



Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Villamosmérnöki és Informatikai Kar
Automatizálási és Alkalmazott Informatikai Tanszék

Útvonaltervezési algoritmusok optimalizálása GPU-n

SZAKDOLGOZAT

Készítette
Jost Márk Benedek

Konzulens
Dr. Szegletes Luca

2023. november 27.

Tartalomjegyzék

Kivonat	i
Abstract	ii
1. Bevezetés	1
1.1. Áttekintés	3
1.2. Rövidítések	3
2. Elméleti háttér	5
2.1. Utazóügynök probléma	5
2.2. Járműútvonal-tervezési problémák	6
2.3. Heurisztikus algoritmusok	8
2.4. Hangyakolónia optimalizáció	8
2.5. Alternatív megoldások	9
2.5.1. „Brute force” algoritmus	9
2.5.2. Held - Karp algoritmus	10
2.5.2.1. Az eljárás Értékelése	10
2.6. A párhuzamos programozás alapjai	11
3. Technológiai háttér	12
3.1. GPGPU	12
3.1.1. Motiváció	12
3.2. CUDA	13
3.3. Programozási modell	14
3.3.1. Kernel, és a többi függvénytípus	14
3.3.2. Szálkezelés	15
3.3.3. Grid csoport	17
3.3.3.1. Teljes Grid csoporton belüli szinkronizáció	18
3.3.3.2. Program felkészítése több blokkos futtatásra	19
3.3.4. Moduláris programszerkesztés	19
3.3.5. CUDA használata Visual Studio alatt	20
4. Implementáció	23
4.1. Hangyakolónia algoritmus	23
4.1.1. Adatstruktúrák	23
4.1.2. Feromonok nyilvántartása	23
4.1.2.1. TSP	23
4.1.2.2. VRP variánsok	24
4.1.3. A rulettkerék algoritmus	25
4.2. A végeredmény számítása	26
4.3. TSP első verzió	26

4.4.	TSP második verzió	27
4.5.	VRP	28
4.6.	CVRP	28
4.7.	CVRPTW	28
4.7.1.	Kezdeti kudarcok	28
4.7.2.	A probléma forrása	28
4.7.3.	A megoldás felé vezető út	29
5.	Mérési eredmények	31
5.1.	A mérések menete	31
5.2.	Mérési eredmények	31
5.3.	TSP első verzió	33
5.4.	TSP második (konzisztens) verzió	34
5.5.	VRP	36
5.6.	CVRP	36
5.7.	CVRPTW random kereséssel	37
5.8.	CVRPTW rendezett kereséssel	39
6.	Eredmények értékelése, továbbfejlesztési lehetőségek	42
6.1.	Az Utazóügynök (TSP) verziók összehasonlítása	42
6.2.	CVRP	43
6.3.	CVRPTW	43
6.4.	Az összes probléma összevetése	44
6.5.	Összefoglalás	45
6.6.	Továbbfejlesztési lehetőségek	45
6.7.	Kritériumfeltételek problémája a Hangyakolónia algoritmussal	45
6.7.1.	Kapacitásfeltétel	46
6.7.2.	Időablakok feltétele	46
	Köszönetnyilvánítás	47
	Irodalomjegyzék	48
	Függelék	49
F.1.	A megvalósított CUDA kódok elérése	49
F.2.	A dolgozat során használt rövidítések	50

HALLGATÓI NYILATKOZAT

Alulírott *Jost Márk Benedek*, szigorló hallgató kijelentem, hogy ezt a szakdolgozatot meg nem engedett segítség nélkül, saját magam készítettem, csak a megadott forrásokat (szakirodalom, eszközök stb.) használtam fel. Minden olyan részt, melyet szó szerint, vagy azonos értelemben, de átfogalmazva más forrásból átvettem, egyértelműen, a forrás megadásával megjelöltem.

Hozzájárulok, hogy a jelen munkám alapadatait (szerző(k), cím, angol és magyar nyelvű tartalmi kivonat, készítés éve, konzulens(ek) neve) a BME VIK nyilvánosan hozzáférhető elektronikus formában, a munka teljes szövegét pedig az egyetem belső hálózatán keresztül (vagy autentikált felhasználók számára) közzétegye. Kijelentem, hogy a benyújtott munka és annak elektronikus verziója megegyezik. Dékáni engedéllyel titkosított diplomatervek esetén a dolgozat szövege csak 3 év eltelte után válik hozzáférhetővé.

Budapest, 2023. november 27.

Jost Márk Benedek
hallgató

Kivonat

Járműútvonaltervezési problémákkal (Vehicle Routing Problems - VRP) az élet számos különböző területén találkozunk: szociális média felületek felhasználói bázisának elemzése, NYÁK-tervek készítése, vagy különböző logisztikai feladatok kezelése során. Ezek köztudottan NP-teljes problémák, melyek megoldása költséges, ugyanakkor gyakran monoton tevékenység, hiszen sok pontsorozat közül kell kiválasztani a legrövidebbet. Jelen dolgozat célja a Hangyakolónia Optimalizáció (Ant Colony Optimization - ACO) elvével heurisztikus, valószínűségi megoldást találni. Az ACO nagymértékben párhuzamosítható, ezért az NVIDIA CUDA keretrendszer segítségével videokártyán összehangolt munkaszálak ezreit futtatva hatékonyan voltam képes megoldani a VRP-t. A készült kódot C/C++ programozási nyelven készítettem el.

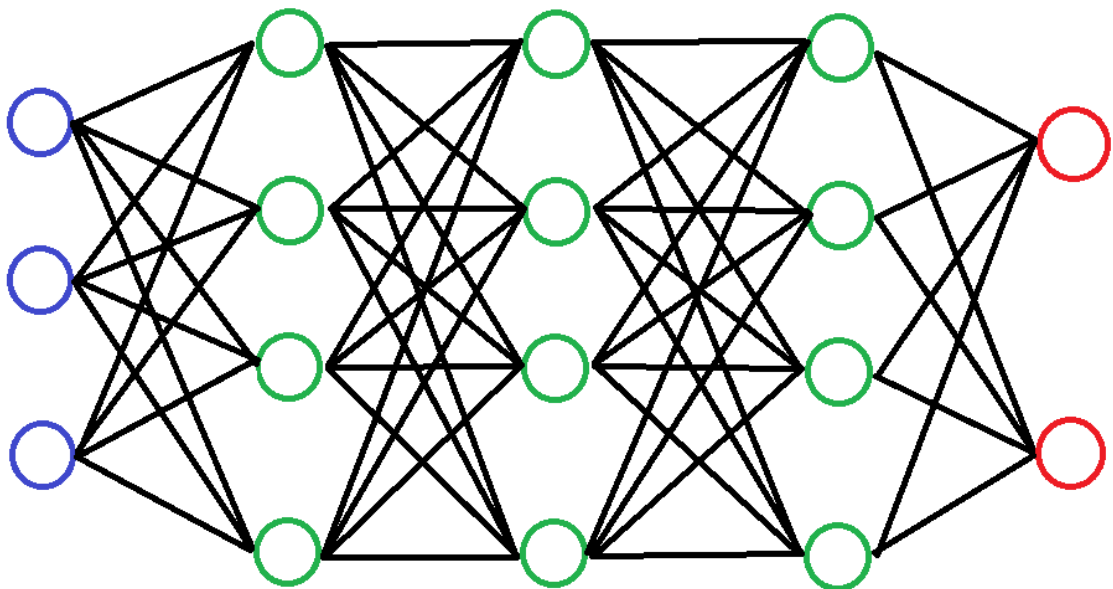
Abstract

We encounter Vehicle Routing Problems (VRP) in various aspects of life, such as analyzing user bases of large social network platforms, planning the layout design of a Printed Circuit Boards, or handling different logistics tasks like delivery problems. These are well-known NP-complete problems, therefore they are very costly to solve. The aim of this thesis is to use the principle of Ant Colony Optimization (ACO) method to find solutions heuristically, probabilistically. ACO is capable to be highly parallelized that I could utilize by running thousands of synchronized threads on a graphics card (GPU) using NVIDIA CUDA framework in order to solve VRP efficiently. The developed code was implemented in C/C++.

1. fejezet

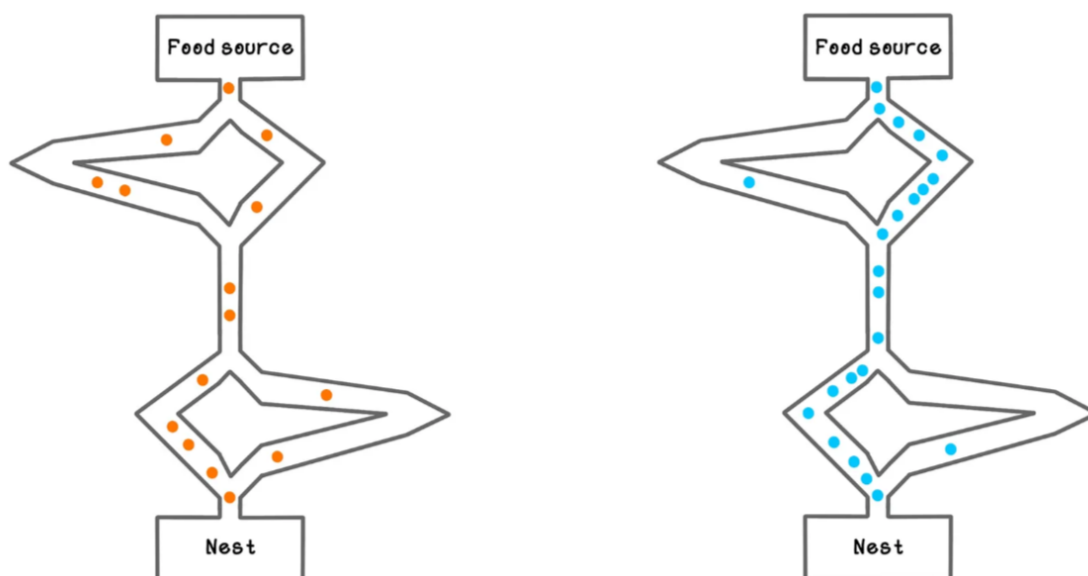
Bevezetés

Konzulensem, Dr. Szegletes Luca már régóta gyűjt videokártyás kódimplementációkat különböző NP-nehéz problémákra. Amikor megbeszéltük, hogy mi lenne a munkám célja, különböző útkeresési algoritmusok megvalósítását kaptam feladatul. A járműútvonaltervezési algoritmusoknak nagyon sok esete van, ugyanis végtelenül sokféle feltételt szabhatunk meg egy bejárás számára: a teljes hossz legyen rövid, az egyes utak legyenek egyenként rövidek, stb. Különböző alkalmazásokhoz nagyon változatos elvárások illenek: például ha egy bútor szállítmányozási cég akarja megtervezni, hogy az aznapi 20 klienséhez milyen sorrendben juttassa el az árukat, már azt is bele kell kalkulálnia, hogy hogyan fognak a termékek elférni egy kamionban (véges kapacitás problémája). Másik példa egy nemzetközi körutazás: a cég vezérigazgatója be szeretné járni egy kampány keretében a cég különböző leányvállalatait, melyek manapság a világ bármely pontján lehetnek: lehet, hogy az egyik üzem Kolumbia közepén, míg egy másik valahol Indiában van. A két ország időzónája nagyon különböző, ezért nem mindegy, hogy az igazgató a nap melyik órájában szeretne találkozni a helyi vezetővel (a kliens nem áll korlátlanul rendelkezésre, igazítani kell a fogadó és vendég beosztását). Számtalan hasonló szituáció képzelhető el, a fent említettek csak a legtipikusabbak. Ezen problémákat a számítástudomány már évtizedek óta aktívan kutatja.



1.1. ábra. Többféle modellt is kitaláltak már gépi tanuláshoz, az egyik leghíresebb az ún. neuronháló modell

Napjainkban a mesterséges intelligencia forradalmasította a számítástechnikát a számítási kapacitások soha eddig nem látott bővülése eredményeképpen. Az NVIDIA egy olyan cég, amely hardvergyártóként, videokártyák gyártásával és értékesítésével kezdte működését. Az elmúlt években komoly szerkezetváltozáson ment keresztül, igyekszik némileg közönséget is váltani: korábban a videokártyák legnagyobb felvevőpiaca a videojátékosok voltak. A GPU arra lett kitalálva, hogy különböző 2D-, 3D-s renderelési feladatokban tehermentesítse a CPU-t. Több ezer (fizikai) szálon képes futni. Egy GPU szál ezzel szemben sokkal szűkebb utasításkészleten tud dolgozni, mint egy CPU szál. A GPU szálak elsősorban különböző aritmetikai utasítások végrehajtásában jeleskednek: rendelkeznek hardveres FPU-val (floating point unit - olyan hardver, mely lebegőpontos számokon végzett aritmetikára lett tervezve). A mesterséges intelligenciát használó algoritmusok azért lettek forradalmi vívmányok, mert az algoritmus kiötlelésének nehézségeit nagyrészt képes kivenni a programozók kezéből. Egy klasszikus módon megírt program írása során a kódírónak teljes körű elképzelése kell, hogy legyen arról, hogy hogyan fog eljutni az eredményhez.



1.2. ábra. A hangyák sajátos módon optimalizálják a táplálékszerzést: a Hangyakolónia Optimalizáció segítségével [11]

A gépi tanulás másképp működik: az én esetemben, a **genetikus algoritmusoknál** kell hozzá egy input, és egy hibafüggvény. A programozó megadja, hogy mely bemenetre szeretné ráengedni az algoritmust. Az algoritmus kap még egy kiértékelő függvényt, amellyel számszerű eredményt rendelhet az általa alkotott megoldásokhoz. A gépnek van memóriaterülete, amelyet az alapján írhat, hogy mit tanult. A genetikus algoritmusok megoldásgenerációkat hoznak létre. A gép a hibafüggvény segítségével értékeli az egyes genomokat, majd a legjobban sikerült egyedek alapján készít következő generációt. A folyamat többféle módon is véget érhet:

- a hibafüggvény egy adott hibahatáron belüli megoldást talál
- az algoritmus adott ideig (pl. 2 óra) fut, a végső megoldás az utolsó generáció legjobb megoldása
- a program adott számú iterációt hajt végre, a végső megoldást készítheti külön, a korábban tanultak alapján

A gép kiveszi a programozó kezéből az algoritmizálási feladatot. A kódoló választ egy modellt, amely alapján a gép majd dolgozik. Ha elégedetlenek vagyunk, választhatunk másik modellt, hátha az sikeresebbnek bizonyul.

Szakdolgozatom során a **Hangyakolónia optimalizáció** modelljét alkalmaztam. Ez egy természetből elcsúszott trükkön alapuló gráfbejárási algoritmus, a hangyák élelemkeresési módszereire hasonlít, melyet a 1.2. ábra szemléltet.

A koncepció központi elemei a **feromonok**, melyek biokommunikációra szolgáló, különböző állatok, rovarok által kibocsátott kémiai anyagok, amelyek a faj másik egyedéből meghatározott viselkedést váltanak ki.

A hangyák egész nap a hangyaboly környékét járják morzsák, elhullott rovarok után kutatva. Amikor egy dolgozó korábban felfedezetlen élelemforrást talál, kis részével visszaindul a bolyba, és a hazaúton egyfajta testnedvet, **feromont** bocsát ki magából. A többi hangya megérzi a szagot, és a nyomába ered. Ha tényleg táplálékhoz vezetett a feromoncsík, akkor ők is kis részével visszaindulnak az élőhelyükre. A folyamat egészen addig tart, amíg van mit elvinni. Ezután az utólag érkező hangyák azt tapasztalják, hogy elfogyott a táplálék, ezért a visszaúton nem választanak ki feromont. A szél előbb-utóbb elfújja az úton hagyott kémiai anyagokat, ezért nem megy oda több egyed.

1.1. Áttekintés

Bevezetés után a 2. fejezetben először ismertetem a problémák elméleti hátterét. Matematikailag kimondom a feladatokat, valamint bemutatom, milyen - főleg valószínűségszámítási - alapok szükségesek a Hangyakolónia optimalizáció alapos megértéséhez.

A 3. fejezetben bemutatom a GPU programozás technológiai hátterét. Kimondom a GPGPU fogalmát. Példákon keresztül szemléltetem a CUDA szoftvermodell markánsabb fogalmait. Különbséget teszek az egyes szinkronizálási szintek között. Ezek után lépésenként megmutatom, hogyan kell Visual Studio segítségével CUDA programot írni és futtatni.

A 4. fejezetben a kódimplementációimat veszem górcső alá. Részletesen beszámolok az egyes logikai elemek működéséről. Bemutatom a Hangyakolónia Algoritmus megjelenését, és az attól való bizonyos eltéréseket. Részletezem a feromonok nyilvántartását, és a véletlen számok kezelését. Logikailag egymásra építem az algoritmusokat ilyen sorrendben: TSP, VRP, CVRP, CVRPTW.

A 5. fejezet a mérési eredményeimet tartalmazza táblázatos formában. Igyekeztem minél szélesebb körben lemérni az egyes adathalmazokat.

A 6. fejezetben röviden értékelem a kapott eredményeket grafikonokkal szemléltetve.

1.2. Rövidítések

Dolgozatomban az alábbi rövidítéseket használom:

- **ACO** - Ant Colony Optimization: Hangyakolónia optimalizáció/algoritmus
- **CPU** - Central Processing Unit - Processzor
- **CUDA** - Compute Unified Device Architecture
- **CVRP** - Capacitive Vehicle Routing Problem: Korlátozott kapacitású járművek útvonaltervezési problémája
- **CVRPTW** - Capacitive Vehicle Routing Problem with Time Windows: Korlátozott kapacitású, kötött időbeosztású járművek útvonaltervezési problémája

- **FPU** - Floating-point Unit
- **GPU** - Graphics Processing Unit - videokártya
- **OS** - Operating System - Operációs rendszer
- **PRNG** - Pszeudorandomszám-generátor
- **RAM** - Random Access Memory
- **rep** - Repetition - Iteráció (szabad fordításban)
- **SIMD** - Single Instruction Multiple Data
- **TSP** - Travelling Salesman Problem - Utazóügynök probléma
- **VRP** - Vehicle Routing Problems: Járműútvonat-tervezési problémák

2. fejezet

Elméleti háttér

Ahhoz, hogy kellőképpen megértsük a dolgozat által felvetett problémákat, szükséges azokat megfelelően, matematikailag tisztán megalapozni. Célom precízen megfogalmazni a megoldandó problémákat, valamint a rájuk alkalmazott különféle technikákat. A témával sokat foglalkozott hallgatótársam, Tóth Márk Andor, munkája számos helyen inspirált [2].

2.1. Utazóügynök probléma

Az utazóügynök probléma (Travelling Salesman Problem - TSP) egy optimalizációs feladat, mely során egy utazónak minél rövidebb úton kell megtennie egy körutat egy adott ponthalmazon.

