Tarea 2: Estructuras Discretas

José Ángel Olmedo Guevara

8 de Marzo de 2025

"Si te estás esforzando lo estás haciendo bien."

Ejercicio 1:

Inciso a):

$$(P \land (\neg Q \lor \neg R)) \;\to\; \big((R \land \neg S) \;\to\; (P \land \neg Q)\big).$$

Desarollando:

$$\neg(P \land (\neg Q \lor \neg R)) \;\lor\; \big((R \land \neg S) \;\to\; (P \land \neg Q)\big)$$

$$(\neg P \lor \neg(\neg Q \lor \neg R)) \;\lor\; \big(\neg(R \land \neg S) \;\lor\; (P \land \neg Q)\big)$$

$$(\neg P \lor (Q \land R)) \;\lor\; \big((\neg R \lor S) \;\lor\; (P \land \neg Q)\big)$$

Negando para ver si es una tautología:

$$\neg[(\neg P \lor (Q \land R)) \;\lor\; \big((\neg R \lor S) \;\lor\; (P \land \neg Q)\big)]$$

$$\neg(\neg P \lor (Q \land R)) \;\land\; \neg\big((\neg R \lor S) \;\lor\; (P \land \neg Q)\big)$$

$$(P \land \neg(Q \land R)) \;\land\; \big(\neg(\neg R \lor S) \;\land\; \neg(P \land \neg Q)\big)$$

$$(P \land (\neg Q \lor \neg R)) \;\land\; \big((R \land \neg S) \;\land\; (\neg P \lor Q)\big)$$

Generando tableaux:

$$(P \land (\neg Q \lor \neg R)) \ \land \ \big((R \land \neg S) \ \land \ (\neg P \lor Q)\big)$$

$$(P \land (\neg Q \lor \neg R))$$

$$((R \land \neg S) \ \land \ (\neg P \lor Q)\big)$$

$$P$$

$$\neg Q \lor \neg R$$

$$R \land \neg S$$

$$\neg P \lor Q$$

$$R$$

$$\neg S$$

$$\neg Q \qquad \neg R$$

$$\neg P \qquad Q$$

Al cerrarse todas las ramas podemos concluir que es una tautología.

Inciso b):

$$(a \land \neg b) \leftrightarrow ((c \land \neg d) \to (a \land \neg b))$$

Desarollando y empleando sustituciones:

$$A \leftrightarrow (B \to A)$$

$$(A \to (B \to A)) \land ((B \to A) \to A)$$

$$(\neg A \lor (B \to A)) \land ((\neg B \lor A) \to A)$$

$$(\neg A \lor (\neg B \lor A)) \land (\neg(\neg B \lor A) \lor A)$$

$$(\neg A \lor (\neg B \lor A)) \land ((B \land \neg A) \lor A)$$

Negando para ver si es una tautología:

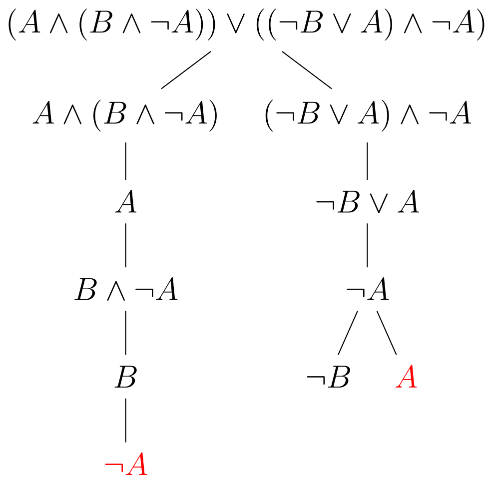
$$\neg\big[(\neg A \lor (\neg B \lor A)) \land ((B \land \neg A) \lor A)\big]$$

