Ejericios 1

1) Campo de fuerza

$$\overline{F}(x,y) = (y^3+1,\ 3xy^2+1)$$

1. ¿Es Conservativo?

$$\overline{F}(x,y) = (P(x,y),\ Q(x,y))$$

Si es conservativo debe cumplir que

$$\underset{(\mathrm{I})}{\frac{\delta P}{\delta y}} = \underset{(\mathrm{II})}{\frac{\delta Q}{\delta x}}$$

I) $\frac{\delta P}{\delta y} = 3y^2$ $\qquad \frac{\delta P}{\delta y} = \frac{\delta Q}{\delta x}$ ✓

II) $\frac{\delta Q}{\delta x} = 3y^2$

→ Si es Conservativa

Función potencial f debe cumplir que:

$$\nabla f = F(x,y)$$

$\rightarrow \frac{\delta f}{\delta x} = y^3 + 1 \quad (I)$

$\rightarrow \frac{\delta f}{\delta y} = 3xy^2 + 1 \ (II)$

Trabajaremos con el I

$$\frac{\delta f}{\delta x} = y^3 + 1$$

$$\int \frac{\delta f}{\delta x}\, dx = \int y^3 + 1 \ dx$$

$$\rightarrow f(x,y) = y^3 x + x + C(y)$$

$\frac{\delta f}{\delta y}$ = Ecuación II

$$3xy^2 + C'(y) = 3xy^2 + 1$$

$$C'(y) = 1$$

$$C(y) = y$$

Ecuación o Función potencial

$$f(x,y) = y^3 x + x + y$$

//

Ejercicio 2

2. Halle el trabajo realizado para mover una partícula a lo largo de una circunferencia de radio $r>0$

→ al ser una circunferencia y no darnos la ecuación, el punto inicial es 0 y el final 2π

$0 \le t \le 2\pi$ $\quad \lambda$ Circunferencia

$$\int_0^{2\pi} F(x) = \oint_\lambda F\, d\lambda$$

→ Es un camino cerrado, ya que la circunferencia vuelve a su mismo punto.

$$\int_0^{2\pi} F(x) = 0$$

//

Ejercicio 3

3. Halle el Trabajo realizado para mover una partícula desde el punto $(0,0)$ al $(2,0)$ a lo largo de la semicircunferencia $(x-1)^2 + y^2 = 1$ con $y \geq 0$

$$(x-1)^2 + y^2 = 1$$

$$x - 1 = 1\cos t$$

$$y = \operatorname{sen} t$$

$$x = \cos t + 1$$
$$y = \operatorname{sen} t$$

$$\rightarrow \lambda(t) = (\cos t + 1, \operatorname{sen} t)$$

$$0 \leq t \leq \pi$$

$$\rightarrow \lambda'(t) = (-\operatorname{sen} t, \cos t)$$

$$F(\lambda(t)) = F(\cos t + 1, \operatorname{sen} t)$$

$$F(\cos t + 1, \operatorname{sen} t) = (\operatorname{sen}^3 t + 1, 3(\cos t + 1)(\operatorname{sen} t)^2 + 1)$$

$$F(\cos t + 1, \operatorname{sen} t) = (\operatorname{sen}^3 t + 1, (3\cos t + 3)(\operatorname{sen}^2 t) + 1)$$

$$F(\cos t + 1, \operatorname{sen} t) = (\operatorname{sen}^3 t + 1, 3\operatorname{sen}^2 t \cos t + 3\operatorname{sen}^2 t + 1)$$

$$W = \int_0^{\pi} F(\cos t + 1, \operatorname{sen} t) \cdot (\lambda'(t))\, dt$$

$$W = \int_0^{\pi} \left(\operatorname{sen}^3 t + 1,\ 3\operatorname{sen}^2 t \cos t + 3\operatorname{sen}^2 t + 1 \right) \cdot (-\operatorname{sen} t, \cos t)\ dt$$

$$W = \int_0^{\pi} (\operatorname{sen}^3 t + 1)(-\operatorname{sen} t) + (3\operatorname{sen}^2 t \cos t + 3\operatorname{sen}^2 t + 1)(\cos t)\, dt$$

$$W = \int_0^{\pi} -\operatorname{sen}^4 t - \operatorname{sen} t + 3\operatorname{sen}^2 t \cos^2 t + 3\operatorname{sen}^2 t \cos t + \cos t\, dt$$

$$W = \int_0^{\pi} -\operatorname{sen}^4 t - \operatorname{sen} t + \cos t + 3\operatorname{sen}^2 t \cos^2 t + 3\operatorname{sen}^2 t \cos t\, dt$$

$$W = \left[\frac{8\operatorname{sen}(2t) - \operatorname{sen}(4t) - 12t}{32} + \cos t + \operatorname{sen} t + \left(\frac{12t - 3\operatorname{sen}(4t)}{32} \right) + \operatorname{sen}^3(t) \right]_0^{\pi}$$

$$W = \left[\frac{8\cancel{\operatorname{sen}(2\pi)} - \cancel{\operatorname{sen}(4\pi)} - 12\pi}{32} + \cos\pi + \operatorname{sen}\pi + \frac{12\pi - 3\operatorname{sen}(4\pi)}{32} + \operatorname{sen}^3(\pi) \right] - \left[\frac{8\cancel{\operatorname{sen}(0)} - \operatorname{sen}(0)}{32} + \cos(0) + \cancel{\operatorname{sen}(0)} + \left(\frac{-3\cancel{\operatorname{sen}(0)}}{32} \right) + \cancel{\operatorname{sen}^3(0)} \right] = |-2|$$

$$W = 2$$