ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE

ENSEA

*08 BP 03 ABIDJAN 03*
Tél. 22 48 32 32/00 / Fax. 22 44 39 88
*Email : ensea@ensea.ed.ci – Site Web : www.ensea.ed.ci*

**Session de Avril 2014**

CONCOURS **DIRECT** D'ENTREE EN DIVISION
DES ADJOINTS TECHNIQUES DE LA STATISTIQUE

# EPREUVE DE CALCULS NUMERIQUES

**Durée : 2 heures**

---

*CALCULATRICES AUTORISEES / AUTRES DOCUMENTS NON AUTORISES*

**Exercice 1**

1. Quelles sont les valeurs de l'entier relatif $n$ pour lesquelles la fraction $\frac{3n+8}{n+4}$ représente un entier relatif ?
2. Montrer que pour tout entier naturel $n$, 3 divise $4^n - 1$.
3. Déterminer les restes de la division euclidienne de $3^n$ par 7, pour tout $n \in \aleph$ ;
4. Résoudre l'équation (E) $405x - 120y = 15$ d'inconnues $x \in Z$ et $y \in Z$.

**Exercice 2**

1. Une mairie accorde une subvention de 120 000 francs à partager entre deux associations. La première reçoit 60 000 francs de plus que la seconde. Calculer le montant reçu par chaque association.
2. Une mairie décide de partager une subvention entre 4 associations, A, B, C et D. Chaque association doit dépenser cette subvention sur deux postes : une part de la subvention doit servir aux assurances des adhérents et l'autre part doit être utilisée pour l'achat de matériel. A et B reçoivent chacune 1/5 de la subvention. C reçoit 100 000 francs, soit deux fois moins que B. D reçoit le reste. A et B décident de dépenser le quart de leur subvention en matériel et le reste en assurances des adhérents, tandis que C et D décident de dépenser le quart de leur subvention en assurances des adhérents et le reste en matériel.

   Utiliser ces informations pour remplir le tableau ci-dessous, après avoir fait les calculs.

| | A | B | C | D | Total |
|---|---|---|---|---|---|
| Matériel | | | | | |
| Assurances Adhérents | | | | | |
| Total | | | | | |

**Problème**

Un fournisseur d'accès internet effectue une enquête de satisfaction sur un panel de 2 000 clients, dont l'abonnement a plus de 12 mois d'ancienneté. Parmi eux :

- 900 n'ont jamais subi de coupure prolongée de connexion ;
- 500 clients ont connu leur dernière coupure prolongée de connexion dans les 12 derniers mois ;
- les autres clients ont connu leur dernière coupure prolongée de connexion il y a plus d'un an.

L'enquête révèle que :

- 95% des clients n'ayant jamais subi de coupure prolongée se déclarent satisfaits du service fourni ;
- 50% des clients ayant subi une coupure prolongée de connexion dans les douze derniers mois se déclarent satisfaits du service fourni ;
- 70% des clients ayant subi une coupure prolongée de connexion il y a plus d'un an se déclarent satisfaits du service fourni.

On choisit au hasard un client parmi ceux qui ont été interrogés. On considère les évènements suivants :

J : « le client n'a jamais subi de coupure prolongée de connexion »
R : « la dernière coupure prolongée de connexion du client est survenue au cours des douze derniers mois » (elle est « récente ») ;
A : « la dernière coupure prolongée de connexion du client date d'il y a plus d'un an » (elle est « ancienne ») ;
S : « le client se déclare satisfait » ;
$\bar{S}$ désigne l'évènement contraire de S.

1. a. Calculer les probabilités des évènements J, R et A ;
   b. Construire un arbre pondéré décrivant la situation, en indiquant sur chaque branche la probabilité correspondante.
2. Calculer la valeur exacte de la probabilité que le client soit satisfait et n'ait jamais subi de coupure prolongée de connexion.
3. Démontrer que la probabilité que le client choisi se déclare satisfait est égale à 0,7625.
4. Le client choisi se déclare satisfait du service fourni. Quelle est la probabilité qu'il ait subi une coupure prolongée de connexion au cours des douze derniers mois (on donnera le résultat sous forme décimale arrondie au centième) ?
5. On choisit au hasard trois clients parmi ceux du panel interrogé durant l'enquête. On admet que ce panel est suffisamment important pour assimiler ces choix à des tirages successifs indépendants avec remise.
   Déterminer la probabilité qu'exactement un des clients choisis se déclare non satisfait du service fourni (on donnera le résultat sous forme décimale arrondie au centième).

---

CONCOURS **DIRECT** D'ENTREE EN DIVISION
DES ADJOINTS TECHNIQUES DE LA STATISTIQUE

# EPREUVE DE MATHEMATIQUES

**Durée : 3 heures**

---

*La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements constituent un objectif majeur pour l'épreuve écrite de mathématiques et entre pour une part importante dans l'appréciation des copies.*
*L'usage des calculatrices scientifiques est autorisé à l'exclusion des calculatrices graphiques.*
*Tout calcul de limite doit être justifié.*

## Exercice 1

1) a) Déterminer les restes de la division euclidienne de $3^n$ par 7 pour $n \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ ;
b) Calculer le reste de la division euclidienne de $3^{1000}$ par 7 ;
c) De manière générale, comment peut – on calculer le reste de la division euclidienne de $3^n$ par 7, pour $n$ quelconque ?
d) En déduire que, pour tout entier naturel $n$, $3^n$ est premier avec 7.
2) Démontrer que pour tout entier naturel $n$, le nombre $3^{n+6} - 3^n$ est divisible par 7 ;
En déduire que $3^{n+6}$ et $3^n$ ont le même reste dans la division euclidienne par 7.
3) Soit $u_n = 1 + 3 + 3^2 + \cdots + 3^{n-1}$ avec $n \in \mathbb{N}^*$.
a) Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n = \frac{1}{2}(3^n - 1)$ ;
b) Déterminer les valeurs de $n$ telles que $u_n$ soit divisible par 7 ;
c) Déterminer tous les diviseurs de $u_6$ .

## Exercice 2

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O\ ;\vec{u}, \vec{v})$.

On note (S) le système : $\begin{cases} |z| = |z - 4i| \\ \arg(z^2) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$ $avec\ (z \in \mathbb{C})$.

1) Déterminer le module et un argument de chacun des nombres complexes suivants :
$a = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$ , $b = 1 - i\sqrt{3}$ et $c = 2 + 2i$
2) Parmi les complexes $a$, $b$ et $c$, lesquels sont solutions de (S) ?
3) On note M le point d'affixe $z$ et A le point d'affixe $4i$.

Traduire géométriquement les deux contraintes de (S).

4) Résoudre (S).

**Exercice 3**

**Partie A**

Soit $f$ la fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{6e^{-x}}{1+e^{-x}}$

On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O , I , J) d'unité 2cm.

1) Étudier $f$ et tracer (C)
2) Pour tout réel $x$ positif ou nul, on note :
   - M le point de (C) de coordonnées $(x\,;f(x))$ ;
   - P le point de coordonnées $(x\,;0)$ ;
   - Q le point de coordonnées $(0\,;f(x))$.

Exprimer l'aire du rectangle OPMQ en fonction de $x$.

**Partie B**

1) Soit g la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = e^x - xe^x + 1$.
   a) Étudier les variations de la fonction g ;
   b) Calculer la limite de g en $-\infty$ et la limite de g en $+\infty$ ;
   c) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet dans $\mathbb{R}$ une seule solution. On note $\alpha$ cette solution. Donner un encadrement d'amplitude $10^{-2}$ de $\alpha$ ;
   d) Démontrer que : $e^{\alpha} = \frac{1}{\alpha-1}$ ;
   e) Déterminer le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de $x$.

2) Soit $h$ la fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = \frac{6xe^{-x}}{1+e^{-x}}$
   a) Démontrer que pour tout réel $x$, $h'(x)$ a le même signe de $g(x)$ ;
   b) En déduire les variations de la fonction $h$.

---

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE

ENSEA

*08 BP 03 ABIDJAN 03*
Tél. 22 48 32 32/00 / Fax. 22 44 39 88
*Email :* ensea@ensea.ed.ci – *Site Web :* www.ensea.ed.ci

**Session de Avril 2016**

CONCOURS **DIRECT** D'ENTREE EN DIVISION
DES ADJOINTS TECHNIQUES DE LA STATISTIQUE

# EPREUVE DE CALCULS NUMERIQUES

**Durée : 2 heures**

---

***CALCULATRICES AUTORISEES / AUTRES DOCUMENTS NON AUTORISES***

**Exercice 1**

Résoudre les problèmes suivants :

1. Un père dispose de 1 600 FCFA pour ses trois enfants. Il veut que l'aîné ait 200 FCFA de plus que le second et que le second ait 100 FCFA de plus que le dernier.
   Quelle somme doit-il donner à chacun ?

