

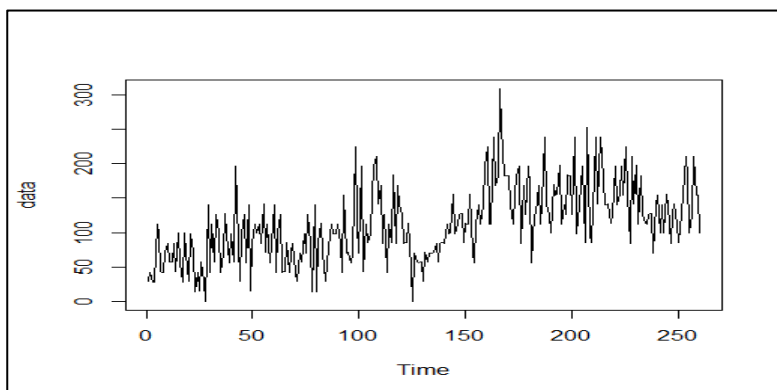
SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
MATEMATIČKI ODSJEK  
AK. GOD. 2021. / 2022.

**PRAKTIČNI ZADATAK – VREMENSKI NIZOVI**  
**ZADATAK 25**

AUTOR: Josipa Radnić

ZAGREB, 2022. GOD

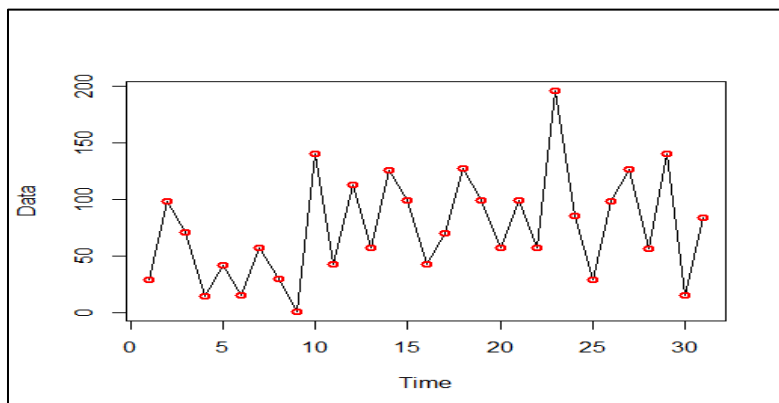
# 1. GRAFIČKI PRIKAZ PODATAKA I ANALIZA



Slika 1: originalni podaci

U ovom radu analizirat ćemo zadani vremenski niz, podacima ukloniti postojeći trend i sezonalnost, te pronaći najbolji model koji bi mogao opisati transformirane podatke. Nakon toga ćemo pomoću izabranog modela predvidjeti sljedeću vrijednost i pronaći 95% predikcijski interval.

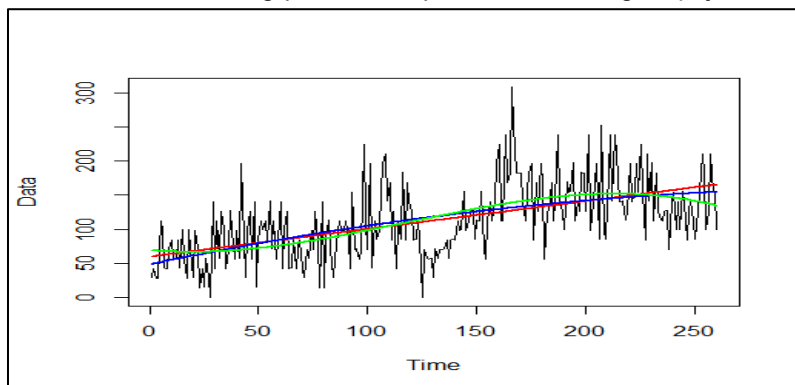
Na Slici 1 je grafički prikazan put zadanog vremenskog niza, te s grafa možemo primijetiti da postoji trend, no sezonalnost ne možemo uočiti.



