Formulaire MotComand

March 25, 2021

Mouvement dans les machines

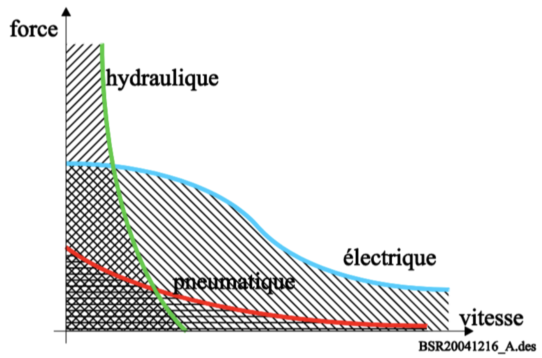
Actionneurs et moteurs

- *Actionneurs et moteurs pneumatiques:* économiques, faible coûts d'entretien, conviennent aux milieux hostiles, vitesses élevées; temps de réaction $<$ 20ms, bruit, positions limitées (tout-ou-rien).

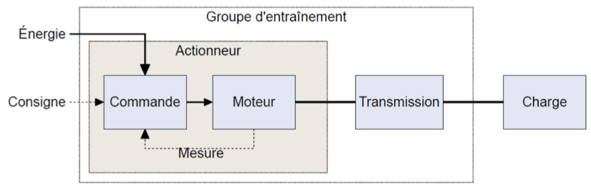
- *Actionneurs et moteurs hydrauliques:* performants, haute densité d'énergie, réglage en vitesse ou en position; coûteux, entretien plus compliqué (huile), temps de réponse d'environ 2ms.

- *Moteurs électriques:* économiques, beaucoup de fournisseurs, faciles à mettre en oeuvre, temps de réponse de 0.1ms; nécessitent en général des réducteurs.

Comparaison:



Constitution des entraînements



Charges

Lois de Newton:

$$a = \frac{\sum F}{m}$$

- a : accélération $[m/s^2]$
- F : forces $[N]$
- m : masse $[kg]$

$$\alpha = \frac{\sum T}{J}$$

- α : accélération angulaire $[rad/s^2]$
- T : couples $[N \cdot m]$
- J : inertie $[kg \cdot m^2]$

Inertie d'un cylindre:

$$J = \frac{m \cdot R^2}{2} = \frac{\rho \cdot L \cdot \pi \cdot R^4}{2}$$

Quadrants de fonctionnement:

	ω	T_{em}	Mode
1	+	+	Moteur
2	-	+	Frein
3	-	-	Moteur
4	+	-	Frein

Types de charge:

- Charge à couple constant
- Charge à couple croissant avec la vitesse
- Charge à puissance constante:

  $P(t) = T(t) \cdot \omega(t) = [F \cdot r(t)] \cdot \left[\frac{V}{r(t)}\right] = F \cdot V =$ cste (avec F et V, respectivement force et vitesse tangentielles)

Régimes de fonctionnement:

$$T_{moteur}(t) - T_{resistant}(t) = T_{accel.}(t)$$

$$T_{resistant}(t) = T_{frott.}(t) + T_{utile}(t)$$

- *Régime permanent:* la charge tourne à vitesse (quasi) constante

- *Régime impulsionnel ou intermittent:* la charge est constamment accélérée et freinée

Modes de fonctionnement

- *Mode tout-ou-rien:* le plus simple et le plus bon marché; pas d'adaptation à la charge entraînée.
- *Mode contrôlé en boucle ouverte:* contrôle approximatif de la vitesse et de l'effort fournis.
- *Mode contrôlé en «boucle fermée»:* grande précision; plus complexe et coûteux.
- *Mode servomoteur - réglé en position:* permet de contrôler tous les mouvements d'une machine; complexes et coûteux.
- *Mode pas-à-pas:* simple et bon marché; limité en puissance (200W) et vitesse (1000tr/min).

