Álgebra superior I
Tarea 7

Profesor: Israel Zamorano Romero
Ayudante: Alfredo López Castillo.

23 de abril de 2025

Fecha de entrega: 30 de abril de 2025

1. Demuestre que en $\mathbb{R}^2$ todo vector es combinación lineal de $(1, 2)$ y $(0, 1)$.
2. Exprese el vector $(3, 4)$ como combinación lineal de $(1, 2)$ y $(0, 1)$.
3. Dados $u_1 = (3, -1, 0), u_2 = (0, 1, 0)$ y $u_3 = (5, 4, 0)$, exprese el vector u_3 como combinación lineal de los otros dos.
4. Probar que en $\mathbb{R}^3$ los vectores $(2, 0, 0), (1, 3, 0)$ y $(1, 2, 4)$ son linealmente independientes.
5. Probar que en $\mathbb{R}^3$ los vectores $(1, 0, -2), (1, 1, 0), (1, 0, 4)$ y $(1, 1, 1)$ son linealmente dependientes.
6. Determinar cuáles de los siguientes conjuntos son bases para $\mathbb{R}^3$.
   a) $\{(1, 0, -1), (2, 5, 1), (0, -4, 3)\}$.
   b) $\{(2, -4, 1), (0, 3, -1), (6, 0, -1)\}$.
   c) $\{(1, 2, -1), (1, 0, 2), (2, 1, 1)\}$.
7. Sea $W = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 5x + y + z = 0\right\}$, encuentre una base de W y pruebe que en efecto lo es.
8. Sea $W = \left\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 \mid x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0\right\}$, encuentre una base de W, verifique formalmente.
9. Encuentre una base para la recta,
   $$W = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 2x - y - z = 0, 3x + y - 2z = 0\right\}.$$
   Justifique rigurosamente sus afirmaciones.
10. Encuentre una base para el plano
   $$W = \left\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 \mid 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0, x_1 - x_2 - x_3 + 5x_4 = 0\right\}.$$
   Verifique formalmente.