Slika 2: dio originalnih podataka

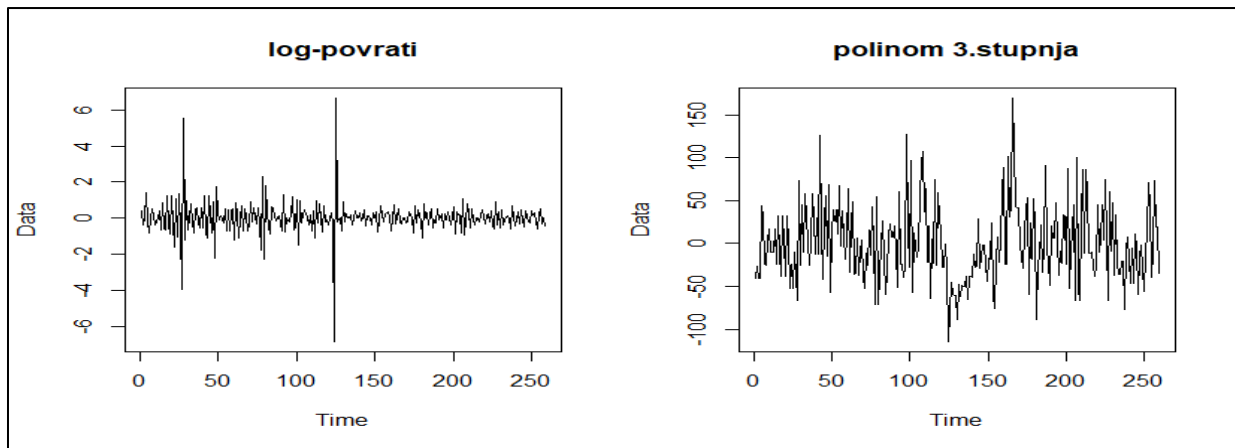
Na grafu lijevo imamo prikazan dio podataka kako bi bolje uočili postoji li sezonalnost. Crvenim točkama su prikazani podaci, a crnim linijama put vremenskog niza. Možemo primijetiti da na svakom „brijegu“ imamo drugačiji broj podataka, te iz toga možemo pretpostaviti da nema sezonalnosti.

Ukloniti ćemo trend log-povratima i polinomom trećeg stupnja.



Slika 3: opisivanje trenda polinomima

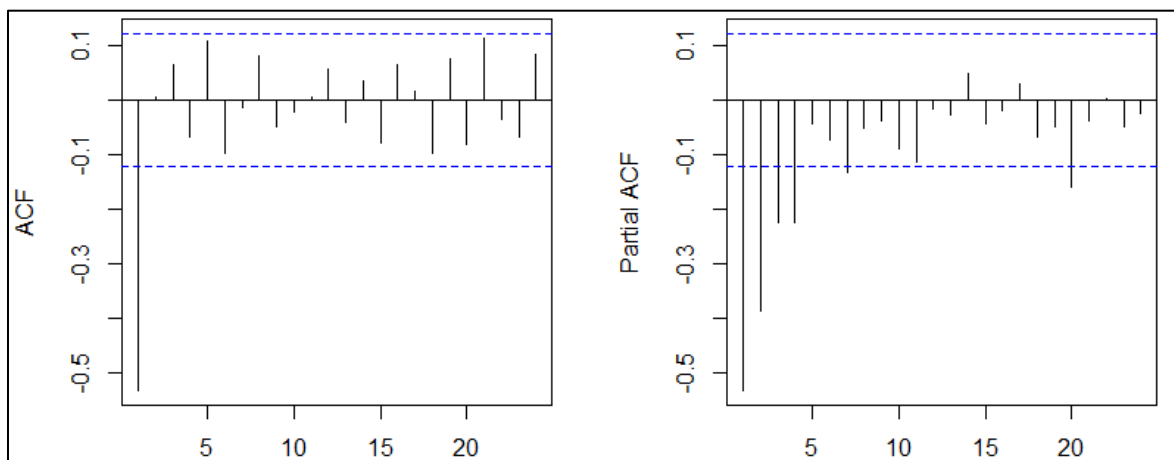
Na Slici 3 crvenom bojom je označen polinom 1.stupnja, plavom 2.stupnja i zelenom 3.stupnja. Vidimo da zelena linija najbolje opisuje podatke, te pomoću *ANOVA* testa pokaže se da je polinom 3.stupnja značajan.



