

Ejercicios 1

1) Campo de Fuerza

$$\vec{F}(x,y) = (y^3 + 1, 3xy^2 + 1)$$

¿Es Conservativa?

$$\vec{F}(x,y) = (P(x,y), Q(x,y))$$

Si es conservativa debe cumplir que

$$\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x}$$

(I) (II)

$$\text{I) } \frac{\partial P}{\partial y} = 3y^2$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x} \quad \checkmark$$

$$\text{II) } \frac{\partial Q}{\partial x} = 3y^2$$

→ Si es conservativa

Función potencial f debe cumplir que:

$$\nabla f = \vec{F}(x,y)$$

$$\rightarrow \frac{\partial f}{\partial x} = y^3 + 1 \quad (\text{I})$$

$$\rightarrow \frac{\partial f}{\partial y} = 3xy^2 + 1 \quad (\text{II})$$

Trabajaremos con el I

$$\frac{\partial f}{\partial x} = y^3 + 1$$

$$\int \frac{\partial f}{\partial x} dx = \int y^3 + 1 dx$$

$$\rightarrow f(x, y) = y^3 x + x + C(y)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \text{Ecuación II}$$

$$3xy^2 + C'(y) = 3xy^2 + 1$$

$$C'(y) = 1$$

$$C(y) = y$$

Ecuación o Función potencial

$$f(x, y) = y^3 x + x + y$$

Ejercicio 2

Hallar el trabajo realizado para mover una partícula a lo largo de una circunferencia de radio $r > 0$

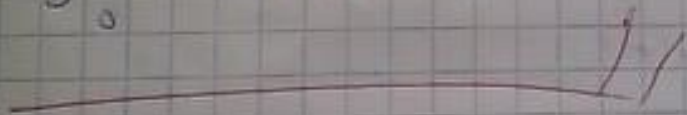
→ al ser una circunferencia y no darnos la ecuación, el punto inicial es 0 y el final 2π

$$0 \leq t \leq 2\pi \quad \lambda \text{ - Circunferencia}$$

$$\int_0^{2\pi} F(x) = \oint_{\lambda} F d\lambda$$

→ Es un camino cerrado, ya que la circunferencia vuelve al mismo punto.

$$\int_0^{2\pi} F(x) = 0$$



Ejercicio 3

3. Halle el Trabajo realizado para mover una partícula desde el punto $(0,0)$ al $(2, \frac{\pi}{2})$ a lo largo de la semicircunferencia $(x-1)^2 + y^2 = 1$ con $y \geq 0$

$$(x-1)^2 + y^2 = 1$$

$$x-1 = \cos t$$

$$y = \sin t$$

$$x = \cos t + 1$$

$$y = \sin t$$

$$\rightarrow \lambda(t) = (\cos t + 1, \sin t)$$

$$0 \leq t \leq \pi$$

$$\rightarrow \lambda'(t) = (-\sin t, \cos t)$$

$$F(\lambda(t)) = F(\cos t + 1, \sin t)$$

$$F(\cos t + 1, \sin t) = (\sin^3 t + 1, 3(\cos t + 1)(\sin t)^2 + 1)$$

$$F(\cos t + 1, \sin t) = (\sin^3 t + 1, (3\cos t + 3)(\sin^2 t) + 1)$$

$$F(\cos t + 1, \sin t) = (\sin^3 t + 1, 3\sin^2 t \cos t + 3\sin^2 t + 1)$$

$$W = \int_0^{\pi} F(\cos t + 1, \sin t) \cdot (\lambda'(t)) \, dt$$

$$W = \int_0^{\pi} \left(\begin{matrix} \sin^3 t + 1, 3\sin^2 t \cos t + 3\sin^2 t + 1 \\ (-\sin t, \cos t) \end{matrix} \right) dt$$

$$W = \int_0^{\pi} (\sin^3 t + 1)(-\sin t) + (3\sin^2 t \cos t + 3\sin^2 t + 1)(\cos t) dt$$

$$W = \int_0^{\pi} -\sin^4 t - \sin t + 3\sin^2 t \cos^2 t + 3\sin^2 t \cos t + \cos t dt$$

$$W = \int_0^{\pi} -\sin^4 t - \sin t + \cos t + 3\sin^2 t \cos^2 t + 3\sin^2 t \cos t dt$$

$$W = \left[\frac{8\sin(2t) - \sin(4t) - 12t}{32} + \cos t + \sin t + \left(\frac{12t - 3\sin(4t)}{32} \right) + \sin^3(t) \right]_0^{\pi}$$

$$W = \left[\frac{8\sin(2\pi) - \sin(4\pi) - 12\pi}{32} + \cos \pi + \sin \pi + \frac{12\pi - 3\sin(4\pi)}{32} + \sin^3(\pi) \right] - \left[\frac{8\sin(0) - \sin(0)}{32} + \cos(0) + \sin(0) + \frac{-3\sin(0)}{32} + \sin^3(0) \right] = -2$$

$$W = 2 //$$