2. Un jardin a une forme rectangulaire. Il a vingt mètres de moins dans la largeur que dans la longueur. La longueur totale de la clôture qui l'entoure est 250 m.
   Quelle est l'aire de ce jardin ?

3. Un triangle a des côtés qui mesurent $x + 4$ cm, $x$ cm et $9$ cm. Le côté de $x + 4$ est le côté le plus long.
   Calculer $x$ pour que ce triangle soit un triangle rectangle.

4. Trouver cinq nombres entiers consécutifs dont la somme soit 1515.

5. Pour assister à un match de foot, un groupe de 21 personnes a payé 90 000 FCFA de plus qu'un groupe de 12 personnes.
   Sachant que toutes les places sont au même prix, quel est le prix, en FCFA, d'une place ?

6. La somme de trois nombres pairs consécutifs est égale à 378. Quels sont ces trois nombres ?

7. Une somme d'argent, placée à 6%, a rapporté les mêmes intérêts qu'une somme de 240 000 FCFA placée à 5%. Calculer la somme inconnue.

**Problème**

Dans une foire, une publicité annonce : **"Un billet sur deux est gagnant, achetez deux billets!"**. Dans ce problème, on suppose qu'effectivement, sur le nombre de billets en vente, exactement un billet sur deux est gagnant. **Jean** est toujours le premier acheteur de la journée.

A. Un jour, cent billets sont mis en vente. Jean en achète deux. Calculer la probabilité qu'il ait au moins un billet gagnant (donner le résultat sous forme de fraction).

B. Un autre jour, $2n$ billets sont mis en vente ($n$ est un entier naturel). Jean achète deux billets.

1) Démontrer que la probabilité $p_n$ qu'il achète au moins un billet gagnant est : $p_n = \frac{3n-1}{4n-2}$.

2) Calculer $p_1$ et expliquer ce résultat.

3) Démontrer que, pour tout entier naturel $n$ non nul, $\frac{3}{4} \leq p_n \leq 1$.

C. Tous les jours, $2n$ billets sont mis en vente ($n$ est un entier naturel non nul). Jean revient chaque jour, pendant 3 jours, acheter deux billets.

1) Quelle est la probabilité $q_n$ qu'il obtienne, au cours de ces 3 jours, au moins un billet gagnant ?

2) Etudier la limite de la suite $(q_n)$.

---

# EPREUVE DE CALCULS NUMERIQUES

**Durée : 2 heures**

---

*CALCULATRICES AUTORISEES / AUTRES DOCUMENTS NON AUTORISES*

**Exercice 1**

1. Calculer la somme $S = 1 + 2 + 2^2 + \cdots + 2^{30}$.
2. Résoudre dans $IR$ l'équation $-\frac{x^3}{3} + x^2 + 3x = 0$.
3. Déterminer les nombres entiers solution de l'inéquation $\left(\frac{1}{2}\right)^n < 0{,}003$ pour tout $n \in \aleph$
4. Résoudre l'équation (E) $405x - 120y = 15$ d'inconnue $x \in Z$ et $y \in Z$

**Exercice 2**

Compléter ce tableau, sachant que :

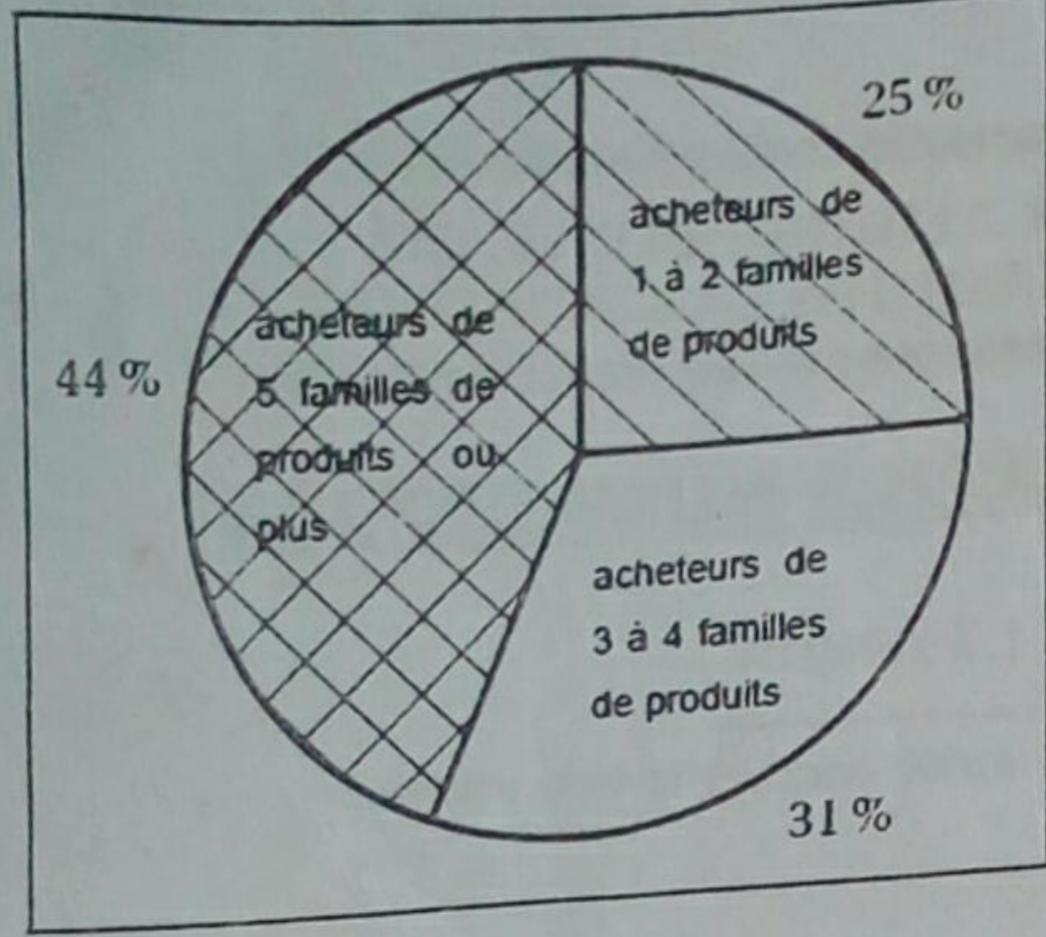
- La rémunération des salariés concernés est proportionnelle à leurs indices respectifs ;
- Les retenues au titre des charges sociales représentent 18 % de la rémunération brute ;
- Les primes octroyées sont estimées à 4 % de la rémunération brute.
  (arrondir les indices à l'unité près, les autres données au centième près).

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Indice de rémunération | 425 | | | |
| Rémunération brute (FCFA) | 132 550 | 134 733 | | |
| Retenues (FCFA) | 23 859 | | 26 100 | |
| Primes (FCFA) | 5 302 | | | |
| Rémunération nette (FCFA) | | | | 103 200 |

***N.B** : Faire apparaitre les calculs intermédiaires*

**Problème**

La Fédération e-commerce et Vente à Distance (FEVAD) a effectué en octobre 2013 une enquête auprès de 719 acheteurs à distance âgés de 18 ans et plus. Suivant le questionnaire proposé, ces personnes ont été interrogées sur le nombre de familles de produits (vêtements, matériels informatiques, loisirs, . . .) achetés à distance au cours des 12 derniers mois. L'étude statistique a permis d'obtenir les informations suivantes :




Parmi les acheteurs de 1 à 2 familles de produits, 45 % sont retraités.

Parmi les acheteurs de 3 à 4 familles de produits, 25 % sont retraités.

Le responsable des ventes tire un questionnaire au hasard, chacun ayant la même probabilité d'être tiré. On note :

- **A** l'évènement : « Le questionnaire tiré est celui d'un acheteur de 1 à 2 familles de produits. »
- **B** l'évènement : « Le questionnaire tiré est celui d'un acheteur de 3 à 4 familles de produits. »
- **C** l'évènement : « Le questionnaire tiré est celui d'un acheteur de 5 familles de produits ou plus. »
- **R** l'évènement : « Le questionnaire tiré est celui d'un retraité. »

1. Traduire les données de l'énoncé à l'aide d'un arbre.

2. a. Calculer la probabilité $p(A \cap R)$.
   b. Déterminer la probabilité de l'évènement : « Le questionnaire tiré est celui d'un retraité acheteur de 3 à 4 familles de produits. »
   c. On sait de plus que 21,7% des acheteurs interrogés sont des retraités.

