Mouvement dans les machines

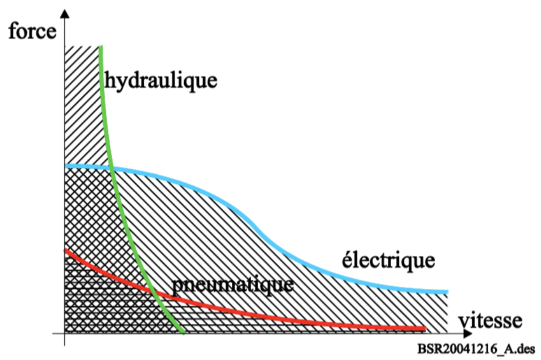
Actionneurs et moteurs

- *Actionneurs et moteurs pneumatiques:* économiques, faible coûts d'entretien, conviennent aux milieux hostiles, vitesses élevées; temps de réaction $<$ 20ms, bruit, positions limitées (tout-ou-rien).

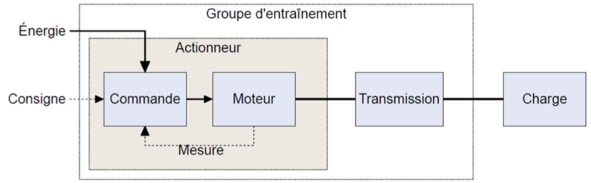
- *Actionneurs et moteurs hydrauliques:* performants, haute densité d'énergie, réglage en vitesse ou en position; coûteux, entretien plus compliqué (huile), temps de réponse d'environ 2ms.

- *Moteurs électriques:* économiques, beaucoup de fournisseurs, faciles à mettre en oeuvre, temps de réponse de 0.1ms; nécessitent en général des réducteurs.

Comparaison:



Constitution des entraînements



Charges

Lois de Newton:

$$a = \frac{\sum F}{m}$$

- a : accélération $[m/s^2]$
- F : forces $[N]$
- m : masse $[kg]$

$$\alpha = \frac{\sum T}{J}$$

- α : accélération angulaire $[rad/s^2]$
- T : couples $[N \cdot m]$
- J : inertie $[kg \cdot m^2]$

Inertie d'un cylindre:

$$J = \frac{m \cdot R^2}{2} = \frac{\rho \cdot L \cdot \pi \cdot R^4}{2}$$

Quadrants de fonctionnement:

	ω	T_{em}	Mode
1	+	+	Moteur
2	-	+	Frein
3	-	-	Moteur
4	+	-	Frein

Types de charge:

- Charge à couple constant

- Charge à couple croissant avec la vitesse

- Charge à puissance constante:

  $P(t) = T(t) \cdot \omega(t) = [F \cdot r(t)] \cdot \left[\frac{V}{r(t)}\right] = F \cdot V =$ cste (avec F et V, respectivement force et vitesse tangentielles)

Régimes de fonctionnement:

$$T_{moteur}(t) - T_{resistant}(t) = T_{accel.}(t)$$

$$T_{resistant}(t) = T_{frott.}(t) + T_{utile}(t)$$

- *Régime permanent:* la charge tourne à vitesse (quasi) constante

- *Régime impulsionnel ou intermittent:* la charge est constamment accélérée et freinée

Modes de fonctionnement

- *Mode tout-ou-rien:* le plus simple et le plus bon marché; pas d'adaptation à la charge entraînée.

- *Mode contrôlé en boucle ouverte:* contrôle approximatif de la vitesse et de l'effort fournis.

- *Mode contrôlé en «boucle fermée»:* grande précision; plus complexe et coûteux.

- *Mode servomoteur - réglé en position:* permet de contrôler tous les mouvements d'une machine; complexe et coûteux.

- *Mode pas-à-pas:* simple et bon marché; limité en puissance (200W) et vitesse (1000tr/min).

