MOM projekt 1

Jakub Ostrzołek

Rozwiązanie zadania podzieliłem tematycznie na kilka części, z której każda została opisana w osobnym rozdziale.

Wartość M użyta w sprawozdaniu oznacza dowolną dostatecznie dużą stałą, która nie ogranicza w danym kontekście rozwiązania (tzn. ustalenie większej wartości M nie zmieniłoby rozwiązania).

Zbiory

- $S = \{S1, S2\}$ – dostępne materiały
- $D = \{D1, D2\}$ – półprodukty wytwarzane w przygotowalni
- $W = \{W1, W2\}$ – produkty końcowe tworzone w rozważanym procesie
- $R = \{1, 2, 3\}$ – zakresy funkcji ceny kosztu jednostkowego materiału, w obrębie których funkcja jest liniowa

Funkcja celu

$$max\{z - c^m - c^d - c^p - c^c\}$$

Zmienne:

- z - łączne zyski ze sprzedaży [zł]
- c^m - łączny koszt zakupu materiałów [zł]
- c^d - łączny koszt dowozu materiałów [zł]
- c^p - łączny koszt przetwarzania w przygotowalni [zł]
- c^c - łączny koszt pracy zakładu obróbki cieplnej materiałów [zł]

Poszczególne koszty zostaną obliczone w kolejnych rozdziałach. Warto zauważyć, że maksymalizując taką funkcję celu, koszty zakupu materiału są minimalizowane. Będzie to przydatne już w kolejnym rozdziale.

Zakup materiałów

Funkcje kosztu jednostkowego materiałów $S1$ i $S2$ są to odcinkami liniowe funkcje o dziedzinie w zbiorze nieujemnych liczb rzeczywistych. Ponadto, funkcja ta dla $S1$ jest wklęsła, a dla $S2$ wypukła. A zatem, mając na uwadze fakt, że cena materiałów jest minimalizowana, możliwe jest obliczenie całkowitego kosztu dla $S2$ bez użycia zmiennych całkowitoliczbowych. Dla $S1$ natomiast zajdzie konieczność użycia zmiennych całkowitoliczbowych.

Parametry:

- x_s^{max} $\forall s \in S$ – maksymalna ilość kupionego materiału s [tona]
- c_{sr}^m $\forall s \in S, \forall r \in R$ – cena materiału s w przedziale cenowym r [zł/tona]
- $r_{sr}^b \forall s \in S, \forall r \in R$ – prawa granica przedziału cenowego r dla ceny materiału s [tona]; dla $r = 3$ zmienna wynosi M, jeśli ostatni przedział ma być nieograniczony (tak jak w treści zadania)
- r_{sr}^w $\forall s \in S, \forall r \in R$ – szerokość przedziału cenowego r dla ceny materiału s [tona]; parametr wyliczony w następujący sposób:
  - $r_{s1}^w = r_{s1}^b$
  - $r_{sr}^w = r_{sr}^b - r_{s(r-1)}^b$ dla $r > 1$

Zmienne:

- x_{sr} $\forall s \in S, \forall r \in R$ – ilość kupionego materiału s w przedziale cenowym r [tona]
- $x_s = \sum_{r \in R} x_{sr}$ – całkowita ilość kupionego materiału s [tona]
- $v_r \in \{0, 1\} \forall r \in \{1, 2\}$ – czy ilość kupionego materiału $S1$ przekracza prawą granicę przedziału cenowego r (zmienna binarna)
- $c^m = \sum_{s \in S} \sum_{r \in R} x_{sr} c_{sr}^m$ – łączny koszt zakupu materiałów [zł]

Ograniczenia:

- $x_s \leq x_s^{max} \forall s \in S$ – ilość kupionego materiału s nie przekracza maksymalnej możliwej ilości do kupienia
- ograniczenia ustawiające ilość kupionego materiału $S2$ w danym przedziale
  - $x_{(S2)r} \geq 0$ $\forall r \in R$ – ilość kupionego materiału $S2$ w każdym z przedziałów cenowych r jest nieujemna
  - $x_{(S2)r} \leq r_{(S2)r}^w$ $\forall r \in R$ – ilość kupionego materiału $S2$ w każdym z przedziałów cenowych r nie przekracza szerokości przedziału
- ograniczenia ustawiające ilość kupionego materiału $S1$ w danym przedziale
  - $v_1 r_{(S1)1}^w \leq x_{(S1)1} \leq r_{(S1)1}^w$ – ilość kupionego materiału $S1$ w przedziale cenowym 1 jest nie większa niż jego szerokość, a ponadto jest maksymalna, gdy przedział cenowy 1 jest całkowicie wykorzystany
  - $v_2 r_{(S1)2}^w \leq x_{(S1)2} \leq v_1 r_{(S1)2}^w$ – ilość kupionego materiału $S1$ w przedziale cenowym 2 jest nie większa niż jego szerokość, a ponadto jest maksymalna, gdy przedział cenowy 2 jest całkowicie wykorzystany; gdy $x_{(S1)2} > 0$, to przedział cenowy 1 jest całkowicie wykorzystany
  - $0 \leq x_{(S1)3} \leq v_2 M$ – ilość kupionego materiału $S1$ w przedziale cenowym 3 jest nieujemna; gdy $x_{(S1)3} > 0$, to przedział cenowy 2 jest całkowicie wykorzystany

Dowóz materiałów

Przetwarzanie w przygotowalni

Obróbka cieplna

Zyski