3. Vérifier que $p(C \cap R) = 0{,}027$.

4. Le responsable des ventes décide de lancer une campagne publicitaire dès lors que le pourcentage de retraités parmi les acheteurs de 5 familles de produits ou plus est inférieur à 8%. Quelle décision prendra-t-il ?

---

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE

ENSEA

08 BP 03 ABIDJAN 03
Tél. 22 48 32 32/00 / Fax. 22 44 39 88
Email : ensea@ensea.ed.ci – Site Web : www.ensea.ed.ci

**Session de Avril 2015**

CONCOURS **DIRECT** D'ENTREE EN DIVISION
DES ADJOINTS TECHNIQUES DE LA STATISTIQUE

# EPREUVE DE MATHEMATIQUES

**Durée : 3 heures**

*La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements constituent un objectif majeur pour l'épreuve écrite de mathématiques et entre pour une part importante dans l'appréciation des copies.*
*L'usage des calculatrices scientifiques est autorisé à l'exclusion des calculatrices graphiques.*
*Tout calcul de limite doit être justifié.*

## Exercice 1

Dans le plan complexe muni du repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points $M$ et $M'$ d'affixes respectives $z$ et $z'$.

On pose $z = x + iy$ et $z' = x' + iy'$, où $x, y, x', y'$ sont des nombres réels.

1. Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{OM}$ et $\overrightarrow{OM'}$ sont orthogonaux si et seulement si $Re(z'\bar{z}) = 0$.

2. Montrer que les points O, M et M′ sont alignés si et seulement si $Im(z'\bar{z}) = 0$. Applications.

3. $N$ est le point d'affixe $z^2 - 1$. Quel est l'ensemble des points $M$ tels que les vecteurs $\overrightarrow{OM}$ et $\overrightarrow{ON}$ soient orthogonaux ?

4. On suppose $z$ non nul. $P$ est le point d'affixe $\frac{1}{z^2} - 1$. On recherche l'ensemble des points M d'affixe z tels que les points O, N et P soient alignés ;
   a. Montrer que $(\frac{1}{z^2} - 1)(\overline{z^2 - 1}) = -\bar{z}^2 \left|\frac{1}{z^2} - 1\right|^2$ ;
   b. En utilisant l'équivalence démontrée au début de l'exercice, conclure sur l'ensemble recherché.

## Exercice 2

Soit $f$ la fonction définie sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ par : $f(x) = \frac{\ln(e^{2x}-1)}{e^x}$.

### Partie A- Étude de fonctions auxiliaires

1. On définit la fonction $g$ sur l'intervalle $]1;+\infty[$ par: $g(x) = 2x - (x-1)\ln(x-1)$ ;
   a. Calculer la limite de $g(x)$ lorsque $x$ tend vers 1 ;
   b. Calculer $g'(x)$ pour $x$ appartenant à l'intervalle $]1\,;+\infty[$ ;
   c. Étudier le sens de variation de $g$ sur l'intervalle $]1\,;+\infty[$ ;
   d. Montrer que l'équation $g(x) = 0$ a une solution unique, notée $\alpha$, dans l'intervalle $[e+1\,;\,e^3+1]$ et étudier le signe de $g(x)$ sur chacun des intervalles $]1\,;\alpha[$ et $]\alpha\,;+\infty[$.
2. Soit $h$ la fonction définie sur l'intervalle $]1\,;+\infty[$ par: $h(x) = \frac{\ln(x^2-1)}{x}$ ;
   a. Déterminer $\lim_{x\to 1} h(x)$ et prouver que $\lim_{x\to+\infty} h(x) = 0$ ;
   b. Calculer $h'(x)$ et montrer que $h'(x)$ est le même signe que $g(x^2)$ sur l'intervalle $]1\,;+\infty[$ ;
   c. Montrer que $h$ est croissante sur l'intervalle $]1;\sqrt{\alpha}[$ et décroissante sur l'intervalle $]\sqrt{\alpha}\,;+\infty[$.

### Partie B- Étude de la fonction f

1. Vérifier que, pour tout $x$ appartenant à l'intervalle $]0\,;+\infty[$, on a $f(x) = h(e^x)$ ;
2. En déduire:
   a. La limite de $f(x)$ lorsque $x$ tend vers 0 ;
   b. La limite de $f(x)$ lorsque $x$ tend vers $+\infty$ ;
   c. Le sens de variation de $f$ sur l'intervalle $]0;+\infty[$ et que $f$ admet un maximum en $\ln(\sqrt{\alpha})$
3. Montrer que, pour tout $x$ de l'intervalle $]0\,;+\infty[$, $f(x) \leq \frac{2\sqrt{\alpha}}{\alpha-1}$ ;
4. Représenter graphiquement $f$ dans un repère orthogonal, d'unités 5 cm en abscisse et 10 cm en ordonnée, On prendra 10 comme valeur approchée de $\alpha$.

---

**N.B.** : Re : partie réelle
Im : partie imaginaire

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE

ENSEA

*08 BP 03 ABIDJAN 03*
Tél. 22 48 32 32/00 / Fax. 22 44 39 88
*Email : ensea@ensea.ed.ci – Site Web : www.ensea.ed.ci*

**Session de Avril 2014**

CONCOURS **DIRECT** D'ENTREE EN DIVISION
DES ADJOINTS TECHNIQUES DE LA STATISTIQUE

# EPREUVE DE MATHEMATIQUES

**Durée : 3 heures**

*La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements constituent un objectif majeur pour l'épreuve écrite de mathématiques et entre pour une part importante dans l'appréciation des copies.*
*L'usage des calculatrices scientifiques est autorisé à l'exclusion des calculatrices graphiques.*
*Tout calcul de limite doit être justifié.*

## Exercice 1

Un dé cubique pipé a ses faces numérotées de 1 à 6. À chaque jet du dé, la probabilité d'avoir un numéro satisfait aux conditions suivantes :

- l'événement « le numéro obtenu est pair » a la même probabilité que l'événement « le numéro obtenu est impair » ;
- les obtentions des numéros pairs sont équiprobables ;
- la probabilité d'obtenir un numéro impair est proportionnelle à ce numéro.

1) Calculer la probabilité d'obtenir chacun des numéros.
2) Déterminer la probabilité d'obtenir un numéro strictement supérieur à 3.

## Exercice 2

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, l'unité de longueur étant le centimètre, les points $A, B, C, D$ ont pour affixes $3+i$ ; $7-i$ ; $-1-7i$ ; $8-4i$ respectivement.

1) a) Placer les points $A, B, C, D$ dans le repère $(O, \vec{u}, \vec{v})$ ;
   b) Quelle est la nature du triangle $ABC$ ?
2) Démontrer que les points $A, B, C, D$ sont cocycliques, (on précisera le rayon de ce cercle et l'affixe de son centre).

3) À tout point $M$ d'affixe non nul $z$, on associe le point $M'$ d'affixe $z'$ tel que $z' = \frac{10}{z}$.

a) Écrire sous forme trigonométrique les affixes $a'; b'; c'$ des points $A', B', C'$ respectivement associés à $A, B, C$.
Placer les points $A', B', C'$ sur la figure de la question 1-a.

b) Vérifier que $\frac{c'-a'}{b'-a'} = 2$ ;

c) En déduire une mesure de l'angle $(\widehat{\overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{A'C'}})$.

d) Que peut-on en déduire pour les points $A', B', C'$ ?

**Exercice 3**

***Partie A***

Soit $f$ la fonction numérique définie sur $[0; +\infty[$ par : $f(x) = (20x + 10)e^{-\frac{1}{2}x}$
On note (C) la courbe représentative de $f$ dans le plan muni d'un repère orthonormé (O,I,J) (unité graphique : 1 cm).

1) Calculer la limite de $f$ en $+\infty$ et interpréter graphiquement le résultat ;
2) Étudier les variations de $f$ et dresser son tableau de variation ;
3) Démontrer que l'équation $f(x) = 10$ admet une solution unique $\alpha$ dans l'intervalle $]0 ; +\infty[$ et encadrer $\alpha$ par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2 ;
4) Tracer la courbe (C) ;
5) Calculer l'intégrale $\int_0^3 f(x)dx$.

