

**Modelowanie Matematyczne**  
**Projekt 1**

1. Zadanie 1. Sieć przepływowa (3pkt.)

W centrum dyspozytorskim planuje się dostawy węgla z określonych kopalń do elektrowni. Rozważana jest możliwość dostaw węgla kamiennego z trzech kopalń A, B, C do trzech elektrowni F, G, H za pomocą sieci kolejowej z dwoma stacjami pośrednimi D i E.

- Jednostkowe koszty transportowe i przepustowości na poszczególnych odcinkach wynoszą (koszt, przepustowość; skierowanie łuku jest od wiersza do kolumny):

	D	E	F	G	H
A	4, 15	2, 10	-	-	-
B	4, 4	3, 9	-	8, 9	-
C	2, 20	6, 10	-	-	-
D	-	-	3, 10	7, 3	2, 2
E	5, 20	-	7, 5	6, 5	3, 5

- Zdolności wydobywcze kopalń wynoszą (w tys. ton):  $W_A = 10$ ,  $W_B = 13$ ,  $W_C = 17$ .
- Średnie zużycie dobowe węgla przez elektrownie wynosi (w tys. ton):  $Z_F = 15$ ,  $Z_G = 13$ ,  $Z_H = 7$ .

Zadanie polega na wyznaczeniu planu codziennych dostaw węgla zaspokajający zapotrzebowania elektrowni i minimalizujący sumaryczne koszty transportu. W tym celu należy:

- sformułować i narysować model sieciowy (sieć przepływową); Określić jaki problem na tej sieci należy rozwiązać (należy nazwać problem do rozwiązania, nie algorytm)
- znaleźć jak najlepsze rozwiązanie (dowolną metodą ręcznie lub algorytmicznie)
- zapisać odpowiadające zadanie programowania liniowego

Ponadto, należy sprawdzić, gdzie w sieci transportowej występuje wąskie gardło, które stanowiłoby ograniczenie w przypadku zwiększonego zapotrzebowania ze strony elektrowni (koszty transportu należy pominąć). W tym celu należy znaleźć przekrój o jak najmniejszej przepustowości; jaką informację niesie przepustowość wybranego przekroju?

2. Zadanie 2. Zadanie przydziału (6 pkt.)

2.1 Planowanie realizacji portfela przy ograniczonych kompetencjach

Softwarehouse posiada portfel projektów oznaczonych 1-6 oraz zespoły programistyczne oznaczone A-F. Poniżej tabela przedstawia kompetencje zespołów, gdzie „-” oznacza brak kompetencji zespołu do realizacji danego projektu.

		Zespoły					
		A	B	C	D	E	F
Projekty	1	-	X	-	X	X	-
	2	-	X	X	-	X	-
	3	X	-	-	X	-	X
	4	X	-	X	-	-	X
	5	-	X	-	-	X	X
	6	X	-	X	X	-	-

**Tabela 2:** Kompetencje zespołów

Należy dokonać przydziału zespołów programistycznych do poszczególnych projektów, przy założeniu, że jeden zespół może realizować tylko jeden projekt, a jeden projekt może być realizowany przez tylko jeden zespół. W tym celu:

- narysować model sieciowy problemu
- określić jaki problem należy rozwiązać i znaleźć ręcznie rozwiązanie
- na podstawie rozwiązania modelu sieciowego określić przydział zespołów do projektów

## 2.2 Minimalizacja kosztów realizacji projektów

Zakładamy, że firma wynajmuje zespoły do realizacji projektów. Koszty wynajmu są podane w poniższej tabeli.

		Zespoły					
		A	B	C	D	E	F
Projekty	1	-	13	-	14	18	-
	2	-	4	2	-	3	-
	3	2	-	-	10	-	13
	4	10	-	5	-	-	15
	5	-	10	-	-	17	12
	6	20	-	6	16	-	-

**Tabela 2:** Koszty wykonywania projektów przez poszczególne zespoły

Należy dokonać przydziału zespołów programistycznych do projektów tak, aby minimalizować koszty najmu zespołów. Ograniczenia dotyczące jednego zespołu i jednego projektu pkt. 2.1 dalej obowiązują. W tym celu:

- narysować model sieciowy problemu
- określić jaki problem należy rozwiązać na tym modelu sieciowym
- spróbować znaleźć jak najlepsze rozwiązanie

## 2.3 Minimalizacja terminu realizacji puli projektów

Założmy teraz, że dane podane w tabeli 2 to czasy (w miesiącach) realizacji projektów przez poszczególne zespoły. Ograniczenia dotyczące jednego zespołu i jednego projektu pkt. 2.1 dalej obowiązują. Zaproponować model programowania liniowego minimalizujący termin realizacji całego portfela projektów (jest to termin zdeterminowany przez najdłużej wykonywany projekt).

