IPN-UPIITA

Redes Neuronales

Reporte R05

Dr. Rafael Martínez Martínez
Academia de sistemas
ramartinezr@ipn.mx

Instrucciones:

- Cada problema/ejercicio debe tener procedimiento ordenado y completo que justifique adecuadamente la respuesta anotada.
- Si falta el procedimiento o este no justifica la respuesta anotada entonces el problema vale 0 puntos aunque la respuesta sea correcta.

Contenido

Problema 1 (30 puntos) 1
Problema 2 (70 puntos) 2

Problema 1 (30 puntos)

Antes de retomar el reporte anterior, consulta este documento y responde las siguientes preguntas

i. Dada la matriz del sistema

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

deduce una expresión para sus valores propios λ_1 y λ_2 en términos de sus elementos.

ii. Como traza$(A) = a_{11} + a_{22}$ y det(A) $= a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$. Escribe a los valores propios de A en términos de su traza y su determinante

iii. De acuerdo al plano **Traza-Determinante**, simula un sistema cuyos valores conjuntos de traza y determinante caigan en la región I. Simula otro sistema donde los valores caigan en la región II. De forma parecida a los ejemplos presentados para valores en la región III y IV, ¿cómo clasificarias a los sistemas que caigan en la región I y los que caigan en la región II? (no es necesario entregar las simulaciones)

Problema 2 (70 puntos)

Retomamos el articulo: Why Momentum Really Works. Con el fin de hacer menos extensa la revisión, se ha decidido omitir dos secciones

- *The Critical Damping Coefficient.* Donde para valores pequeños de α, se puede ver que la dinámica de momentum coincide con la discretización de un oscilador armónico amortiguado (sistema físico de dos estados, puede pensarse en un circuito eléctrico: resistencia-capacitor-inductor, aunque en la sección se aborda el ejemplo mecánico: masa-resorte-amortiguador en los estados de posición y velocidad)
- *Example: The Colorization Problem.* Problema que se resuelve planteando la optimización de una función. Al resolver de forma númerica, el algoritmo de momentum acelera la convergencia respecto a el algoritmo de gradiente descendiente.

Contesta las siguientes preguntas

i. Al realizar un cambio de base en la dinámica de momentum, para una forma cuadrática, se obtiene:

$$y_i^{k+1} = \beta y_i^k + \lambda_i x_i^k$$
$$x_i^{k+1} = x_i^k - \alpha y_i^{k+1}$$

Hay una dependencia del lado derecho de la actualización actual (iteración $k+1$) en la variable y, para que se pueda utilizar lo consultado en el problema 1 es necesario que la dependencia del lado derecho en las dos variables solo sea en la actualización anterior (iteración k). Para este fin se realizan las operaciones descritas en la nota 3 (sustituir en la segunda ecuación $y_i^{k+1} = \beta y_i^k + \lambda_i x_i^k$ y despejar). Una vez que esto quede claro, basta convencerse de la formula de iteración.

$$\begin{pmatrix} y_i^k \\ x_i^k \end{pmatrix} = R^k \begin{pmatrix} y_i^0 \\ x_i^0 \end{pmatrix} \quad R = \begin{pmatrix} \beta & \lambda_i \\ -\alpha\beta & 1-\alpha\lambda_i \end{pmatrix}$$

Con lo anterior y el contenido de la sección correspondiente explica la Figura 1

ii. Para la convergencia del algoritmo momentum en una forma cuadrática se necesita que

