Universidad Continental

CADENAS DE MARKOV

Semana Nro. 14 Sesión 40

Propósito de la sesión:

El propósito de esta sesión es conocer que es una Cadena de Markov, la representación mediante un diagrama o una matriz, que elementos intervienen y su aplicación.

Actividades de inicio:

Explicación sobre Cadenas de Markov.

Actividades de desarrollo:

- Concepto
- Diagrama de transición de estados
- Matriz de transición
- Probabilidad de estado estable
- Ejemplo de aplicación

Concepto: Cadena de Markov

Los modelos de proceso de Markov son útiles para estudiar la evolución de los sistemas a lo largo de ensayos repetidos, los cuales son lapsos de tiempo sucesivos en los que el estado del sistema en cualquier periodo particular no puede determinarse con certeza. Más bien, se utilizan probabilidades de transición para describir la manera en la que el sistema pasa de un periodo al siguiente. Por tanto, nos interesa la probabilidad de que el sistema esté en un estado particular en un periodo de tiempo determinado.

Los modelos de proceso de Markov pueden utilizarse para describir la probabilidad de que una máquina que está funcionando en un periodo continúe haciéndolo en el siguiente. También pueden utilizarse modelos para describir la probabilidad de que un cliente que compra la marca A en un periodo compre la marca B en el siguiente.

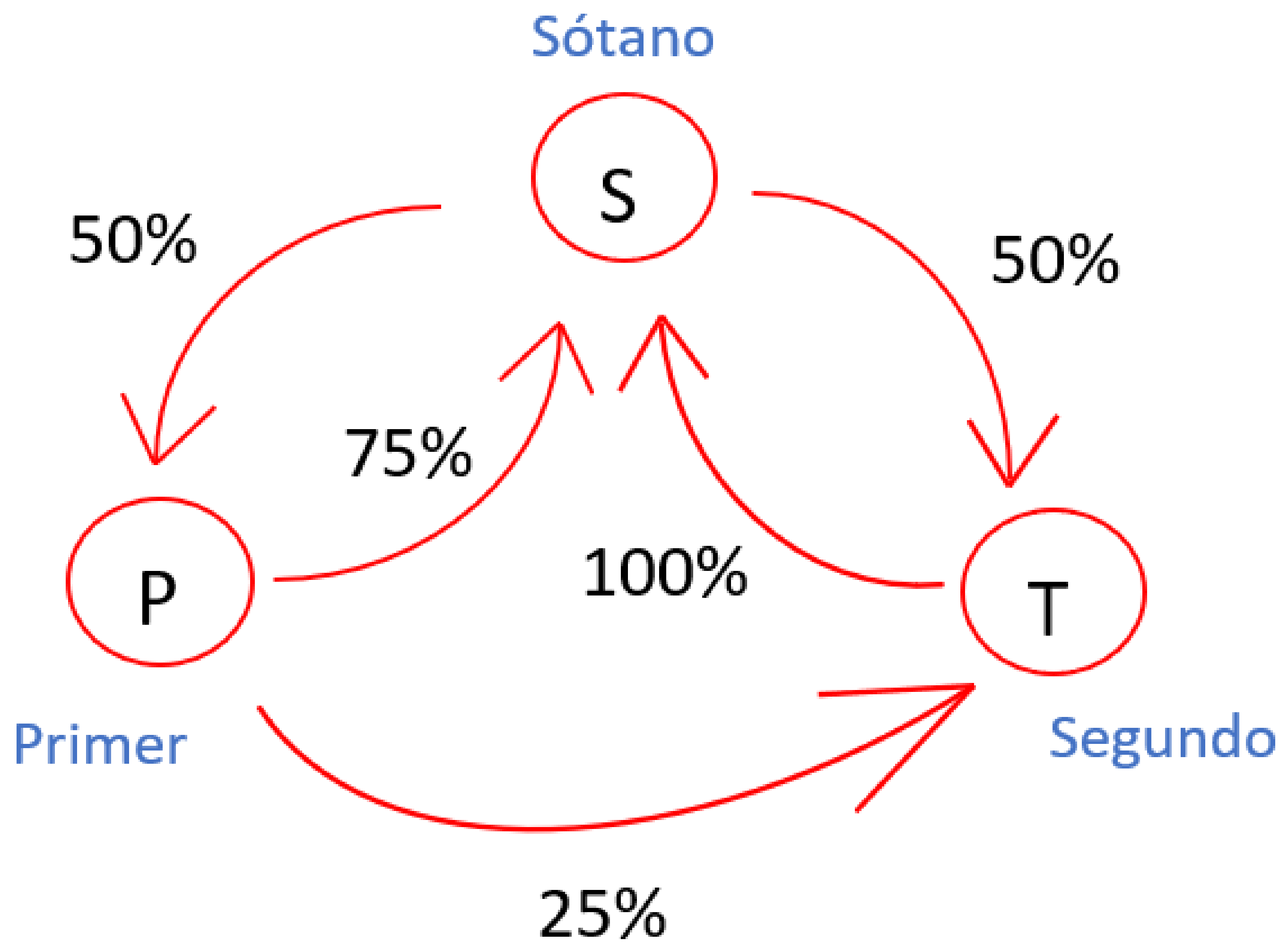
Métodos cuantitativos para los negocios (Anderson pag – 756)