Slika 4: transformirani podaci

Nakon što uklonimo trend transformirani podaci izgledaju kao na Slici 4. Uzeti ćemo podatke transformirane log-povratima  $Y_t = \log\left(\frac{X_t}{X_{t-1}}\right)$ , pri čemu ( $X_t$ ) označava originalne podatke, gdje graf sugerira da bi se moglo raditi o stacionarnom nizu jer su podaci ravnomjerno raspršeni oko nule, te ćemo prilagoditi model tim podacima. Također, možemo primijetiti iz grafa da postoji razlika u varijanci kroz vrijeme pa ćemo provjeriti bili odgovarao neki model s uvjetnom promjenom varijanci.

## 2. PRILAGODBA MODELA



Slika 5: ACF i PACF

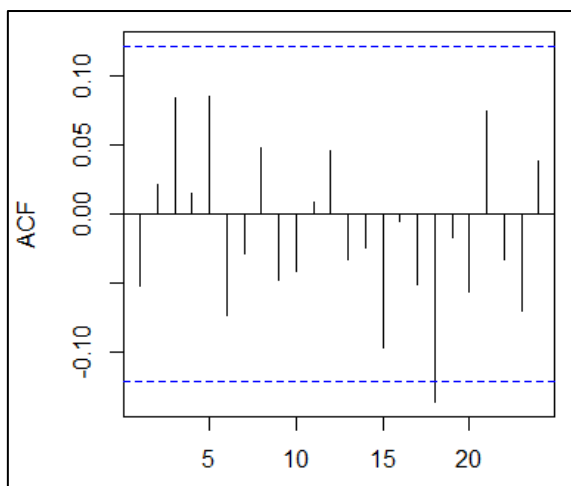
Iz ACF grafa možemo naslutiti da se radi o  $MA(1)$  procesu, te iz PACF grafa možemo naslutiti da se radi od  $AR(4)$  ili  $AR(7)$  ili čak  $AR(p)$  proces nekog još višeg reda  $p$ . No iz grafova teško možemo donijeti zaključke pa pomoću Yule – Walker metode dobivamo da je od  $AR(p)$  procesa najbolji  $AR(7)$  proces, što smo i naslutili iz PACF grafa. Kako bi izabrali najbolji  $MA(q)$  proces t.d. je  $q < 4$ , koristit ćemo AIC

PROCES	AIC
$MA(1)$	555.8641
$MA(2)$	556.9661
$MA(3)$	558.9158
$AR(7)$	568.545
$ARMA(1,1)$	556.954

kriterij koji želimo minimizirati. Kod procesa  $MA(1)$  dobivamo najmanji AIC kriterij ( vidjeti Tablicu 1) te potvrđuje naše slutnje iz grafa. Također, usporediti ćemo te procese s  $ARMA(1,1)$  procesom te pomoću AIC kriterija izabrati najbolji. U Tablici 1 vidimo da najmanji AIC ima proces  $MA(1)$  te ćemo njega izabrati u daljnjim koracima. Taj proces glasi:

$$X_t = Z_t - 0.8889Z_{t-1}, \quad Z_t \sim WN(0, \sigma^2), \quad \sigma^2 = 0.493894$$

→ Tablica 1: ACF i PACF



Slika 6: ACF reziduala

Na Slici 5 prikazan je graf *ACF* od reziduala gore navedenog modela te vidimo da su svi stupići osim jednog unutar plave pruge ( 95% stupića je unutar pruge), što nam potvrđuje da je model dobar. Također, provest ćemo *Ljung – Box* test kako bi testirali da su reziduali zaista bijeli šum. Nulta hipoteza testa je da poslani podaci imaju razdiobu  $IID(0, \sigma^2)$ , te dobijemo veliku *p – vrijednost* pa ne možemo odbaciti nultu hipotezu.