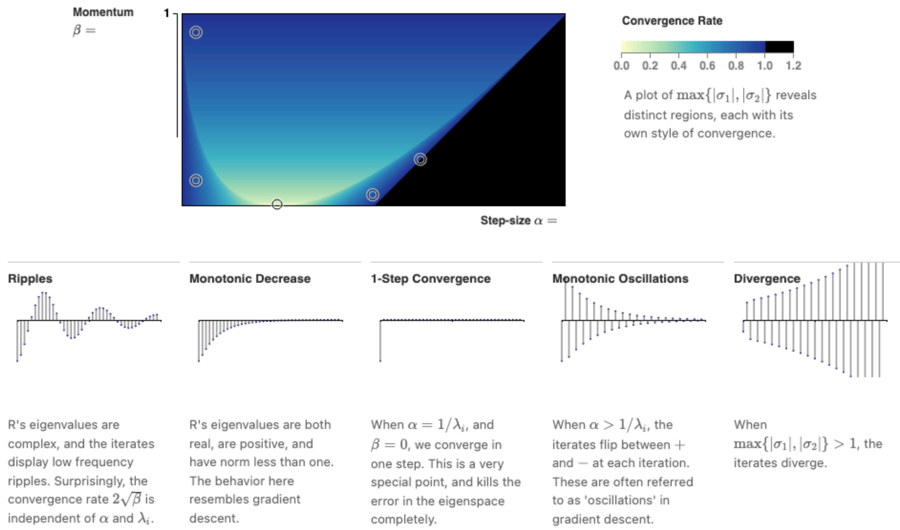

Figura 1. Comportamiento de la dinámica de Momentum en una forma cuadrática

$\max\{|\sigma_1|, |\sigma_2|\} < 1$. Escribe estas condiciones en términos de α, β y los valores propios λ_i de la matriz A de la forma cuadrática.

iii. Escribe los valores de α y β para tener una tasa de convergencia óptima, así como el valor de tasa de convergencia óptima.

iv. Explica la Figura 2

v. Escribe la forma de actualización de los **métodos lineales de primer orden** así como la lista de los nombre de estos métodos comentados en el articulo.

vi. Explica la Figura 3

vii. Reporta tus conclusiones generales del articulo (no olvides mencionar tu trabajo del reporte anterior)

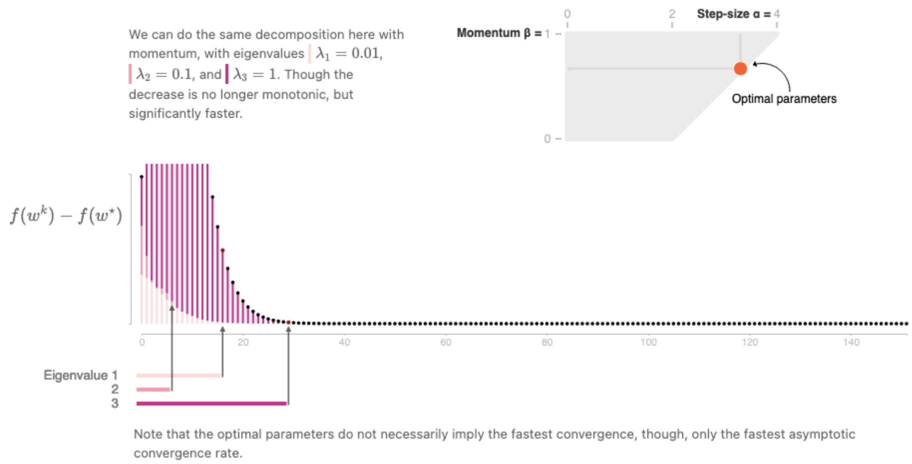

Figura 2. Error de evaluación en la dinámica de Momentum en una forma cuadrática

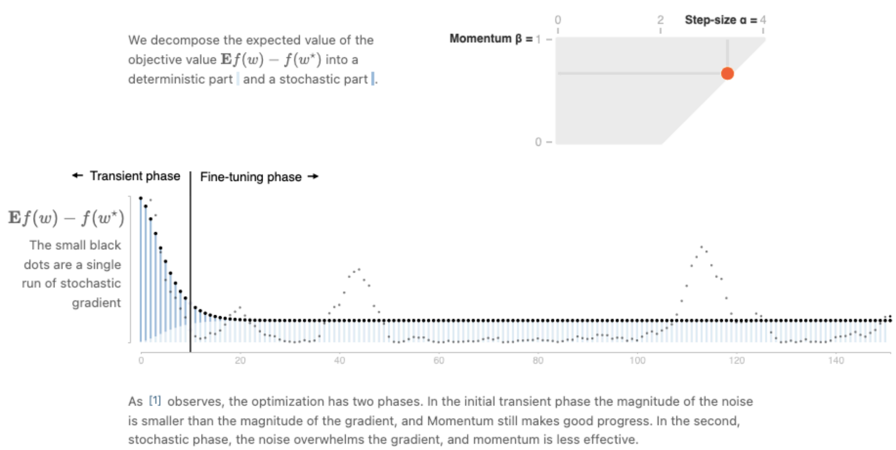

Figura 3. Descomposición del error de evaluación en la dinámica de Momentum en una forma cuadrática