Precízen fogalmazva: adott a bemeneten egy $G=(V,E)$ (irányított) gráf,

$$n = |V(G)|, n > 2$$

az állomások száma (a kiindulási állomást beleértve),

$$m = |E(G)|$$

az állomások között futó elérhető utak száma.

$$V = (v_0, v_1, \dots, v_n)$$

az állomások halmaza (Vertex), $0 \in V$ a kiindulási állomás,

$$E = (e_1, e_2, \dots, e_m)$$

az elérhető utak halmaza (Edge),

$$D : E(G) \mapsto \mathbb{Z}^+$$

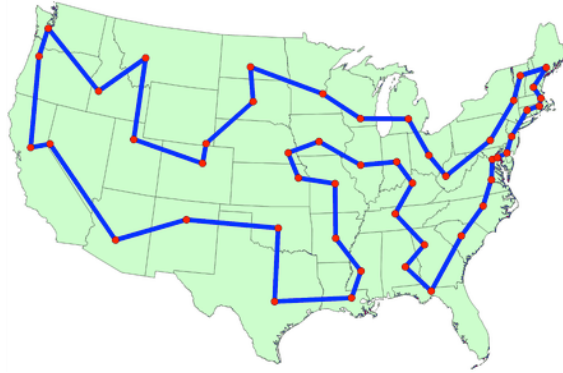
az élekhez rendelt költségfüggvény (Distance).

A kimenet a legkisebb költségű Hamilton-kör G -re, vagyis azon

$$R = (0, v_{i0}, v_{i1} \dots 0)$$

bejárás, amely $\forall v_i \in V, v_i \in R$ mindegyik csúcsot tartalmazza, és költsége minimális [2].

A téma a nevét onnan kapta, hogy a XX. században utazó porszívóügynökök autóval járták az Egyesült Államok útjait kereskedés céljából. Az olajválság során megdrágult a járművek működtetéséhez szükséges üzemanyag, és hirtelen megnőtt az igény arra, hogy minél jobban minimalizálják a megtett út hosszát egy-egy üzleti út során. A problémának



2.1. ábra. Egy példa TSP végrehajtására az USA szárazföldi állami fővárosainak körbeutazása [3]

azóta több alkalmazása is lett, ebből a villamosmérnöki gyakorlathoz egyik legközelebb az SMD beültetőgép bejárása áll. A gép feladata, hogy egy adott nyomtatott áramkörti terv alapján lepakolja az alkatrészeket a hordozó lapkára. Az iparban fontos a sebesség, ugyanis ha felére csökkentjük a beültetési időt, akkor akár duplaannyi terméket gyárthatunk le azonos idő alatt. Egy szerelőlemezre alkatrészek százai kerülhetnek, ami nagyon sokféleképpen rendezhető sorba. Természetes igényünk rövid idő alatt gyors útvonalat találni a beültetőfej számára. A TSP-re 2.1. ábrán látható egy látványosabb, vizuális szemléltető példa.

2.2. Járműútvonal-tervezési problémák

A járműútvonal-tervezési probléma (Vehicle Routing Problem - VRP) tekinthető a TSP általánosításának. A problémával korábban hallgatótársam, Tóth Márk Andor is foglalkozott, munkája számos helyen inspirált [2]. A problémát különböző megkötésekkel lehet feltenni az alkalmazás igénye alapján. Ezek lehetnek például:

- járművek maximális száma
- az egyes járművek szállítási kapacitása
- az egyes helyszínekre történő érkezési idő

A következőkben feltételezem, hogy ha több jármű van, akkor azok egy közös kezdőpontból (0. pont, raktár, warehouse) indulnak. Útjuk során minden pontot legalább egyszer érinteniük kell a járműveknek, egyazon csúcsba nem szállíthat csomagot két autó. A 2.2. ábrán látható egy vizuális szemléltető példa.

Matematikai megfogalmazás : a problémát gráfokkal modellezhetjük.

Legyen

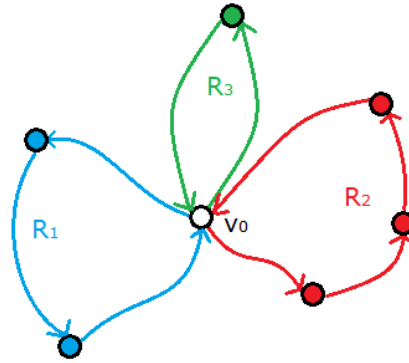
$$G = (V, E)$$

(irányított) gráf, n az állomások száma (a kiindulási állomást beleértve), m az állomások között futó elérhető utak száma, k az rendelkezésre álló járművek maximális száma.

$$V = (v_0, v_1, \dots, v_n)$$

az állomások halmaza (Vertex), $0 \in V$ a kiindulási állomás,

$$E = (e_1, e_2, \dots, e_m)$$



2.2. ábra. Egy példa VRP végrehajtására $n=7$ csúcsú gráfon, $k=3$ járművel

az elérhető utak halmaza (Edge),

$$D : E(G) \mapsto \mathbb{Z}^+$$

az élekhez rendelt költségfüggvény (Distance),

$$L = (l_1, l_2, \dots, l_k)$$

a járművek szállítási kapacitása (Load capacity),

$$C : V(G) \setminus \{v_0\} \mapsto \mathbb{R}^+$$

az egyes állomások áruigénye (Claim),

$$T_{min} : V(G) \setminus \{v_0\} \mapsto \mathbb{R}^+$$

az egyes állomások készenléti ideje,

$$T_{max} : V(G) \setminus \{v_0\} \mapsto \mathbb{R}^+$$

az egyes állomások határideje. Értelmszerűen $T_{max}(v_i) > T_{min}(v_i)$. A járművek sebessége 1 (tetszőleges egység), az idő és távolság egysége ugyanaz.

Az élek azonosítása érdekében éljünk a következő jelöléssel: e_{ij} a v_i -ből v_j -be mutató él, és $d_{i,j}$ az $e_{i,j}$ költsége (itt : távolság, distance). Adott továbbá minden csúcshoz a c_i áruigény, amit ki kell elégíteni (ez a valóságban lehet db, kg, stb.). Adott minden csúcshoz a c_i áruigény, amit ki kell elégíteni (ez a valóságban lehet darab, kg, stb.). Legyen l_i az i -edik jármű szállítási kapacitása.

Állítsuk elő útvonalak (Route) olyan $R_i = (0, v_{i_1}, v_{i_2}, \dots, 0)$ listáit, ahol az i -edik jármű azon útvonalát adja meg, amelyet alkotó élek $(e_{0,i_1}, e_{i_1,i_2}, \dots, e_{i_m,0})$. Az útvonal költsége az azt alkotó élek összköltsége.

$$c(R_i) = \sum_{v \in R_i} c(v) \quad (2.1)$$

A cél azon R_1, R_2, \dots, R_k útvonalak megkeresése, amelyekre a következők igazak:

- összköltségük minimális
- kiindulási és végpontjuk egyaránt a 0. állomás

- a kiindulási csúcsot leszámítva minden csúcsot pontosan egyszer tartalmazznak, vagyis $\forall v_i \in V, v_i \neq v_0$ esetén $\exists! R_j : v_i \in R_j$.
- egyik jármű sem szállíthat több árut a megengedettnél, vagyis $l_i \geq \sum_{v \in R_i} c(v)$
- a járművek mindegyik állomásra időben megérkeznek: $\forall v_i \in V, v_i \neq v_0$ esetén $T_{min}(v_i) \leq t(v_i) \leq T_{max}(v_i)$

2.3. Heurisztikus algoritmusok

A heurisztika kifejezés az ógörög heureszisz = rátalálás szóból ered, a Magyar értelmező kéziszótár a következőt mondja róla: "Új problémák megoldásának ismert eljárásokra alapított módszertana ..." [12]. A heurisztikus algoritmusok az egyértelmű, determinisztikus algoritmusokkal ellentétben próbálgatások során, korábban megszerzett tapasztalatok útján dolgoznak. Céljuk a konkrét problémára közelítő választ adni, ezért többször egymás után végrehajtva más és más végeredményt szolgáltathatnak valószínűségi alapon. A mesterségesintelligencia-kutatásban egyre nagyobb jelentősége van a különböző heurisztikus, öntanító módszereknek.

2.4. Hangyakolónia optimalizáció

A 2.1. és 2.2. fejezetekben ismertetett problémákra az optimális megoldás megtalálása NP-nehez feladat, tehát nagy csúcs- és élhalmaz mellett nem gazdaságos az eredmény kiszámítása. Annak érdekében, hogy a gyakorlatban használható algoritmust konstruáljunk, valamilyen közelítő megoldást érdemes használni a direkt eljárások helyett. A hangyakolónia optimalizáció (Ant Colony Optimization - ACO) egy heurisztikus módszer, mely gráf-bejárások optimalizálásához képes gyorsan, az optimálishoz nagyon közeli megoldásokat találni. Alkalmas a nagyfokú párhuzamosításra, ezért tökéletes választás az NVIDIATM CUDA architektúrájával történő, GPU alapú adaptálásra.

Az eljárás a nevéből adódóan a hangyák (Formicidae) természetben is megfigyelhető élelemkeresési módszerén alapszik. Az első felfedező hangyák véletlenszerű útvonalakon haladva keresik az élelemhez vezető utat, majd ha sikerrel jártak, akkor a visszaúton feromonnal jelölik meg az útjukat. A többi hangya a szagokat követi, ezért könnyebben, nagy számban tudnak eljutni az elemőzsiához. Ha még maradt étel, ők is visszatérve erősítik a feromon nyomokat. Utánpótlás hiányában annak erőssége idővel gyengül, ami modellezhető exponenciális lecsengéssel. Ez természetes módon biztosítja, hogy a nem optimális útvonalak (az élelemhez vezet, de már van nála rövidebb) maguktól elhaljanak. Látható, hogy olyan él, ami sok ideig nem kap feromon utánpótlást, egyre kevesebb hangyát vonz.

Az algoritmus futása során nyilvántartunk egy az eredeti gráf topológiájával megegyező, de eltérő élsúlyozású feromongráfot. Legyen $Ph(V,E)$ gráf, amiben az élek súlyai $c_{i,j} \rightarrow \tau_{i,j}$.

Gráfbejárás során egy v_i -n álló hangya a továbblépéséhez a lehetséges kimenő élek közül a feromon és az élsúly alapján "céltábla elv szerint", véletlenszerűen választ. Úgy kell elképzelni, mintha egy beszínezett darts táblára dobálnánk, és a különböző színekhez az elérhető csúcsok tartoznának, a geometriai valószínűségi mező szerint kisebb-nagyobb valószínűségekkel. Az egyes élek kiválasztásának valószínűsége

$$P_{i,j} = \frac{(\tau_{i,j})^\alpha (d_{i,j})^\beta}{\sum_{l \in N_i^k} (\tau_{i,l})^\alpha (d_{i,l})^\beta} \quad (2.2)$$

ahol N_i^k az algoritmus k -adik lépésében az i -edik csúcsból elérhető szomszédos csúcsok halmaza. Az α és β paraméterek a feromonok és élsúlyok figyelembevételét szabályozzák. A cél az, hogy minél nagyobb valahol a feromon, annál inkább akarjunk oda továbbmenni, illetve minél messzebb van egy adott pont, annál inkább el akarjuk kerülni. Jelen esetben elhanyagoltam az élhosszak egyenként külön figyelembe vételét, ezért $\beta = 0$. Továbbá az egyszerűség kedvéért legyen $\alpha = 1$. Ennek az lesz az előnye, hogy a 2.2. kifejezés nagymértékben leegyszerűsödik:

$$P_{i,j} = \frac{\tau_{i,j}}{\sum_{l \in N_i^k} \tau_{i,l}} \quad (2.3)$$

Miután minden hangya végigment egy úton (legeneráltunk egy csúcssorrendet, legyen az akár lehetséges, akár nem) értékeli az útvonalakat. A teljesíthető útvonalak esetén a él feromonszintjét a útvonal hosszával fordítottan arányosan $\beta = -1$ megnövelem. Ez biztosítja, hogy a rövidebb útvonalak nagyobb feromonszinttel rendelkezzenek, ezáltal több hangya menjen előbb-utóbb olyan irányba. Valamilyen konstans szorzóra még szükség van a feromonértékek adott tartományba szabályozásához, ezért én még az addíciókat megszorozom a gráfban fellelhető átlagos bejárás hosszával. Így a hangsúly nem a konkrét hosszértékeken, hanem inkább az átlagoshoz vagy az optimálishoz viszonyított arányokon lesz.

Az éleken található feromon növelése után mindegyik élt exponenciális jelleggel csökkentem: minden feromon gyengül egy előre beállítandó, konstans szorzóval, ezzel veszem figyelembe a párolgást (ρ). Később úgy tapasztaltam, hogy egy $\rho \approx 0.75$ választás megfelelőnek bizonyult. Tehát az egyes iterációk végén a következő történik egy él feromonjával:

$$\tau_{i,j} \leftarrow (1 - \rho)\tau_{i,j} + \Delta\tau_{i,j}$$

Az útkeresés közben mindig fel kell jegyezni az addig megtalált legjobb utat. Az ACO algoritmus egyik előnye, hogy több, hasonlóan jó alternatív utat is képes megtalálni. Ez például térképes útvonaltervezésnél lehet hasznos. Előfordulhat, hogy valami tőlünk független ok miatt a felhasználó egy objektíven nézve enyhén szuboptimális útvonalat akar inkább. Az eljárás javítása érdekében bevezettem, hogy az a hangya egy ún. "Jutalom szorzó"-t kap, aki minden korábbiánál rövidebb utat talál. Ez azzal jár, a feromonjához adandó többlet a sokszorosára, például százszorosára változik, így a következő iterációban sokkal nagyobb valószínűséggel fog arra menni a jövő hangyája. A jutalmazási rendszerem rossz beállítások mellett kezdetben félreviheti a hangyákat egy szuboptimális, de lokálisan minimális útvonal felé. Ha ilyen jelenség tapasztalható, akkor át lehet állítani, hogy hányadik iterációtól kezdve kaphassanak az útvonalak "Jutalom szorzó"-t.

Az eljárás adott számú iteráció után leáll, az eredmény lehetőleg az addig megtalált legrövidebb útvonal. A konkrét implementáció során a 4.2. fejezetben látni fogjuk, hogy a helyzet bonyolódhat.

2.5. Alternatív megoldások

Dolgozatomban főleg a Hangyakolónia algoritmussal foglalkoztam, de az nem azt jelenti, hogy ez az egyetlen járható út. Nézzünk meg néhány alternatív megoldási módszert.

2.5.1. „Brute force” algoritmus

A „Brute force” algoritmus lényege, hogy minden lehetséges bejárást megvizsgálunk, és kiválasztjuk a legrövidebb, a konkrét probléma feltétel(rendszer)ének eleget tevő esetet. Magyarul talán "nyers erő" módszerének mondhatnánk, ami kicsit szerencsétlenül hangzik,

ezért én a továbbiakban az angol elnevezésével hivatkozok rá. **Ha n db csúcsból álló teljes gráfot nézünk, mint ahogy az a valóságban igen gyakori, akkor $n!$ különböző lehetséges bejárást** kell összehasonlítani. Kis n esetén még csak-csak elfogadható ez a módszer, viszont ha már $n = 48$ db csúcsunk van, mert szeretnénk bejárni TSP szerint az Amerikai Egyesült Államok 48 összefüggő államának fővárosait (később lesz rá példa), a vizsgálandó esetek száma felugrik $48! \approx 1.24 \cdot 10^{61}$ -re. Tegyük fel, hogy csúcskategóriás, 5 GHz-en pörgő szuperszámítógépünk képes átlagosan 1 órajelciklusonként ($2 \cdot 10^{-10} s$ időközönként, nagyjából lehetetlenül gyorsan) kiszámolni egy út hosszát, még így is kb. $2.5 \cdot 10^{51} s \approx 8 \cdot 10^{43}$ évig vizsgálhatnánk az eseteket. Egy SMD beültetőgép a szerelőlemeze akár alkatrészek százait pakolhatja fel, brute force módszerrel lehetetlen lenne megmondani, hogy milyen sorrendben haladjon. Ha szeretnénk véges időn belül megoldani a problémát, akkor ravaszabbnak kell lennünk.

2.5.2. Held - Karp algoritmus

A Held-Karp algoritmust M. Held és R. Karp alkották meg 1962-ben [10]. Akkoriban még csak gyerekcipőben a számítástudomány és az informatika, ekkor készültek el az első számítógépek. Módszerük szerint egyesével, rendezetten szűrnak be csúcsokat egy egyre növekvő ponthalmazba. Hasonlít a beillesztéses rendezésre, csak kicsit komplexebb. Kihasználja, hogy a stack (magyarul: verem) és a stackpointer megjelenésével a korai számítógépek is képesek voltak már rekurzív programvégrehajtásra.

Jelöljük a csúcsokat $V = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ -nel, v_1 önkényesen kijelölhető kezdőpont. Legyen S halmaz a csúcsok valamely, a kezdőcsúcsot nem tartalmazó részhalmaza: $S \subseteq \{v_2, \dots, v_n\}$. Legyen $g(S, e)$ v_1 -ből az S összes elemén keresztül az $e \neq v_1$ csúcsban végződő legrövidebb út hossza. Az u -ból a v -be mutató él költsége $d(u, v)$. Lépésenként kiszámítjuk a $g(S, e)$ értékeket kezdve a kis S -ekre.

Példák:

- $\forall e : g(\emptyset, e) = d(1, e)$
- $g(\{2\}, 4)$ csak az összhossza az $1 \rightarrow 2 \rightarrow 4$ útnak
- $g(\{2, 3\}, 4)$ az $(1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4)$ és $(1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 4)$ utak rövidebbikének a költsége

Amikor már 3 vagy több pontot tartalmaz az S halmaz, a lehetséges utak száma drasztikusan megnő, de egy ügyes trükk felhasználásával csak néhányat kell figyelembe venni a legrövidebb út keresése érdekében. Vegyük észre, hogyha az $(1 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 2)$ út rövidebb, mint az $(1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 2)$, akkor az $(1 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 5)$ út is rövidebb lesz, mint a $(1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 5)$.

Általánosan: tegyük fel, hogy a k -adik lépésben $S = \{s_1, \dots, s_k\}$. Jelöljük $1 \leq i \leq k$ -ra $S_i = S - \{s_i\} = \{s_1 \dots s_{i-1}, s_{i+1} \dots s_k\}$. Ha a v_1 -ből a legrövidebb út e -be S -en keresztül úgy vezet, hogy annak s_i az utolsó előtti eleme, akkor következik, hogy v_1 -ből a legrövidebb út s_i -be S_i -n keresztül vezet. Ez azt jelenti, hogy a k -adik lépésben elég k db S halmazt továbbvinnünk, mert csak azok lehetségesek legrövidebb utat adni.

2.5.2.1. Az eljárás Értékelése

A Held-Karp algoritmus exponenciális idejű, $O(2^n n^2)$, ami nagyságrendekkel jobb, mint a brute-force módszer az $O(n!)$ faktoriális idejével. Előnye a Hangyakolónia algoritmus-sal szemben, hogy mivel determinisztikus algoritmus, a végén mindig a legrövidebb utat

adja eredményül. Komoly hátránya, hogy rekurziót alkalmaz, ami kedvezőtlen a program-végrehajtás szempontjából: sok rekurzív függvényhívás ugyanis megterheli a vermet, sok felesleges másolás történik. Belátható, hogy ha különböző, adott esetekben bonyolult feltételekkel keresünk utakat, akkor az algoritmus elveszíti alapelvét, nem elég mindig az előző ciklus legjobbjaiból kiindulni. Ezzel a problémával az ACO is szembesül, de kevésbé van rá kihatással. A 6.4. fejezetben megnézzük, hogy a feltételek bonyolódása hogyan befolyásolta a hatékonyságot.

