

Određivanje dinamike fizikalnog sustava pomoću dubokih neuralnih mreža

Luka Sesartić

Voditelj rada: prof. dr. sc. Davor Horvatić

Sveučilište u Zagrebu
Prirodoslovno-matematički fakultet
Fizički odsjek

Zagreb, rujan 2023.



- Motivacija
- Pregled Newtonovskog i Lagragenovom pogleda na mehaniku
- Pregled fizikalnih sustava koje ćemo razmatrati
- Uvod u strojno učenje
- PDE-FIND Algoritam
- Mjerenja i rezultati
- Zaključak

- **Istraživanje inovativnog pristupa:**
 - Rad se oslanja na moderne tehnike strojnog učenja
 - Novi pristup analizi mehanike
- **Praktična primjena:**
 - Brži i učinkovitiji način izrade modela dinamike složenih sustava
- **Razumijevanje ograničenja i prednosti metode**

Pregled Newtonovog i Lagrangeovog pogleda na mehaniku

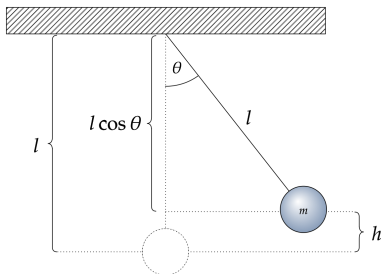
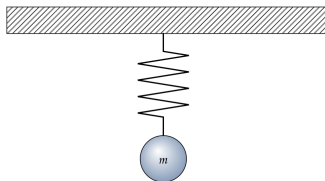
Newtonov pogled

- Temeljen na Newtonovim zakonima gibanja
- Fokus na vektorima sile i akceleracije
- Učinkovit za analizu jednostavnih problema i praktičnu primjenu

Lagrangeov pogled

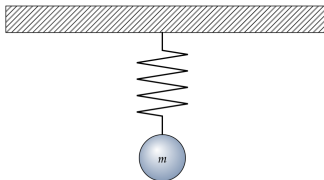
- Razvijen na osnovi principa najmanje akcije
- Koristi Lagrangeove jednadžbe za opis dinamike tijela
- Često elegantniji za rješavanje problema s više tijela ili složenijih sustava

Pregled fizikalnih sustava koje ćemo razmatrati

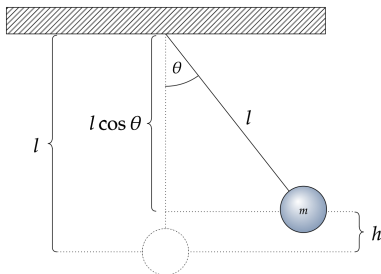


- Aproksimacije za masu na opruzi:
 - Linearna opruga
 - Otpor zraka
 - Točkasta masa
- Aproksimacije za matematičko njihalo:
 - Aproksimacija funkcije sinus za male kutove
 - Otpor zraka
 - Točkasta masa
 - Uniformna gravitacija

Pregled fizikalnih sustava koje ćemo razmatrati



- Aproximacija funkcije sinus za male kutove



$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!} (x - a)^n$$

$$\sin \theta = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \frac{\theta^7}{7!} + \dots$$

$$\sin \theta \approx \theta$$

Uvod u strojno učenje

- Alan Turing 1950.
 - Koncept "stroja koji uči"
 - Teorija računalne inteligencije i Turingov test

Nadzirano učenje

- Klasifikacija slika
- Predviđanje cijena nekretnina

Nenadzirano učenje

- Redukciji dimenzionalnosti problema
- Detekcija prevara

Polunadzirano učenje

- Klasifikacija teksta i obrada prirodnog jezika

- Evaluacija modela
- Matematička mjera odstupanja predviđanja modela od stvarnih vrijednosti u skupu podataka.