***Partie B***

On considère la fonction qui, à tout réel $t$ de l'intervalle $[0; +\infty[$ associe $y(t)$, solution de l'équation différentielle (E) :$y' + \frac{1}{2}y = 20e^{-\frac{1}{2}t}$.

1) Vérifier que la fonction $f$ étudiée dans la partie A est solution de (E) ;
2) On se propose de démontrer que $f$ est l'unique solution de (E) sur $[0; +\infty[$ qui prend la valeur 10 à l'instant 0 ;
   a) On note $g$ une solution quelconque de (E) vérifiant $g(0) = 10$. Démontrer que la fonction $g - f$ est solution de l'équation différentielle (E') : $y' + \frac{1}{2}y = 0$ ;
   b) Résoudre (E').
   c) Conclure.

---

ECOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE

ENSEA

08 BP 03 ABIDJAN 03
Tél. 22 48 32 32/00 / Fax. 22 44 39 88
Email : ensea@ensea.ed.ci – Site Web : www.ensea.ed.ci

**Session de Avril 2010**

CONCOURS **DIRECT** D'ENTREE EN DIVISION
DES ADJOINTS TECHNIQUES DE LA STATISTIQUE

# EPREUVE DE CALCULS NUMERIQUES

**Durée : 2 heures**

*CALCULATRICES AUTORISEES / AUTRES DOCUMENTS NON AUTORISES*

## Exercice 1

1. Trois sportifs se partagent une prime. Le partage doit être fait inversement proportionnellement au score de chacun. Antoine a mis 30 minutes pour parcourir le circuit, Benoît a mis 25 minutes et Camille 20 minutes. Camille a reçu 600 000 FCFA de plus qu'Antoine.
   Calculer la prime de chacun.
2. La commune de BELLEVILLE. a acheté un terrain qui est partagé en quatre parcelles A, B, C et D destinées à accueillir sur chacune d'elles des lotissements. Le nombre d'habitants du lot A représente 1/3 de la population totale des quatre parcelles ; celui du lot B est le 1/7 de la population totale, celui du lot C correspond aux 5/3 de celui de B, et enfin la population du lot D est de 1 320 habitants.
   a. Déterminer la population de chaque parcelle et la part en pourcentage de chacune d'elles par rapport à la population totale occupant ce terrain.
   b. Présenter les résultats sous forme d'un tableau.

## Exercice 2

Un planteur de bananes ne dispose que d'un vieil éléphant pour transporter ses bananes. L'animal consomme une banane au kilomètre et n'accepte de porter que 1000 bananes au plus sur son dos. Le plus proche marché se trouve à 1000 kilomètres de la plantation. La production est de 5000 bananes.

1. Combien de bananes au maximum, ce planteur pourra-t-il mettre en vente sur le marché ? Quel est le coefficient de perdition (bananes consommées par l'éléphant/bananes produites) ?
2. Mêmes questions avec 10000 bananes.
3. Mêmes questions avec 25000 bananes.
4. Que peut-on en conclure sur le coefficient de perdition si le nombre de bananes à transporter devient très grand ?

Exercice 3

On considère la séquence de nombres entiers définie par $u_n = u_{n-1} - u_{n-2}$ avec $u_1 = 1$ et $u_2 = 2$. On considère tous les triplets $(u_i, u_j, u_k)$ avec $1 \leq i < j < k \leq n$ et on calcule la somme des trois termes. Quelle est la plus petite valeur de n qui permet d'obtenir au moins 2010 résultats différents ?

---

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE

ENSEA

*08 BP 03 ABIDJAN 03*
Tél. 22 48 32 32/00 / Fax. 22 44 39 88
*Email : ensea@ensea.ed.ci – Site Web : www.ensea.ed.ci*

**Session de Avril 2010**

CONCOURS **DIRECT** D'ENTRÉE EN DIVISION
DES ADJOINTS TECHNIQUES DE LA STATISTIQUE

# ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

## Durée : 3 heures

*La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements constituent un objectif majeur pour l'épreuve écrite de mathématiques et entre pour une part importante dans l'appréciation des copies. L'usage des calculatrices scientifiques est autorisé à l'exclusion des calculatrices graphiques. Tout calcul de limite doit être justifié.*

## Exercice

Un jeu consiste à lancer une bille dans un circuit comportant cinq butoirs désignés par les lettres A, B, C, D, E. Les butoirs A, B, C, D, E sont marqués respectivernent par les numéros 1, 2,1, 2, 3.

Au début du lancer, la bille frappe au hasard un des butoirs A ou B ou C. Ensuite,

- de A, elle frappe au hasard B ou D ou E ;
- de B, elle frappe au hasard D ou E ;
- de C, elle frappe E ;

et de D ou E elle sort du circuit.

1. A l'aide d'un arbre de choix,
   a. présenter tous les trajets possibles de la bille au cours d'un lancer.
   b. démontrer que la probabilité du trajet (A, B, E) est égale à $\frac{1}{18}$.
   c. calculer la probabilité pour que la bille frappe le butoir B au cours de son trajet.
2. Le joueur gagne en francs CFA, 100 fois le nombre égal au total des chiffres marqués sur les butoirs heurtés par la bille au cours d'un trajet. On note G ce gain.
   a. Établir la loi de probabilité de G ;
   b. Calculer l'espérance mathématique de G.
3. Une partie consiste en n lancers indépendants de la bille ; n étant un entier naturel non nul.
   a. Déterminer la probabilité $p_n$ pour que le joueur réalise au cours d'une partie, au moins un lancer dont le gain est strictement supérieur à 400 F CFA ;
   b. Déterminer la valeur minimale de n pour laquelle $p_n$ est supérieure à 0,99.

## PROBLEME

L'objet du problème est la construction de la **Cissoïde de Dioclès** par deux méthode

**Partie A :**

f est la fonction définie sur $[0;1[$ par $f(x)=\sqrt{\dfrac{x^3}{1-x}}$.

$(\Gamma_1)$ est sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J 5 cm.

1.
   a. Calculer la limite de f lorsque x tend vers 1 par valeurs inférieures et int graphiquement le résultat ;
   b. Étudier la dérivabilité de f en 0 et indiquer l'ensemble de dérivabilité de la fonct
2.
   a. Dresser le tableau de variation de f.
   b. Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe $(\Gamma_1)$ au point d'absci $\dfrac{1}{2}$.
3. Sur le même graphique,
   a. Construire la droite (T) et la courbe $(\Gamma_1)$.
   b. Tracer la courbe $(\Gamma_2)$, symétrique de $(\Gamma_1)$ par rapport à l'axe (OI).
4. Soit $(\Gamma)=(\Gamma_1)\cup(\Gamma_2)$. La courbe $(\Gamma)$ est appelée cissoïde de Dioclès. Démontrer que la courbe $(\Gamma)$ a pour équation cartésienne : $x(x^2+y^2)-y^2=0$.

**Partie B :**

Dans le repère (O, I, J) de la partie A :
- (C) est le cercle de diamètre [OI] ;
- (Δ) est la tangente à (C) en I ;
- (D) est la droite passant par O et de coefficient directeur t, $t \in \mathbb{R}$.

1.
   a. Déterminer une équation cartésienne du cercle (C) et de la droite (D).
   b. Le cercle (C) et la droite (D) se coupent au point O et en un second poi Déterminer les coordonnées du point M.
   a. La courbe (Γ) et la droite (D) se coupent en O et en second poin Déterminer les coordonnées du point M'.
   b. Les droites (Δ) et (D) se coupent en un point appelé N. Détermine coordonnées du point N.
2. Démontrer l'égalité vectorielle : $\overrightarrow{OM'}=\overrightarrow{MN}$.
3. Donner une liste de consignes permettant de construire point par point de la courbe (

---

RÉPUBLIQUE DE COTE-D'IVOIRE
*Union – Discipline – Travail*

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE

ENSEA

*08 BP 03 ABIDJAN 03*
Tél. 22 48 32 32/00 / Fax 22 44 39 88
*Email : ensea@ensea.ed.ci – Site Web : www.ensea.ed.ci*

**Session de Avril 2009**

CONCOURS **DIRECT** D'ENTRÉE EN DIVISION
DES ADJOINTS TECHNIQUES DE LA STATISTIQUE

# ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Durée 3 heures

---

*La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements constituent un objectif majeur pour l'épreuve écrite de mathématiques et entre pour une part importante dans l'appréciation des copies. L'usage des calculatrices scientifiques est autorisé à l'exclusion des calculatrices graphiques. Tout calcul de limite doit être justifié.*

## Exercice

Un sac contient trois boules indiscernables au toucher numérotées 0, 1 et 2. On tire une boule du sac, on note son numéro $x$ et on la remet dans le sac. Ensuite, on tire une seconde boule, on note son numéro $y$ et on la remet dans le sac. A chaque tirage de deux boules, on associe le nombre complexe $z = x+iy$.

