

$$1) f(x,y) = x^3 + 3xy^2 - 3x^2 - 3y^2 + 4$$

1. Pontos Críticos

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 3x^2 + 3y^2 - 6x = 0 \dots (i)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = 6xy - 6y = 0 \dots (ii)$$

$$ii. xy - y = 0$$

$$i. x^2 + y^2 - 2x = 0$$

$$xy - y = 0$$

$$y(x - 1) = 0$$

$$\begin{array}{lcl} x = 1 & \vee & y = 0 \\ \swarrow \quad \searrow & & \swarrow \quad \searrow \\ 1 \quad -1 & & 0 \quad 2 \\ i. 1 + y^2 - 2 = 0 & & x^2 - 2x = 0 \\ y = \pm 1 & & x(x-2) = 0 \\ & & x = 0 \vee x = 2 \end{array}$$

Pontos Críticos

$$(1, 1), (1, -1), (0, 0), (2, 0)$$

2) Matriz Hessiana

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 6x - 6$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 6x - 6$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 6y$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = 6y$$

1)  $(1, 1) \Rightarrow |\Delta| = 0, \begin{bmatrix} 0 & 6 \\ 6 & 0 \end{bmatrix} = 0 - 36 < 0$  Punto de Silla

En  $(1, 1)$  hay un punto de silla o  
En  $(1, 1, 2)$

2)  $(1, -1) \Rightarrow |\Delta| = 0, \begin{bmatrix} 0 & 6 \\ -6 & 0 \end{bmatrix} = 0 - 36 < 0$  Punto de Silla

En  $(1, -1)$  hay un punto de silla o  
En  $(1, -1, 2)$

3)  $(0, 0) \Rightarrow |\Delta| = -6 < 0, \begin{bmatrix} -6 & 0 \\ 0 & -6 \end{bmatrix} = 36 > 0$  Máximo Local

En  $(0, 0)$  hay un máximo local o relativo  
ó

En  $(0, 0, 4)$

4)  $(2, 0) \Rightarrow |\Delta| = 6 > 0, \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix} = 36 > 0$  Mínimo Local

En  $(2, 0)$  hay un mínimo local o relativo o

En  $(2, 0, 0)$