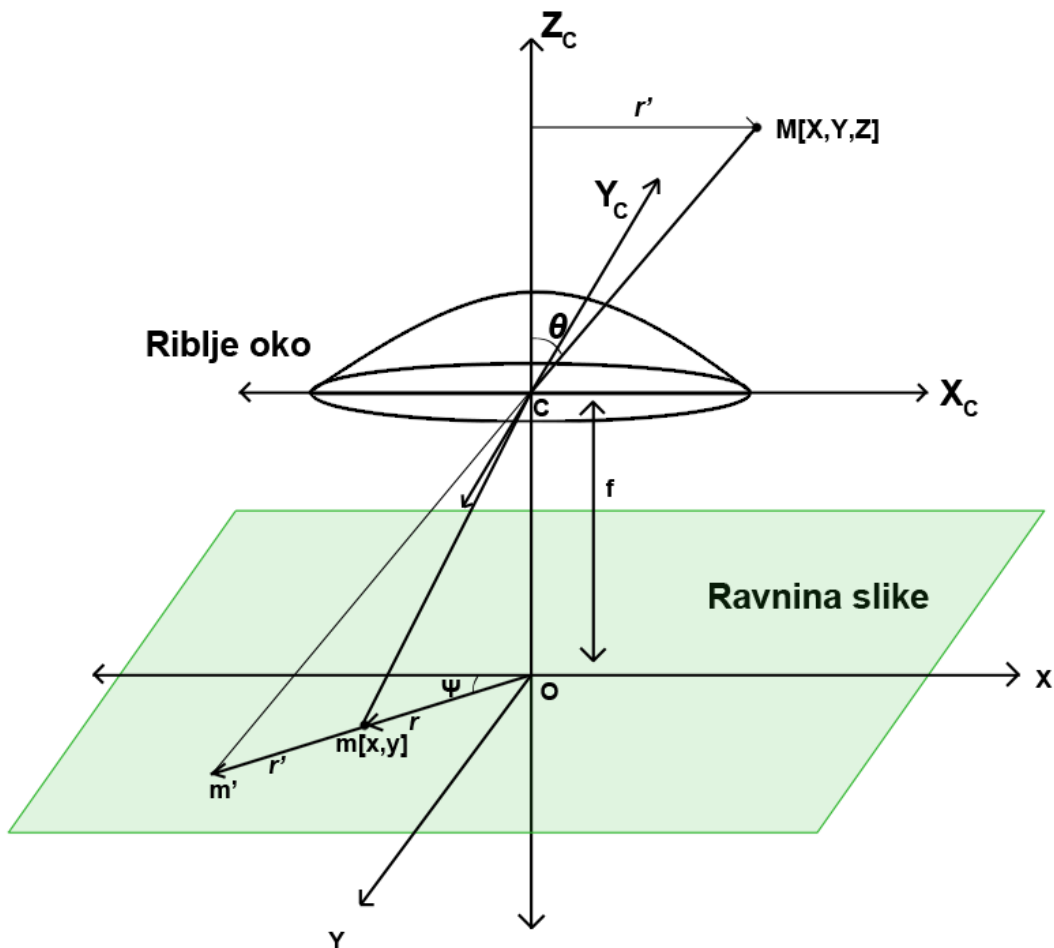
$$r = 2f \sin(\theta/2) \quad (7)$$

$$r = f \sin(\theta) \quad (8)$$

gdje je  $r$  radijalna udaljenost piksela od glavne točke i  $\theta$  kut između upadajuće zrake i optičke osi (Slika 3). Jednadžbe 5 - 8 predstavljaju po redu stereografsku projekciju, ekvidistantnu projekciju, ekvisolidnu projekciju i ortogonalnu projekciju.

Općeniti model kamere s ribljim okom prikazan slikom 3. 3D točka prostora  $M = [X, Y, Z]$  se preslikava u točku  $m = [x, y]$ . Također je prikazana točka  $m'$  koja prikazuje preslikavanje za perspektivni model. Slično kao i za perspektivne kamere,  $\theta$  je kut zrake iz točke  $M$  prema centru  $C$  s glavnom osi.  $O$  je glavna točka ili centar ravnine slike. Udaljenost između glavne točke  $O$  i točke slike  $m$  je radijus  $r$ . Za radijalne modele vrijedi da je radijus  $r$  funkcija kuta  $\alpha$ .

Time je definiran radijalno simetričan model stvaranja slike no u stvarnosti zbog nesavršene preciznosti izrade leća, a zbog toga i nesavršenosti samih leća, postoje odstupanja od tog modela. Zato je potrebno, osim uzeti u obzir idealni model, obaviti i postupak modeliranja projekcijskog modela za svaku kameru posebno. Taj postupak se naziva kalibracija kamere.