2.6. A párhuzamos programozás alapjai

A számítástechnika fejlődése annak a határnak a közelébe ért, ahonnan kezdve a processzorok egyszálú számítási teljesítménye már nem nőhet tovább drasztikus mértékben, köszönhetően olyan fizikai limitációknak, amelyeket a hardvergyártók mai ismereteink szerint nem tudnak átlépni. A teljesítmény növelésére azonban kínálkozik egy másik lehetőség is: a többszálú programozás. A modern számítógépekben a legnagyobb teljesítményű komponens a grafikus kártya, amely nagyságrendekkel több számítást képes azonos idő alatt elvégezni mint a CPU, programozása azonban merőben eltérő megközelítést igényel. Több szál azt jelenti, hogy több, mint egy elviekben független művelet-végrehajtó egység fut egyszerre. Hatékony párhuzamosított programnak három alappillére van: [15]

1. *Szálak csoportosításának hierarchiája*
2. *A szálak között megosztott memória*
3. *A szálak közti szinkronizáció*

Az egyes pontok a következő, 3. fejezetben a konkrét technológia tárgyalása során részletesebben ki lesznek fejtve.

3. fejezet

Technológiai háttér

Ebben a fejezetben szeretném ismertetni a GPU programozáshoz felhasznált szoftver- és hardveregyeztetést. Először a grafikus segédprocesszoron történő általános célú programozást tárgyalom, majd bemutatom az NvidiaTM által erre kifejlesztett párhuzamos számítási platformot, a CUDA keretrendszert. Részletezem a megértéshez szükséges fontosabb fogalmakat, valamint röviden bemutatom, hogy lehet Visual Studio segítségével CUDA platformon C++ nyelven többszálú programot fejleszteni. A fogalmak összegyűjtéséhez nagymértékben ihletett nyújtott többek között Király Gábor diplomamunkája, mely hasonló témakörrel foglalkozik. [15]

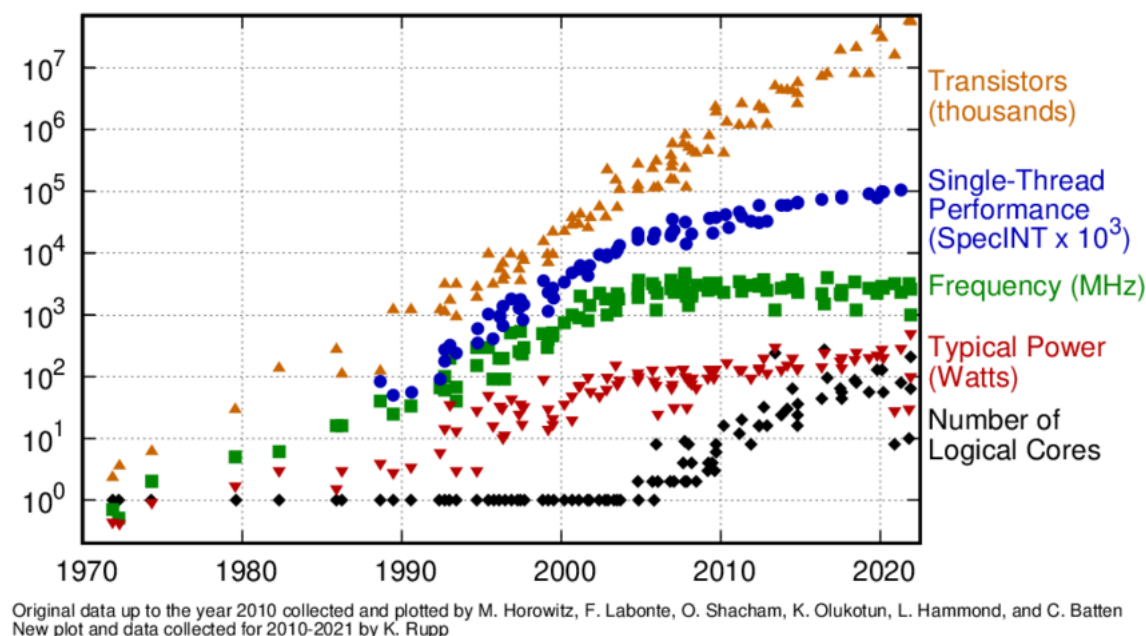
3.1. GPGPU

A GPGPU (general-purpose computing on graphics processing units) egy olyan szoftverfejlesztési gyakorlat, melynek során a grafikus feldolgozóegységet (GPU) általános célú számítási műveletek elvégzésére használjuk. [15] Korábban a GPU-t azért találták fel, hogy a grafikus renderelési, 2D-s vagy 3D-s megjelenítési feladatok terén tehermentesítse a CPU-t. Később kiderült, hogy a GPU alkalmas általánosabb megközelítésekre is, bizonyos aritmetikai utasítások kifejezetten hatékonyan tudnak működni rajta.

3.1.1. Motiváció

Az 1980-as években megjelentek az első személyi számítógépek (PC-k), melyek központi feldolgozóegységei (CPU) kezdetekben néhány MHz-es belső órajellel működtek. Akkor az volt a számítástechnikai fejlesztőmérnökök fő eszköze a számítási gyorsaság növelésére, hogy az órajelfrekvenciát növelték. Ez frekvenciátalibb utasítás-végrehajtást biztosított, és evidens volt, hogy a nagyobb frekvencia nagyobb számítási erővel is jár. Számos kiváló mérnöki megoldás született, ezek közül talán az egyik legjelentősebb találmány a fáziszárt hurok (Phase-Locked Loop - PLL). A PLL egy olyan Szabályozható hurok, amely (a részleteket mellőzve, nem tárgya dolgozatomnak) egy bemeneti referenciafrekvenciát tud megsokszorozni. Nélküle gyakorlatilag képtelenség lett volna felhasználói szinten 50-60 MHz fölé menni a személyi számítógépek belső órajelénél. Nagyjából 30 évvel később elérték a hardverfejlesztők, hogy a legtöbb asztali processzor órajele 1GHz és 4GHz között legyen képes működni, ez az eredeti PC-k operatív belső frekvenciájának több, mint az ezerszerese. Napjainkban változás látható a fejlesztési trendekben, ugyanis az órajelnövelést a processzorok hődisszipációja felülről korlátozza. Egyelőre nem tűnik könnyen lehetségesnek 5GHz fölé menni úgy, hogy közben az eszköz helyes működése garantálható legyen. A különböző hűtési technológiák (léghűtés, vízhűtés) bizonyos fokig tudnak javítani a sebességen, viszont nagyságrendeket ugrani velük sem lehetséges. A számítógépgyártók mai napig új, alternatív megoldásokat keresnek a számítási teljesítmény növelésére. Nap-

jainkban a kutatásoknak két nagy témája van. Egyik a kvantumszámítógépek témaköre, amit dolgozatomban nem részletezek. Másik aktívan vizsgált lehetőség a párhuzamosítás minél több szálon. Már a CPU-k fejlesztésénél is megfigyelhető, hogy inkább a minél több processzormag telepítése az iparági trend.



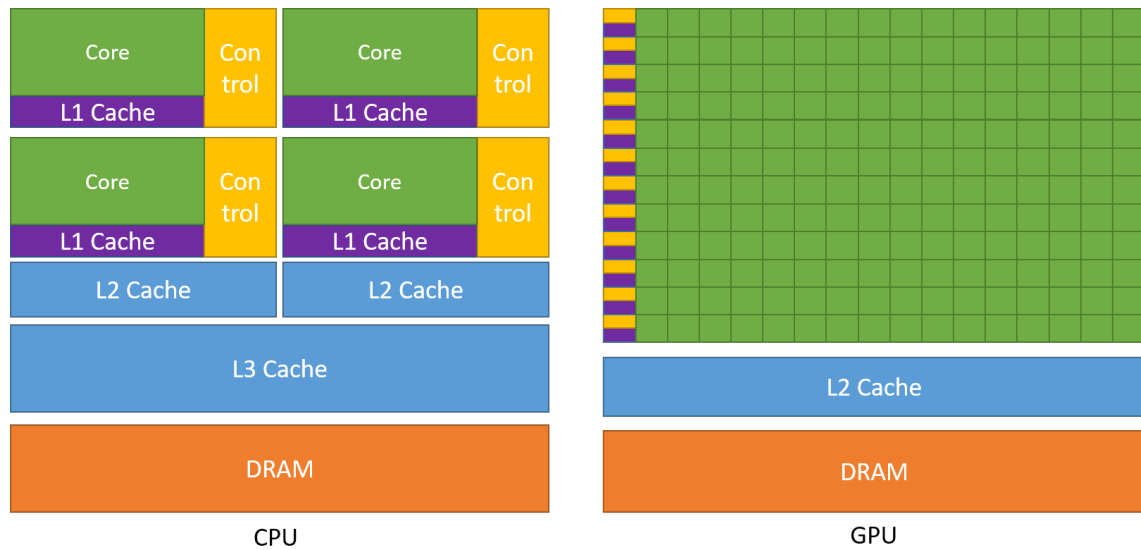
3.1. ábra. Látható, hogy kb. 2010-re befejeződött a CPU-k órajelfrekvencia-növekedése, helyette egyre nőni kezdett az egy házban belüli magok száma. [1]

Párhuzamosításra legalkalmasabb a grafikus segédprocesszor, a GPU, hiszen felépítéséből adódóan erre készült. Amíg a CPU feladata az, hogy műveletek egy adott szekvenciáját, és annak minden utasítását a lehető leggyorsabban hajtsa végre, addig a GPU célja minél több szál (akár több ezer, vagy több tízezer) párhuzamos futtatása. A videokártyák előnye akkor válik láthatóvá, ha ugyanazt az utasítást több nagy adattömbön kell végrehajtani. Ez az úgynevezett SIMD megközelítés (Single Instruction Multiple Data). [15] A 3.2. ábra szemlélteti, hogy a CPU-hoz képest a GPU-n arányaiban több tranzisztor van adatfeldolgozásra rendelve, cserébe a gyorsítótárazás és a folyamatvezérlés (feltételkiértékelések, ciklusszervezések) kisebb hangsúlyt kapott.

A videokártya sokkal nagyobb utasítás-áteresztőképességet, valamint memóriasávszélességet biztosít, mint a CPU hasonló ár és energiafogyasztás mellett. Egyéb számítási eszközök, mint az FPGA-k is lehetnek nagyon energiatakarékosak, viszont azok sokkal kevésbé rugalmasan programozhatóak, mint a GPU-k, ezért a fejlesztési idő sokkal hosszabb lesz és az alkalmazást nehezebb karbantartani. [6]

3.2. CUDA

Többféle keretrendszer is megvalósítja a GPGPU szabta alapelveket. Munkám során a CUDA (Compute Unified Device Architecture) rendszerét használtam. A CUDA egy, az NVIDIA által fejlesztett párhuzamos számítási platform és API (felhasználói interfész), amely szoftveres támogatást nyújt az ezzel kompatibilis grafikus feldolgozóegységek általános célú programozására [15].



3.2. ábra. Látható, hogy a gyorsítótárak és a vezérlés rovására nőtt az adatfeldolgozásra szánt tranzisztorok számára. Ez alkalmas lebegőpontos műveletek nagyfokú párhuzamosítására. [6]

A programozás C vagy C++ nyelven történhet, melyet minimális nyelvi kiegészítésekkel bővítettek, többek között a szálkezelés rendszerszintű használata érdekében. A CUDA programozás tanulásához elérhető egy felettebb kiterjedt dokumentáció a gyártó weboldalán, melyet folyamatosan frissítenek. [6]

3.3. Programozási modell

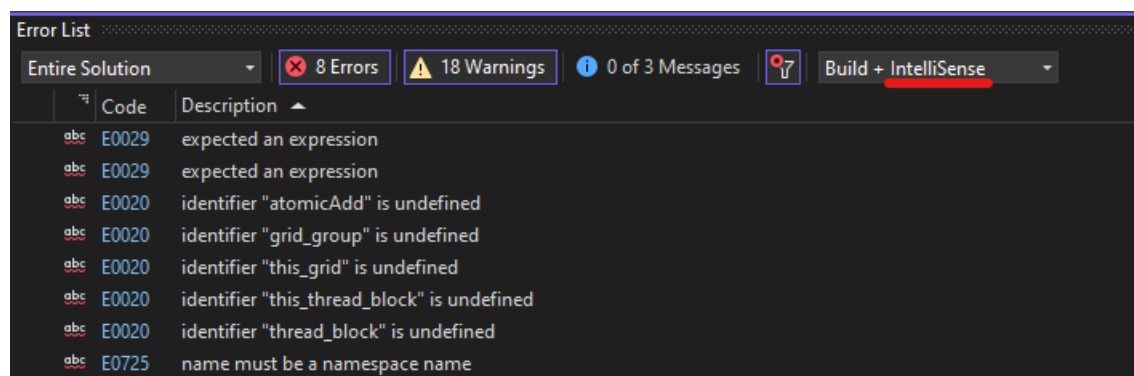
A továbbiakban összefoglalom a legfontosabb fogalmakat úgy, hogy ismertetem, azok hogyan lettek megvalósítva C++ programozási nyelven.

3.3.1. Kernel, és a többi függvénytípus

A programozó speciális függvényeket definiálhat, melyeket kernelnek nevezünk. A kernel létesít kapcsolatot a CPU (host) és GPU (device) között. A CPU hívja meg a függvényt, amit aztán a GPU hajt végre, tehát a kernelfüggvény törzse a videokártyán fut végig. Minden egyes kernel példányt egy számára megadott szál hajt végre. A kernel a `__global__` kulcsszóval definiálható. Ezt a függvény fejléce elé kell írni, ettől fogja tudni a szoftverkörnyezet fordítóprogramja, a compiler, hogy mostantól GPU kódként kell értelmezze a programot. Minden, a kernelt végrehajtó szál egy egyedi thread azonosítót kap, mely a beépített `threadIdx` változón keresztül érhető el a függvényen belül.

Egyéb kulcsszavak is léteznek. Egyik a `__host__`, ami azt jelzi, hogy CPU által hívott, majd ugyanúgy általa futtatandó kódrészlet következik. Ha nem adunk meg egy függvény elé kulcsszót, akkor azt a preprocesszor `host` függvénné írja át, tiszta CPU kódként értelmezi, mintha nem is lenne a szoftverkörnyezet mögött a CUDA platform. Másik használható jelző a `__device__`, amely tisztán GPU függvényt jelez. A két kulcsszó vegyíthető: amennyiben azt írjuk, hogy `__device__ __host__`, a fordító ezt minden egyes híváskor a végrehajtó saját kódjának tekinti, vagyis nem hajt végre vezérlésátadást az eszközök között. Hasznosítható például függvénykönyvtárak GPU-ra kiterjesztésére.

Azt, hogy a kernel felhívásakor hány CUDA szálon szeretnénk futtatni, az új nyelvi elemként megjelenő `<<< . . . >>>` végrehajtási konfiguráció szintaxisal tudjuk specifikálni. Sajnos a Visual Studio még szintaxishibaként kezeli a mostani, CUDA 12.3 verzióban, ezért a programozónak érdemes odafigyelni, hogy milyen IntelliSense hibaüzeneteket vesz figyelembe. A 3.3. ábrán például olyan fogalmakra jelez a fejlesztői környezet, amelyek a keretrendszer adta bővítményekben vannak definiálva.



3.3. ábra. Bizonyos hibaüzeneteket azért kaphatunk, mert a Visual Studio által használt Intellisense nem ismeri a CUDA nyelvi kiegészítései. Ezeket figyelmen kívül lehet hagyni

Példa: A hivatalos dokumentáció az alábbi példát adja kernel definícióra. A kódrészlet az N méretű A és B vektorok összeadását végzi és az eredményt a C vektorban tárolja:

```
#define N 1024

// Kernel definition
__global__ void VecAdd(float* A, float* B, float* C)
{
    int i = threadIdx.x;
    C[i] = A[i] + B[i];
}

int main()
{
    ...
    // Kernel invocation with N threads
    VecAdd<<<1, N>>>>(A, B, C);
    ...
}
```

Megfelelő CPU programkörnyezet hozzáadásával ellenőrizhető, hogy a példában adott kernel tényleg helyes eredményt ad.

3.3.2. Szálkezelés

Ahhoz, hogy CUDA programunk megfelelően működjön, az egyes programszálakat rendszerezniük kell.

Most bemutatom, hogy CUDA API-ban milyen típusú szálak léteznek, és ezeket hogyan lehet különböző szintű szinkronizációkba hozni. Ezen fejezetrészhez intenzíven tanulmányoztam az NVIDIA hivatalos fórumának bejegyzéseit, amit mivel az ott dolgozó fejlesztőmérnökök szerkesztenek, relevánsnak tekintettem. Az egyik leghasznosabb cikket a "Cooperative Groups" nevű bővítményről találtam, a példákat belőle idézem [4].

Az előző, 2.6. részben láttuk a hatékony párhuzamos program feltételeit. Foglalkozunk jelen esetben a 3. ponttal, a szinkronizálással. Szinkronizáció szükséges ahhoz, hogy elosztott programunk biztonságos, fenntartható és moduláris legyen. A CUDA 9 bevezette az ún. **Kooperatív csoport** nevű absztrakciót (angolul Cooperative Groups) [5], amely erős támogatást nyújt a kerneleknek ahhoz, hogy dinamikusan alakíthassanak ki csoportokat a szálak között.

Korábban a CUDA API egy nagyon egyszerű, de csak speciális esetekben működő megoldást biztosított a szinkronizáció kérdésére, a blokkon belüli "barrier" szinkronizációt: A "`__syncthreads()`" függvény addig nem engedte tovább futni a szálakat, amíg **a blokkon belül** minden még futó szál el nem jutott az adott pontig. Belátható, hogy nagy szál szám mellett ez nem elég, ugyanis egy blokkon belül jelenlegi GPU-kon legfeljebb 1024 szál futhat. Ha mi több, mint 1024 threadből álló programot írunk, azaz több Streaming multiprocessor (SM) futna egymással párhuzamosan, akkor ezek összehangolását eddig nem tudtuk volna megfelelő szoftveres támogatással elvégezni. Másik probléma az, hogy ha a szálainknak csak egy kis, adott számú (például 4 vagy 32, de tipikusan 2-hatvány) részalmazát akarjuk összehangolni akkor korábban azt sem tudtuk szépen megoldani.

A Cooperative Groups egy API Support Package, ami szálak csoportosítását és szinkronizálását segíti CUDA programokban. A Package nagy része az összes CUDA 9-el kompatibilis GPU-ra működik, azaz Kepler és későbbi architektúrákkal (Compute Capability 3.0+) kompatibilis.