Podijela problema

- Regresijski
 - Srednja kvadratna pogreška (MSE)
- Klasifikacijski
 - Kategorizacijska križna entropija (CCE)
 - Binarna križna entropija (BCE)

- Ažuriranje parametara modela koji minimiziraju funkciju gubitka

Gradijent metoda

$$\vec{\theta}_{\text{novi}} = \vec{\theta}_{\text{stari}} - \alpha \vec{\nabla} J(\vec{\theta})$$

Izazovi gradijent metode

- Zapinjanje u lokalnim minimumima
- Spora konvergencija, ako je funkcija gubitka jako zakrivljena i ima uske doline
- Nestabilnost

Uvod u strojno učenje - algoritmi strojnog učenja

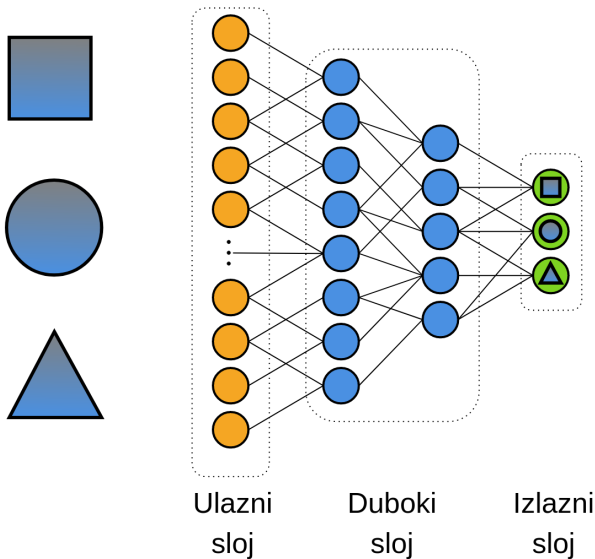
Popularni algoritmi

- Stabla odlučivanja
- Nasumične šume
- Metoda potpornih vektora
- Neuronske mreže

Izazovi strojnog učenja

- Kvaliteta i količina podataka
- Interpretabilnost modela
- Općenitost i prenaučенost
- Računalni resursi

Uvod u strojno učenje - neuronske mreže



PDE-FIND Algoritam - Teorijska pozadina

Model

$$u_{tt} \equiv \ddot{u} = F(u, u_x, u_{xy}, \dots, \vec{r}, t, \mu)$$

Numerička obrada podataka

$$u_{ij} \equiv u(x_i, t_j)$$

$$\mathbf{U} \equiv \begin{bmatrix} u(x_0, t_0) \\ u(x_1, t_0) \\ \vdots \\ u(x_{n-1}, t_m) \\ u(x_n, t_m) \end{bmatrix}$$

Numerička obrada podataka

$$\mathbf{U}_{tt} = \Theta(\mathbf{U}, \mathbf{Q})\xi$$

$$\begin{bmatrix} | \\ \mathbf{U}_{tt} \\ | \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} | & | & | & | & | \\ 1 & \mathbf{U} & \mathbf{U}^2 & \vdots & \mathbf{U}\mathbf{U}_t \\ | & | & | & | & | \end{bmatrix} \begin{bmatrix} | \\ \xi \\ | \end{bmatrix}$$

Metoda za pronalazak koeficijenata

$$\xi_0 = \underset{\xi}{\operatorname{argmin}} \left\{ \|\Theta\xi - \mathbf{U}_{tt}\|_2^2 + \lambda \|\xi\|_p^2 \right\}$$

Mjerenja i rezultati



Mjerenja i rezultati - klasični pristup

Masa na opruzi

n	$T_{10}[\text{s}]$	$T [\text{s}]$
1	7.325	0.7325
2	7.431	0.7431
3	7.127	0.7127
4	7.509	0.7509
5	7.702	0.7702

- $\omega^2 = (72 \pm 2) \text{s}^{-2}$ $R_\omega = 3\%$
- $\ddot{y}(t) + 72y(t) = 0$

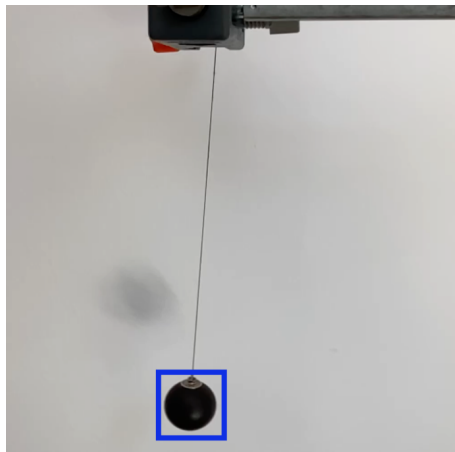
Matematičko njihalo

n	$T_{10}[\text{s}]$	$T [\text{s}]$
1	10.324	1.0324
2	10.756	1.0756
3	9.879	0.9879
4	10.028	1.0028
5	9.781	0.9781

