

Álgebra superior I

Tarea 4

Profesor: Israel Zamorano Romero

Ayudante: Alfredo López Castillo.

7 de marzo de 2025

Fecha de entrega: 14 de marzo de 2025

1. Usando inducción matemática sobre n resuelva los siguientes incisos:

a) Demuestre que si $r \in \mathbb{R}, r \neq 1$

$$1 + r + r^2 + \cdots + r^n = \frac{1 - r^{n+1}}{1 - r}$$

b) Demuestre que

$$\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \cdots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n}{2n+1},$$

para todo $n \in \mathbb{N}$

c) Demuestre que si $n \in \mathbb{N}$ y $n > 10$, entonces $n - 2 < \frac{n^2 - n}{12}$.

2. **Cantidad de triángulos en un pentágono.** ¿Cuántas diagonales tiene un pentágono y cuántos triángulos se pueden formar con sus vértices?
3. **Número de saludos en una reunión.** A una reunión asisten personas y se intercambian saludos entre todos. ¿Cuántos saludos se han intercambiado?
4. Sea $A = \{a, m, t, p, s, w\}$, ¿Cuántas “palabras” de 3 letras podemos formar si consideramos los elementos de A ?
5. Considere $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, ¿Cuántas funciones inyectivas podemos definir con dominio B y codominio B ?
6. En México desde 1984 existe un juego de *loto* llamado “Melate”, el cual consistía en escoger una combinación de 6 números de 39. Pero en la actualidad se juega escogiendo una combinación de 6 números de 56. Calcule la probabilidad que tenía una persona de ganar el premio mayor en 1984 y calcule la probabilidad que tiene una persona de ganarlo el día de hoy. **Hint:** La probabilidad se calcula dividiendo el número de casos favorables entre el número total de casos posibles.

7. Usando el teorema del binomio:

a) Expanda las siguientes expresión completamente

a) $(x - 3)^6$

b) $(x - 2y)^4$

c) $(a + 2b)^5$.

b) Encuentra el coeficiente del término que contiene x^3y^2 en la expansión de:
 $(x + 2y)^5$, calcule los coeficientes del desarrollo usando el triángulo de Pascal.