$$\neg(\neg A \lor (\neg B \lor A)) \lor \neg((B \land \neg A) \lor A)$$

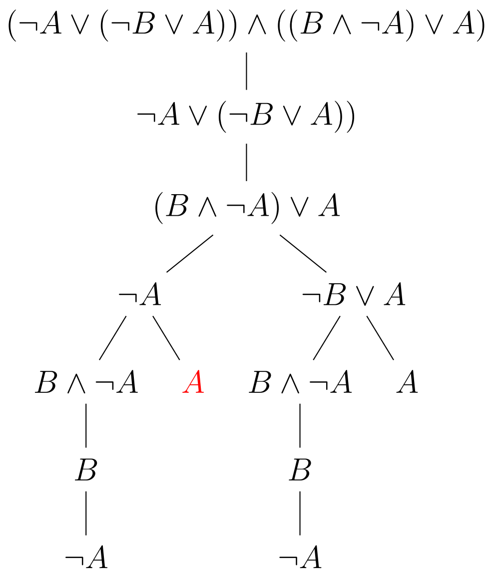
$$(A \land \neg(\neg B \lor A)) \lor (\neg(B \land \neg A) \land \neg A)$$

$$(A \land (B \land \neg A)) \lor ((\neg B \lor A) \land \neg A)$$

Generando tableaux:



No se cierra una rama, por lo tanto no es tautología, ahora probemos sin negar



Tampoco se cierra, entonces es una contingencia.

$\boxed{2}$ $B \wedge A \to C$ por hip $= 1$

$C \wedge A \to B$ por hip $= 1$

$C \wedge B \to A$ por hip $= 1$

B	A	B ∧ A	C	B∧A → C
0	0	0		
0	1	0		
1	0	0		
1	1	1	1	1

C	A	C∧A	B	C∧A → B
0	0	0		
0	1	0		
1	0	0		
1	1	1	1	1

C	B	C∧B	A	C∧B → A
0	0	0		
0	1	0		
1	0	0		
1	1	1	1	1

Son correctos los argumetos

$\neg((a \vee b) \to ((c \to d) \vee e)) \to ((a \vee b) \wedge (\neg(c \to d) \wedge \neg e))$

$P = a \vee b$
$Q = c \to d$
$R = e$

$\neg(P \to (Q \vee R)) \to (P \wedge \neg Q \wedge \neg R)$

Método directo:

$\neg(P \to (Q \vee R))$ = es 1 por hip.

$P \wedge \neg Q \wedge \neg R$ es 1 por hip.

$P \to (Q \vee R)$ es 0

P	$Q \vee R$	$P \to (Q \vee R)$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

P = 1

Q	R	$Q \vee R$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Q = 0
R = 0

P	Q	R	$P \wedge \neg Q \wedge \neg R$
1	1	1	1

∴ Es tautología

(3)

	X_4	X_3	X_2	X_1	A_1	B_1	C_1	D_1	E_1	F_1	G_1	A_2	B_2	C_2	D_2	E_2	F_2	G_2	Pot
0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	NO
1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	SI
2	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	Si
3	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	NO
4	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	SI
5	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	NO
6	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	NO
7	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	NO
8	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	SI
9	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	NO
10	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	NO
11	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	NO
12	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	NO
13	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	NO
14	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	NO
15	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	NO

$A_1 = \overline{X_1} X_2 X_3 X_4 + X_1 X_2 \overline{X_3} X_4$

$A_1 = X_2 X_4 (\underbrace{\overline{X_1} X_3 + X_1 \overline{X_3}}_{X\text{nor}}) = D_1 = E_1$