Ejercicio de Aplicación

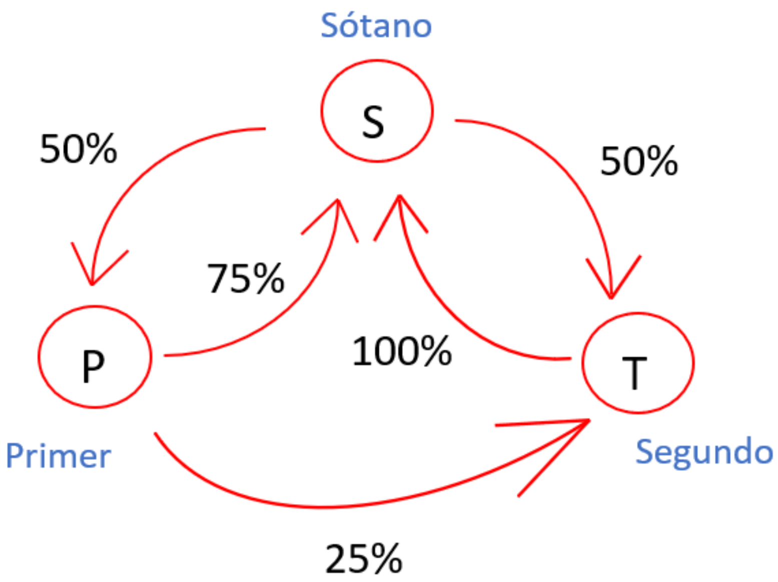
El ascensor de un edificio con sótano y dos pisos realiza viajes de uno a otro piso. El piso en el que finaliza el viaje "enésimo" del ascensor sigue una cadena de Markov. Se sabe que la mitad de los viajes que parten del sótano se dirigen a cada uno de los otros dos pisos, mientras que, si un viaje comienza en el primer piso, solo el 25% de las veces finaliza en el segundo. Por último, si un viaje inicia en el segundo, siempre finaliza en el sótano.

- Realizar el diagrama de transición de estados.
- Realizar la matriz de transición.
- Si ahora el ascensor se encuentra en el primer piso. ¿Cuál es la probabilidad de que después de dos movimientos se encuentre en el sótano?
- ¿Cuál es la probabilidad, de que, a largo plazo, el ascensor se encuentre en cada uno de los tres pisos?