Ahhoz, hogy használhassuk a csomagot, be kell illeszteni az alábbi headert `.cu` vagy `.cuh` kiterjesztésű fájlunk fejlécébe.

```
#include <cooperative_groups.h>
```

A típusok és interfészek a "cooperative_groups" C++ névtérben vannak definiálva, így mindig prefixként ki kell írjuk, hogy "cooperative_groups::", vagy betöltjük a névteret a "using" direktívával. Én a munkám során a "using" megoldást választottam.

```
using namespace cooperative_groups; // Névtér betöltése
using cooperative_groups::thread_group; // stb.
namespace cg = cooperative_groups; // Használhatunk rövid alias is
```

Thread csoportok Az egyik legfontosabb típus a csomagon belül a "thread_group" típus, ami threadek, azaz szálak csoportját tudja kezelni. Ezt örökölteti le az összes, később tárgyalandó csoport objektum. A következő alapvető függvények hívhatóak rájuk:

- Megkaphatjuk a csoport méretét, azaz a benne futó szálak számát a `size()` metódussal. Használható túlcímzés elleni védelemre

```
unsigned size();
```

- Megkaphatjuk a hívó thread indexét (0 és `size()-1` közötti) a `thread_rank()` metódussal

```
unsigned thread_rank();
```

- Megvizsgálhatjuk a csoport érvényességét az `is_valid()` függvénnyel

```
bool is_valid();
```

Thread csoportokon végrehajtható kollektív műveletek A thread csoportok megadják a lehetőséget, hogy együttesen hajtsunk rajtuk végre műveleteket. Legegyszerűbb operációink egyike a szinkronizálás, ami annyit tesz, hogy a csoport tagjait nem engedi túl egy műveletsoron addig, míg minden tagja el nem jut az adott pontig. Az összes thread csoport fajta támogatja a szinkronizálást, viszont mindegyiket kicsit másképpen kell kezelni.

Egy adott g csoporthoz tartozó szálakat a kollektív sync() metódussal, vagy g-re a cooperative_groups::synchronize() függvényt meghívva szinkronizálhatjuk. Ezek a már korábban emlegetett barrier szinkronizációt hajtják végre.

```
g.sync();           // g szinkronizálása
cg::synchronize(g); // ekvivalens megoldás
```

Thread Blokk Az első thread csoport fajta a Thread blokk. A Cooperative Groups azért vezette be ezt az adattípust, hogy explicit reprezentálja a CUDA programozás azonos nevű, egyik fontos fogalmát. A szálak egy-, kettő-, vagy háromdimenziós logikai egységbe szervezhetők, amit **blokk**nak nevezünk. Ez a megoldás egy természetes módot nyújt arra, hogy vektorok vagy mátrixok elemein hajtsunk végre számításokat. Az egy blokkba tartozó szálak számát hardveres megfontolások felülről korlátozzák: mivel ezeknek a threadeknek közös processzormagon kell futniuk és a mag korlátos memória-erőforrásain kell osztozniuk, nem foglalhatnak el túl nagy helyet. A jelenlegi GPU-k egy blokkban legfeljebb 1024 thread futtatását támogatják, viszont a kernel több egyenlő méretű blokkban futtatható, ezért a szálak száma megkapható a blokkonkénti szálak száma és a blokkszám szorzataként. [15] Egy thread blokk példánya az alábbi módon inicializálható:

```
thread_block block = this_thread_block();
```

Azon threadek, melyek beépített CUDA blockIdx értékei megegyezőek, ugyanazon thread blokkba tartoznak. A blokkok szinkronizálása nagyon hasonló a korábban említett __syncthreads() metódushoz. A következő kódok mind ugyanolyan hatást érnek el: (feltéve, ha a thread blokk összes szála elér odáig)

```
__syncthreads();
block.sync();
cg::synchronize(block);
this_thread_block().sync();
cg::synchronize(this_thread_block());
```

A "thread_block" adattípus kiterjeszti a "thread_group" interfészt két, blokk-specifikus tagfüggvénnyel. Ezek megfeleltethetőek a CUDA API blockIdx és threadIdx tagváltozóinak.

```
dim3 group_index(); // 3-dimenziós blokk index griden belül
dim3 thread_index(); // 3-dimenziós thread index blokkon belül
```

3.3.3. Grid csoport

Ez a csoport objektum reprezentálja az összes szálát, melyek közös grid alatt futnak. A sync() operációt kivéve minden API elérhető mindig, azonban ahhoz, hogy griden belül szinkronizálhassunk, a speciális "cooperative launch API" használatára van szükség. Egy grid csoport példánya az alábbi módon inicializálható:

```
grid_group grid = this_grid();
```

A "grid_group" adattípus kiterjeszti a "thread_group" interfészt két, blokk-specifikus tagfüggvénnyel. Ezek megfeleltethetőek a CUDA API blockIdx és threadIdx tagváltozóinak.

```
dim3 block_index(); // 3-dimenziós blokk index griden belül
dim3 thread_index(); // 3-dimenziós thread index blokkon belül
```

3.3.3.1. Teljes Grid csoporton belüli szinkronizáció

A kooperatív csoportok bevezetése előtt a CUDA programozási modellje csak thread blokkon belüli szervezésre nyújtott natív támogatást. A régebbi gyakorlat az volt, hogy a kernelt felbontottuk több kisebb alkernelre, majd azon pontokon, ahol grid szintű szinkronizációra vágytunk, befejeztük az adott alkernelt, és hívtuk az újat. Ennek a módszernek "CPU Szinkronizáció" vagy "Implicit Szinkronizáció" a neve.

A módszer több szempontból problémás. Először is egy GPU kernel hívása sok erőforrást igényel. Sok egymás utáni hívás miatt lassabb lesz a program, *ad absurdum* jobban járunk, ha bele sem vágunk a GPU programozásba, és az egész kódot tisztán CPU-ra írjuk. Másrészt ha az eredeti függvényben ciklusiterációként akarnánk szinkronizálni, akkor Implicit szinkronizációs módszer mellett a kernelhívásokat kéne CPU cikluson belültre helyezni. Ez még jobb esetben átláthatatlan és fenntarthatatlan kódot eredményez, de rosszabb esetben a grafikus kártya meghibásodását is okozhatja a sűrű kernelhívás miatt.

A probléma tehát adott, de nézzük, hogy a kooperatív csoportok hogyan jelentenek erre megoldást.

Ahhoz, hogy grid csoporton belül szinkronizáljunk, első ránézésre elég a `grid.sync()` függvényt használnunk, mint ahogy azt a thread blokkon belül is tettük.

```
grid_group grid = this_grid();
grid.sync();
```

A főbb különbséget ott tapasztaljuk, amikor a kernel hívására kerül sor. A szokásos `< < <...> > >` konfigurációs szintaktika helyett a CUDA runtime API hívást kell végrehajtani (vagy annak driver megfelelőjét) [7]

Többféle módszer van a megfelelő több blokkos API hívásra, ezek közül nézzünk párat. Ahhoz, hogy biztosítsuk a thread blokkok megfelelő együttműködését a GPU-n, a blokkok száma előre megfontolandó. Ahhoz, hogy annyi blokkot futtassunk, ahány Streaming Multiprocessor (SM) van beépítve a rendszerbe, az alábbi kód alkalmas:

```
int device = 0;
cudaDeviceProp deviceProp;
cudaGetDeviceProperties(&deviceProp, device);
// initialize , then launch
cudaLaunchCooperativeKernel((void*)my_kernel, deviceProp.multiProcessorCount, numThreads, args);
```

Ajánlott megvizsgálnunk, hogy a kernel hívásához mekkora maximális blokkPerSM aránnyal dolgozhatunk (legfeljebb hány blokk fér el egy SM-en). Tegyük, fel, hogy szükségünk van 128 szádra, akkor így járhatunk el.

A CUDA documentation az alábbi példakódhoz hasonló eljárást javasol:

```
/// This will launch a grid that can maximally fill the GPU, on the default stream with kernel arguments
int numBlocksPerSm = 0;
// Number of threads my_kernel will be launched with
int numThreads = 128;
cudaDeviceProp deviceProp;
cudaGetDeviceProperties(&deviceProp, dev);
cudaOccupancyMaxActiveBlocksPerMultiprocessor(&numBlocksPerSm, my_kernel, numThreads, 0);
// launch
void *kernelArgs[] = { /* add kernel args */ };
dim3 dimBlock(numThreads, 1, 1);
dim3 dimGrid(deviceProp.multiProcessorCount*numBlocksPerSm, 1, 1);
cudaLaunchCooperativeKernel((void*)my_kernel, dimGrid, dimBlock, kernelArgs);
```


Érdemes futtatás előtt ellenőrizni, hogy grafikus kártyánk egyáltalán támogatja-e a grid szinkronizációt. Ennek komoly feltételei vannak:

- Csak 6.0 compute capability eszközök támogatottak
- Támogatott Windows operációs rendszer - Aktuális verziók: 8.1/10/11 [13]
- MPS ellátott Linux rendszer esetén csak 7.0 compute capability eszközök támogatottak

Az alábbi kód a *cudaDevAttrCooperativeLaunch* eszköz attribútumot vizsgálja meg.

```
int dev = 0;
int supportsCoopLaunch = 0;
cudaDeviceGetAttribute(&supportsCoopLaunch, cudaDevAttrCooperativeLaunch, dev);
```

Ez 1-be állítja a *supportsCoopLaunch* flaget ha a művelet támogatott a 0-s eszközön (egy grafikus kártyás rendszeren ez az alapértelmezett eszköz).

3.3.3.2. Program felkészítése több blokkos futtatásra

Bizonyos thread szám felett (jelenlegi GPU-kon 1024) a kerneleket már több blokkon szükséges futtatni hardveres okok miatt. Amennyiben elég egy blokk használata, márpedig számos alkalommal ez a helyzet, ki tudunk használni olyan trükköket gyorsításra, mint például a gyors megosztott memória használata a globális device memória helyett vagy a warpok hatékonyabb kihasználása. Előnyös lehet, ha algoritmusunkat egy és több blokkos használatra is megírjuk. Így képesek leszünk kezelni nagy thread számokat is, míg ki szám esetén kihasználjuk a lehetséges optimalizálási tulajdonságokat.

3.3.4. Moduláris programszerkesztés

A kooperatív csoportok használata nem csak gyors, de hasznos is tud lenni. A kódcsomag ereje a modularitás, hogy amikor a csoportot explicit átadjuk függvények között, konzisztensen hivatkozhatunk annak méretére. Ez nehezebbé teszi kritikus versenyhelyzetek, illetve holtpontok kialakulását, mert nem teszünk hibás következtetéseket elágazó függvényhívások között. Az alábbi egy elkerülendő példa hibás szinkronizálásra.

```
__device__ int sum(int *x, int n)
{
    ...
    __syncthreads();
    ...
    return total;
}

__global__ void parallel_kernel(float *x, int n)
{
    if (threadIdx.x < blockDim.x / 2)
        sum(x, count); // hiba: threadek fele nem hívja meg a függvényt
    // __syncthreads() => holtpont
}
```

A példában a threadeknek csak a fele hívja meg a *sum()* függvényt, amely tartalmaz *__syncthreads()* utasítást. A thread blokk nem minden threadje éri el a *__syncthreads()*-et, így holtpont alakul ki, mivel a barrier utasítás gátat képez addig, míg minden blokkon belüli thread el nem éri. Amennyiben alkalmazzuk a kooperatív csoportok adta lehetőségeket, ez a hiba nehezebben elkövethető. Fontos átadni a csoporttípust, mint paramétert a hívandó függvénynek, és ekkor csak azon a csoporton végzünk szinkronizációt.

Alapszabály, hogy tiszta GPU függvényben nem hivatkozunk közvetlenül a kernel szálaira, különben hasonló hibákba ütközhetünk.

```
// Nyilvánvaló, hogy a teljes blokk meg kell hívja
// Van benne sync utasítás, ami különben holtpontot okozna
__device__ int sum(thread_block block, int *x, int n)
{
    ...
    block.sync();
    ...
    return total;
}

__global__ void parallel_kernel(float *x, int n)
{
    sum(this_thread_block(), x, count); // nincs elágazó függvényhívás
}
```

3.3.5. CUDA használata Visual Studio alatt

Szeretnék rövid leírást nyújtani az első CUDA nyelven megírt párhuzamos program létrehozásához. A példaprogram egy vektoros összeadást végez el videokártyán.

CUDA Extension letöltése A gyártó bővítményt adott ki, mely a Visual Studio nevű fejlesztői környezetbe importálható. A CUDA legfrissebb verziója jelenleg a <https://developer.nvidia.com/cuda-downloads> webcímről tölthető le (a link később változhat). Itt lehet tájékozódni a program használati feltételeiről is. Főbb információk: néhány (3-4) GB tárhelyre, illetve 64 bites Linux vagy Windows operációs rendszerre van szükség.

NVIDIA DEVELOPER Home Blog Forums Docs Downloads Training

Solutions ▾ Platforms ▾ Industries ▾ Resources ▾

CUDA Toolkit 12.3 Downloads

Select Target Platform

Click on the green buttons that describe your target platform. Only supported platforms will be shown. By downloading and using the software, you agree to fully comply with the terms and conditions of the [CUDA EULA](#).

Operating System	Linux	Windows		
Architecture	x86_64			
Version	10	11	Server 2019	Server 2022
Installer Type	exe (local)	exe (network)		

Download Installer for Windows 10 x86_64

The base installer is available for download below.

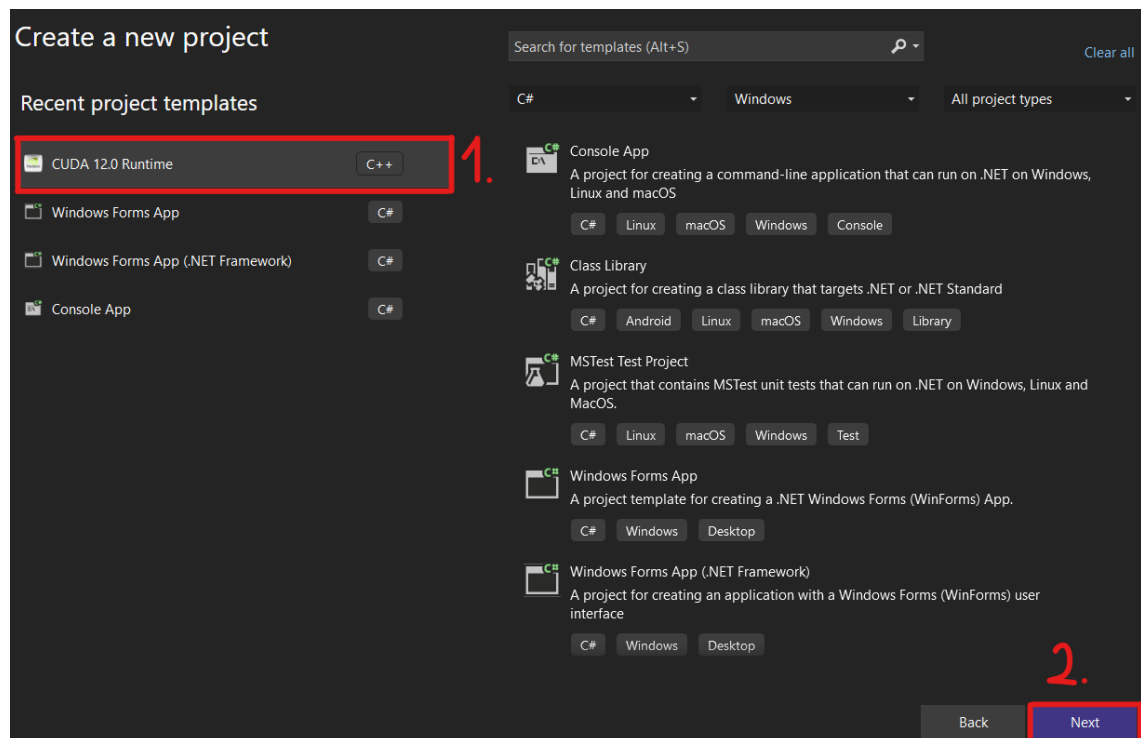
> Base Installer	Download (3.1 GB)
------------------	-------------------

Installation Instructions:

1. Double click cuda_12.3.0_545.84_windows.exe

3.4. ábra. 1. lépés: A CUDA letöltése

Új projekt létrehozása Telepítés után ha új projekt létrehozását választjuk (File/-New/Project), akkor "CUDA [verziószám] Runtime" néven kiválasztható a projekt típusának a CUDA. Adjunk neki egy nevet és egy elérési mappát, és létre is jön a projektünk.



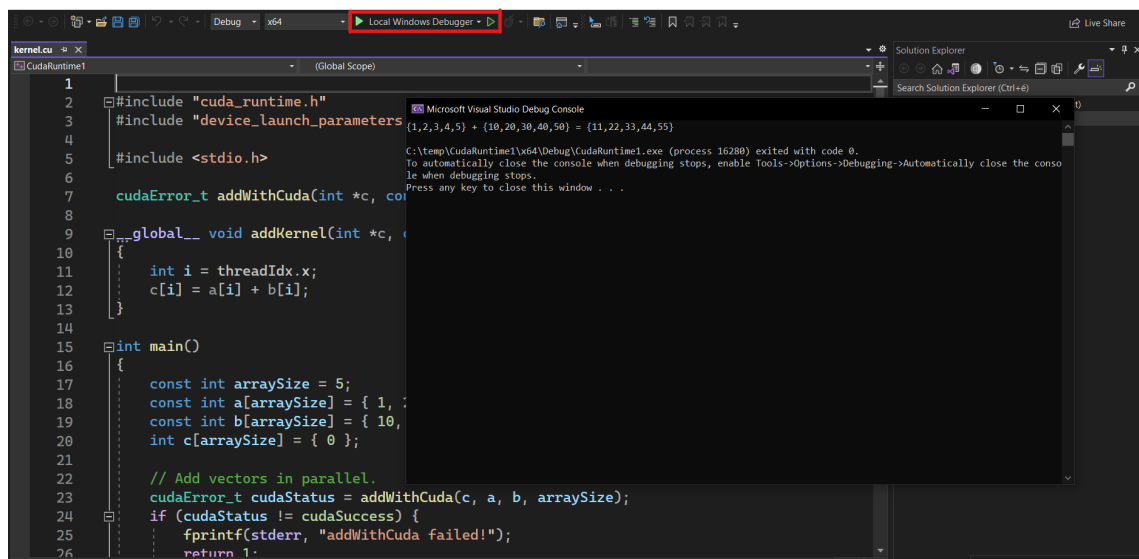
3.5. ábra. 2. lépés: Új CUDA projekt létrehozása

Példakód futtatása A template egy példaprogramot tartalmaz, amely két vektor összeadását végzi el videokártyán.

A kernel függvény nagyon egyszerű, mindössze 2 sorból áll: [6]

```
__global__ void addKernel(int *c, const int *a, const int *b)
{
    int i = threadIdx.x;
    c[i] = a[i] + b[i];
}
```

A "Local Windows Debugger gomb" megnyomásával lefut a kód, és meg is kapjuk az eredményt. Ezután már írhatunk saját kódot is.



3.6. ábra. 3. lépés: Példakód futtatása

4. fejezet

Implementáció

Ebben a fejezetben bemutatom a témában végzett programozói munkámat. Összesen 4 algoritmussal foglalkoztam, melyeket logikailag egymásra építve kezeltem: $TSP \rightarrow VRP \rightarrow CVRP \rightarrow (C)VRPTW$

4.1. Hangyakolónia algoritmus

A munkám során megvalósított algoritmusok mindegyikéhez a hangyakolónia optimalizációt használtam.

