

Grupa A

Trajanje: 120 minuta. Rješenja zadataka 1–15 potrebno je označiti na obrascu (jedan od ponuđenih odgovora je točan). Problemski zadaci I – V rješavaju se na košuljici i po potrebi na zasebnim papirima (na košuljici zaokružiti redni broj rješavanog zadatka). Odgovore 16–23 potrebno je dodatno označiti na obrascu.

- (1 bod) Koliko nizova sadrži jezik definiran gramatikom čije su produkcije:
 $S \rightarrow A; \quad S \rightarrow B; \quad S \rightarrow C; \quad A \rightarrow aBa; \quad B \rightarrow bCb; \quad C \rightarrow c$?
 a) 2 b) 3 c) 4 d) 8 e) beskonačno mnogo
- (1 bod) Za dokazivanje nepraznosti regularnog jezika, potrebno je ispitati postoji li minimalni DKA s n stanja koji prihvata niz w za koji vrijedi:
 a) $|w| = n$ b) $|w| < n$ c) $|w| > n$ d) $n \geq |w| < 2n$ e) $n > |w| < 2n$
- (1 bod) Koji je od navedenih jezika regularan?
 a) $\{0^n 1^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ b) $\{1^n \mid n \text{ je kvadrat cijelog broja}\}$ c) $\{ww^R \mid w \in \{0, 1\}^*\}$ d) $\{01^n 0^{k1} \mid n, k \in \mathbb{N}\}$
 e) nijedan nije regularan
- (1 bod) Označite koja od navedenih produkcija je u Greibachinom normalnom obliku. Pretpostavite da gramatika generira kontekstno neovisan jezik $L(G) \setminus \{\varepsilon\}$.
 a) $A \rightarrow aB$ b) $A \rightarrow aBa$ c) $A \rightarrow BC$ d) $A \rightarrow \varepsilon$ e) $A \rightarrow aaB$
- (1 bod) Odredite koji niz pripada jeziku opisanom regularnim izrazom: $((c + b)^*)^+ c^* d^+ (e^+ + a^*)^+$
 a) *babcae* b) *cbddaea* c) *babbdeea* d) *abbcaa* e) *babbdecaa*
- (1 bod) Neki DKA sadrži stanja p i q takva da su stanja $\delta(p, 010)$ i $\delta(q, 010)$ nedohvatljiva. Za stanja p i q iz toga možemo zaključiti da su:
 a) istovjetna b) dohvatljiva c) nedohvatljiva d) istovjetna i dohvatljiva e) istovjetna i nedohvatljiva
- (1 bod) Koji od navedenih regularnih izraza opisuje sve nizove znakova nad abecedom a, b u kojima se ne pojavljuju dva uzastopna znaka b :
 a) $(a + \varepsilon)(ba + a)^*$ b) $(ba + ab + aa)^*$ c) $(ba + aa)^*$ d) $(ba + a)^*(\varepsilon + b)$ e) $(ba + ab)^*(\varepsilon + b)$
- (1 bod) Uvjet podudarnosti za stanja p i q jest:
 a) $(p \in F \wedge q \in F) \vee (p \notin F \wedge q \notin F)$ b) $(p \notin F \wedge q \in F) \vee (p \in F \wedge q \notin F)$ c) $(p \in F \wedge q \notin F) \vee (p \notin F \wedge q \in F)$
 d) $\delta(p, a)$ i $\delta(q, a)$ su istovjetna stanja e) $\delta(p, a)$ i $\delta(q, a)$ su prihvatljiva stanja
- (1 bod) Kontekstno neovisni jezici **nisu** zatvoreni s obrzirom na operacije (odaberite točnu tvrdnju):
 a) nadovezivanja i presjeka b) unije i komplementa c) supstitucije i presjeka d) presjeka i komplementa
 e) unije i nadovezivanja
- (1 bod) Da bi regularni izraz $(\varepsilon + b)\square(\varepsilon + a)$ prihvaćao nizove u kojima alterniraju znakovi a i b , npr. *ababab...*, na označeno mjesto (\square) je potrebno upisati:
 a) $(ab)^*$ b) $(ba)^*$ c) a^*b^* d) $(ba)^+$ e) $(a + b + \varepsilon)^*$
- (1 bod) Svojstvo napuhavanja tvrdi: Neka je L kontekstno neovisni jezik. Postoji konstanta n koja ovisi isključivo o jeziku L takva da ako je niz z iz jezika L i $|z| \geq n$, onda je niz z moguće napisati kao niz $uvwxy$ za koji vrijedi da je $|vx| \geq 1$ i $|vwx| \leq n$ te je za bilo koji $i \geq 0$ u jeziku L i niz:
 a) $u^i v^i w^i x^i y^i$ b) $u^i v w x^i y^i$ c) $u v^i w^i x^i y^i$ d) $u v w^i x y^i$ e) $u v^i w x^i y^i$
- (1 bod) Tijekom konstrukcije Mooreovog automata $M' = (Q', \Sigma, \Delta, \delta', \lambda', q'_0)$ iz zadanog Mealyevog automata $M = (Q, \Sigma, \Delta, \delta, \lambda, q_0)$, početni broj elemenata skupa stanja Q' Mooreovog automata (prije eventualne minimizacije) jednak je:
 a) $|Q|$ b) $|\Sigma|$ c) $|\Delta|$ d) $|Q| * |\Sigma|$ e) $|Q| * |\Delta|$
- (1 bod) Ukoliko se s desne strane produkcije nalazi k praznih znakova i m završnih znakova ($m > 0$), u postupku izbacivanja epsilon produkcija potrebno je datu produkciju zamijeniti sa najviše:
 a) k produkcija b) $2^m - 1$ produkcija c) $2n^2$ produkcija d) 2^k produkcija e) $m + k$ produkcija