- $\omega^2 = (38 \pm 1) \text{s}^{-2}$, $R_\omega = 3\%$
- $\ddot{\theta}(t) + 38\theta(t) = 0$

Mjerenja i rezultati - ekstrakcija podataka

- OpenCV (Open Source Computer Vision Library) je open-source biblioteka i platforma za obradu slika i analizu videa
- Obrada slika
- Računalni vid i prepoznavanje objekata
- Integracija s dubokim učenjem



- **Masa na opruzi:**

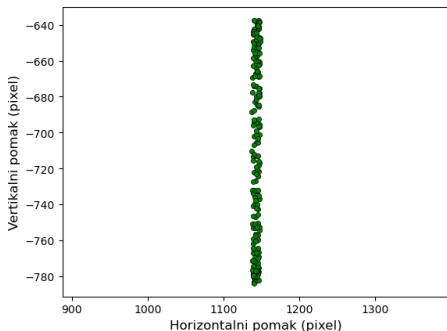
- Zabilježene su x i y pozicije oscilatora
- Zabilježeni su vremenski trenutci svake pozicije

- **Matematičko njihalo:**

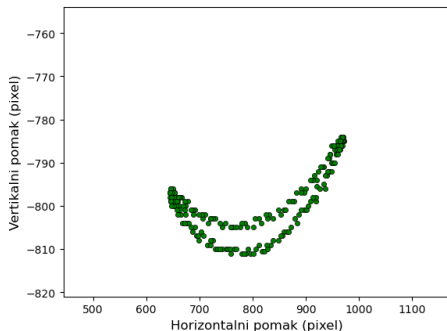
- Zabilježene su x i y pozicije njihala
- Zabilježeni su vremenski trenutci svake pozicije
- Izračunat je ravnotežni položaj
- Izračunat je pozicija ovjesišta
- Izračunat je kut odklona θ

Mjerenja i rezultati - vizualizacija podataka

Masa na opruzi

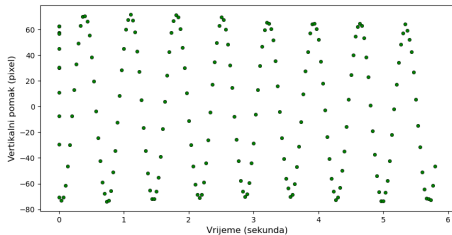


Matematičko njihalo

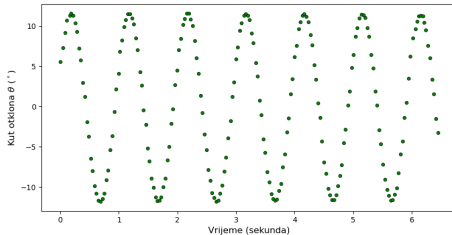


Mjerenja i rezultati - vizualizacija podataka

Masa na opruzi



Matematičko njihalo



Masa na opruzi

PDJ dobivena pomoću STRidge:

$u_{tt} = (-0.641566 + 0.000000i)u_t$
 $+ (-65.139293 + 0.000000i)u$
 $+ (0.005660 + 0.000000i)u^2$

- Relativna greška u odnosu na klasično izračunat faktor ω^2 je 9.5%

Matematičko njihalo

PDJ dobivena pomoću STRidge:

$u_{tt} = (-33.566908 + 0.000000i)u$

- Relativna greška u odnosu na klasično izračunat faktor ω^2 je 11.7%

- Rezultati:
 - Uspješno rekonstruirana dinamika oba promatrana sustava
 - Otkriveni dodatni članovi
- Važnost razumijevanja pretpostavki i ograničenja:
- Korist PDE-FIND algoritma:
 - Generiranje početnih modela diferencijalnih jednadžbi
 - Brzo istraživanje dinamike kompleksnih sustava.
- Važnost kombiniranja pristupa