4.1.1. Adatstruktúrák

Az útvonaltervezési problémák gráfokon futnak, ezért elsődleges feladatomban annak eldöntése volt, hogy milyen formában tároljam a gráfokat. Az egyik alapvető megadási mód, amit én is követtem, a szomszédossági mátrix reprezentáció. Előnye, hogy az egyes csúcsokhoz tartozó élek direkt lekérdezhetőek, ezért a rajtuk végzett műveletek gyorsabbak lehetnek. Hátránya viszont, hogy minél kevesebb él van a gráfban, annál pazarlóbbá válik ez a megadás. Ismertek más fajta tárolási módok is, de azokkal most nem foglalkoztam. [2] Az adattípusok megválasztásában eltérőek az egyes megvalósítások: az első TSP verzióban például minden lebegőpontos számot *double* típusú változóban tárolok, míg a többi algoritmusnál *float* adattípust alkalmazok. A váltás háttérében az áll, hogy kipróbálva az első algoritmust azt tapasztaltam, hogy nem javít érdemben a valószínűségek dupla pontosságú számítása, cserébe sokat lehet spórolni a futásidőn a felbontás csökkentésével.

4.1.2. Feromonok nyilvántartása

A feromonokat az élekhez rendelem, ezért egy, az eredeti gráf topológiájával megegyező gráfban tárolom. A gráfélek eltárolása már változatosabb.

4.1.2.1. TSP

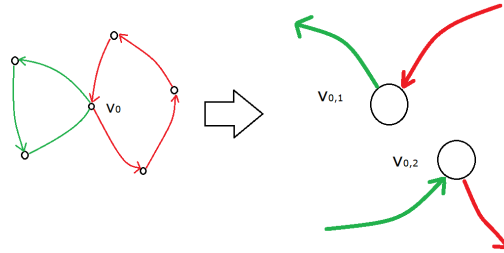
A TSP során egy $N \times N$ -es mátrix által adott feromongráfon egyértelműen végrehajtható mohó algoritmus, vagyis olyan döntéshozatal-sorozat, hogy minden csúcsból abba a következő pontba megyünk, ahova a legtöbb feromon vezet (kivéve ha az a kezdőcsúcsba vezet, és még maradtak bejáratlan csúcsok). Hogy megtartsam az implementáció egyszerűségét, a TSP során tényleg $N \times N$ -es 2 dimenziós mátrixban tárolom a feromonértékeket. Tehát az n csúcsú TSP feromonmátrix alakja a következő:

$$\begin{pmatrix} 0 & P_{0,1} & P_{0,2} & \cdots & P_{0,n-1} \\ P_{1,0} & 0 & P_{1,2} & \cdots & P_{1,n-1} \\ \vdots & & \ddots & & \\ P_{n-1,0} & P_{n-1,1} & P_{n-1,2} & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$

Itt $P_{i,j}$ az i -ből j -be él feromonértéke. $\forall i \in V(G) : P_{i,i} := 0$, mert a gráfunk egyszerű, nincs benne hurokél. Praktikusán $P_{i,j} := 0$, ha az input gráfban $v_{i,j}$ nincs behúzva. Ekkor már az első próbálkozások sem próbálnak meg arra menni. Ez a kikötés nem kötelező, előbb-utóbb ezen éleket úgyis elhalnának a feromonok.

4.1.2.2. VRP variánsok

A VRP esetében kicsit bonyolultabb a helyzet. Ha felírjuk egymás után az egyes járművek bejárási sorrendjét, azt láthatjuk, hogy olyan, mintha több TSP-t hajtottunk volna végre egymás után. Képzeltben majdnem ez is történt. Úgy álltam hozzá a több útvonalhoz, hogy fejben kifeszítettem őket egy nagy körre. A kezdőcsúcs helyére gondolhatjuk azt, hogy k db csúcs van ott, amik egymástól 0 távolságra vannak. A gondolatmenetemet a 4.1. ábrán illusztrálom.



4.1. ábra. A VRP visszavezethető a TSP-re, ha az egyes utakat képzeletben összefűzzük egy nagy körre

Egy n csúcsot k járművel bejáró VRP visszavezethető egy $n+k-1$ csúcsú TSP-re. Ha egy jármű nem vesz részt a folyamatban, akkor olyan, mintha (v_0, v_0) útvonalat tenne meg egy hurokélen haladva. Ezt most megengedjük, ezért a feromonokat tartalmazó mátrixot kibővítjük. A $v_{0,k}$ csúcsra vonatkozó sor 0. eleme a $v_{0,k}$ -ból $v_{0,k+1}$ -be mutató él feromonértéke. Az első n sor ugyanolyan, mint a TSP esetén, ezzel biztosítva, hogy további járműveket számításba véve, a TSP-ről át tudjunk térni VRP-re.

A mátrix minden sora egy adott csúcsból történő továbbhaladást ír le valószínűségi szempontból. Az i . sorban a kiindulási csúcs, ha $0 < i < n+k-1$:

- $i = 0 : v_{0,0}$
- $0 < i < n : v_i$
- $n \leq i < n + k - 1 : v_{0,i-(n-1)}$

Tehát a k járművel n csúcson futó VRP feromonmátrix alakja a következő:

$$\begin{pmatrix} P_{v_{0,0},v_{0,1}} & P_{0,1} & P_{0,2} & \cdots & P_{0,n-1} \\ P_{1,0} & 0 & P_{1,2} & \cdots & P_{1,n-1} \\ \vdots & & \ddots & & \\ P_{n-1,0} & P_{n-1,1} & P_{n-1,2} & \cdots & 0 \\ P_{v_{0,1},v_{0,2}} & P_{v_{0,1},1} & P_{v_{0,1},2} & \cdots & P_{v_{0,1},n-1} \\ \vdots & & & & \\ P_{v_{0,i},v_{0,i+1}} & P_{v_{0,i},1} & P_{v_{0,i},2} & \cdots & P_{v_{0,i},n-1} \\ \vdots & & & & \\ P_{v_{0,k-1},v_{0,0}} & P_{v_{0,k-1},1} & P_{v_{0,k-1},2} & \cdots & P_{v_{0,k-1},n-1} \end{pmatrix}$$

Feltételek megnyilvánulása: az, hogy milyen egyéb feltételeket tűzünk még ki a feladatban, a feromonok nyilvántartásának módját nem befolyásolja. Változás annyi lesz, hogy hiába vezet út az adott körön, ha kritériumfeltétel, például egy jármű kapacitásfeltétele sérül. Olyankor egyáltalán nem veszem figyelembe az adott megoldást.

4.1.3. A rulettkerék algoritmus

Az algoritmusaimban többször feltűnik a random számok generálásának problémája. Hallgatótársam, Tóth Andor Márk sokat foglalkozott a témával, és diplomamunkájából sokat tanulhattam a témában [2]. Valószínűségi számításból tudjuk, hogy igazi véletlen számok nem léteznek. Nézzük például a klasszikus példát: a pénzérme feldobását, ami a földre érve fejjel vagy írással felfelé landol (vagy néha egy sirály földet érés előtt elkapja és elviszi). Ha a tér minden egyes pontjában pontosan ismernénk a különböző légnyomásértékeket, valamint tökéletesen tisztában lennénk a feldobás dinamikai jellemzőivel, mindig egyértelműen kiszámolhatnánk, hogy melyik oldalára fog esni az érme. A véletlen illúzióját ezen ismeretek hiánya okozza. Póker közben feltehetően nem ismerjük a keverő pontos technikáját és a kártyák korábbi sorrendjét, ezért az osztott lapok jó esetben véletlenszerűnek hatnak.

A számítógépek alapesetben determinisztikus gépek, hiszen adott utasításokat hajtanak végre. A CUDA az úgynevezett PRNG (pseudorandomszám-generátor) elvét követi. A generált szám tökéletesen meghatározható egy kezdeti érték alapján, ezért kell egy seed, ami viszont már független lehet a géptől. Programozás közben az 1970. január 1. éjfél óta eltelt másodpercek számát vettem seednek, amely bevett gyakorlatnak számít. GPU oldalon a CuRand függvénykönyvtár videokártyás támogatást biztosít pseudorandom számok generálására, ehhez a következő egyszerű kernelt kell futtatni:

```
// Initializes a random seed for each different threads
__global__ void setup_kernel(curandState* state, unsigned long seed)
{
    int id = blockIdx.x * blockDim.x + threadIdx.x;
    curand_init(seed, id, id, &state[id]);
}
```

A kernelt CPU oldalról kell felhívni a kiválasztott seeddel:

```
rand(time(0)); // Need seeds for random solutions

...

setup_kernel <<< BlockNum, threadPerBlock >>> (d_kernelParams.state, time(NULL) * rand());
```

Amikor egy feromont követő hangya következő csúcsot választ, minden elérhető élen leméri az ottani feromonértékeket. Egy egyes élek választásának valószínűsége a 2.3. kifejezés alapján kapható meg. A megvalósítás sokat javulhatna azzal, ha a már korábban kiválasztott éleket a hangya nem venné számításba. Ha ez bele lenne implementálva a programba, később sokat javíthatna a futásidőn.

4.2. A végeredmény számítása

Mint minden algoritmus esetében, itt is külön figyelmet kell fordítanunk arra, hogy a végső eredményt milyen formában állítsuk elő. A legkézenfekvőbb gondolat az, hogy ha út közben egy új legrövidebb megoldást találunk, akkor feljegyezzük, és végül ezt nevezzük ki outputnak. Gyakorlatban, amikor a programjaimat teszteltem, gyakran hibás végeredményt kaptam ilyen alapon. A hiba detektálása során arra jöttem rá, hogy a GPU főleg adatmozgatások során nagyon gyakran hibázik. Ez azzal járt, hogy néha rossz eredményt, néha pedig semmit sem töltött az erre kijelölt tömbbe. Felismerésem után egyéb módot is kitaláltam. A megadott számú iteráció után ott marad a feromongráf, amivel a program önmagát tanította. Ebben a gráfban végrehajthatunk egy mohó algoritmust: kiindulva az előírt kezdőcsúcsból, következő csúcsnak mindig azt választjuk, amelyik felé a legtöbb feromon vezet. Ekkor közvetlenül a kijelölt eredménytömbbe dolgozom, megkerülve a kritikusnak tapasztalt adatmozgatást. Hogy ne írjak felül jó megoldást, a mohó keresést csak akkor hajtom végre, amikor a tömbben talált szekvencia érvénytelen.

```
// Choosing path with greedy algorithm if we dont have a valid answer
if (!validRoute(&params))
{
    // Mostly occurs when it did not find any routes, but we also prepare for corrupted memory
    printf("Need to find route in greedy mode!\n");
    greedySequence(&params);
}
```

4.3. TSP első verzió

Az útvonalkeresési algoritmusok ezen családjának legegyszerűbb tagja a TSP, ezért ezzel érdemes kezdenie annak, aki szeretne elmélyülni a problémakörben. Én is így tettem. Amikor még az önálló laboratóriumi munkám során megismertem a genetikus algoritmusokat, az első feladatomban a TSP megvalósítása volt CUDA nyelven. Azért tartom fontosnak kiemelni az első verziót, mert első megközelítésben teljesen rendszertelenül álltam a problémához, nem tekintettem a feladatra egy nagyobb téma részeként. Ez később nehezen bővíthető lett volna, ezért a következő verziókat teljesen a nulláról kellett felépítenem.

A mellékletben elérhető a teljes TSP_v1 kód, jelenleg néhány fontosabb elemet/fogalmat szeretnék kiemelni belőle. Bevezettem egy globális változót a hangyák (threadek) számának állítására. Értéke fordítási konstans, ezért ha a felhasználó egyéb számú párhuzamosítást szeretne, bele kell nyúljon a forráskódba:

```
// Hangyák száma = párhuzamos szálak száma
const int ants = 1024;
```

Van még néhány olyan algoritmus paraméter, ami a futás során változatlan, viszont értékük befolyásolja a futásidőt, illetve a végeredményt. Kiszerveztem őket makrókba, hogy egy helyen kelljen állítani őket.


```
// Iterációs számot állító konstansok
#define REPETITIONS 10
#define RANDOM_GENERATIONS 20
#define FOLLOWER_GENERATIONS 500

// Feromonmátrix konstansok
#define RHO 0.75 // Elnyomási téőnyez
#define REWARD_MULTIPLIER 100 // Jutalom szorzó
#define INITIAL_PHEROMONE_VALUE 1000 // Mátrixelemek kezdeti értéke

#define SERIALMAXTRIES 10 // Próbálkozások száma
```

Az algoritmus a következőképpen működik: Csináld REPETITIONS alkalommal, hogy jön RANDOM_GENERATIONS iteráció olyan hangya, ami teljesen véletlenszerűen végigmegy a gráfon, majd őket követi FOLLOWER_GENERATIONS iterációban olyan hangya, ami a feromon alapján dönti el az útját. Minél több iterációt hajtunk végre, annál több utat vizsgálunk meg, és elvileg annál optimálisabb lehet a végeredmény.

Az előbbiektől némileg elkülönül a SERIAL_MAXTRIES, ami azért felel, hogy többször lefuttathassuk egymás után a GPU kernelt. Mivel az ACO egy heurisztikus algoritmus, futásonként más és más eredményt szolgáltat, ezért érdemes lehet többször (például 10-szer) egymás után végrehajtani. Ilyenkor végső eredménynek célszerű a legrövidebb megoldást venni. Sajnos a tesztelések során azt tapasztaltam, hogy a GPU gyakran hibázik, főleg akkor, amikor több szálon dolgozik, mint ami fizikailag elérhető CUDA core formájában. Ekkor vagy egyáltalán nem, vagy rosszul ír át memóriaterületet. A tömb, amely tárolja az aktuális minimális szekvenciát, rendkívüli módon ki van téve hasonló hibázásoknak. Előfordul, hogy a programfutás eredetileg tervezett végén érvénytelen adat lenne az eredmény. Ilyenkor mentő ötletként végrehajtok egy mohó algoritmust a feromongráfon. A kezdőcsúcs ugyanúgy v_0 , és a soron következő csúcs mindig az a megmaradt pont lesz, ahova a legtöbb feromon vezet.

```
if (!validRoute(&params)) {
    greedySequence(&params);
}
```

4.4. TSP második verzió

Amikor másodszorra álltam neki a TSP programozásának, már számos tapasztalattal bírtam. Első feladatomnak éreztem a felhasználóra bízni, hogy hány szállal kívánja használni az alkalmazást. Az ants változó már nem konstans, és parancssori argumentummal befolyásolható.

```
// Parancssori argumentum szintaktika: ... --ants [number of ants]
if ((strcmp(argv[i], "-a") == 0) || (strcmp(argv[i], "--ants") == 0))
{
    if (sscanf(argv[++i], "%d", &ants) != 1) {
        fprintf(stderr, "Unable to read ant number!\n");
    }
    else {
        printf("Given ant number : %d\n", ants);
    }
}
```

Az első verzió nagyon lassúra sikerült, ezért több módon is igyekeztem javítani. Azt tapasztaltam, hogy nem olyan fontos a feromonok pontos tárolása, ezért *double* helyett *float* adattípusra váltottam. Sok függvényhívást alkalmazok, ezért kritikusnak bizonyult a paraméterátadások gyorsítása is. A kernel által használt változókat egy általam definiált

struktúrába szerveztem. Ilyen struktúrák pointereit adom csak át függvények között, ezzel kevesebb utasítást vesznek el a vezérlésátadások. A random generált szekvenciákat úgy állítom elő hamarabb, hogy a csúcsok egyesével történő sorsolása helyett csak n db véletlen csúscsereét alkalmazok.

A 6. részben grafikonokon látható, hogy az említett változtatások mekkora sebességnövekedést okoztak.

4.5. VRP

A VRP újítása, hogy több kis alegységre bomlik a körút, mert több járművet használhatunk. A 4.1.2.2. részben mutatottak alapján az n csúcsú k járműves VRP-t visszavezetem egy $n+k-1$ csúcsú TSP-re. A kódimplementációban is látszik, hogy ezen ötlet után majdnem változtatás nélkül átemelhető lett az előző kód. Jól jött, hogy a TSP v2-ben bővíthetőre lett megcsinálva a parametrizálás.

```
// Visszavezetés az  $n+k-1$  csúcsú Utazóügynök problémára
__host__ __device__ inline int RouteSize(int size, int maxVehicles)
{
    return size + maxVehicles - 1;
};
```

4.6. CVRP

A CVRP azt jelenti, hogy feltételül kaptuk a járművek korlátozott kapacitásának figyelembe vételét. A VRP-t egy kapacitásviszonyokat kiértékelő függvénnyel egészítettem ki, melynek logikáját a 4.2. ábrán látható folyamatábra szemlélteti.

4.7. CVRPTW

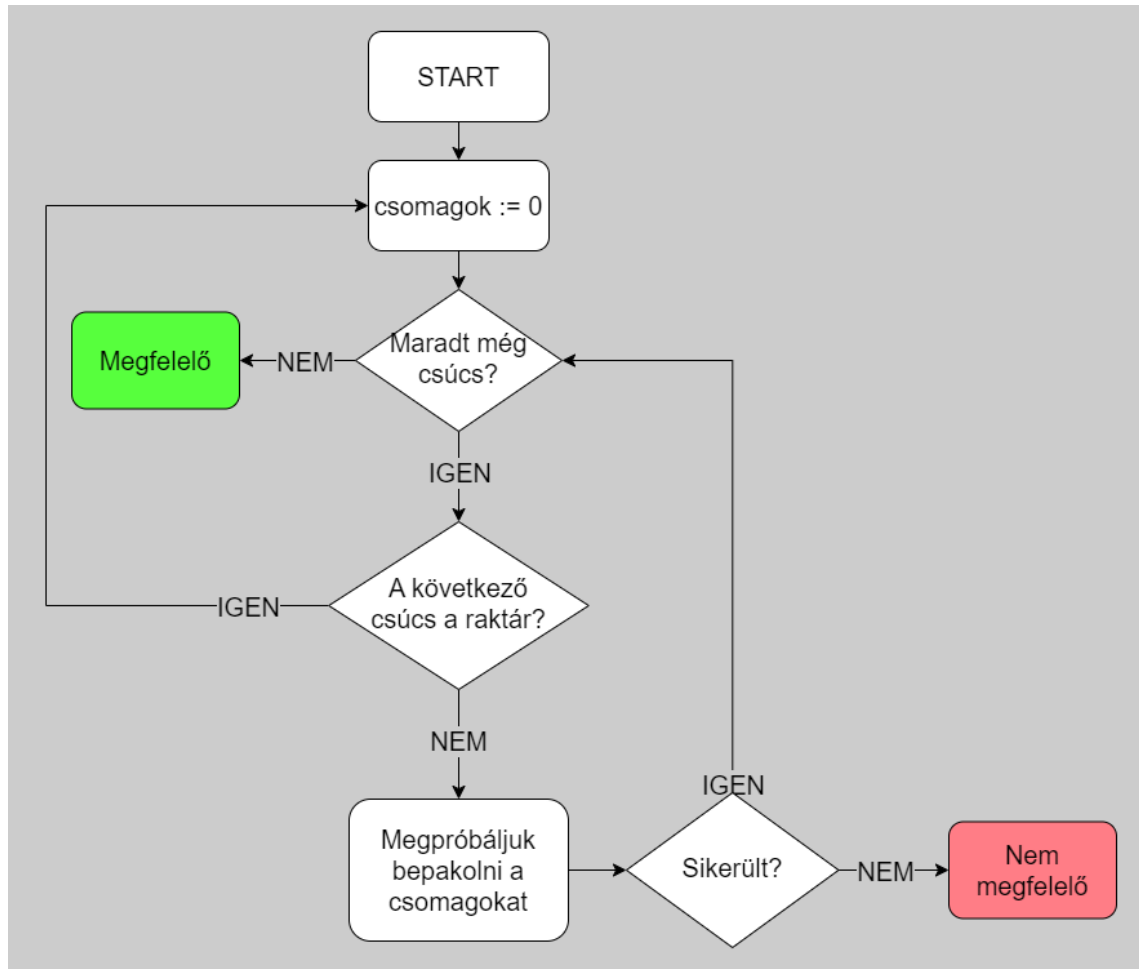
A CVRPTW során a kapacitáskorlátok mellett az ügyfél által megszabott határidők is további nehézséget okoznak. A CVRP-t először egy időablakokat kiértékelő függvénnyel egészítettem ki. A függvény logikáját a 4.3. ábrán látható folyamatábra szemlélteti.

