Diplomski seminar

Modeliranje pogojne neodvisnosti s pomočjo grafov

Jošt Gojkovič

Fakulteta za matematiko in fiziko

12. 12. 2022

Grafično modeliranje

Grafično modeliranje se uporablja v:

- statistični fiziki
- genetiki
- še kej

Notacija in terminologija

$G(V,E)$ enostaven graf, torej nima večkratnih povezav in zank.
Večinoma bodo vozlišča označena, to je bodo razdeljena v 2 skupini.

- Množica vozlišč ima obliko

$$V = \Delta \cup \Gamma \qquad \text{z} \qquad \Delta \cap \Gamma = \emptyset$$

  Pravimo, da so vozlišča v Δ diskretna, v Γ pa zvezna.
- Grafi z označenimi vozlišči so označeni grafi

Notacija in terminologija

- Poln graf je graf, v katerem vsaka povezava povezuje par njegovih točk, oziroma kjer so vse točke povezane vsaka z vsako.
- Če je $A \subseteq V$, A inducira podgraf $G_A = (A, E_A)$, kjer je $E_A = E \cap (A \times A)$ dobljen iz G tako da ohranimo povezave z začetnim in končnim vozliščem v A.
- Podmnožica je polna, če inducira poln podgraf
- Polni podmnožici, ki je maksimalna oziroma se je ne da povečat, pravimo klika

Notacija in terminologija

- Če imamo povezavo $\alpha \longrightarrow \beta$, pravimo, da je α starš od β. Množica staršev vozlišča β je označena s $pa(\beta)$.
- Množico sosedov vozlišča α označimo z $ne(\alpha)$
- Oznaki $pa(A)$ in $ne(A)$ pa označujeta množico staršev in sosedov vozlišč v A, katera sama niso v A:

$$pa(A) = \cup_{\alpha \in A} pa(\alpha) \setminus A$$
$$ne(A) = \cup_{\alpha \in A} pa(\alpha) \setminus A$$

- *Meja* $bd(A)$ podmnožice vozlišč A je množica vozlišč v $V \setminus A$, ki so starši ali sosedi vozliščem v A. Torej $bd(A) = pa(A) \cup ne(A)$.
- *Zaprtje* množice A je $cl(A) = A \cup bd(A)$

Notacija in terminologija

- Množica $C \subseteq V$ je (α, β)-seperator, če vse poti od α do β sekajo množico C.
- $C \subseteq V$ separira A od B, če je (α, β)-seperator za vse $\alpha \in A$ in $\beta \in B$

Definicija

Trojica (A, B, C) disjunktnih podmnožic vozlišč neusmerjenega označenega garfa G tvori močno dekompozicijo grafa G, če je $V = A \cup B \cup C$ in velja naslednje:

1. *C separira A od B*
2. *C je polna podmnožica množice V*
3. $C \subseteq \Delta \vee B \subseteq \Gamma$

- Če pri enakih predpostavkah veljata samo 1. in 2. pogoj, potem trojica (A, B, C) tvori šibko dekompozicijo.
- Pravimo, da (A, B, C) dekompozira G v komponenti $G_{A \cup C}$ in $G_{B \cup C}$