Modèle thermique des moteurs

$$\Delta T = R_{th} \cdot P_{moy}$$

$$P_c = C_{th} \cdot \frac{dT}{dt}$$

$$T(t) = (T_{max} - T_0) \cdot (1 - e^{-t/\tau_{th}}) + T_0$$

Comparaison thermique-électricité:

- Courant électrique [A] = Puissance thermique [W]
- Tension électrique [V] = Température [°C]
- Capacité électrique = Capacité thermique

Réducteurs

Types de réducteurs:

- réducteurs rotatifs-rotatifs (le moteur et la charge sont rotatifs)
- réducteurs rotatifs-linéaire (le moteur est rotatif et la charge est linéaire)

Réducteurs rotatif-rotatif

$$i = \frac{\omega_M}{\omega_L} = \frac{Z_L}{Z_M} = \frac{\Delta\theta_M}{\Delta\theta_L} = \frac{\alpha_M}{\alpha_L}$$

- i: rapport de réduction
- ω_M, ω_L : vitesses du moteur, respectivement de la charge
- Z_M, Z_L nombres de dents des pignons côté moteur, respectivement côté charge

Rendement

$$\eta = \frac{P_{utile}}{P_{fournie}} \leq 1.00$$

$$P_M = \omega_M \cdot T_M,\ P_L = \omega_L \cdot T_L$$

En régime moteur:

$$\eta_{M\to L} = \frac{P_L}{P_M}$$

$$i = \frac{T_L}{\eta_{M\to L} \cdot T_M}$$

En régime générateur / frein:

$$\eta_{L\to M} = \frac{P_M}{P_L}$$

$$i = \frac{\eta_{L\to M} \cdot T_L}{T_M}$$

Réducteurs rotatifs-linéaires

$$i = \frac{\omega_M}{v_L} = \frac{2 \cdot \pi}{Z_M \cdot p}$$

$$P_L = v_L \cdot F_L$$

En régime moteur:

$$i = \frac{F_L}{\eta_{M\to L} \cdot T_M}$$

En régime générateur / frein:

$$i = \frac{\eta_{L\to M} \cdot F_L}{T_M}$$

Pour un treuil:

$$v_L = r \cdot \omega_M$$

Choix du rapport de réduction - Régime permanent

Contrainte de vitesse:

$$i < i_{\max} = \frac{\omega_{M-lim}}{\omega_{L-\max}} \text{ resp. } i < i_{\max} = \frac{\omega_{M-lim}}{v_{L-\max}}$$

Contrainte de couple en régime «moteur»:

$$i > i_{\min} = \frac{T_{L-\max}}{T_{M-nom}} \cdot \frac{1}{\eta} \text{ resp. } i > i_{\min} = \frac{F_{L-\max}}{T_{M-nom}} \cdot \frac{1}{\eta}\ [\mathrm{m}^{-1}]$$

Contrainte de couple en régime générateur/frein:

$$i > i_{\min} = \frac{T_{L-\max}}{T_{M-nom}} \cdot \eta \text{ resp. } i > i_{\min} = \frac{F_{L-max}}{T_{M-nom}} \eta\ [\mathrm{m}^{-1}]$$

Choix du rapport de réduction - Régime impulsionnel

Couple nécessaire pour accélérer le moteur+charge:

$$T_{acc}|_M = \alpha_M \cdot \sum J = \alpha_M \cdot \left(J_M + J_{L-equiv}|_M\right)$$

Pour un réducteur rotatif-rotatif:

$$J_{L-equiv}|_M = J_L \cdot \left(\frac{1}{i}\right)^2 = J_L \cdot \left(\frac{Z_M}{Z_L}\right)^2 [\mathrm{kgm}^2]$$

$$i_{opt} = \sqrt{\frac{J_L}{J_M}} \quad \text{(sans dimension)}$$

Pour un réducteur rotatif-linéaire:

$$J_{L-equiv}|_M = m_L \cdot \left(\frac{1}{i}\right)^2 = m_L \cdot \left(\frac{Z_M \cdot p}{2 \cdot \pi}\right)^2 [\mathrm{kgm}^2]$$

$$i_{opt} = \sqrt{\frac{m_L}{J_M}} \quad [\ \mathrm{m}^{-1}]$$

Moteurs électriques

Moteurs à courant continu (DC)

Équation de conversion e.m.