1) Calculer la probabilité des événements suivants :
   a. A : « z est un nombre réel »
   b. B : « z est un nombre imaginaire pur » ;
   c. C : « z est une solution de l'équation $|z-1| = |\bar{z}+1|$ » ;
   d. D : « z est une solution de l'équation $\dfrac{z-1}{z+1} = i$ » ;
2) Soit X la variable aléatoire qui, à chaque tirage de deux boules associe la somme $x^2 + y^2$. Déterminer la loi de la probabilité de X et calculer son espérance mathématique.

## Problème

Le plan P est muni d'un repère orthonormal $(O;\vec{i};\vec{j})$ d'unité graphique 4 cm.

On considère la fonction numérique définie par $F(x) = \dfrac{e^{2x}+1}{e^{2x}-1}$.

**Partie A**

1) Justifier que F est dérivable sur $\mathbb{R}^*$.
2) Étudier la parité de F.
3) On appelle f la restriction de F à l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$
   a) Calculer les limites de f à droite en 0 et en $+\infty$.
   b) Interpréter graphiquement ces résultats.
4) Pour tout nombre réel strictement positif,
   a) Calculer le nombre dérivé $f'(x)$ ;
   b) Déterminer le sens de variation de f ;
5) Pour tout nombre réel x strictement négatif.
   a) Justifier que $F'(x) = f'(-x)$
   b) En déduire le sens de variation de F ;
   c) Dresser le tableau de variation de F sur $\mathbb{R}^*$.

**Partie B**

On considère la fonction G définie par $G(0)=0$ et $G(x) = \dfrac{1}{F(x)}$ pour tout nombre réel non nul.

1) Justifier que G est une fonction dérivable en 0 ;
2) Justifier que G est une fonction bijective sur $\mathbb{R}$. Indiquer son ensemble d'arrivée ;
3) Définir la fonction réciproque de G.

**Partie C**

On appelle I l'intervalle $[1\ ;\ 2]$ ;

1) Pour tout élément x de I,
   a) Démontrer que $f(x)$ appartient à I ;
   b) Démontrer que : $|f'(x)| \leq \dfrac{4}{5}$ ;
2) Démontrer que l'équation $f(x) = x$ admet une solution unique $\alpha$ dans l'intervalle I ;
3) En déduire que pour tout élément x de I, $|f(x) - \alpha| \leq \dfrac{4}{5}|x - \alpha|$ ;
4) On considère la suite numérique $(U_n)$ définie par $U_0 = 1$ et pour tout entier n, $U_{n+1} = f(U_n)$.
   tout entier naturel n, justifier que :
   a) $U_n$ est élément de I ;
   b) $|U_{n+1} - \alpha| \leq \dfrac{4}{5}|U_n - \alpha|$ ;
   c) $|U_n - \alpha| \leq (\dfrac{4}{5})^n$ ;
   d) Démontrer que la suite $(U_n)$ converge vers $\alpha$.
5) Représenter graphiquement :
   a) La courbe de f sur l'intervalle I ;
   b) Les quatre premiers termes de la suite $(U_n)$ et estimer à partir du graphique, une valeur
   à $10^{-1}$ près ;
6) Déterminer un entier p tel que, $U_p$ est une valeur approchée de $\alpha$ à $10^{-1}$ près.

---

RÉPUBLIQUE DE COTE-D'IVOIRE
*Union – Discipline – Travail*

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE

ENSEA

*08 BP 03 ABIDJAN 03*
Tél. 22 48 32 32/00 / Fax. 22 44 39 88
*Email : ensea@ensea.ed.ci – Site Web : www.ensea.ed.ci*

**Session de Avril 2009**

CONCOURS **DIRECT** D'ENTREE EN DIVISION
DES ADJOINTS TECHNIQUES DE LA STATISTIQUE

# EPREUVE DE CALCUL NUMERIQUE

**Durée: 2 heures**

---

***CALCULATRICES AUTORISEES / AUTRES DOCUMENTS NON AUTORISES***

## Exercice

Un restaurateur propose 5 repas à la carte. Leurs prix sont les suivants :

- Repas A : 7 800 FCFA
- Repas B : 6 100 FCFA
- Repas C : 8 600 FCFA
- Repas D : 4 900 FCFA
- Repas E : 5 700 FCFA

Question 1.
Calculer le prix moyen des repas.

Question 2.
Afin de conserver une cohérence dans sa gamme de prix, le restaurateur souhaite qu'aucun des repas n'ait un prix inférieur ou supérieur à 20 % du prix moyen des repas.

2.1 Calculer l'écart maximum souhaité (en plus ou en moins) par rapport au prix moyen des repas. Le résultat est arrondi au centième près.
2.2 Calculer le prix minimum souhaité ;
2.3 Calculer le prix maximum souhaité ;
2.4 Vérifier la cohérence de la gamme des prix. Justifier votre réponse.

Question 3.
Le restaurateur fait un relevé des ventes des repas.

3.1 Compléter le tableau ci-dessous.

| Repas | Effectifs | Prix en FCFA | Effectifs × Prix en FCFA |
|---|---|---|---|
| A | 24 | 7 800 | 134 200 |
| B | | 6 100 | 44 100 |
| C | 14 | 8 600 | |
| D | | 4 900 | |
| E | 11 | 5 700 | |
| | Total = | | Total = |

3.2 Calculer le montant moyen dépensé pour un repas.

**Problème**

Vingt chevaux, numérotés de 1 à 20, participent à une course. On admet a priori que les vingt chevaux ont la même chance de gagner la course.

Question 1.
Un joueur désigne, dans l'ordre, les chevaux numérotés 4, 11, 18 ;

a) Calculer la probabilité de voir les trois chevaux en question prendre, dans l'ordre indiqué, les trois premières places de la course ;
b) Dans l'hypothèse où la mise du joueur est égale à 500 francs, calculer, en cas de gain, la somme que devra lui verser l'organisateur de la course, le jeu étant supposé équitable.
c) L'organisateur du jeu supporte des frais qu'il estime à 20% de ses recettes. Calculer, dans ce cas, la somme qu'il versera au joueur en admettant qu'il veuille s'assurer un bénéfice égal à 5% des recettes.

Question 2 :
Un joueur a désigné, dans l'ordre, les chevaux numérotés 10, 11 et 12 ;

a) Calculer la probabilité de voir les trois chevaux en question prendre, non dans l'ordre, les trois premières places de la course.

Question 3 :
On suppose maintenant que les vingt chevaux soient d'inégale valeur. Les chevaux numérotés 1 à10 ont une probabilité individuelle de victoire égale à 0,05 ; les chevaux numérotés 11 à 1 ont une probabilité individuelle de gagner égale à 0,08 ; les chevaux numérotés 15 à 20 on chacun une probabilité égale de vaincre.

a) Exprimer la probabilité de voir, dans l'ordre, les trois chevaux numérotés 4, 11 et 18, prendre les trois premières places de la course ;
b) Exprimer la probabilité de voir, non dans l'ordre, les trois chevaux numérotés 10, 11 e 12, prendre les trois premières places de la course.

---

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE

ENSEA

*08 BP 03 ABIDJAN 08*
Tél. 22 44 41 15 / Fax. 22 44 39 88
*Email : ensea@ensea.ed.ci*

Session de Avril 2008

CONCOURS DIRECT D'ENTRÉE EN DIVISION DES ADJOINTS TECHNIQUES DE LA STATISTIQUE

# ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Durée 3 heures

---

- *La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements constituent un objectif majeur pour l'épreuve écrite de mathématiques et entrent pour une part importante dans l'appréciation des copies.*
- *L'usage des calculatrices scientifiques est autorisé à l'exclusion des calculatrices graphiques. Tout calcul de limite doit être justifié..*

---

Exercice

Dans une classe de 24 élèves comprenant autant de garçons que de filles on veut former, au hasard, des groupes de 4 élèves. Plusieurs méthodes de tirages simultanés sont explorées. On s'intéresse à un groupe particulier de quatre amis formé de 2 filles et 2 garçons. Le but est de connaître la probabilité pour que ce groupe soit choisi à la fin d'une épreuve.