Slika 3: Model stvaranja slike pomoću kamere s ribljim okom

### 0.3. Kalibracija kamere s ribljim okom

Postoje različiti načini kalibracije kamere s ribljim okom. Oni se mogu općenito razvrstati u dvije kategorije: kalibracija pomoću uzorka (engl. *marker-based calibration*) i auto-kalibracija.

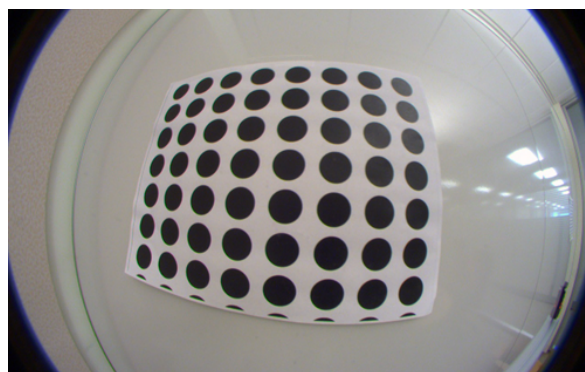
#### 0.3.1. Kalibracija kamere s ribljim okom pomoću uzorka

Ove metode koriste kalibracijski uzorak i oznake (engl. *markers*) pomoću kojih dobivaju veze između točaka 3D prostora i njihovih projekcija na 2D ravnini slike kamere. Potrebno je koristiti manji broj slika poznatog objekta ili uzorka dobivenih pomoću kamere koja se kalibrira. Poznavajući navedene veze moguće je izračunati funkciju izobličenja (engl. *distortion function*) i druge parametre kamere s ribljim okom.

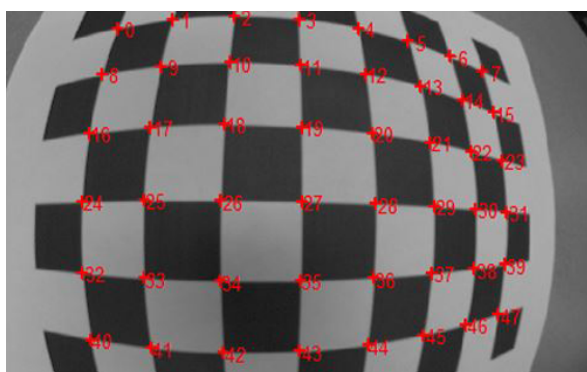
Sama kategorija metoda kalibracije pomoću uzorka se može podijeliti na podkategorije ovisno o vrsti korištenog uzorka: kalibracija pomoću 2D uzorka i 3D uzorka. Dvodimenzionalni uzorak koristi 2D planarni uzorak poznate geometrije (poznate su pozicije kontrolnih (specifičnih) točaka i udaljenosti između njih). Najčešće korišteni planarni uzorci su polje ispunjenih kvadrata u obliku šahovnice (Slika 4 a), gdje su kontrolne točke vrhovi kvadrata (Slika 4 c), i polje krugova (Slika 4 b), gdje su kontrolne točke centri krugova (Slika 4 d).



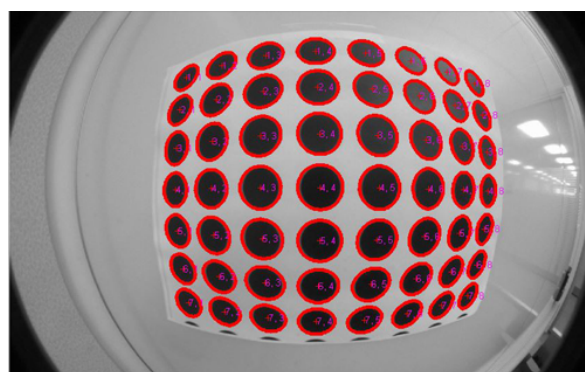
(a) Polje ispunjenih kvadrata



(b) Polje krugova



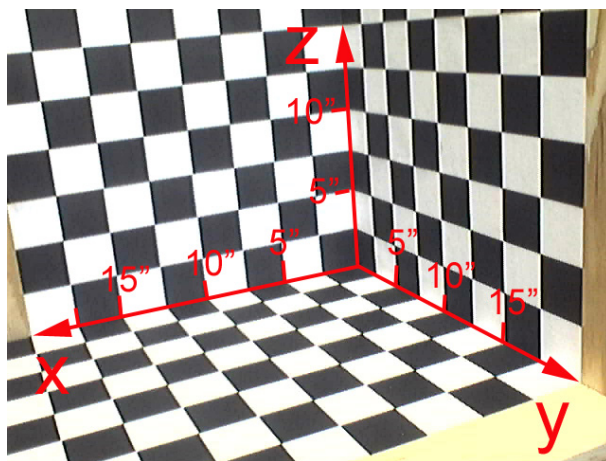
(c) Označeni vrhovi kvadrata



(d) Označeni rubovi i centroide krugova

Slika 4: Primjeri kalibracijskih uzoraka i njihove oznake (slike s prisutnim izobličenjem)