Naslutili smo iz Slike 4 grafa log-povrata da postoji razlika u varijanci kroz vrijeme s obzirom na odskakanja u nekim vremenima. S obzirom da primjećujemo veću volatilitnost podataka provjeriti ćemo bili odgovarao *GARCH(1,1)* proces za transformirane podatke.

Fitanjem modela funkcijom *garchFit* možemo vidjeti grafički da uglavnom dobro opisuje podatke, pa možemo pretpostaviti da bi bilo opravdano koristiti *GARCH(1,1)* proces. No, također grafički možemo primjetiti da gore navedeni *MA(1)* model bolje opisuje podatke pa opravdava da koristimo njega.

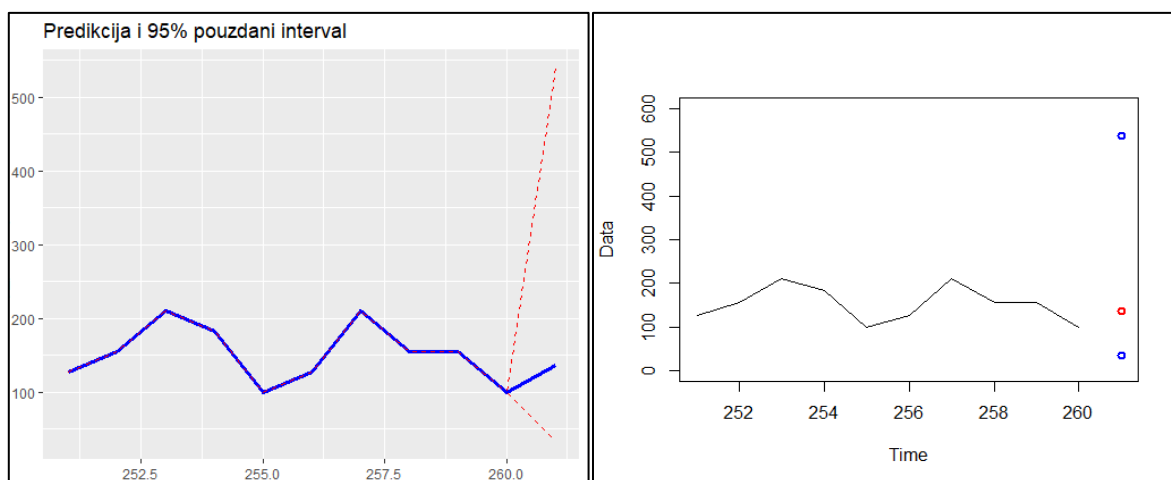
### 3. PREDVIĐANJE BUDUĆIH VRIJEDNOSTI

Za kraj predvidjeti ćemo sljedeću vrijednost ( za  $t = 261$ ) i naći 95% predikcijski interval za tu vrijednost uz pretpostavku normalnosti šuma koristeći gore navedeni model. Dobijemo sljedeće:

	<b><math>t = 261</math></b>
donja granica	34.2861
predviđena vrijednost	135.9356
gornja granica	538.9495

Tablica 2: predviđena vrijednost, donja i gornja granica intervala

Na sljedećim grafovima na Slici 6 je prikazano 10 posljednjih vrijednosti originalnih podataka, sljedeća predviđena vrijednost i pripadni 95% predikcijski interval. Na grafu lijevo crvenom iscrtanom linijom pokazuje predikcijski interval, a vrijednost nakon početka tog intervala je predviđena vrijednost. Na grafu lijevo je isto prikazano samo na drugačiji način. Crnom linijom su prikazani 10 posljednjih vrijednosti, plavim točkama su prikazane granice i crvenom točkom predviđena vrijednost.



Slika 6: Predviđena sljedeća vrijednost i 95% predikcijski interval