Les noms de tous les élèves sont inscrits sur des cartons indiscernables au toucher. Dans la classe, les élèves sont disposés en 6 rangées de 4 élèves. Chaque rangée est unisexe. Les rangées sont numérotées de 1 à 6 et les numéros sont aussi inscrits sur des cartons indiscernables au toucher.

Tous les tirages effectués lors des épreuves sont simultanés.

1) Dans cette question, les 24 cartons portant les noms de tous les élèves sont mis dans une urne. l'expérience aléatoire consiste à tirer 4 cartons de l'urne.

2) Calculer la probabilité des événements suivants :

   A : « Le groupe formé contient exactement l'un des 4 amis » ;

   B : « le groupe formé contient au moins l'un des 4 amis » ;

   C : « le groupe des 4 amis a été choisi ».

3) On change de méthode pour la composition des groupes. On procède par étape. Lors de la première étape on sélectionne deux rangées par tirage dans une urne comportant les numéros des rangées. Ensuite, on tire le numéro de deux élèves dans les rangées choisies.

Les cartons portant le nom des élèves ont été au préalable, regroupés par rangée dans des urnes différentes.

a) Calculer la probabilité d'obtenir un groupe formé de 2 filles et de 2 garçons.

b) Calculer la probabilité pour que le groupe des 4 amis soit choisi si les filles se trouvent sur la rangée portant le numéro 2 et les garçons sur celle portant le numéro 5.

c) X est la variable aléatoire égale au nombre de filles contenu dans le groupe choisi. Indiquer les valeurs que X peut prendre et déterminer sa loi de probabilité.

## Problème

Le plan P est muni d'un repère orthonormal $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ d'unité graphique 1 cm. On s'intéresse dans ce problème à deux fonctions $f$ et $g$ dérivables sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$. On note $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de la fonction $f$ dans le plan P et $(\mathscr{G})$ celle de la fonction g. Les courbes de ces deux fonctions seront tracées dans le même repère de P.

Les fonctions $f$ et $g$ sont définies par :

$f(0) = 0$ et $f(x) = -x^2 + (3 - e^2)x + (e^2 - 1)\, x\ln x$ pour $x$ élément de l'intervalle $]0 ; +\infty[$.

$g(x) = -2x + (e^2 - 1)\ln x + 2$ pour $x$ élément l'intervalle $]0 ; +\infty[$.

### Partie A :

1) a) Déterminer la limite de la fonction g en 0 et donner une interprétation graphique de cette limite ;
   b) Déterminer la limite de la fonction g en $+\infty$ ;
2) On désigne par $g'$ la fonction dérivée de la fonction g.
   a) Calculer $g'(x)$ pour tout réel $x$ appartenant à l'intervalle $]0 ; +\infty[$ ;
   b) Etudier le signe de $g'(x)$ suivant les valeurs de $x$ ;
   c) En déduire le sens de variation de la fonction g sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ ;
   d) Calculer la valeur maximale de g(x) ; donner l'arrondi entier de cette valeur.
2) a) Calculer $g(1)$ et $g(e^2)$ ;
   b) En déduire le signe de $g(x)$ pour $x$ appartenant à l'intervalle $]0 ; +\infty[$.

3) Tracer la courbe de g.

### Partie B :

1) a) Déterminer la limite de la fonction $f$ en $+\infty$ ;
   b) vérifier que la fonction $f$ est continue en 0 ;
   c) Etudier la dérivabilité de $f$ en 0 et donner une interprétation graphique du résultat.
2) a) Démontrer que $f$ est une primitive de $g$ sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ ;
   b) En déduire le sens de variation de la fonction $f$ sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ ;
   c) Dresser le tableau de variation de $f$.
3) a) Justifier que l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions non nulles $\alpha$ et $\beta$ (on note $\alpha<\beta$).
   b) déterminer les arrondis entiers de $\alpha$ et $\beta$.
4) Tracer la courbe de $f$.
5) Calculer la valeur moyenne de g sur l'intervalle $[1 ; e^2]$.

CONCOURS DIRECT D'ENTREE EN DIVISION
DES ADJOINTS TECHNIQUES DE LA STATISTIQUE

# EPREUVE DE CALCULS NUMERIQUES

Durée: 2 heures

---

*CALCULATRICES AUTORISEES / AUTRES DOCUMENTS NON AUTORISES*

Exercice 1

1. Résoudre les équations et inéquations suivantes. Pour les inéquations, représenter l'ensemble des solutions :
   a. $(2x-3)^2-(2x-1)(2x-2)=-1$ ;
   b. $2(x-4)-3(2x-1)\leq 7$ ;
   c. $\frac{3x}{2}-\frac{2x}{3}<\frac{5}{6}$ ;
   d. $(x+3)^2-3(2x+5)=0$.
2. Soit le nombre $A=(2\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-2)$
   a. Calculer A et donner le résultat sous la forme $a+b\sqrt{3}$ où $a$ et $b$ sont des entiers relatifs ;
   b. On donne l'encadrement : $1{,}5<\sqrt{3}<2$. En déduire un encadrement de $A$.
3. Calculer et donner l'écriture scientifique de : $C=\frac{0{,}4\times 10^{-8}}{(5\times 10^{-5})^2}$.

Exercice 2

1. $\alpha$ est un angle aigu tel que $\cos\alpha=\frac{2}{3}$. Calculer la valeur exacte de $\sin\alpha$ et en déduire celle de $\tan\alpha$ ;
2. $x$ est un angle aigu. Exprimer plus simplement $(\sin x+\cos x)^2-(\sin x-\cos x)^2$.

## Exercice 3

Résoudre les questions 1) et 2) à l'aide d'une équation du 1er degré.

1) Je choisis un nombre, je lui ajoute 5, puis je multiplie le résultat par 4. Enfin, je divise le résultat trouvé par 5, et je retombe sur le nombre de départ. Quel était ce nombre ?

2) Aujourd'hui, l'âge d'un père vaut 4 fois celui de sa fille. Mais dans 18 ans, l'âge du père sera seulement le double de celui de sa fille. Quels sont leurs âges actuels ?

3) Je marche à 4 km/h. J'habite à 850 mètres d'une gare.

a) Quelle est la durée exacte de mon parcourt entre chez moi et cette gare ? Donner le résultat en minutes et secondes.

b) En marchant 1 km/h plus vite, combien de temps vais-je gagner sur ce même parcourt ?

## Problème

Dans ce problème, on s'intéresse aux suites $(u_n)$ qui vérifient la relation de récurrence :
$u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$

On note E l'ensemble des suites réelles qui vérifient cette relation de récurrence.

### Partie A - Stabilité de l'ensemble $E$

Soient $(a_n)$ et $(b_n)$ deux suites de l'ensemble $E$.

Soient $\lambda$ et $\mu$ deux réels quelconques.

Démontrer que la suite $(c_n)$ définie par $c_n = \lambda a_n + \mu b_n$ appartient aussi à l'ensemble $E$.

### Partie B - Recherche de suites géométriques appartenant à $E$

Soit $(a_n)$ une suite géométrique de raison $q \neq 0$.

Comment choisir $q$ pour que la suite $(a_n)$ soit élément de l'ensemble $E$ ?

### Partie C - Suite de Fibonacci

On appelle "suite de Fibonacci" la suite définie par : $\begin{cases} u_0 = 0 \text{ et } u_1 = 1 \\ u_{n+2} = u_{n+1} + u_n \end{cases}$

1. Calculer $u_2, u_3, u_4, u_5$ et $u_6$.
2. Déterminer les valeurs de $\lambda$ et $\mu$ telles que pour tout $n \in IN$ : $u_n = \lambda q^n + \mu q^n$
3. Démontrer que : $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{u_{n+1}}{u_n} = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ (Cette limite est le "nombre d'or")
4. Démontrer, par récurrence, que pour tout $n \in IN^*$ : $u_{n+1}u_{n-1} - u_n^2 = (-1)^n$

### Partie D - Somme des termes de la suite de Fibonacci

On note $(u_n)$ la suite de Fibonacci (définie à la partie C) et $S_n$ la somme :

$$S_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n = \sum_{k=0}^{n} u_k$$

1. Calculer $S_1, S_2, S_3$ et $S_4$.
2. Démontrer que pour tout $n \in IN$ : $S_n = u_{n+2} - 1$

---

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE
STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE

ENSEA

*08 BP 03 ABIDJAN 03*
Tél. 22 44 41 15 / Fax. 22 44 39 88
*Email : ensea@ensea.ed.ci*