$B_1 = 1$

$C_1 = X_1 \overline{X_2} X_3 X_4$

$F_1 = \overline{X_1} X_2 X_3 X_4$

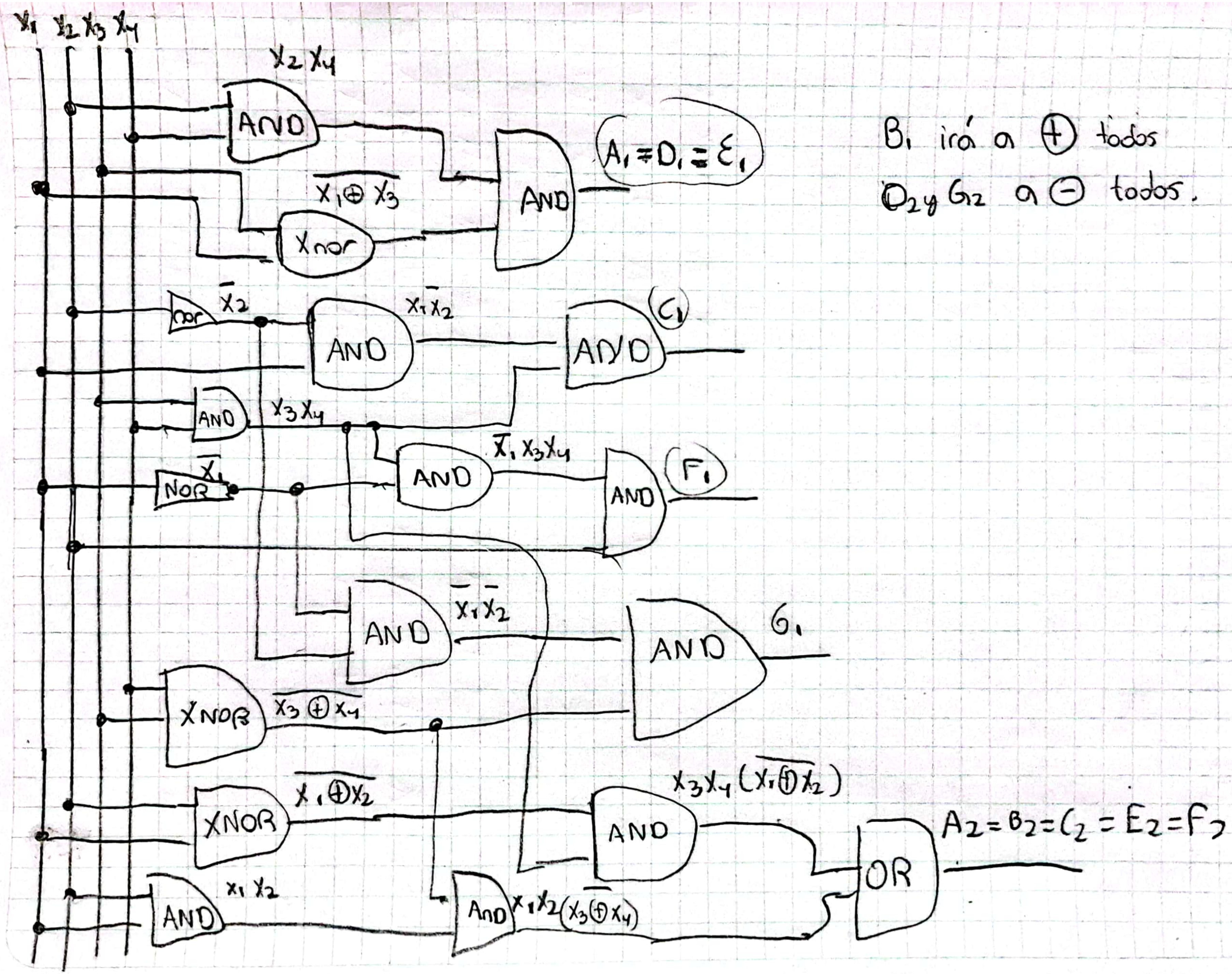
$G_1 = \overline{X_1}\,\overline{X_2} X_3 \overline{X_4} + \overline{X_1}\,\overline{X_2}\,\overline{X_3} X_4 = \overline{X_1}\,\overline{X_2} (\overbrace{X_3 \overline{X_4} + \overline{X_3} X_4}^{X\text{nor}})$

$A_2 = \overline{X_1} X_2 X_3 X_4 + X_1 \overline{X_2} X_3 X_4 + X_1 X_2 \overline{X_3} X_4 + X_1 X_2 X_3 \overline{X_4} = B_2 = C$

$D_2 = 0 = G_2$

$E_2 = F_2 = A_2$

$A_2 = X_3 X_4 (\underbrace{\overline{X_1} X_2 + X_1 \overline{X_2}}_{X\text{nor}}) + X_1 X_2 (\overbrace{\overline{X_3} X_4 + X_3 \overline{X_4}}^{X\text{nor}})$



B_1 irá a $\oplus$ todos

D_2 y G_2 a $\ominus$ todos.