4.7.1. Kezdeti kudarcok

Miután megvalósítottam és kipróbáltam a programot a kapott tesztadatokon (mérési eredmények az 5.7. fejezetben), sajnálattal tapasztaltam, hogy 25 csúcsnál nagyobb gráfok esetében képtelen volt végeredményre jutni, illetve amiket sikerült is megoldani, azokat is rossz hatásfokkal tette.

4.7.2. A probléma forrása

Az eredményekből az a következtetés vonható le, hogy a teljesen random közlekedő hangya nem alkalmas az algoritmus során olyan kezdeti megoldást találni, amit majd a következő hangya tovább tudna javítani. Az időablakok feltétele a kapacitással ellentétben közvetlenül a csúcsok sorrendjére szab meg korlátozást, vagyis gyakorlatilag lehetetlen pont a jó sorrendet eltalálni.



4.2. ábra. A CVRP során használt, kapacitásfeltételt kiértékelő függvény folyamatábrája

4.7.3. A megoldás felé vezető út

A tesztadatokon látszik, hogy viszonylag rövid időintervallumokban lehet elérni az egyes felhasználókat. Ez azt jelenti, hogy ha egy jármű számára kiosztunk egy adott csúcshalmazt, akkor ezek permutációi közül csupán néhány lesz olyan, ami kielégíti az időablakfeltételt. Ha intuitívan közelítjük meg a helyzetet, akkor nagy valószínűséggel úgy járhatunk el a legjobban, ha a járműveknek sikertelenség esetén azt javasoljuk, hogy próbáljanak meg olyan ütemben haladni, ahogyan a csúcsok elérhetővé válnak.

A teljesen random hangya elvét elhagyva *sortTrucksByReadyTime* néven egy új függvényt írtam, amely minden járműhöz a ráosztott csúcshalmazt olyan sorrendbe állítja, ahogyan azok elérhetőek lesznek. Mivel csak rossz megoldásokat szűrök ki, a rendezéssel a megfelelő sorrendek halmazát vélhetően nem zavarom meg nagy mértékben.

5. fejezet

Mérési eredmények

Ebben a fejezetben bemutatom az előző fejezetben ismertetett implementáció méréseit a következő paraméterekkel rendelkező számítógépen végeztem:

- CPU: 11th Gen Intel(R) Core(TM) i5-11300H @ 3.10GHz
- GPU: NVIDIA GeForce RTX 3050Ti
- RAM: 24 GB DDR4
- OS: Windows 10 Education 22H2
- Compiler: NVCC V12.0.140

5.1. A mérések menete

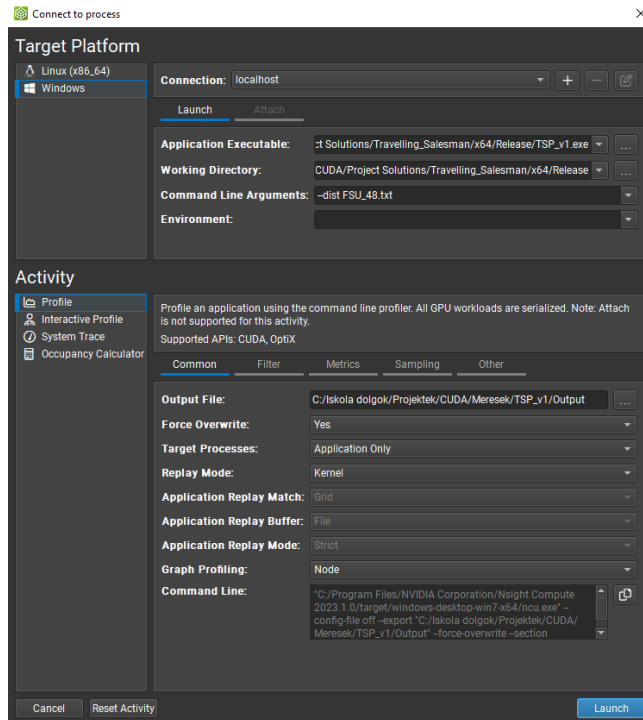
Az algoritmusokhoz külön CPU és GPU kódot készítettem. Az eljárás érdemi részét megszakítás nélkül GPU-n végeztem, míg CPU-n a kezdeti értékeket állítottam be, különböző diagnosztikai kiírásokat végeztem, illetve a parancssori argumentumok feldolgozását kezeltem. A futásidők méréséhez az NVIDIA által készített Nsight Compute programot használtam, mely több szempontból képes CUDA kerneleket elemezni: futási idő, memória kihasználtsága, grid mérete, blokk mérete, szálanként regisztráltak száma és még tovább. A program futását az 5.2. ábrán ábrázoltam.

Számomra a legfontosabb a futásidő volt, ezt több különböző bemenetre és konfigurációra lemértem, majd táblázatosan összegyűjtöttem.

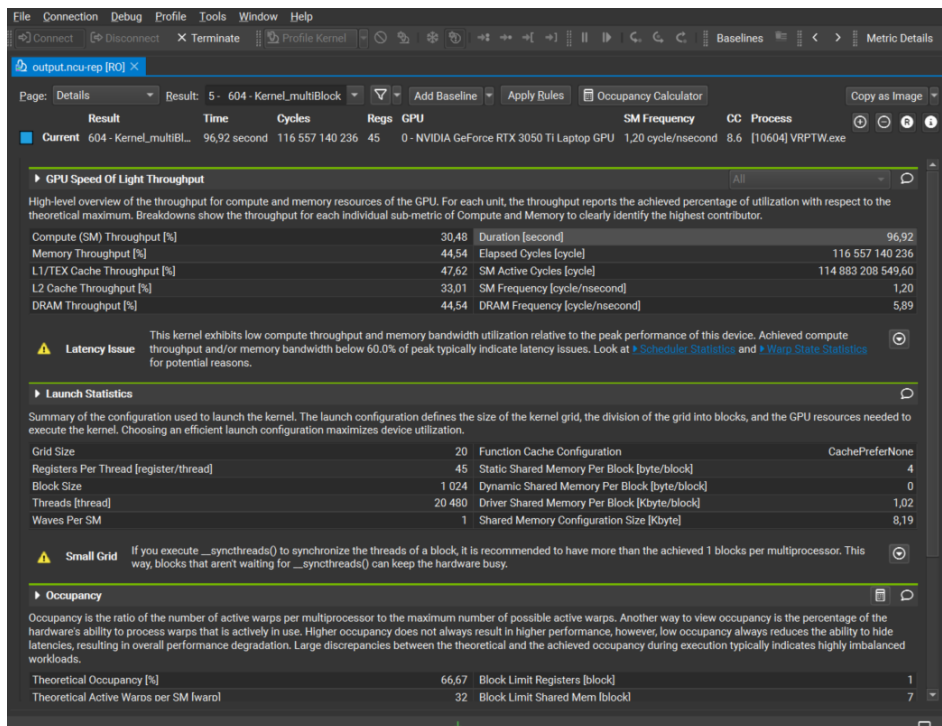
5.2. Mérési eredmények

A továbbiakban táblázatokba szedtem az egyes algoritmusokon végzett profilozó méréseim eredményeit. A futásidők időegysége másodperc, mert ilyen nagyságrendben mozogtak az értékek. Többször lefuttattam a programokat ugyanolyan paraméterek mellett, ebből lejegyeztem az átlagos eredményeket (10 futás számtani közepe) és a legkisebb kapott megoldást. Amikor nem optimális egy mérési eredmény, akkor százalékos arányban melléírtam, hogy mennyivel magasabb az elméleti minimumnál.

A CVRPTW mérése során tapasztaltam először olyat, hogy néha a program egyáltalán nem talált megoldást. Ott új oszlopot vettem fel "Hiba (%)" névvel. Azt mutatja, hogy a programfuttatások hány százalékában nem sikerült egyáltalán megoldást találni. Ilyenkor az átlagolást a sikeres futtatásokból számoltam.



5.1. ábra. Az NVIDIA Nsight Compute programban egy mérés összeállításához be kell állítani a mérendő exe fájlt, a munkamappát, illetve a szükséges parancssori argumentumokat



5.2. ábra. Az NVIDIA Nsight Compute program adatok széles tárházával látja el a programozót

5.3. TSP első verzió

Teszteléshez szükségem volt ismert eredményű adathalmazokra. A Floridai Állami Egyetem weboldalán [9] elérhető bárki számára több adathalmaz, különböző adatstruktúrában. Számomra a [fájlnév]_d.txt nevű fájlok voltak hasznosak, ugyanis abban megtalálhatóak a szomszédossági mátrix költségei táblázatos alakban. Az itt található 6 adathalmazon végigfuttattam az algoritmusomat több konfigurációban. Mindig 10-szer ismételt meg a futást, és lejegyeztem az eredmények átlagát (számtani középpel), illetve minimumát. Nagy adathalmaz esetén hosszú a futásidő profilozó módban, ezért időmérés céljából egyszer futtattam újra ugyanazon beállításokkal. A TSP első verziójában a feromonmátrix és az élsúlyok tárolása csak *double* formátumban történik. Az összehasonlíthatóság érdekében egy iteráció során 20 random, és 500 tudatos hangya fut. A kezdeti feromon érték 1000, az elnyomási tényező $\rho = 0.75$, a jutalmazási arány 100, amely csak a 2. iterációtól érvényes (ha van).

Az egyes mérések eredményei a 5.1 - 5.6. táblázatokból olvashatóak.

FIVE : 5 csúcs, minimális út : 19, átlagos út : 24			
	Futásidő (ms)	Végeredmény átlag	Végeredmény min.
1 rep			
32 ant	7,84	20,2 (+6,3%)	19
256 ant	19,1	20,8 (+9,5%)	19
1024 ant	76,1	20,8 (+9,5%)	19
10 rep			
256 ant	137,3	19	19
1024 ant	424	19	19

5.1. táblázat. Elsőnek egy kicsi, a kezdőponton kívül 4 állomásból álló gráfon próbáltam ki az algoritmust.

P01 : 15 csúcs, minimális út : 291, átlagos út : 662			
	Futásidő (s)	Végeredmény átlag	Végeredmény min.
1 rep			
1024 ant	0,925	370,2 (+27,2%)	291
2048 ant	1,18	365 (+25,4%)	327 (+12,4%)
4096 ant	1,20	359,7 (+23,6%)	332 (+14,1%)
10 rep			
1024 ant	11,39	350,4 (+20,4%)	291
2048 ant	11,47	328 (+12,5%)	295 (+1,4%)
4096 ant	11,59	336,8 (+15,7%)	291
16384 ant	13,21	326,2 (+12,1%)	295 (+1,4%)
20480 ant	13,46	323,4 (+11,1%)	291

5.2. táblázat. 15 csúcsú gráfon futtatott TSP v1

A 17 vagy nála nagyobb gráfok esetében az 1 iterációs algoritmusok már olyan rosszul teljesítettek, hogy a méréseket legalább 10 iterációval folytattam.

GR : 17 csúcs, minimális út : 2085			
	Futásidő (s)	Végeredmény átlag	Végeredmény min.
10 rep			
1024 ant	14,85	2391,3 (+14,7%)	2151 (+3,2%)
2048 ant	14,88	2363,4 (+13,5%)	2085
4096 ant	14,97	2279,6 (+9,3%)	2097 (+0,6%)
8192 ant	15,15	2306,4 (+10,6%)	2207 (+5,9%)
16384 ant	15,49	2250,5 (+7,9%)	2085
20480 ant	15,68	2221,7 (+6,6%)	2085

5.3. táblázat. 17 csúcsú gráfon futtatott TSP v1

FRI26 : 26 csúcs, minimális út : 937, átlagos út : 2693			
	Futásidő (s)	Végeredmény átlag	Végeredmény min.
10 rep			
1024 ant	39,72	1386,1 (+47,9%)	1249 (+33,3%)
2048 ant	39,73	1367,1 (+45,9%)	1221 (+30,3%)
4096 ant	39,82	1227,6 (+31%)	1121 (+19,6%)
8192 ant	40,14	1158,7 (+23,7%)	1102 (+17,6%)
16384 ant	40,70	1132,1 (+20,8%)	1075 (+14,7%)
20480 ant	42,72	1152,3 (+23%)	1097 (+17,1%)

5.4. táblázat. 26 csúcsú gráfon futtatott TSP v1

DANTZIG42 : 42 csúcs, minimális út : 699, átlagos út : 3110,5			
	Futásidő (s)	Végeredmény átlag	Végeredmény min.
10 rep			
1024 ant	115,41	1735,7 (+148%)	1554 (+122%)
2048 ant	113,94	1420 (+103%)	1252 (+79%)
16384 ant	114,34	987,7 (+41%)	906 (+30%)
20480 ant	113,55	931,6 (+33%)	879 (+26%)

5.5. táblázat. 42 csúcsú gráfon futtatott TSP v1

ATT48 : 48 csúcs, minimális út : 33523, átlagos út : 157686,9			
	Futásidő (s)	Végeredmény átlag	Végeredmény min.
10 rep			
1024 ant	156,7	79993,2 (+139%)	75601 (+126%)
8192 ant	152,82	56097,9 (+67%)	51139 (+53%)
16384 ant	153,78	50197,2 (+50%)	47387 (+41%)
20480 ant	154,28	46360,8 (+38,3%)	43167 (+28,77%)

5.6. táblázat. 48 csúcsú gráfon futtatott TSP v1

5.4. TSP második verzió

Azért, hogy az előző fejezetben látott első verzióval érdemben össze tudjam hasonlítani a mostani verziót, hasonló iterációs számokat választottam: 1 rep-en belül 20 random hangyát követ 500 tudatos hangya. Az adathalmaz is az előbbi [9] helyről származó csomag. A számértékeket összevetve szembetűnő a gyorsulás az előző verzióhoz képest. A legfőbb

szerepe ebben úgy gondolom, hogy az adattípus *double*-ről *float*-ra cserélése, illetve a függvények között szigorú pointer alapú paraméterátadás jelentette.

Az egyes mérések eredményei a 5.7 - 5.11. táblázatokból olvashatóak ki.

P01 : 15 csúcs, minimális út : 291, átlagos út : 662			
	Futásidő (s)	Végeredmény átlag	Végeredmény min.
10 rep			
1024 ant	2,69	320,0 (+10%)	307 (+5,5%)
2048 ant	2,82	307,6 (+5,7%)	291
4096 ant	2,97	305,4 (+4,9%)	291
8192 ant	3,19	300,2 (+3,2%)	291
12288 ant	3,50	296,4 (+1,9%)	291
16384 ant	3,73	294,6 (+1,2%)	291
20480 ant	3,92	295,4 (+1,5%)	291
30 rep			
1024 ant	8,05	301,6 (+3,6%)	291
20480 ant	13,37	291	291

5.7. táblázat. 15 csúcsú gráfon futtatott TSP v2

GR : 17 csúcs, minimális út : 2085			
	Futásidő (s)	Végeredmény átlag	Végeredmény min.
10 rep			
1024 ant	3,54	2246 (+7,7%)	2094 (+0,4%)
2048 ant	3,69	2237,7 (+7,3%)	2207 (+5,9%)
4096 ant	3,69	2196,5 (+5,3%)	2142 (+2,7%)
8192 ant	3,89	2211,5 (+6,1%)	2170 (+4,1%)
16384 ant	4,37	2179,2 (+4,5%)	2129 (+2,1%)
20480 ant	4,55	2175,1 (+4,3%)	2134 (+2,4%)
30 rep			
20480 ant	13,38	2146,5 (+3%)	2103 (+0,9%)

5.8. táblázat. 17 csúcsú gráfon futtatott TSP v2

FRI26 : 26 csúcs, minimális út : 937, átlagos út : 2693			
	Futásidő (s)	Végeredmény átlag	Végeredmény min.
10 rep			
1024 ant	9,00	1393 (+48,7%)	1347 (+43,8%)
2048 ant	9,23	1363,1 (+45,5%)	1288 (+37,5%)
4096 ant	9,43	1215,3 (+29,7%)	1163 (+24,1%)
8192 ant	9,72	1136,9 (+21,3%)	1055 (+12,6%)
16384 ant	10,82	1104,9 (+17,8%)	1007 (+7,5%)
20480 ant	11,61	1111,7 (+18,6%)	1058 (+12,9%)
30 rep			
20480 ant	32,93	1098,2 (+17,2%)	1047 (+11,7%)

5.9. táblázat. 26 csúcsú gráfon futtatott TSP v2

DANTZIG42 : 42 csúcs, minimális út : 699, átlagos út : 3110,5			
	Futásidő (s)	Végeredmény átlag	Végeredmény min.
10 rep			
1024 ant	26,19	1601,3 (+129%)	1018 (+46%)
2048 ant	26,61	1488,4 (+113%)	1319 (+89%)
4096 ant	27,02	1286,7 (+84%)	1168 (+67%)
8192 ant	27,57	1118,3 (+60%)	1004 (+44%)
16384 ant	31,2	1014,7 (+45%)	909 (+30%)
20480 ant	33,31	964,9 (+38%)	822 (+17,6%)
30 rep			
20480 ant	99,83	972,8 (+39,2%)	886 (+26,75%)

5.10. táblázat. 42 csúcsú gráfon futtatott TSP v2

ATT48 : 48 csúcs, minimális út : 33523, átlagos út : 157686,9			
	Futásidő (s)	Végeredmény átlag	Végeredmény min.
10 rep			
1024 ant	38,12	84660,7 (+153%)	67541 (+102%)
2048 ant	38,63	72522,8 (+116%)	64969 (+94%)
4096 ant	39,14	62808,6 (+87%)	53395 (+59%)
8192 ant	39,69	59604,8 (+78%)	52514 (+57%)
16384 ant	41,56	48618,2 (+45%)	46227 (+38%)
20480 ant	41,93	49879,9 (+48,8%)	45836 (+36,7%)
30 rep			
20480 ant	124,72	47562,9 (+41,9%)	44144 (+31,7%)

5.11. táblázat. 48 csúcsú gráfon futtatott TSP v2

5.5. VRP

A VRP-hez először nem értettem, hogy miért nem találtam külön adathalmazt. Később megértettem, hogy mivel nincs megadva egyéb feltétel, általában teljesen mindegy, hogy hány járművet használhat az algoritmus, a legjobban akkor fog járni, ha az összes állomást ugyanazon járművel járja végig. A VRP-hez is készült külön kódimplementáció. Ez azért jó, mert amikor különböző feltételeket szabunk meg, elég azok figyelembe vételével kiegészíteni a programot.