Constante de couple k_T:

$$T_{em} = k_T \cdot I_a$$

Constante de vitesse k_E:

$$U_i = k_E \cdot \omega$$

En négligeant les pertes:

$$k_T = k_E$$

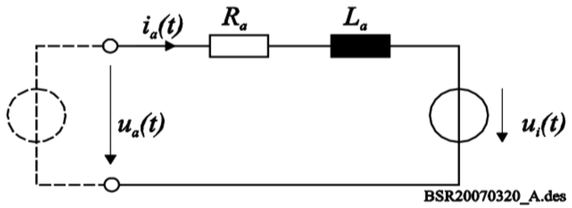
Équation électrique

Cas général:

$$u_0(t) = \underbrace{(R_a + R_i)}_{R_{\text{total}}} \cdot i_a(t) + \underbrace{(L_a + L_i)}_{L_{\text{total}}} \cdot \frac{di_a(t)}{dt} + u_i(t)$$

En négligeant l'effet de l'alimentation:

$$u_a(t) = R_a \cdot i_a(t) + L_a \cdot \frac{di_a(t)}{dt} + u_i(t)$$



En régime permanent:

$$U_a = R_a \cdot I_a + U_i = R_a \cdot I_a + k_\varepsilon \cdot \omega$$
$$\frac{U_i}{T_{em}} = \frac{k_E \cdot \omega}{k_T \cdot I_a} \Rightarrow \frac{U_i \cdot I_a}{T_{em} \cdot \omega} = \frac{k_E}{k_T}$$

Équation cinématique

$$T_{em}(t) - \underbrace{[T_{\text{frott }-M}(t) + T_{\text{frott }-L}(t) + T_{\text{utile }}(t)]}_{T_{\text{res }}(t)} = T_{acc}(t)$$

$$\underbrace{T_{em}(t) - T_{rs}(t)}_{T_{ac}(t)} = J_{total} \cdot \frac{d\omega(t)}{\frac{dt}{\alpha(t)}}$$

$$J_{\text{total }} = J_M + J_{L\text{ -équiv }} \mid$$

Puissance et rendement

Puissance mécanique:

$$P_{\text{arbre }}(t) = T_{\text{arbre }}(t) \cdot \omega(t)$$

Puissance électrique:

$$P_{\text{élec }}(t) = u_a(t) \cdot i_a(t)$$

En mode moteur:

$$\eta = \frac{P_{\text{utile }}(t)}{P_{\text{faurnie }}(t)} = \frac{P_{\text{arbre }}(t)}{P_{\text{élec }}(t)}$$

En mode génératrice:

$$\eta = \frac{P_{\text{utile }}(t)}{P_{\text{fournie }}(t)} = \frac{P_{\text{élec }}(t)}{P_{\text{arbre }}(t)}$$

Pertes électriques:

$$P_{\text{Joule }}(t) = R_a \cdot i_a^2(t)$$

Pertes mécaniques:

$$P_{\text{frott }}(t) = T_{\text{frott. }}(t) \cdot \omega(t)$$

Puissance électromagnétique:

$$P_{em}(t) = P_{\text{élec }}(t) - P_{\text{Joule }}(t) = P_{\text{arbre }}(t) + P_{\text{frott }}(t)$$

