MOM projekt 1

Jakub Ostrzołek

Rozwiązanie zadania podzieliłem tematycznie na kilka części, z której każda została opisana w osobnym rozdziale.

Wartość M użyta w sprawozdaniu oznacza dowolną dostatecznie dużą stałą, która nie ogranicza w danym kontekście rozwiązania (tzn. ustalenie większej wartości M nie zmieniłoby rozwiązania).

Zbiory

- $S = \{S_1, S_2\}$ – dostępne materiały
- $D = \{D_1, D_2\}$ – półprodukty wytwarzane w przygotowalni
- $W = \{W_1, W_2\}$ – produkty końcowe tworzone w rozważanym procesie
- $R = \{1, 2, 3\}$ – zakresy funkcji ceny kosztu jednostkowego materiału, w obrębie których funkcja jest liniowa

Funkcja celu

$$max\{z - c^m - c^d - c^p - c^c\}$$

Zmienne:

- z - łączne zyski ze sprzedaży [zł]
- c^m - łączny koszt zakupu materiałów [zł]
- c^d - łączny koszt dowozu materiałów [zł]
- c^p - łączny koszt przetwarzania w przygotowalni [zł]
- c^c - łączny koszt pracy zakładu obróbki cieplnej materiałów [zł]

Poszczególne koszty zostaną obliczone w kolejnych rozdziałach. Warto zauważyć, że maksymalizując taką funkcję celu, koszty zakupu materiału są minimalizowane. Będzie to przydatne już w kolejnym rozdziale.

Zakup materiałów

Funkcje kosztu jednostkowego materiałów S_1 i S_2 są to odcinkami liniowe funkcje o dziedzinie w zbiorze nieujemnych liczb rzeczywistych. Ponadto, funkcja ta dla S_1 jest wklęsła, a dla S_2 wypukła. A zatem, mając na uwadze fakt, że cena materiałów jest minimalizowana, możliwe jest obliczenie całkowitego kosztu dla S_2 bez użycia zmiennych całkowitoliczbowych. Dla S_1 natomiast zajdzie konieczność użycia zmiennych całkowitoliczbowych.

Parametry:

- $x_s^{max}\ \forall s \in S$ – maksymalna ilość kupionego materiału s [tona]
- $c_{sr}^m\ \forall s \in S, \forall r \in R$ – cena materiału s w przedziale cenowym r [zł/tona]
- $r_{sr}^b \forall s \in S, \forall r \in R$ – prawa granica przedziału cenowego r dla ceny materiału s [tona]; dla $r = 3$ zmienna wynosi M, jeśli ostatni przedział ma być nieograniczony (tak jak w treści zadania)
- $r_{sr}^w\ \forall s \in S, \forall r \in R$ – szerokość przedziału cenowego r dla ceny materiału s [tona]; parametr wyliczony w następujący sposób:
  - $r_{s1}^w = r_{s1}^b$
  - $r_{sr}^w = r_{sr}^b - r_{s(r-1)}^b$ dla $r > 1$

Zmienne:

- $x_{sr}\ \forall s \in S, \forall r \in R$ – ilość kupionego materiału s w przedziale cenowym r [tona]
- $x_s = \sum_{r \in R} x_{sr}$ – całkowita ilość kupionego materiału s [tona]
- $v_r \in \{0,1\} \forall r \in \{1,2\}$ – czy ilość kupionego materiału S_1 przekracza prawą granicę przedziału cenowego r (zmienna binarna)
- $c^m = \sum_{s \in S} \sum_{r \in R} x_{sr} c_{sr}^m$ – łączny koszt zakupu materiałów [zł]

Ograniczenia:

- $x_s \leq x_s^{max} \forall s \in S$ – ilość kupionego materiału s nie przekracza maksymalnej możliwej ilości do kupienia
- $x_{S_2 r} \geq 0\ \forall r \in R$ – ilość kupionego materiału S_2 w każdym z przedziałów cenowych r jest nieujemna
- $x_{S_2 r} \leq r_{S_2 r}^w \forall r \in R$ – ilość kupionego materiału S_2 w każdym z przedziałów cenowych r nie przekracza szerokości przedziału
- $v_1 r_{S_1 1}^w \leq x_{S_1 1} \leq r_{S_1 1}^w$ – ilość kupionego materiału S_1 w przedziale cenowym 1 jest nie większa niż jego szerokość, a ponadto jest maksymalna, gdy przedział cenowy 1 jest całkowicie wykorzystany
- $v_2 r_{S_1 2}^w \leq x_{S_1 2} \leq v_1 r_{S_1 2}^w$ – ilość kupionego materiału S_1 w przedziale cenowym 2 jest nie większa niż jego szerokość, a ponadto jest maksymalna, gdy przedział cenowy 2 jest całkowicie wykorzystany; gdy $x_{S_1 2} > 0$, to przedział cenowy 1 jest całkowicie wykorzystany
- $0 \leq x_{S_1 3} \leq v_2 M$ – ilość kupionego materiału S_1 w przedziale cenowym 3 jest nieujemna; gdy $x_{S_1 3} > 0$, to przedział cenowy 2 jest całkowicie wykorzystany

Dowóz materiałów

Przetwarzanie w przygotowalni

Obróbka cieplna

Zyski