5.6. CVRP

Az első feltételes útvonaltervezést igénylő algoritmus, amivel foglalkoztam a kapacitásos járműútvonal-tervezés. Adathalmazt a következő helyről szedtem: [8]. Az iterációk az előzőeknél látottakkal megegyezők: 1 rep-en belül 20 random hangyát követ 500 tudatos hangya.

Az egyes mérések eredményei a 5.12 - 5.15. táblázatokból olvashatóak ki.

17-city problem (Groetschel): 17 csúcs, minimális út: 2685			
	Futásidő (s)	Végeredmény átlag	Végeredmény min.
10 rep			
1024 ant	2,96	3158,7 (+17,6%)	2726 (+1,5%)
16384 ant	3,44	2790,4 (+3,9%)	2711 (+1%)
20480 ant	3,83	2800,5 (+4,3%)	2685
30 rep			
1024 ant	6,05	2975,2 (+10,8%)	2685
16384 ant	10,64	2846,2 (+6%)	2727 (+1,5%)
20480 ant	13,80	2758,5 (+2,7%)	2685
50 rep			
1024 ant	9,97	2927,5 (+9%)	2685
16384 ant	17,64	2737,25 (+1,9%)	2685
20480 ant	18,51	2724,9 (+1,5%)	2685

5.12. táblázat. gr17: 17 csúcsú gráfon futtatott CVRP

21-city problem (Groetschel): 21 csúcs, minimális út: 3704			
	Futásidő (s)	Végeredmény átlag	Végeredmény min.
10 rep			
1024 ant	2,96	5026,3 (+35,7%)	4389 (+18,5%)
16384 ant	4,75	4217 (+13,9%)	4068 (+9,8%)
20480 ant	5,72	4103,3 (+10,8%)	3903 (+5,4%)
30 rep			
1024 ant	8,31	4770,5 (+28,8%)	4001 (+8%)
16384 ant	12,17	4105,4 (+10,8%)	3864 (+4,3%)
20480 ant	16,61	4133 (+11,6%)	3881 (+4,8%)
50 rep			
1024 ant	19,76	4467,5 (+20,6%)	3758 (+1,5%)
16384 ant	22,73	4259,3 (+15%)	4090 (+10,4%)
20480 ant	28,03	4211,6 (+13,7%)	4053 (+9,4%)

5.13. táblázat. gr21: 21 csúcsú gráfon futtatott CVRP

5.7. CVRPTW random kereséssel

Most már az időablakok adta bonyolítást is be vesszük a feltételek közé. Olyan adathalmazzal dolgoztam [14], ami egyszerre írja elő a járművek kapacitását, illetve a célpontok készen állási és határidejét. Egy rep-en belül 500 random hangyát követ 200 tudatos hangya.

A program tesztelése során egy korábban nem tapasztalt jelenséget észleltem: **gyakran egyáltalán nem talált megoldást a program.** Az adathalmaz sok gráfot tartalmaz, ebből én kettőt választottam: C101 és C201. Mindkettő 101 csúcsot tartalmaz, azaz a kezdőcsúcson kívül 100 állomás van. Az algoritmus futtatható az első 25 vagy 50 pontra is. A C101 gráf esetében a különböző feltételek csak néhány klienst engednek járművenként (megközelítőleg 5-10), míg a C201 esetén szabadabbak a kritériumok. Mindkét csúcshalmazt kipróbáltam 25, 50, és 100 csúcsra is. **A 25 csúcsnál nagyobb gráfok esetében ez a megvalósítás soha nem tudott eredményt találni.**

Új oszlopként megjelent a "Hiba (%)", mely arra utal, hogy az algoritmus a program-futtatások hány %-ában nem talált egyáltalán megoldást. Az mérési eredmények a 5.17 - 5.18. táblázatokról olvashatóak ki.

Augerat et al: 33 csúcs, minimális út: 742			
	Futásidő (s)	Végeredmény átlag	Végeredmény min.
10 rep			
1024 ant	5,62	1571,62 (+111,8%)	1283,05 (+72,9%)
16384 ant	8,61	1496,24 (+101,6%)	1342,16 (+80,7%)
20480 ant	13,01	1470,99 (+98,3%)	1310,18 (+76,6%)
30 rep			
1024 ant	22,74	1529,4 (+106%)	1351,81 (+82%)
16384 ant	23,68	1375,43 (+85,3%)	1209,97 (+63%)
20480 ant	35,24	1415,17 (+90,7%)	1182,57 (+59,4%)
50 rep			
1024 ant	24,91	1434,34 (+93,9%)	1230 (+65,8%)
16384 ant	41,26	1421,19 (+91,5%)	1361,51 (+83,5%)
20480 ant	61,01	1402,18 (+89%)	1092,92 (+47,3%)

5.14. táblázat. a33: 33 csúcsú gráfon futtatott CVRP

Rinaldi,Yarrow/Araque: 48 csúcs, minimális út: 40002			
	Futásidő (s)	Végeredmény átlag	Végeredmény min.
10 rep			
1024 ant	44,28	89736,85 (+124%)	56813,06 (+42%)
16384 ant	44,86	83208,23 (+108%)	57162,13 (+43%)
20480 ant	48,89	89271,67 (+123%)	56966,07 (+42%)
30 rep			
1024 ant	76,93	81507,64 (+104%)	67745 (+69,4%)
16384 ant	133,62	74530,89 (+86,3%)	58940,59 (+47,3%)
20480 ant	146,36	76197,09 (+90,5%)	53783,10 (+34,5%)
50 rep			
1024 ant	223,39	75265,07 (+88,2%)	58007,69 (+45%)
16384 ant	223,5	69196,02 (+73%)	54812,73 (+37%)
20480 ant	215,03	64510,92 (+61,3%)	56817,40 (+42%)

5.15. táblázat. att48: 48 csúcsú gráfon futtatott CVRP

Fisher problem 11: 72 csúcs, minimális út: 237			
	Futásidő (s)	Végeredmény átlag	Végeredmény min.
10 rep			
16384 ant	110,84	887,96 (+275%)	645,34 (+172%)
20480 ant	112,34	923,91 (+290%)	874,96 (+269%)
30 rep			
16384 ant	292,38	764,31 (+223%)	551,81 (+133%)
20480 ant	346,49	706,20 (+198%)	458,31 (+93%)
50 rep			
16384 ant	478,71	732,96 (+209%)	574,85 (+143%)
20480 ant	572,36	679,4 (+186%)	492,35 (+108%)

5.16. táblázat. f72: 72 csúcsú gráfon futtatott CVRP

C101.25: 2 csúcs, minimális út: 191,3				
	Futásidő (s)	Végeredmény átlag	Végeredmény min.	Hiba(%)
30 rep 20480 ant	39,31	441,68 (+131%)	336,19 (+76%)	70%
50 rep 20480 ant	71,45	357,19 (+87%)	346,44 (+81%)	60%
70 rep 20480 ant	94,93	410,70 (+115%)	391,42 (+105%)	60%

5.17. táblázat. A szigorúbb időablakkal bíró adathalmaz első 26 csúcsára vett random keresésű CVRPTW mérés (a nevében a 25 arra utal, hogy 25 kliens van, és egy raktár)

C201.25: 25 csúcs, minimális út: 214,7				
	Futásidő (s)	Végeredmény átlag	Végeredmény min.	Hiba(%)
30 rep 20480 ant	41,61	590,41 (+175%)	432 (+101%)	70%
50 rep 1024 ant	61,89	477,76 (+123%)	452,63 (+111%)	70%
20480 ant	66,97	398,36 (+86%)	322 (+50%)	10%
70 rep 20480 ant	96,92	469,16 (+119%)	396,80 (+85%)	60%

5.18. táblázat. A tágabb időablakkal bíró adathalmaz első 26 csúcsára vett random keresésű CVRPTW mérés

5.8. CVRPTW rendezett kereséssel

Ahogy az előző fejezetben láttuk, ha teljesen random módon keresnek útvonalat az első hangyák, közepes csúcsszám mellett is képtelenség megoldást találni. Az itteni mérési eredmények már a javított random hangyákkal ellátott CVRPTW programot mérik. A tesztadathalmaz az előzővel megegyező, C101 és C201 mellett kiegészült a C202-es gráffal is. A C202-es gráf a C201-essel azonos elhelyezkedésű csúcsokat tartalmaz, viszont eltérőek az időablakok, így jobban tudjuk nézni a kritériumfeltétel közvetlen hatását. 1 repen belül 200 random hangyát követ 500 tudatos hangya (tehát mostmár egy rep több vizsgálatot tartalmaz). Sajnálatos módon a C101-et 50 és 100 csúcsra nem tudta megoldani a program, továbbra is túl nehéz feltételnek bizonyult az időablakok ilyen szűkre vétele.

C101.25: 26 csúcs, minimális út: 191,3				
	Futásidő (s)	Végeredmény átlag	Végeredmény min.	Hiba(%)
10 rep				
1024 ant	19,72	300 (+56,8%)	272 (+42,3%)	10%
16384 ant	24,75	259,4 (+35,6%)	242 (+26,6%)	10%
20480 ant	27,3	252 (+31%)	227 (+18,7%)	20%
30 rep				
1024 ant	62,43	278 (+45,4%)	264 (+38,3%)	10%
16384 ant	76,5	242 (+26,3%)	216 (+12,8%)	20%
20480 ant	87,72	240 (+25,4%)	233 (+22%)	60%
50 rep				
1024 ant	104,63	270 (+41,2%)	255 (+33,2%)	10%
16384 ant	135,2	239 (+24,7%)	222 (+16%)	20%
20480 ant	154,9	236,6 (+23,7%)	228,7 (+19,5%)	20%

5.19. táblázat. A szigorúbb időablakkal bíró C101-es gráf első 26 csúcsára vett rendezett kereséses CVRPTW mérés: sajnos nagyobb csúcsszámra továbbra sem talált megoldást

C201.25: 26 csúcs, minimális út: 214,7				
	Futásidő (s)	Végeredmény átlag	Végeredmény min.	Hiba(%)
10 rep				
20480 ant	27,46	252,8 (+17,7%)	215,54	0%
30 rep				
20480 ant	99,04	223 (+3,84%)	215,54	10%
50 rep				
20480 ant	164,22	215,54	215,54	10%

5.20. táblázat. A tágabb időablakkal bíró C201 gráf első 26 csúcsára vett rendezett kereséses CVRPTW mérés

C201.50: 51 csúcs, minimális út: 360,2				
	Futásidő (s)	Végeredmény átlag	Végeredmény min.	Hiba(%)
10 rep				
20480 ant	122	695 (+93%)	636 (+76,5%)	0%
30 rep				
20480 ant	415	626 (+74%)	579 (+61%)	0%
50 rep				
20480 ant	720	610 (+69,5%)	588 (+63%)	0%

5.21. táblázat. A C201 gráf első 51 csúcsára vett rendezett kereséses CVRPTW mérés

C201.100: 101 csúcs, minimális út: 589,1				
	Futásidő (s)	Végeredmény átlag	Végeredmény min.	Hiba(%)
10 rep 20480 ant	485	3154,6 (+435%)	2935,7 (+398%)	0%
30 rep 20480 ant	1252	2629 (+346,3%)	1413,5 (+140%)	0%
50 rep 20480 ant	1889	2003,4 (+240%)	1476,6 (+150%)	10%
70 rep 20480 ant	2044	1570 (+167%)	1196,1 (+103%)	10%

5.22. táblázat. A C201 gráfra vett rendezett kereséses CVRPTW mérés

C202.25: 26 csúcs, minimális út: 214,7				
	Futásidő (s)	Végeredmény átlag	Végeredmény min.	Hiba(%)
10 rep 20480 ant	21,73	275,6 (+28,4%)	268,9 (+25,3)	0%
30 rep 20480 ant	79,24	263,2 (+22,6%)	257,4 (+19,9%)	0%
50 rep 20480 ant	141,4	268,2 (+24,9%)	262,1 (+22,1%)	0%

5.23. táblázat. A C202 gráf első 26 csúcsára vett rendezett kereséses CVRPTW mérés

C202.50: 51 csúcs, minimális út: 360,2				
	Futásidő (s)	Végeredmény átlag	Végeredmény min.	Hiba(%)
10 rep 20480 ant	156,2	965 (+168%)	919 (+155%)	0%
30 rep 20480 ant	489,71	926 (+157%)	868 (+141%)	0%
50 rep 20480 ant	830,78	938 (+160%)	892 (+148%)	0%

5.24. táblázat. A C202 gráf első 51 csúcsára vett rendezett kereséses CVRPTW mérés

C202.100: 101 csúcs, minimális út: 589,1				
	Futásidő (s)	Végeredmény átlag	Végeredmény min.	Hiba(%)
10 rep 20480 ant	626	3675 (+524%)	3461 (+487%)	0%
30 rep 20480 ant	1548	3194 (+442%)	2327 (+295%)	0%
50 rep 20480 ant	2522	2702 (+359%)	2066 (+251%)	0%

5.25. táblázat. A C202 gráfra vett rendezett kereséses CVRPTW mérés

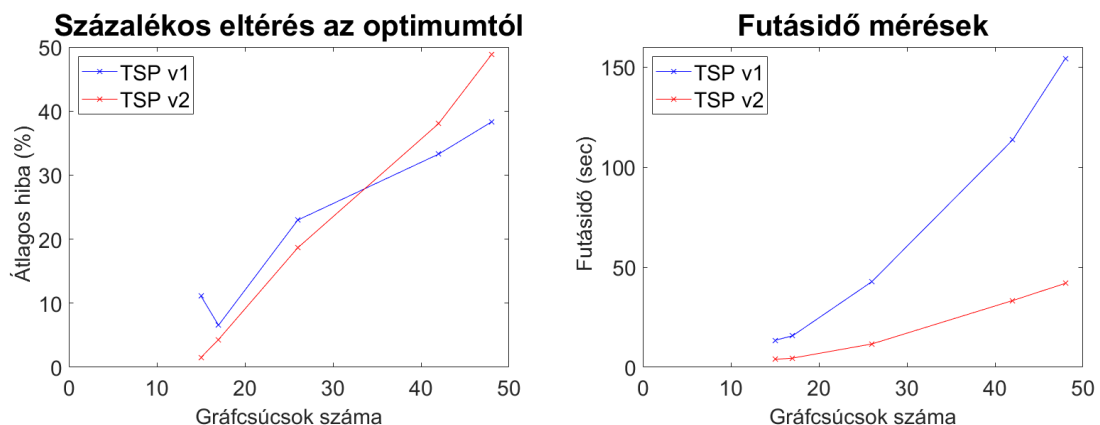
6. fejezet

Eredmények értékelése, továbbfejlesztési lehetőségek

Sok mérést végeztem, amiből több konklúziót levontam. Összevetettem a két elkészített TSP verziót, illetve a járműútvonal-tervezési algoritmusok esetében megvizsgáltam, hogy az új feltételek felvétele milyen hatással volt a végeredményre.

6.1. Az Utazóügynök (TSP) verziók összehasonlítása

Az első megvalósított algoritmusommal a TSP, vagyis az Utazóügynök problémát oldottam meg, segítségül hívva a már korábban látott Hangyakolónia optimalizációt. Az első verzió kellő tapasztalat hiányában készült, ezért több szempontból is problémásnak bizonyult. Ilyenek a hosszú futásidő és a korlátozott bővíthetőség. Látva a profilozó mérések eredményeit, olyan változtatásokat tudtam eszközölni, mint az adattípus cseréje *float*-ra, valamint a kernelen belüli szigorú pointer szerinti paraméterátadás. A módosításoknak meglelt az eredménye: hasonló végeredmények mellett **a futásidők 3-4-szer rövidebbek tudtak lenni**. Az összehasonlítás a 6.1. ábrán látható.



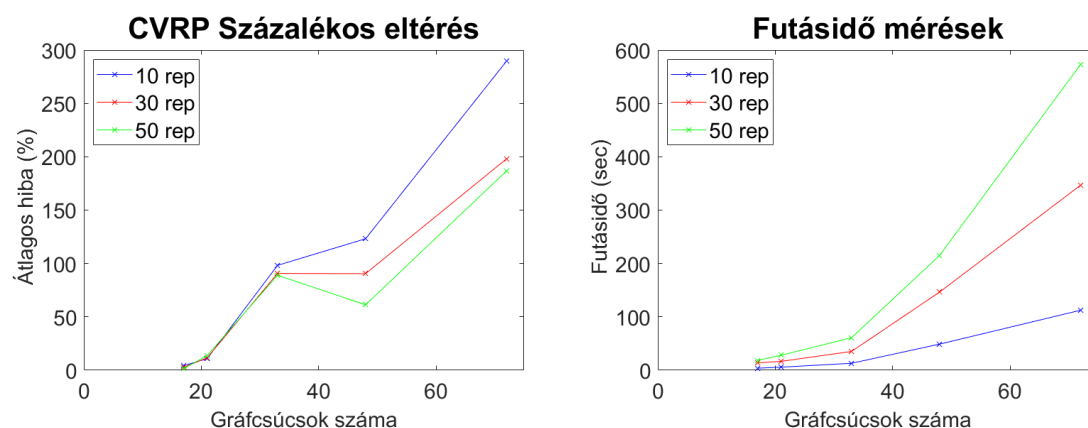
6.1. ábra. A két TSP verziót ugyanazon tesztadatokon futtattam. 20480 thread és 10 iteráció mellett Matlabban ábrázoltam a kapott eredményeket. Látható, hogy a TSP v2 hasonló eredmények mellett 3-4x gyorsabb futásra volt képes

Mindkét implementációról elmondható, hogy nagyságrendekkel legyőzte a "Brute force" megoldást. Míg nyers összehasonlításokkal egy 48 csúcsú gráf összes lehetséges csúcs-

sorrendjének kiértékelése évmilliókba telt volna, az ACO második verziója 30 iterációval képes volt erre 2 perc alatt úgy, hogy az optimális megoldástól átlagosan mindössze 41,2%-kal hosszabb utat talált, legjobb esetben csak 31,6%-kal. 10 iteráció esetében pedig mintegy 40 másodperc alatt átlagosan 48,8%-kal múlta felül az optimális esetet.

6.2. CVRP

A kapacitásos járműútvonal-tervezési probléma méréseit a 6.2. ábrán jelenítettem meg.