**Session de Septembre 2007**

CONCOURS **DIRECT** D'ENTRÉE EN DIVISION
DES ADJOINTS TECHNIQUES DE LA STATISTIQUE

# ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Durée : 3 heures

---

*La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements constituent un objectif majeur pour l'épreuve écrite de mathématiques et entre pour une part importante dans l'appréciation des copies.*
*L'usage des calculatrices scientifiques est autorisé à l'exclusion des calculatrices graphiques.*
*Tout calcul de limite doit être justifié.*

## Exercice 1

z étant un nombre complexe différent de i, on considère le nombre u défini par :

$$u = \frac{iz - 2 + 4i}{z - i} ;$$

1) Démontrer que u est différent de i.
2) Soient Z = z-i et U = u-i. Démontrer que ZU = -3 +4i.
3) Déterminer les nombres complexes Z vérifiant Z = U.
4) Déduire de ce qui précède les solutions de l'équation

$$z = \frac{iz - 2 + 4i}{z - i}.$$

## Exercice 2

Un dé parfait a six faces numérotées de 1 à 6. On le lance quatre fois de suite. A chaque lancer, on note le numéro marqué sur la face supérieure du dé.
*(Les résultats seront arrondis à 0,001 près) ;*

1) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
   A : « On obtient deux fois le nombre 6 et deux fois seulement » ;
   B : « On obtient au moins une fois le nombre 6 » ;
   C : « On obtient 6 pour la première fois au troisième lancer» ;
2) Calculer la probabilité de :

a) l'événement « A et C » ;
b) l'événement « B et C ».

**Exercice 3**

Dans cet exercice, il s'agit de préciser les positions relatives des courbes de trois fonctions f, g et h sur l'intervalle I = [ - 0,5 ; 1 ].

On donne $f(x) = \ln(1 + 2x)$, $g(x) = 2x(1-x)$, $h(x) = 2x - 2x^2 + \frac{8}{3}x^3$.

Le plan est muni d'un repère orthogonal (O, A, B) dont les unités graphiques sont : OA = 5 cm ; OB = 2,5 cm.

On désigne par $C_f$, $C_g$, $C_h$ les courbes respectives des fonctions f, g et h.

1) Étudier les positions relatives des courbes $C_g$ et $C_h$.
2) a) Dresser le tableau des variations de g sur l'intervalle I.
   b) Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant :

| x | -0,5 | -0,2 | 0 | 0,2 | 0,4 | 0,5 | 0,8 | 1 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| g(x) | | | | | | | | |

   c) Écrire une équation de la tangente (T) à la courbe $C_g$ au point d'abscisse x = 0.
   d) Tracer la droite (T) et la courbe $C_g$. On prendra soin de placer l'origine du repère au centre de la page.
3) a) Dresser le tableau des variations de h sur l'intervalle I.
   b) Démontrer que la droite (T) est aussi la tangente à la courbe $C_h$ au point d'abscisse x = 0.
   c) Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant : *(les résultats seront arrondis à 0,001 près)*

| x | 0,4 | 0,5 | 0,8 | 1 |
|---|---|---|---|---|
| h(x)-g(x) | | | | |

   d) Tracer la courbe $C_h$ dans le repère (O,A,B) .
4) On appelle l la fonction égale à f-g.
   a) Calculer la dérivée l'(x) sur I et étudier son signe ;
   b) Déterminer le sens de variation de l ;
   c) Calculer l(0) et en déduire le signe de l(x) sur I.
5) On appelle k la fonction égale à f-h.
   a) Calculer la dérivée k'(x) sur I et étudier son signe ;
   b) Déterminer le sens de variation de k ;
   c) Calculer k(0) et en déduire le signe de k(x) sur I.
6) Préciser les positions relatives des courbes $C_f$, $C_g$, et $C_h$ sur I.
7) Démontrer que la droite (T) est aussi la tangente à la courbe $C_f$ au point d'abscisse x = 0.
8) Tracer la courbe $C_f$ dans le repère (O, A, B).

---

CONCOURS **DIRECT** D'ENTREE EN DIVISION
DES ADJOINTS TECHNIQUES DE LA STATISTIQUE

# EPREUVE DE CALCULS NUMERIQUES

**Durée: 2 heures**

---

***CALCULATRICES AUTORISEES / AUTRES DOCUMENTS NON AUTORISES***

## Exercice 1

Soit x un nombre réel. On considère les expressions suivantes :

$$A(x) = 4x^3 + 5x^2 - 5x - 4 \text{ et } E(x) = x^3 + 27 + (x+3)(3x-1).$$

1. Factoriser A(x) et E(x).
2. Déterminer l'ensemble de définition du quotient $R(x) = \dfrac{E(x)}{A(x)}$ et étudier son signe suivant les valeurs de x.

## Exercice 2

Soit $n \in \mathbb{N}^*$, on se propose de calculer la somme $S_n = \dfrac{1}{1\times 2} + \dfrac{1}{2\times 3} + \dfrac{1}{3\times 4} + \ldots + \dfrac{1}{n(n+1)}$ pour tout entier naturel strictement positif $n$.

1. Calculer $S_2$, $S_3$, $S_4$ et $S_5$.
2. a) Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $\dfrac{1}{n(n+1)} = \dfrac{1}{n} - \dfrac{1}{n+1}$.

   b) En déduire un calcul simple de $S_{2007}$.

   c) Donner alors une expression plus simple de $S_n$ en fonction de $n$.

## Exercice 3

Pour un entier naturel n, on pose :

$$U_n = (\sqrt{2}+1)^n \quad \text{et} \quad V_n = (\sqrt{2}-1)^n .$$

a) Montrez qu'il existe deux suites $(a_n)$ et $(b_n)$ d'entiers naturels tels que:

$$U_n = a_n + b_n\sqrt{2} \quad ;$$

b) Quelles sont les valeurs de $a_0$ et $b_0$? Exprimer $a_{n+1}$ et $b_{n+1}$ en fonction de $a_n$ et $b_n$ ;
c) Déterminez l'expression de $2b_n^2 - a_n^2$ en fonction de n puis calculer PGCD $(a_n, b_n)$ pour n strictement positif ;

d) Quelle est la valeur de $U_nV_n$?
Donnez alors l'expression de $V_n$ en fonction de $a_n$ et $b_n$ ;

e) Montrez que pour tout n entier naturel, il existe un entier naturel $p_n$ tel que :

$$(\sqrt{2}+1)^n = \sqrt{p_n} + \sqrt{p_n + 1} .$$

## Exercice 4

Une société envisage d'ouvrir une salle de musculation d'une capacité d'accueil de 200 à 250 personnes par jour.

Elle souhaite que le bénéfice moyen, par personne et par heure, soit au moins égal à 300 FCFA. Elle vous demande de déterminer le nombre minimum de personnes accueillies par heure qui satisfait cette contrainte.

On fixe le prix l'heure de musculation à 800 FCFA par personne.
On estime que le coût de fonctionnement horaire de la salle de musculation est constitué :
- d'un coût fixe de 15 000 FCFA
- d'un coût variable de 450 FCFA par personne.

1) Dans cette question, on se place dans le cas particulier où l'occupation horaire est de 125 personnes.

a) Calculer la recette horaire relative au prix du séjour.
b) Calculer le coût de fonctionnement horaire.

c) Calculer le bénéfice horaire, différence entre la recette horaire et le coût de fonctionnement horaire.
d) En déduire le bénéfice horaire moyen, par personne (*arrondir au centime*).

2) Dans la suite, on se place dans le cas général où l'occupation horaire est de $n$ personnes.
a) Exprimer la recette horaire $R(n)$ en fonction de $n$.
b) Exprimer le coût de fonctionnement horaire $C(n)$ en fonction de $n$.

c) En déduire le bénéfice horaire $J(n)$.
d) En déduire l'expression du bénéfice horaire moyen par personne.
e) Quelle doit être la valeur minimale de n pour que la société atteigne son objectif.

---

CONCOURS **DIRECT** D'ENTRÉE EN DIVISION
DES ADJOINTS TECHNIQUES DE LA STATISTIQUE

# ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

*Durée 3 heures*

---

*La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements constituent un objectif majeur pour l'épreuve écrite de mathématiques et entre pour une part importante dans l'appréciation des copies.*
*L'usage des calculatrices scientifiques est autorisé à l'exclusion des calculatrices graphiques.*
*Tout calcul de limite doit être justifié.*

## Exercice 1

On pose

$$u = \frac{2}{i - \sqrt{3}}$$

1) a) Ecrire u sous la forme trigonométrique.
   b) En déduire la valeur de $u^6$.