### 3. Zadanie 3 (9 pkt.)

Rozważ problem firmy, która chce zmaksymalizować sumaryczne przychody z wytworzenia  $j = 1 \dots n$  różnych rodzajów produktów. Realizacja produkcji wymaga zaalokowania  $i = 1 \dots m$  zasobów (maszyn oraz pracowników), tak aby nie przekroczyć maksymalnych przepustowości  $c_i^{max}$  dla żadnego z nich. Całkowite zużycie zasobów jest addytywne, czyli suma zużytych zasobów typu  $i$  wynosi  $c_i = \sum_{j=1}^n A_{ij}x_j$ , gdzie  $A_{ij}$  jest współczynnikiem jednostkowego zużycia zasobu  $i$  przez produkt  $j$ , a  $x_j$  wolumenem produkcji produktu  $j$ .

Po osiągnięciu pewnego poziomu produkcji  $q_j$  określonego dla każdego z produktów firma musi się liczyć z obniżeniem przychodu jednostkowego, który wynosi  $p_j^{disc}$  za nadmiarową ilość towaru  $j$ . Przychód regularny wynosi  $p_j$ , gdzie  $p_j > p_j^{disc}$ . Funkcje przychodu  $r_j$  można zatem zdefiniować jako:

$$r_j(u) = \begin{cases} p_j u, & u \leq q_j \\ p_j q_j + p_j^{disc}(u - q_j), & u \geq q_j \end{cases}$$

Sformułuj problem jako zadanie programowania liniowego.

#### Ważne uwagi organizacyjne

1. Sprawozdania z projektów należy dostarczyć emailem **do dnia 08.04**.
2. Osoby o nazwiskach zaczynających się od A do No przesyłają projekty do dr Tomasza Śliwińskiego, tomasz.sliwinski@pw.edu.pl  
Osoby o nazwiskach zaczynających się od Orz do Z przesyłają projekty do dr Mariusza Kaleta, mariusz.kaleta@pw.edu.pl
3. W tytułach wszelkich emaili dotyczących tego projektu (ewentualne pytania + raporty) proszę koniecznie wpisać na początku MOM, inaczej odczytanie emaili może się przeciągnąć.
4. W przypadku wątpliwości, pytań można (należy!) kontaktować się z osobą przypisaną powyżej. Preferowana forma komunikacji: teamsy, ew. email.

#### Ważne uwagi merytoryczne

1. Należy zwrócić uwagę na staranność i poprawność sformułowania, użycie prawidłowych pojęć (np. przepływ, przepustowość, koszt jednostkowy, zmienna, parametr).
2. Zdefiniowanie (narysowanie) modelu sieciowego obejmuje również określenie wszystkich parametrów modelu – czy przepływy są ograniczone (jeżeli tak, to jakie są przepustowości), czy występują koszty przesyłu (jeżeli tak, to jakie one są), itd.
3. Nie mieszać modelu z algorytmem rozwiązywania.
4. Nie trzeba rysować wszystkich elementów modelu (łuków, węzłów) jeżeli to będzie zaciemniać rysunek. Można generycznie narysować, użyć kropek aby pokazać powtarzające się elementy, ale musi to być przedstawione w sposób jednoznaczny.
5. Zapis modeli programowania matematycznego powinien być matematyczny (umieszczanie kodu z AMPLa lub innego języka jako przedstawienie modelu jest błędem; to jest

implementacja modelu); Lepiej używać kwantyfikatorów i sum (zwarty zapis) niż rozpisywać wszystkie ograniczenia.

6. Należy zdefiniować i opisać jednoznacznie wszystkie zmienne występujące w modelu.

Przykład negatywny:

$x_{ij}$  – i-ty towar

Przykład pozytywny:

$x_i$  – ilość towaru i-tego przesyłana do lokalizacji j-tej [kg]

Proszę zwrócić uwagę na ilość vs liczba oraz podawać jednostki.

7. Funkcja celu oraz ograniczenia (grupy ograniczeń) muszą zostać jednoznacznie opisane: funkcja każdego z nich, rola poszczególnych jego składników, itp. Opis modelu musi być czytelny, wyczerpujący i wskazujący na zrozumienie zagadnienia. Sprawdzający powinien na jego podstawie móc ocenić intencje autora
8. W modelach nie należy pomijać żadnych aspektów umieszczonych w opisie problemu, tylko z powodu analizy danych, jeżeli nie mają charakteru uniwersalnego (np. jeżeli z konkretnych danych wynika, że dany przypadek nie będzie miał miejsca). Modele powinny być w miarę możliwości uniwersalne, a konkretne dane liczbowe należy traktować jedynie jako przykładowe.