Nakon što je slika uzorka dobivena i kontrolne točke se odrede, izobličenje se modelira na temelju veza između pozicija kontrolnih točaka u slici i poznatih 3D točaka u okolini. Ovo omogućuje estimaciju intrinzičnih parametara kamere. Slika 5 prikazuje 3D kalibracijski uzorak. Koristi se metoda diskretne linearne transformacije (DLT) koja zahtijeva samo jednu sliku 3D uzorka. Kao i u planarnom uzorku kontrolne točke su kutovi kvadrata šahovnice na sve tri ravnine. Ovdje se može estimirati homografija između slike uzorka i originalnog kalibracijskog uzorka na temelju kontrolnih točaka. Rezultirajuća homografija se koristi za kalibraciju kamere i otkrivanje njezinih intrinzičnih parametara.



Slika 5: 3D kalibracijski uzorak

### 0.3.2. Auto-kalibracija kamera s ribljim okom

Metode auto-kalibracije se još nazivaju samo-kalibrirajuće metode jer se kalibracija vrši bez korištenja oznaka čiji je raspored poznat. Takve metode obično zahtijevaju više od jedne slike scene ili neke specifične detalje u strukturi same scene. Određene samo-kalibrirajuće metode koriste samo podudaranja točaka u više pogleda bez potrebe za 3D lokacijama točaka ili pozicijom kamere. Kod njih se funkcije izobličenja estimiraju zajedno s ekstrinzičnim parametrima pokreta kamere između slika. Većina tih metoda se temelji na činjenici da centralne kamere podliježu epipolarnoj geometriji. Postoje i samo-kalibrirajuće linijske metode koje se temelje na detekciji ravnih linija u sceni. One detektiraju zaobljene linije na slici koje odgovaraju poznato definiranim ravnim linijama. Parametri izobličenja se mogu estimirati pronalaskom transformacije koja najbolje pretvara snimljene zaobljene linije u ravne linije. Glavni nedostatak takvih metoda je da se mogu dobiti samo intrinzični parametri kamere jer one ne mogu estimirati ekstrinzične parametre između dva pogleda kamere.

### 0.3.3. Funkcije izobličenja kamere s ribljim okom

U praksi se stvaranje slike pomoću kamere s ribljim okom ne podudara s idealnim projekcijskim modelom. Potrebne su dodatne funkcije koje modeliraju već opisano izo-

bličenje. Model radijalnog izobličenja za planarne kamere koristi sljedeće jednadžbe:

$$D_x = x_d(k_1 r^2 + k_2 r^4 + \dots) \quad (9)$$

$$D_y = y_d(k_1 r^2 + k_2 r^4 + \dots) \quad (10)$$

$$r = \sqrt{x_d^2 + y_d^2} \quad (11)$$

$(x_d, y_d)$  su koordinate izobličenje slike,  $r$  je radijalna udaljenost između centra i piksela izobličene slike i  $(D_x, D_y)$  su izobličenja (engl. *distortions*) u smjeru X i Y-osi. U nekim postupcima se koristi samo jedan koeficijent  $k_1$  u jednadžbama 9 i 10, ali time se mogu modelirati samo manja izobličenja za planarne kamere, ali ne i za kamere s ribljim okom zbog velikog radijalnog pomaka.

Postoje funkcije izobličenja razvijene posebno za kamere s ribljim okom:

- Polinomni model ribljeg oka

$$\theta = \sum_{i=1}^{\infty} k_n r^n = k_1 r + k_2 r^2 + \dots \quad (12)$$

$r$  je radijalna udaljenost od glavne točke (centra slike) i  $\theta$  je kut između upadajuće zrake i optičke osi (Slika 3). Za simuliranje izobličenja leća ribljeg oka smatra se adekvatnim korištenje četvrtog reda modela.

- Model polja vida FOV (engl. *Field Of View*)

$$r_d = \frac{1}{\omega} \tan^{-1} \left( 2r_u \tan\left(\frac{\omega}{2}\right) \right) \quad (13)$$

$\omega$  je polje vida kamere u radijanima,  $r_d$  je radijalna udaljenost od glave točke u izobličenoj slici i  $r_u$  je radijalna udaljenost od glavne točke u planarnoj slici. FOV model se temelji na jednostavnom optičkom modelu kamere s ribljim okom.

- Transformacija ribljeg oka

$$r_d = s \ln(1 + \lambda r_u) \quad (14)$$

$s$  je skalar, a  $\lambda$  kontrolira količinu izobličenja.

- Model diobe (engl. *division model*)

$$r_d = \frac{(l + 1) \sin \theta}{l + \cos \theta} \quad (15)$$

$\theta$  je kut između upadajuće zrake i optičke osi kamere (Slika 3), a  $l$  parametar izobličenja.