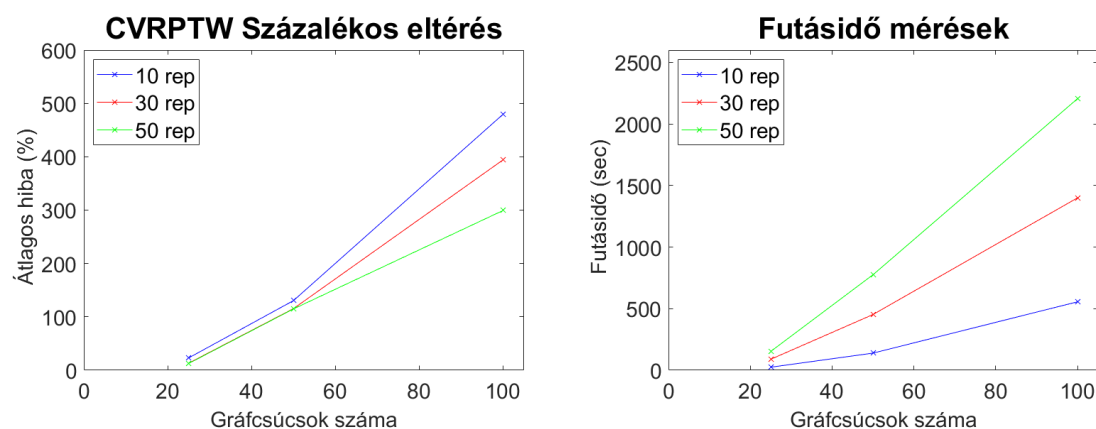


6.2. ábra. A CVRP méréseket 20480 thread mellett ábrázoltam 10, 30 és 50 iteráció esetén

A grafikonról leolvasható az az elvárt jelenség, hogy hosszabb ideig futtatva a programot, több sorrendet megvizsgálva jobb lesz a végeredmény. Szubjektív megítélésem alapján jelen tesztadatokra érdekesebb 30 iteráció után megállni, mert az utolsó 20 vizsgálati sorozat viszonylag kis mértékben tudta csak javítani az outputot.

6.3. CVRPTW

Az időablakkal nehezített kapacitásos járműútvonal-tervezési probléma méréseit a 6.3. ábrán jelenítettem meg, számtani közepeket képeztem a C201 és C202 mérésekből.

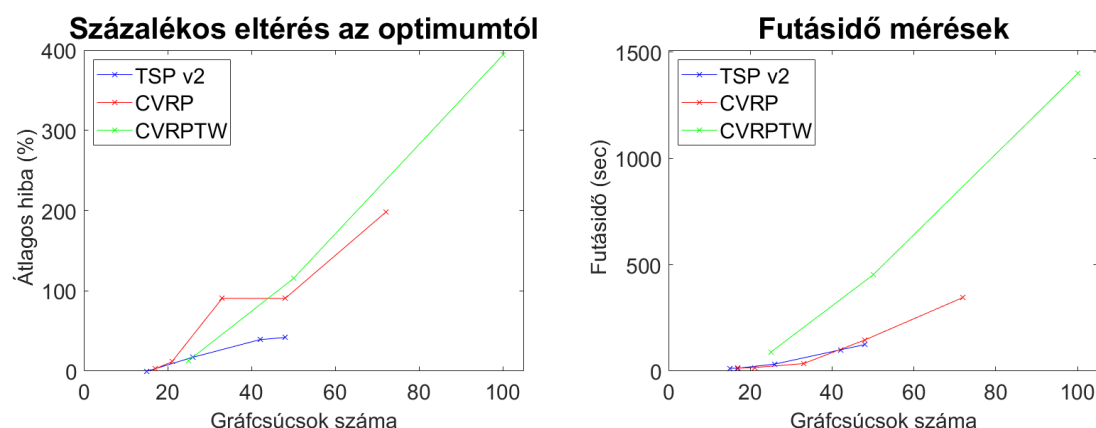


6.3. ábra. A CVRPTW méréseket 20480 thread mellett ábrázoltam 10, 30 és 50 iteráció esetén

Az előzőkkel hasonlóan most is megemlíthető, hogy hosszabb ideig futtatva a programot jobb megoldást kapunk. Jelen esetben viszont ez olyan csekély javulásnak bizonyult, hogy esetleg érdemes lehet megállni 10 iteráció után. Egyedül a 100 csúcsú méréseknél volt észrevehető javulás: ott az 5-ször annyi várakozás eredményeképpen a végeredmény 30%-ot javult.

6.4. Az összes probléma összevetése

Végül szeretném összehasonlítani, hogy mire jutottam a különböző problémák megoldása terén. Az első TSP verzióval most már nem foglalkozom, az ugyanis sohasem volt végterméknek szánva. Egységesen 20480 thread (20 teljes blokk) és 30 iteráció paraméterekkel a 6.4. ábrán látható az összes algoritmus egymás mellett.



6.4. ábra. 20480 thread és 30 iteráció mellett megjelenítettem az egyes algoritmusok mérési eredményeit

Több dolog egyből látszik az ábrán. Az első észrevételem, hogy futásidőben **az összes mérés alacsony fokú polinomfüggvényekre hasonlít**, de természetesen ehhez nagyobb csúcsszámú mérések is kellenének.

Második, hogy bár a többihez képest igencsak alacsony csúcsszám mellett próbáltam csak ki a TSP-t (nem találtam nagyobb adathalmazt), meglepően jól teljesített mind végeredmény, illetve futásidő tekintetében. Azért öröndetes hír ez a számomra, hiszen a gyakorlatban az Utazóügynök probléma merülhet fel a leggyakrabban. Egy SMD beültetőgép esetében például egy szerelőlemez általában egy beültetőfej szokott kezelni.

Elemezzük a CVRP-t. Futásidő tekintetében elmondható, hogy tartotta az ütemet a TSP-vel kapcsolatban. Ez kifejezetten meglepett, hiszen egy n csúcsú, k járművel bejárt CVRP-t egy $n+k-1$ csúcsú TSP-re vezettem vissza. A végeredmény sokat romlott. Ezt annak a rovására írom, hogy jelentősen szűkült már közepes csúcsszám mellett is az érvényes megoldások halmaza.

Végül elemezzük a CVRPTW-t. Itt az előzőekhez képest a futásidő drasztikusan, mintegy 2-3-szorosára nőtt. Ennek a következők lehetnek az okai:

- 1 iteráción belül CVRPTW esetén 200 random hangya generációt futtattam, míg korábban csak 20-at
- ha egy hangya nem volt sikeres, de csak az időablaok feltételét sértette meg, először rendeztem a bejárési tömbjét, majd újrasétáltattam

Elmondható tehát, hogy jelentősen romlott a sebességünk, de nyertünk vele egy nagyon fontos dolgot: a százalékos hiba terén sikerült elérni, hogy a CVRPTW hibagörbéje többé-

kevésbé illeszkedjen a CVRP vonulatára. Magyarul: sikerült bizonyos mértékig kiküszöbölni az időzítés okozta nehézségeket.

6.5. Összefoglalás

Dolgozatom közel másfél évi munkám eredményeképpen jött létre, ezalatt részletesen megismerkedtem a párhuzamos programozás sajátos világával a CUDA keretrendszeren keresztül. Kezdetben olyan mátrixműveletek, mint a determinánsszámítás többszálú megvalósítása által tapasztaltam meg a GPU-ra történő memóriaátvitel, a szálkezelés, szinkronizálás, meg még sok egyéb okozta nehézségeket. Amikor már kicsit jobban értettem a CUDA használatához, belevágtam a genetikus algoritmusok témakörébe, és elkezdtem leprogramozni az Utazóügynök probléma első verzióját. Az Önálló laboratórium végére lettem vele készen. A szakdolgozat-készítés során javítottam az előző implementáción, valamint melléírtam a kapacitás-, illetve időablak-feltételeket előíró programjaimat. A végtermékek kapcsán úgy gondolom, hogy még sok mindent lehetne fejleszteni rajtuk (mindig lehet mindenben javítani), de elérték egy olyan szintre, hogy tényleg gyakorlatban bevethetőek legyenek. Munkámmal bizonyítottam, hogy a videokártyáknak igenis van helyük ilyen komoly számításigényű területen, mint a járművek feltételes útvonaltervezésének problémaköre.

6.6. Továbbfejlesztési lehetőségek

Munkám több módon is folytatható lenne. Amit mindig sajnáltam, hogy programjaim megmaradtak konzolos alkalmazásoknak. Lehetne a projektekhez implementálni akár egy egyszerű grafikus alkalmazást, ahol akár egyedi pontokat is fel lehetne venni a gráfba, és futás után a program vonalakkal szemléltetné a megtalált útvonalat. Van egy sokkal technikaibb észrevételem is: amikor egy tudatos hangya követi a feromonokat, mindig az összes csúcs közül sorsol magának. Ilyenkor ha már bejárt csúcsot választ, újrasorsolatom, hiszen nem jó megoldás kétszer bejárni egy pontot. Ha eleve egy tömbben eltárolná mindegyik egyed, hogy merre járt már, a kiválasztási folyamat sokat egyszerűsödne, ami a futásidők jelentős rövidülését vonhatná magával.

6.7. Kritériumfeltételek problémája a Hangyakolónia algoritmussal

Ahogy már korábban a 2.5.2.1. részben utaltam rá, a Hangyakolónia algoritmus számára is kihívással jár az, hogy ha a keresett útvonal különböző feltételeknek maradéktalanul meg kell feleljen. Dolgozatomban kétféle feltételrendszert vizsgáltam: a járművek korlátozott kapacitását, illetve a felhasználók megszabott időbeosztását. A CVRP esetében Most összefoglalnám, hogy miért érhettek el a feltételes esetben végzett méréseim jelentősen rosszabb eredményeket.

Az ACO úgy működik, hogy eleinte a gyengébb megoldásokból generál egyre jobbakat. Feltételezi, hogy találunk megoldást, amit javítani tudunk. A kritériumfeltételek olyanok, hogy vagy teljesülnek, vagy nem. Nehéz úgy értékelni, hogy az első csak kicsit hibázott, a következő közepesen stb. Ha rossz, akkor nem engedhetjük a megoldáshalmazba.

Most azt nézném meg, hogy ha véletlenszerű csúcssorrendeket generálok úgy, ahogyan ezt a hangyák is teszik az ACO-ban, akkor mekkora annak a valószínűsége, hogy találunk egy, a kritériumnak megfelelő megoldást.

Ha egy esemény bekövetkezési valószínűsége p , akkor annak a valószínűsége, hogy n -szer ismételve az eseményt legalább 1 alkalommal bekövetkezik, binomiális valószínűségi

eloszlás szerint:

$$P(x > 0) = 1 - (1 - p)^n \quad (6.1)$$

6.7.1. Kapacitásfeltétel

Kezdjük a kapacitáskritériummal, mert az az egyszerűbb. Az első 5 adathalmazban minden csúcs igénye 1, vagyis azt kell néztünk, hogy az egyes járművek hány csúcsot járnak be. A kezdőcsúcsot nem kell beleszámolni, mert annak nincs igénye.

Probléma: Az $(n-1)$ db csúcsot véletlenszerűen szétosztjuk k db jármű között. Mennyi annak a valószínűsége, hogy egyik járműhöz sem osztanak több, mint C db-ot? Első példa (gr17): 16 állomás, 3 jármű, a járművek kapacitása 6. $p_{gr17} = ?$

Csak 6-6-4 vagy 6-5-5 felosztásban lehetnek a csúcsok. Az összes eset 3^{16} , mert minden csúcsra eldöntjük, hogy melyik járműhöz osztjuk be. Összesen $\binom{16}{6} * \binom{10}{6} * 3 + \binom{16}{6} * \binom{10}{5} * 3$ esetben nem lesz több, mint 6 egyik jármű kapacitása sem.

$$p_{gr17} = 3 * \frac{\binom{16}{6} * \binom{10}{6} + \binom{16}{6} * \binom{10}{5}}{3^{16}} \approx 0,258 \quad (6.2)$$

Nézzük meg az att48-ra is ugyanezt: $(n-1) = 47$ állomás, $k=3$ jármű, a járművek kapacitása $C=16$. $p_{att48} = ?$

Ebben a problémában csak 16-16-15 felosztásban lehetnek a csúcsok. Az előbbi példához hasonlóan gondolkozva a valószínűség:

$$p_{gr17} = \frac{3 * \binom{47}{16} * \binom{31}{16}}{3^{47}} \approx 0,051 \quad (6.3)$$

Ha 20480 szálon 10 iterációt végzek, és 1 iteráción belül 20-szor generálok egymás után random sorrendet, akkor összesen $n=4096000$ kísérletet végzek. A 6.1. egyenletbe behelyettesítve annak a valószínűsége, hogy találom megoldást:

$$P_{gr17} = 1 - (1 - 0,258)^{4096000} = 1 \quad (6.4)$$

$$P_{att48} = 1 - (1 - 0,051)^{4096000} = 1 \quad (6.5)$$

Ezek alapján nem meglepő, hogy mindig találtam megoldást a CVRP tesztelése során.

6.7.2. Időablakok feltétele

Most jön annak a vizsgálata, hogy miért nem találtam megoldást olyan sok esetben a CVRPTW mérésekor. Sajnos itt már nem lehet olyan szépen intuitívan megállapítani egy adott problémában egy véletlenszerű bejárás megfelelőségének a valószínűségét.

Köszönetnyilvánítás

Szeretném kifejezni hálás köszönetemet konzulensemnek, Dr. Szegletes Lucának, aki már a Témalaboratórium tárgy óta segítséget nyújtott a munkámhoz. Továbbá szeretném megköszönni családomnak és barátaimnak, hogy észrevételeikkel támogattak abban, hogy dolgozatom helyesírási hibáktól mentesebb lehessen.

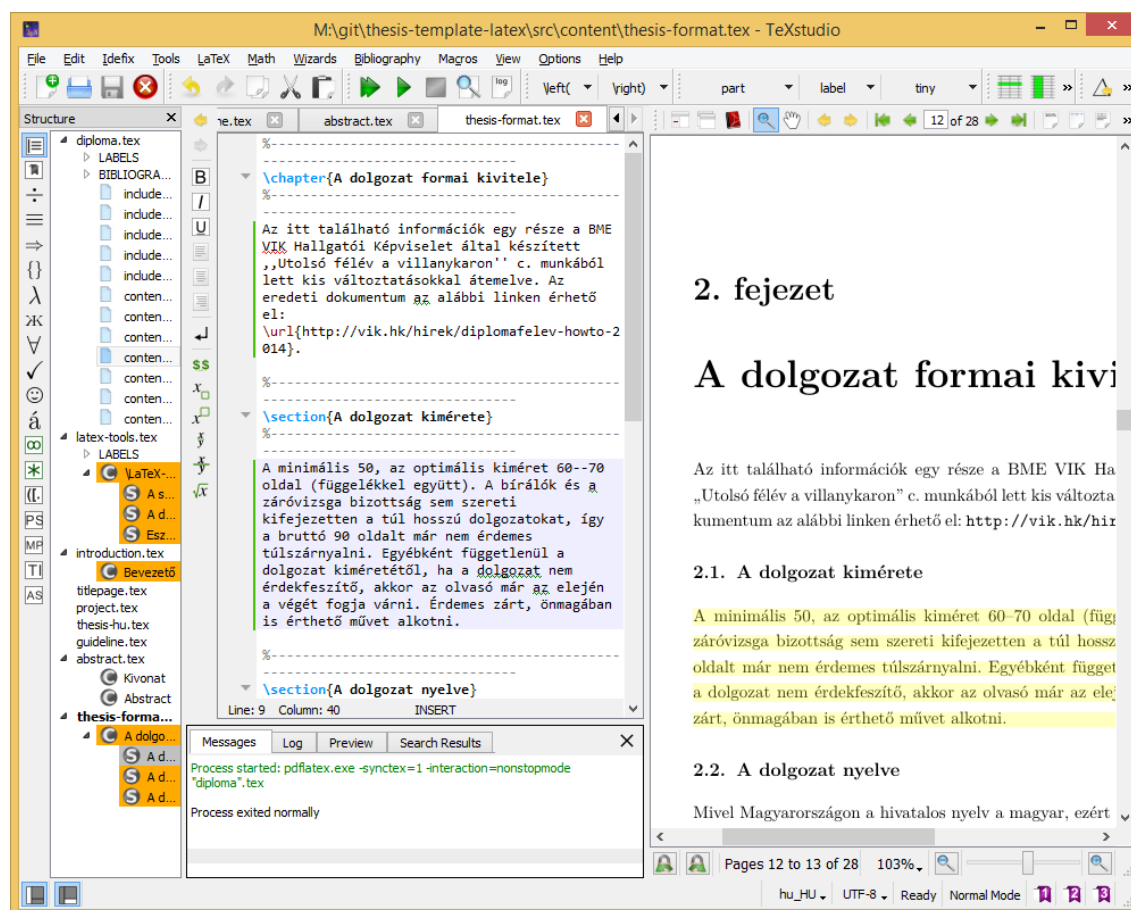
Irodalomjegyzék

- [1] 55th anniversary of moore's law. <https://www.infoq.com/news/2020/04/Moores-law-55/>. Accessed: 2020-04-27.
- [2] Tóth Márk Andor: Algoritmusok optimalizálása gpu-n, 2022.
- [3] Claudemir Woche V. C.: Modeling and solving the traveling salesman problem with python and pyomo. URL <http://www.opl.ufc.br/en/post/tsp/>.
- [4] Cooperative groups: Flexible cuda thread programming. <https://developer.nvidia.com/blog/cooperative-groups/>. Accessed: 2017-10-04.
- [5] Cuda c++ programming guide - cooperative groups. <https://docs.nvidia.com/cuda/cuda-c-programming-guide/index.html#cooperative-groups>.
- [6] Cuda c++ programming guide. <https://docs.nvidia.com/cuda/cuda-c-programming-guide/index.html>. Accessed: 2020-04-27.
- [7] cudalaunchcooperativekernel documentation. https://docs.nvidia.com/cuda/cuda-runtime-api/group__CUDART__EXECUTION.html#group__CUDART__EXECUTION_1g504b94170f83285c71031be6d5d15f73.
- [8] Cvrplib - capacitated vehicle routing problem library. <http://vrp.galgos.inf.puc-rio.br/index.php/en/>.
- [9] Datasets for traveling salesperson problem - florida state university. <https://people.sc.fsu.edu/~jburkardt/datasets/tsp/tsp.html>.
- [10] Michael Held–Richard M. Karp: A dynamic programming approach to sequencing problems. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, 10. évf. (1962) 1. sz., 196–210. p. URL <https://doi.org/10.1137/0110015>.
- [11] Rishal Hurbans: Ant colony optimization for beginners. URL <https://rishalhurbans.medium.com/ant-colony-optimization-for-beginners-841d2be60cc6>.
- [12] *Magyar értelmező kéziszótár*. Budapest, 1982, Akadémiai Kiadó, Budapest, 541. p.
- [13] Támogatott windows operációs rendszerek listája. <https://learn.microsoft.com/en-us/microsoft-365/security/defender-vulnerability-management/tvm-supported-os?view=o365-worldwide>.
- [14] Vrptw benchmark problems. <http://web.cba.neu.edu/~msolomon/problems.htm>.
- [15] Király Zoltán: Kvantummechanikai számítások optimalizálása, 2022.

Függelék

F.1. A megvalósított CUDA kódok elérése

Jelen dolgozat készítése során több CUDA keretrendszer segítségével több programot is írtam. Ezek forráskódját nyilvánosan elérhetővé tettem, a következő github linken elérhető a tesztadatokkal együtt: [LINK](#)



F.1.1. ábra. A TeXstudio L^AT_EX-szerkesztő.

F.2. A dolgozat során használt rövidítések