Modèle thermique des moteurs

$$\Delta T = R_{th} \cdot P_{moy}$$

$$P_c = C_{th} \cdot \frac{dT}{dt}$$

$$T(t) = (T_{max} - T_0) \cdot (1 - e^{-t/\tau_{th}}) + T_0$$

Comparaison thermique-électricité:

- Courant électrique [A] = Puissance thermique [W]
- Tension électrique [V] = Température [°C]
- Capacité électrique = Capacité thermique

Réducteurs

Types de réducteurs:

- réducteurs rotatifs-rotatifs (le moteur et la charge sont rotatifs)
- réducteurs rotatifs-linéaire (le moteur est rotatif et la charge est linéaire)

Réducteurs rotatif-rotatif

$$i = \frac{\omega_M}{\omega_L} = \frac{Z_L}{Z_M} = \frac{\Delta\theta_M}{\Delta\theta_L} = \frac{\alpha_M}{\alpha_L}$$

- i: rapport de réduction
- ω_M, ω_L : vitesses du moteur, respectivement de la charge
- Z_M, Z_L nombres de dents des pignons côté moteur, respectivement côté charge

Rendement

$$\eta = \frac{P_{utile}}{P_{fournie}} \leq 1.00$$

$$P_M = \omega_M \cdot T_M, \; P_L = \omega_L \cdot T_L$$

En régime moteur:

$$\eta_{M\to L} = \frac{P_L}{P_M}$$

$$i = \frac{T_L}{\eta_{M\to L} \cdot T_M}$$

En régime générateur / frein:

$$\eta_{L\to M} = \frac{P_M}{P_L}$$

$$i = \frac{\eta_{L\to M} \cdot T_L}{T_M}$$

Réducteurs rotatifs-linéaires

$$i = \frac{\omega_M}{v_L} = \frac{2 \cdot \pi}{Z_M \cdot p}$$

$$v_L = r \cdot \omega_M$$

$$P_L = v_L \cdot F_L$$

En régime moteur:

$$i = \frac{F_L}{\eta_{M\to L} \cdot T_M}$$

En régime générateur / frein:

$$i = \frac{\eta_{L\to M} \cdot F_L}{T_M}$$

Pour un treuil:

$$v_L = r \cdot \omega_M$$

Choix du rapport de réduction - Régime permanent

Contrainte de vitesse:

$$i < i_{\max} = \frac{\omega_{M-lim}}{\omega_{L-\max}} \text{ resp. } i < i_{\max} = \frac{\omega_{M-lim}}{v_{L-\max}}$$

Contrainte de couple en régime «moteur»:

$$i > i_{\min} = \frac{T_{L-\max}}{T_{M-nom}} \cdot \frac{1}{\eta} \text{ resp. } i > i_{\min} = \frac{F_{L-\max}}{T_{M-nom}} \cdot \frac{1}{\eta} \left[\mathrm{m}^{-1}\right]$$

Contrainte de couple en régime générateur/frein:

$$i > i_{\min} = \frac{T_{L-\max}}{T_{M-nom}} \cdot \eta \text{ resp. } i > i_{\min} = \frac{F_{L-max}}{T_{M-nom}} \eta \left[\mathrm{m}^{-1}\right]$$

Choix du rapport de réduction - Régime impulsionnel

Couple nécessaire pour accélérer le moteur+charge:

$$T_{acc}|_M = \alpha_M \cdot \sum J = \alpha_M \cdot \left(J_M + J_{L-equiv}|_M\right)$$

Pour un réducteur rotatif-rotatif:

$$J_{L-equiv}|_M = J_L \cdot \left(\frac{1}{i}\right)^2 = J_L \cdot \left(\frac{Z_M}{Z_L}\right)^2 \left[\mathrm{kgm}^2\right]$$

$$i_{opt} = \sqrt{\frac{J_L}{J_M}} \quad \text{(sans dimension)}$$

Pour un réducteur rotatif-linéaire:

$$J_{L-equiv}|_M = m_L \cdot \left(\frac{1}{i}\right)^2 = m_L \cdot \left(\frac{Z_M \cdot p}{2 \cdot \pi}\right)^2 \left[\mathrm{kgm}^2\right]$$

$$i_{opt} = \sqrt{\frac{m_L}{J_M}} \quad \left[\ \mathrm{m}^{-1}\right]$$

Moteurs électriques

Moteurs à courant continu (DC)

Équation de conversion e.m.

