

Álgebra superior I

Tarea 3

Profesor: Israel Zamorano Romero
Ayudante: Alfredo López Castillo.

18 de febrero de 2025

Fecha de entrega: 25 de febrero de 2025.

1. Encuentre $F \circ G$ y $G \circ F$.

Sean $F : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Q}$ y $G : \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$ dadas por

$$F(x) = \frac{x^2}{2} \text{ y } G(x) = \frac{2}{x^2 + 1}$$

2. $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$ dada por $f(n) = (-1)^n \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil$. Demuéstrese que f es biyectiva. *Nota:* Denotamos a la función mayor entero como $[x]$.
3. Dé un ejemplo de conjuntos no vacíos A, B, C y funciones inyectivas

$$A \xrightarrow{f} B \xrightarrow{g} C \xrightarrow{h} A$$

tales que ninguna de ellas sea biyección.

4. Sean $f : A \rightarrow B$ y $g : B \rightarrow C$ funciones tales que $g \circ f$ es inyectiva. Demuéstrese que f es inyectiva.
5. Sean $f : A \rightarrow B$ y $g : B \rightarrow C$ funciones tales que $g \circ f$ es suprayectiva. Demuéstrese que g es suprayectiva.
6. Dense funciones $f : A \rightarrow B$ y $g : B \rightarrow C$ tales que f es inyectiva y $g \circ f$ no lo es.
7. Dense funciones $f : A \rightarrow B$ y $g : B \rightarrow C$ tales que g es suprayectiva y $g \circ f$ no lo es.
8. Dense funciones $f : A \rightarrow B$ y $g : B \rightarrow C$ tales que f es inyectiva, g es suprayectiva y $g \circ f$ no es inyectiva ni suprayectiva.
9. Dense funciones $f : A \rightarrow B$ y $g : B \rightarrow C$ tales que f no es suprayectiva, g no es inyectiva y $g \circ f$ es biyectiva.