WDWR projekt

Jakub Ostrzołek

Zadanie 1

Wyznaczanie średnich dochodów dla każdego z produktów

Rozkład t-Studenta jest ciągły, wiec wartość oczekiwana na przedziale domkniętym jest taka sama jak wartość oczekiwana na przedziale otwartym.

$$R_1 \sim Tt_{(5;12)}(9, 16; 4)$$
$$R_2 \sim Tt_{(5;12)}(8, 9; 4)$$
$$R_3 \sim Tt_{(5;12)}(7, 4; 4)$$
$$R_4 \sim Tt_{(5;12)}(6, 1; 4)$$

$$\mathbb{E}(R_1) = 9 + 4 \cdot \frac{\Gamma(3/2) \cdot ((4 + (-1)^2)^{-3/2} - (4 + (\frac{3}{4})^2)^{-3/2}) \cdot 4^2}{2(F_4(\frac{3}{4}) - F_4(-1))\Gamma(2)\Gamma(1/2)} = 8,63$$

$$\mathbb{E}(R_2) = 8 + 3 \cdot \frac{\Gamma(3/2) \cdot ((4 + (-1)^2)^{-3/2} - (4 + (\frac{4}{3})^2)^{-3/2}) \cdot 4^2}{2(F_4(\frac{4}{3}) - F_4(-1))\Gamma(2)\Gamma(1/2)} = 8,30$$

$$\mathbb{E}(R_3) = 7 + 2 \cdot \frac{\Gamma(3/2) \cdot ((4 + (-1)^2)^{-3/2} - (4 + (\frac{5}{2})^2)^{-3/2}) \cdot 4^2}{2(F_4(\frac{5}{2}) - F_4(-1))\Gamma(2)\Gamma(1/2)} = 7,61$$

$$\mathbb{E}(R_4) = 6 + 1 \cdot \frac{\Gamma(3/2) \cdot ((4 + (-1)^2)^{-3/2} - (4 + (6)^2)^{-3/2}) \cdot 4^2}{2(F_4(6) - F_4(-1))\Gamma(2)\Gamma(1/2)} = 6,42$$

Model rozwiązania

Zbiory:

- $P = \{P1, P2, P3, P4\}$ – produkty
- $M = \{SZ, WV, WH, FR, TO\}$ – maszyny (odpowiednio: szlifierki, wiertarki pionowe, wiertarki poziome, frezarki, tokarki)
- $MP = \{(SZ, P1), (WV, P1), (WH, P1), (FR, P1), (SZ, P2), ...\}$ – maszyny wymagane do produkcji danego produktu

- $G = \{G1, G2\}$ – grupy produktów, z których tylko jedną można magazynować w danym miesiącu
- $GP = \{(G1, P1), (G1, P2), (G2, P3), (G2, P4)\}$ – przypisania produktów do grup
- $N = \{1, 2, ..., m\}$ – rozpatrywane miesiące ($m = 3$)

Parametry:

- n_m dla $m \in M$ – liczba dostępnych maszyn m [brak jednostki]
- t_{mp} dla $(m, p) \in MP$ – jednostkowy czas produkcji produktu p na maszynie m [h/szt]
- R_p dla $p \in P$ – średni jednostkowy dochód za produkt p [zł/szt] (wartości obliczone powyżej)
- x_{pn}^{max} dla $p \in P, n \in N$ – maksymalna sprzedaż produktu p w miesiącu n [szt]
- $c^{mag} = 1$ – cena magazynowania jednostki produktu przez miesiąc [zł/szt]
- $m^{max} = 200$ – maksymalna liczba zmagazynowanych jednostek danego produktu na miesiąc [szt]
- m_p^{start} – liczba zmagazynowanych produktów p na start (na koniec grudnia) [szt]
- $h^{rob} = 24 \cdot 8 \cdot 2 = 348$ – liczba godzin roboczych w miesiącu [h]

Zmienne decyzyjne:

- x_{pn} dla $p \in P, n \in N$ – sprzedaż produktu p w miesiącu n [szt]
- p_{pn} dla $p \in P, n \in N$ – produkcja produktu p w miesiącu n [szt]
- m_{pn} dla $p \in P, n \in \{0, 1, ..., m\}$ – liczba zmagazynowanych produktów p na koniec miesiąca m [szt]
- u_{gn} dla $g \in G, n \in N$ – czy dana grupa produktów jest magazynowana w danym miesiącu (0 – nie, 1 – tak)

Ograniczenia:

- $\forall p \in P, n \in N : x_{pn} \geq 0$ – sprzedaż nieujemna
- $\forall p \in P, n \in N : p_{pn} \geq 0$ – produkcja nieujemna
- $\forall p \in P, n \in N : m_{pn} \geq 0$ – stan magazynu nieujemny
- $\forall g \in G, n \in N : u_{gn} \in \{0, 1\}$ – zmienna binarna
- $\forall m \in M, n \in N : \sum_{\{p\,:\,(m,p) \in MP\}} p_{pn} \cdot t_{mp} \leq h^{rob} \cdot n_m$ – łączny czas użycia maszyny m w miesiącu n nie przekracza liczby roboczych godzin
- $\forall p \in P, n \in N : x_{pn} \leq x_{pn}^{max}$ – sprzedaż produktu p nie przekracza rynkowego limitu na miesiąc n
- $\forall p \in P : m_{p0} = m_p^{start}$ – początkowy stan magazynu dla produktu p
- $\forall n \in N : sum_{g \in G} u_{gn} \leq 1$ – w miesiącu n może być wybrana maksymalnie jedna grupa produktów g do magazynowania
- $\forall g \in G, n \in N : \sum\{p : (g, p) \in GP\} m_{pn} \leq m^{max} \cdot u_{gn}$ – produkt p należący do grupy g może być magazynowany maksymalnie w liczbie c^{max} szt, jeśli grupa g jest wybrana do magazynowania, lub w liczbie 0 szt w przeciwnym wypadku

- $\forall n \in N : (m_{P1n} + m_{P2n}) \cdot (m_{P3n} + m_{P4n}) = 0$ – w miesiącu n nie są składowane jednocześnie produkty z grupy $(P1, P2)$ i $(P3, P4)$
- $\forall p \in P, n \in N : p_{pn} + m_{p(n-1)} = x_{pn} + m_{pn}$ – dla każdego miesiąca n i produktu p sztuki wyprodukowane i pozostałe w magazynach z poprzedniego miesiąca muszą zostać sprzedane lub zmagazynowane

Cel:

- $max\ \sum_{n \in N} \sum_{p \in P} (x_{pn} \cdot R_p - m_{pn} \cdot c^{mag})$ – maksymalizacja łącznego zysku, czyli różnicy dochodu ze sprzedaży produktów i wydatków na magazynowanie produktów na przestrzeni rozpatrywanych miesięcy (koszty magazynowania na miesiąc grudzień pominięte)