2) Soit $a = \frac{\sqrt{3} + i}{2}$. Pour tout entier naturel n , on pose $z_n = a^n u$.
   On désigne par $M_n$ le point d'affixe $z_n$.
   a) Justifier qu'il y a un nombre fini de points $M_n$.
   b) Placer tous les points $M_n$ dans le plan muni d'un repère orthonormé.

3) Calculer $z_0 + z_1 + z_2 + z_3 + z_4 + z_5$.
   Interpréter graphiquement le résultat.

## Exercice 2

On considère la suite numérique $(u_n)$ définie pour tout entier naturel n par :

$$\begin{cases} u_0=1,\ u_1=-1 \\ u_{n+2} = -3u_{n+1} + 10u_n \end{cases}$$

1) Calculer $u_2$ et $u_3$

2) On désigne par $(v_n)$ la suite définie pour tout entier n par : $7v_n = u_{n+1} + 5u_n$.
   a) Démontrer que $(v_n)$ est une suite géométrique.
   b) Exprimer le terme général $v_n$ en fonction de n.

3) $w_n$ est la suite définie pour tout entier n par : $7w_n = u_{n+1} - 2u_n$
   a) Exprimer $u_n$ en fonction de $w_n$ et de $v_n$.
   b) Démontrer que : $w_n = \frac{-3}{7}(-5)^n$.
   c) En déduire l'expression de $u_n$ en fonction de n.

4) Etudier la convergence de la suite $(u_n)$.

**Exercice 3**

On considère f, la fonction numérique dérivable et définie sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{x^2 - 1 - lnx^2}{4}$$

1) a) Calculer la limite de f en 0 et interpréter graphiquement le résultat.
   b) Calculer la limite de f en $+\infty$.
   c) Calculer la limite de $\frac{f(x)}{x}$ en $+\infty$ et interpréter graphiquement le résultat.

2) a) Pour tout nombre réel strictement positif x, calculer le nombre dérivé f'(x).
   b) Pour tout nombre réel strictement positif x, étudier le signe de f'(x).
   c) Dresser le tableau de variation de f.
   d) Justifier que pour tout nombre réel strictement positif x, $f(x) \geq 0$.

3) Le plan est muni d'un repère orthonormé. On prendra 2 cm pour unité graphique.
   a) On note $(D_a)$ les droites d'équations $y = ax$. ( $a \in \mathbb{R}$ ).
   Démontrer qu'il existe sur la courbe de f un point où la tangente est parallèle à $(D_a)$.
   b) On note $M_a$ ce point. Déterminer les coordonnées du point $M_{\frac{4}{3}}$ .
   c) Dans le repère, tracer la tangente à la courbe au point $M_{\frac{4}{3}}$.
   d) Ensuite, construire la courbe de f.

4) a) On pose $g(x) = \frac{f(x)}{x^2}$. Vérifier que g est une primitive de la fonction $x \mapsto \frac{\ln x}{x^3}$.

b) Justifier que $\int_1^x f(t)\,dt = \frac{1}{3}x^3 g(x) - \frac{1}{3}\int_1^x \ln t\,dt$.

c) Calculer $\int_1^x \ln t\,dt$ à l'aide d'une intégration par parties.

d) En déduire $\int_1^x f(t)\,dt$.

5) Calculer l'aire de la partie du plan comprise entre l'axe des abcisses, la courbe de f, les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$.

RÉPUBLIQUE DE COTE-D'IVOIRE
Union – Discipline – Travail
---
ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE

**ENSEA**

*08 BP 03 ABIDJAN 03*
Tél. 22 44 41 15 / Fax. 22 44 39 88
*Email : ensea@ensea.ed.ci*

**Session de Juin 2007**

CONCOURS **DIRECT** D'ENTREE EN DIVISION
DES ADJOINTS TECHNIQUES DE LA STATISTIQUE

# EPREUVE DE FRANÇAIS

Durée 3 heures

---

## Sujet d'Ordre Général

« Vu les atrocités que commet l'homme, et devant les perspectives terrifiantes qui s'ouvrent à l'humanité, nous apercevons encore mieux que la paix est le seul combat qui vaille d'être mené. »

Commentez cette affirmation d'Albert Camus, Ecrivain français de la Première moitié du 20ème Siècle.

---

COLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE

ENSEA

*08 BP 03 ABIDJAN 03*
Tél. 22 48 32 32/00 / Fax. 22 44 39 88
*Email : ensea@ensea.ed.ci – Site Web : www.ensea.ed.ci*

**Session de Avril 2016**

CONCOURS **DIRECT** D'ENTREE EN DIVISION
DES ADJOINTS TECHNIQUES DE LA STATISTIQUE

# EPREUVE DE FRANÇAIS

**Durée : 3 heures**

---

**Sujet d'Ordre Général**

Pensez-vous que l'éducation physique et sportive participe à la connaissance de soi ? Comment ?

---

CONCOURS **PROFESSIONNEL** D'ENTREE EN DIVISION
DES ADJOINTS TECHNIQUES DE LA STATISTIQUE

# EPREUVE DE FRANÇAIS

---

**Durée : 3 heures**

---

## Sujet d'ordre général

Certains individus pensent à l'autodéfense pour faire face à la violence. Cette tendance vous parait-elle justifiée ou condamnable ?

(Vos arguments doivent être soutenus par des exemples.)

---

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE

ENSEA

*08 BP 03 ABIDJAN 03*
Tél. 22 48 32 32/00 / Fax. 22 44 39 88
*Email : ensea@ensea.ed.ci – Site Web : www.ensea.ed.ci*

**Session de Avril 2014**

CONCOURS **DIRECT** D'ENTREE EN DIVISION
DES ADJOINTS TECHNIQUES DE LA STATISTIQUE

# EPREUVE DE FRANÇAIS

**Durée : 3 heures**

---

**Sujet d'Ordre Général**

Justifiez le bien-fondé de cette opinion : « L'amour de la science inspire de grands dévouements ».

---

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE

ENSEA

08 BP 03 ABIDJAN 03
Tél. 22 48 32 32/00 / Fax. 22 44 39 88
Email : ensea@ensea.ed.ci – Site Web : www.ensea.ed.ci

Session de Avril 2010

CONCOURS **DIRECT** D'ENTREE EN DIVISION
DES ADJOINTS TECHNIQUES DE LA STATISTIQUE

# EPREUVE DE FRANÇAIS

**Durée : 3 heures**

---

**Sujet d'Ordre Général**

« La modernisation occidentale s'est, en quelques siècles, imposée dans l'ensemble des pays du monde ».

Que pensez-vous de cette assertion ?

---

# EPREUVE DE FRANÇAIS

**Durée 3 heures**

---

**Sujet d'Ordre Général**

Les Anciens lancent aux jeunes générations cette boutade : « l'argent est la seule valeur aujourd'hui. Toutes les autres se sont effondrées : les valeurs familiales, humaines, nationales. Plus rien n'existe. »

Qu'en pensez-vous ?

---

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE

ENSEA

08 BP 03 ABIDJAN 08
Tél. 22 44 41 15 / Fax. 22 44 39 88
Email : ensea@ensea.ed.ci

Session Avril 2008

CONCOURS DIRECT D'ENTREE EN DIVISION
DES ADJOINTS TECHNIQUES DE LA STATISTIQUE

# EPREUVE DE FRANÇAIS

Durée : 3 heures

D'après vous, est-ce en résistant à la culture mondiale ou en y participant que nous parviendrons le mieux à sauvegarder la vie culturelle de chaque peuple ?

---

# EPREUVE DE FRANÇAIS

Durée : 3 heures

---

## Sujet d'ordre général

« L'immigration, quelle que soit sa couleur et sa saveur, est une injection de vie, d'énergie et de culture, et que les pays devraient la recevoir comme une bénédiction. »

Partagez-vous cette opinion d'un écrivain espagnol ?

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE

ENSEA

08 BP 03 ABIDJAN 03
Tél. 22 48 32 32/00 / Fax. 22 44 39 88
Email : ensea@ensea.ed.ci – Site Web : www.ensea.ed.ci

**Session de Avril 2015**

CONCOURS ~~PROFESSIONNEL~~ DIRECT D'ENTREE EN DIVISION
DES ADJOINTS TECHNIQUES DE LA STATISTIQUE

# EPREUVE DE FRANÇAIS

**Durée : 3 heures**

---

**Sujet d'ordre général**

«L'homme absurde est celui qui ne change jamais».

Appréciez cette maxime de La Fontaine.

---