Constante de couple k_T:

$$T_{em} = k_T \cdot I_a$$

Constante de vitesse k_E:

$$U_i = k_E \cdot \omega$$

En négligeant les pertes:

$$k_T = k_E$$

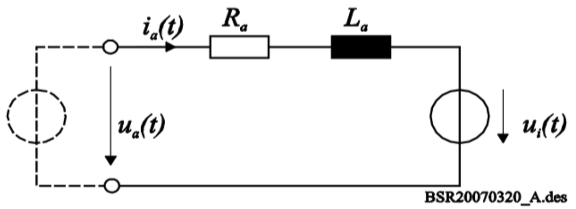
Équation électrique

Cas général:

$$u_0(t) = \underbrace{(R_a + R_i)}_{R_{\text{total}}} \cdot i_a(t) + \underbrace{(L_a + L_i)}_{L_{\text{total}}} \cdot \frac{di_a(t)}{dt} + u_i(t)$$

En négligeant l'effet de l'entrée:

$$u_a(t) = R_a \cdot i_a(t) + L_a \cdot \frac{di_a(t)}{dt} + u_i(t)$$



En régime permanent:

$$U_a = R_a \cdot I_a + U_i = R_a \cdot I_a + k_\varepsilon \cdot \omega$$
$$\frac{U_i}{T_{em}} = \frac{k_E \cdot \omega}{k_T \cdot I_a} \Rightarrow \frac{U_i \cdot I_a}{T_{em} \cdot \omega} = \frac{k_E}{k_T}$$

Équation cinématique

$$T_{em}(t) - \underbrace{[T_{\text{frott }-M}(t) + T_{\text{frott }-L}(t) + T_{\text{utile }}(t)]}_{T_{\text{res }}(t)} = T_{acc}(t)$$

$$\underbrace{T_{em}(t) - T_{rs}(t)}_{T_{ac}(t)} = J_{total} \cdot \frac{d\omega(t)}{\frac{dt}{\alpha(t)}}$$

$$J_{\text{total }} = J_M + J_{L\text{ -équiv }} \mid$$

Puissance et rendement

Puissance mécanique:

$$P_{\text{arbre }}(t) = T_{\text{arbre }}(t) \cdot \omega(t)$$

Puissance électrique:

$$P_{\text{élec }}(t) = u_a(t) \cdot i_a(t)$$

En mode moteur:

$$\eta = \frac{P_{\text{utile }}(t)}{P_{\text{faurnie }}(t)} = \frac{P_{\text{arbre }}(t)}{P_{\text{élec }}(t)}$$

En mode génératrice:

$$\eta = \frac{P_{\text{utile }}(t)}{P_{\text{fournie }}(t)} = \frac{P_{\text{élec }}(t)}{P_{\text{arbre }}(t)}$$

Pertes électriques:

$$P_{\text{Joule }}(t) = R_a \cdot i_a^2(t)$$

Pertes mécaniques:

$$P_{\text{frott }}(t) = T_{\text{frott. }}(t) \cdot \omega(t)$$

Puissance électromagnétique:

$$P_{em}(t) = P_{\text{élec }}(t) - P_{\text{Joule }}(t) = P_{\text{arbre }}(t) + P_{\text{frott }}(t)$$

Comportement dynamique des moteurs DC

Avec T_{rest} nulle:

$$\frac{L_a}{R_a} \cdot \frac{R_a \cdot J_{total}}{k_T \cdot k_E} \cdot \frac{d^2\omega(t)}{dt^2} + \frac{R_a \cdot J_{total}}{k_T \cdot k_E} \cdot \frac{d\omega(t)}{dt} + \omega(t) - \frac{U_a}{k_E} = 0$$

$$\tau_l \cdot \tau_{mc} \cdot \frac{d^2\omega(t)}{dt^2} + \tau_{mc} \cdot \frac{d\omega(t)}{dt} + \omega(t) - \frac{U_a}{k_E} = 0$$

Constante de temps électrique:

$$\tau_l = \frac{L_a}{R_a}$$

Constante de temps électrique en prenant en compte l'alimentation:

$$\tau_l = \frac{L_{total}}{R_{total}} = \frac{L_a + L_i}{R_a + R_i}$$

Constante de temps mécanique:

$$\tau_{mc} = \frac{R_a \cdot J_{total}}{k_T \cdot k_E}$$

Variantes d'excitation des moteurs DC

Moteur à excitation séparée:

$$T_{em}(t) = [k \cdot i_e(t)] \cdot i_a(t)$$

$$u_i(t) = [k \cdot i_e(t)] \cdot \omega(t)$$