Comportement dynamique des moteurs DC

Constante de temps électrique:

$$\tau_l = \frac{L_a}{R_a}$$

En prenant en compte de l'effet de l'alimentation:

$$\tau_l = \frac{L_{total}}{R_{total}} = \frac{L_a + L_i}{R_a + R_i}$$

Constante de temps mécanique:

$$\tau_{mc} = \frac{R_a \cdot J_{total}}{k_T \cdot k_E}$$

Avec $\tau_{lec} << \tau_{mec}$:

$$\tau_{mc} \cdot \frac{d\omega(t)}{dt} + \omega(t) - \frac{U_a}{k_E} = 0$$

$$\omega(\mathrm{t}) = \Omega_0 + (\Omega_\infty - \Omega_0) \cdot \left(1 - \mathrm{e}^{-\mathrm{t}/\tau_{\mathrm{mc}}}\right)$$

$$\mathrm{I}_{\text{initial }} = \frac{\mathrm{U_a}}{\mathrm{R_a}}$$

$$i(t) = I_0 + (I_\infty - I_0) \cdot \left(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau_{el}}\right)$$

Variantes d'excitation des moteurs DC

Moteur à excitation séparée:

$$T_{em}(t) = [k \cdot i_e(t)] \cdot i_a(t)$$
$$u_i(t) = [k \cdot i_e(t)] \cdot \omega(t)$$

Moteur à excitation série:

$$T_{em}(t) = k \cdot [i_a(t)]^2$$

Moteurs synchrones

Principe de fonctionnement

$$N = \frac{60 \cdot f}{p} \quad [\text{tr/min}] \quad \text{ou} \quad \omega = \frac{2\pi \cdot f}{p} \quad [\text{rad/s}]$$

Puissance

Puissance mécanique:

$$P_{\text{arbre }}(t)=T_{\text{arbre }}(t)\cdot\omega(t)$$

Puissance électrique:

$$P_{\text{élec }}(t)=\sqrt{3}\cdot U_c\cdot i(t)\cdot\cos[\varphi(t)]$$

Moteurs asynchrones

Généralités

Glissement:

$$s=\frac{N_s-N}{N_s}$$

Puissance

Puissance à l'arbre:

$$P_{\text{arbre }}(t)=T_{\text{arbre }}(t)\cdot\omega(t)$$

Puissance électrique:

$$P_{\text{élec }}(t)=\sqrt{3}\cdot U_c\cdot i(t)\cdot\cos[\varphi(t)]$$

Puissance mécanique:

$$P_{mc}(t)=T_{rs}(t)\cdot\omega(t)$$

Régime de survitesse

Limite de fonctionnement à puissance constante:

$$T_{\text{survitesse }}\cdot\omega_{\text{survitesse }}<T_{\text{nom }}\cdot\omega_{\text{nom}}$$

Moteurs pas-à-pas

Principe de fonctionnement

$$\omega(t)=f_{\text{pulse }}(t)\cdot\frac{2\cdot\pi}{p_{\text{step}}}\quad[\text{rad/s}]\quad\text{ou}\quad N(t)=f_{\text{pulse }}(t)\cdot\frac{60}{p_{\text{step}}}\quad[\text{tr/min}]$$

Autres types de moteurs électriques

- Électroaimants
- Moteurs à bobine mobile
- Moteurs linéaires et moteurs couples
- Moteurs linéaires «piston»
- Piézoactionneurs et piézomoteurs

Choix d'un moteur électrique

Fonctionnement en régime permanent

Fonctionnement en régime impulsionnel

Dimensionnement thermique - 1ère hypothèse:

$$\Delta\vartheta=P_{\text{therm }}\cdot R_{\text{therm}}$$

Dimensionnement thermique - 2ème hypothèse:

$$P_{\text{pertes totales }}(t)=k_{\text{therm }}\cdot T_{em}^2(t)$$

Évolution de la température en fonction du couple:

$$\Delta\vartheta_{\text{nom }}=P_{\text{therm nom }}\cdot R_{\text{therm}}$$

$$\Delta E_{\text{therm }}=m\cdot c_m\cdot\Delta\vartheta$$

$$\Delta\vartheta(t)=\Delta\vartheta_0+(\Delta\vartheta_\infty-\Delta\vartheta_0)\cdot\left(1-e^{-\frac{t}{\tau_{therm}}}\right)$$