14. (1 bod) Ako nije moguće iz znaka X generirati niz završnih znakova (ne postoji postupak generiranja $X \xRightarrow{*} w$, gdje je w niz završnih znakova, onda je znak X :
- a) nedohvatljiv b) mrtav c) živ d) koristan e) dohvatljiv
15. (1 bod) Jezik L nad abecedom $\Sigma = \{0, 1, 2\}$ zadan je regularnim izrazom $r = 1(2^*0^+)^+$. Konstruirati minimalni DKA koji prihvaća jezik L^C . Minimalni automat ima:
- a) 4 stanja, 1 prihvatljivo b) 4 stanja, 3 prihvatljiva c) 3 stanja, 2 prihvatljiva d) 3 stanja, 1 prihvatljivo
e) 2 stanja, niti jedno prihvatljivo

* * *

I. (3 boda) Zadani DKA pretvoriti u DKA s minimalnim brojem stanja.

(16) (1 bod) Koliko dohvatljivih stanja ima zadani DKA?

a) 8 b) 7 c) 6 d) 5 e) 4

(17) (1 bod) Označite par istovjetnih stanja:

a) $\{p_0, p_3\}$ b) $\{p_1, p_3\}$ c) $\{p_0, p_4\}$ d) $\{p_3, p_4\}$
e) nije naveden par istovjetnih stanja

(18) (1 bod) Koliko stanja ima minimalni DKA?

a) 7 b) 6 c) 5 d) 4 e) 3

δ	a	b	c	F
p0	p1	p2	p0	0
p1	p0	p2	p3	1
p2	p0	p1	p4	1
p3	p3	p5	p4	0
p4	p5	p4	p3	0
p5	p3	p4	p4	0
p6	p7	p5	p6	1
p7	p7	p6	p1	0

II. (3 boda) Za svaku od navedenih gramatika označite jezik kojeg generira promatrana gramatika te *najjednostavniju* klasu automata koji prihvaća nizove iz jezika:

(19) (1 bod) $S \rightarrow aSa|aBa$, $B \rightarrow bB|b$

a) $\{a^n b^m a^n \mid n > 0, m > 0\}$, konačni automat b) $\{a^n b^m a^n \mid n > 0, m > 0\}$, potisni automat
c) $\{a^n b^{2m} a^n \mid n > 0, m > 0\}$, konačni automat d) $\{a^n b^n a^n \mid n > 0\}$, potisni automat
e) $\{a^n b^{2m} a^n \mid n > 0, m > 0, m = 2n\}$, potisni automat

(20) (1 bod) $S \rightarrow aSb|aSbb|\varepsilon$

a) $\{a^n b^m \mid 0 \leq n, 0 \leq m, m = 2n\}$, konačni automat b) $\{a^n b^m \mid 0 \leq n \leq m \leq 2n\}$, konačni automat
c) $\{a^n b^m \mid 0 \leq n, 0 \leq m, m = 2n\}$, potisni automat d) $\{a^n b^m \mid 0 \leq n \leq m, m = n + 1\}$, konačni automat
e) $\{a^n b^m \mid 0 \leq n \leq m \leq 2n\}$, potisni automat

(21) (1 bod) $S \rightarrow AB$, $A \rightarrow aA|a$, $B \rightarrow bB|b$

a) a^+b^+ , konačni automat b) aa^+bb^+ , konačni automat c) a^+b^+ , potisni automat d) a^*b^* , konačni automat
e) a^*b^* , konačni automat

III. (3 boda) Konstruirati kontekstno-neovisnu gramatiku koja generira samo one nizove koje prihvaća potisni automat M : $M = (\{q_0, q_1\}, \{a, b, c\}, \{A, B, K\}, \delta, q_0, K, \emptyset)$

$$\begin{aligned} \delta(q_0, a, K) &= (q_0, AK) & \delta(q_0, c, B) &= (q_1, B) & \delta(q_1, \varepsilon, K) &= (q_1, \varepsilon) \\ \delta(q_0, b, A) &= (q_0, BA) & \delta(q_1, a, A) &= (q_1, \varepsilon) \\ \delta(q_0, a, B) &= (q_0, AB) & \delta(q_1, b, B) &= (q_1, \varepsilon) \end{aligned}$$

(22) (1.5 boda) Koliko produkcija sadrži gramatika nakon odbacivanja beskorisnih znakova?

a) 12 b) 19 c) 5 d) 8 e) 7

(23) (1.5 boda) Koliko ima nezavršnih znakova?

a) 12 b) 19 c) 5 d) 8 e) 7

IV. (3 boda) Binarni niz zovemo *gustim* ako sadrži barem četiri nule i barem četiri jedinice. Konstruirajte DKA koji prihvaća samo guste nizove.

V. (3 boda) Konstruirati minimalni DKA koji prihvaća jezik $L = \{w = p_1 p_2 p_3 \dots p_k \mid k > 0, |p_j| = 3, w_i \neq w_{i+1}, \forall i \geq 0\}$, gdje je w_i znak na i -toj poziciji u nizu w , a svaki p_j jest palindrom nad abecedom $\Sigma = \{a, b, c\}$. Npr. DKA prihvaća nizove: *abababcabc*, *abacacbab*, dok ne prihvaća nizove: *aaa*, *abaaca*, *acaa*. Koliki broj stanja će imati minimalni DKA ako se ulazna abeceda proširi za znak d , $\Sigma = \{a, b, c, d\}$? Općenito, napišite izraz koji opisuje broj stanja minimalnog DKA za slučaj N različitih znakova ulazne abecede.