Diagrama de Transición



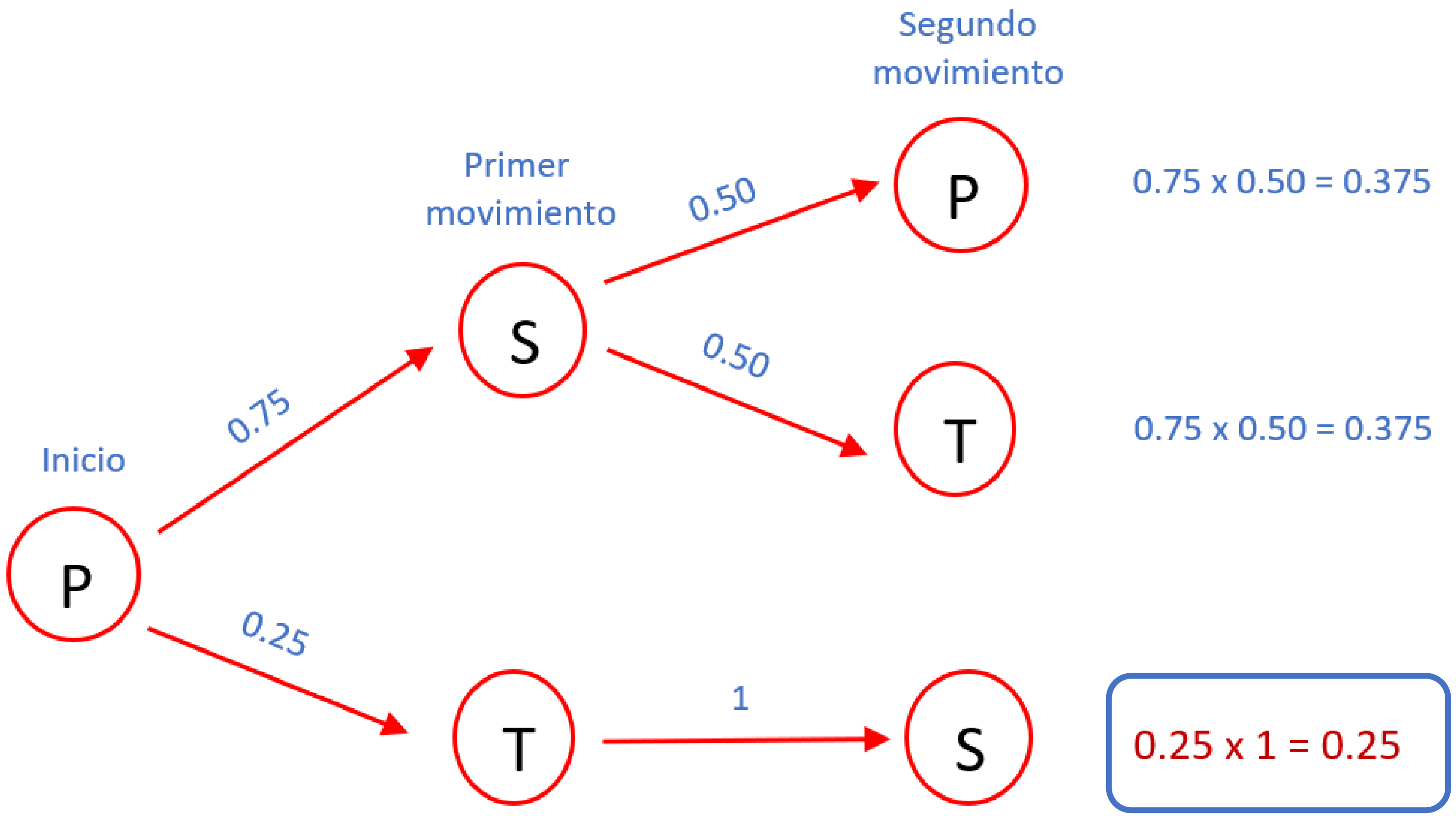
Matriz de Transición



$$P = \begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} S & P & T \end{array} \\ \begin{array}{c} S \\ P \\ T \end{array} & \begin{pmatrix} 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0.75 & 0 & 0.25 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

Cálculo con árboles

Si ahora el ascensor se encuentra en el primer piso (P). ¿Cuál es la probabilidad de que después de dos movimientos se encuentre en el sótano (S)?



Cálculo con matrices

Si ahora el ascensor se encuentra en el primer piso (P). ¿Cuál es la probabilidad de que después de dos movimientos se encuentre en el sótano (S)?

$$P^2 = P \,.\, P$$

$$P^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0.75 & 0 & 0.25 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0.75 & 0 & 0.25 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$P^2 = \begin{array}{c c} & \begin{array}{ccc} S & P & T \end{array} \\ \begin{array}{c} S \\ P \\ T \end{array} & \begin{pmatrix} 0.875 & 0 & 0.13 \\ 0.25 & 0.375 & 0.38 \\ 0 & 0.5 & 0.5 \end{pmatrix} \end{array}$$

Probabilidad de Estado Estable

¿Cuál es la probabilidad, de que, a largo plazo, el ascensor se encuentre en cada uno de los tres pisos?

$$\vec{e}.P = \vec{e}$$

Donde:

$\vec{e}: Vector\ de\ estados$

$\vec{e} = [S\ P\ T]$

Además:

S + P + T = 1

$$[S\ T\ P]\ .\begin{pmatrix} 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0.75 & 0 & 0.25 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = [S\ T\ P]$$

0S + 0.75T + 1P = S

0.5S + 0T + 0P = T

0.5S + 0.25T + 0P = P

S + T + P = 1

S = 0.4706 = 47.06%

P = 0.2353 = 23.53%

T = 0.2941 = 29.41%

Actividades de cierre:

Resumen de lo aprendido

Campos de aplicación - ejercicios.

Metacognición

¿Cómo considero que lo aprendido me servirá dentro de la aplicación de mi carrera?

Referencia bibliográfica y de imágenes

Métodos cuantitativos para los negocios (Anderson Pag – 756)

Gráficos – Christian Nakasone Vega

UC

ucontinental.edu.pe