$$\Delta\vartheta_\infty=P_{\text{therm }}\cdot R_{\text{therm}}$$

$$\tau_{\text{therm }}=m\cdot c_m\cdot R_{\text{therm}}$$

$$\frac{\Delta\vartheta(t)}{\Delta\vartheta_{\text{nom}}}=\frac{P_{\text{therm}}}{P_{\text{therm nom}}}\cdot\left(1-e^{-\frac{t}{\tau_{\text{therm}}}}\right)$$

$$\frac{\Delta\vartheta(t)}{\Delta\vartheta_{nom}}=\left(\frac{T_{em}}{T_{nom}}\right)^2\cdot\left(1-e^{-\frac{t}{\tau_{\text{therm}}}}\right)\leq 1$$

$$t_{cycle}=\frac{3'600}{C}$$

$$T_{r.m.s.}=\sqrt{\frac{\int_0^{t_{cycle}}T_{em}^2(t)\cdot dt}{t_{cycle}}}<0,9\cdot T_{nom}$$

$$T_{r.m.s.}=\sqrt{\frac{T_{em-1}^2\cdot t_1+T_{em-2}^2\cdot t_2+\cdots+T_{em-n}^2\cdot t_n}{t_{cycle}}}<0,9\cdot T_{nom}$$

$$\text{marge }=1-\frac{T_{r.m.s.}}{T_{nom}}$$

Alimentation des moteurs

Amplificateurs à découpage

$$U_{M-moyen}=U_A\cdot\underbrace{\frac{t_e}{t_{cycle}}}_{=\delta}$$

$$P_S\cong[1,0+U_A\cdot(t_{off-on}+t_{on-off})\cdot f_d]\cdot I_M$$

Considérations d'énergie et de puissance

Alimentation triphasée:

$$P_{AC}(t)=\sqrt{3}\cdot U_{comp}\cdot I_{AC}(t)$$

Bus DC:

$$P_{DC}(t)=U_{DC}\cdot I_{DC}(t)$$

Bornes moteur:

$$P_{M-\text{el}}(t)=U_M(t)\cdot I_M(t)$$

Arbre moteur:

$$P_{M-mc}(t)=\omega_M(t)\cdot T_M(t)$$

$$P_{AC}(t)\cong P_{DC}(t)\cong P_{M-\text{el}}(t)\cong P_{M-mc}(t)$$

Freinage des servo-moteurs

$$C_{\text{total}} > \frac{2 \cdot E_{cin}}{U_{A-lim}^2 - U_{A-max-Q1}^2}$$

$$R_{\text{frein}} < \frac{U_{DC-\text{ seuil}}^2}{P_{\text{frein-max}}}$$

$$P_{\text{frein-moyen}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot J_{\text{total}} \cdot \omega_{\max}^2}{t_{\text{cycle}}}$$

Pilotage en position

Profils de mouvement

Profil à vitesse constante

$$p(t) = t$$

Profil à accélération constante

$$p(t) = \begin{cases} 2 \cdot t^2 & \text{si } t \leq 0,5 \\ 1 - 2 \cdot (1-t)^2 & \text{si } t > 0,5 \end{cases}$$

Profil «bang-bang»

$$p(t) = \begin{cases} \frac{9}{4} \cdot t^2 & \text{si } t \leq \frac{1}{3} \\ \frac{1}{4} + \frac{3}{2} \cdot \left(t - \frac{1}{3}\right) & \text{si } t > \frac{1}{3 \text{ et } t} \leq \frac{2}{3} \\ 1 - \frac{9}{4} \cdot (1-t)^2 & \text{si } t > \frac{2}{3} \end{cases}$$

Loi semi-sinusoïdale

$$p(t) = \frac{1 - \cos(\pi \cdot t)}{2}$$

Loi sinusoïdale

$$p(t) = t - \frac{\sin(2\pi \cdot t)}{2\pi}$$

Polynôme du 5ème degré

$$p(t) = 10 \cdot t^3 - 15 \cdot t^4 + 6 \cdot t^5$$