Grupo E

Ejercicio 5

5. Los vértices de un triángulo son los puntos $A = (2, 3, -1)$, $B = (5, 1, 1)$ y $C = (6, 4, -2)$. Hallar un vector $\vec{v}$ que es paralelo a la altura trazada del vértice B al lado opuesto, si se sabe que $||\vec{v}|| = 6$.
Rpta: $\vec{v} = (-2, 4, -4)$.

5) $L_1: x = -1 + 5r,\ y = 4 - 2r,\ z = -3 - 4r,\ r \in \mathbb{R}$

$L_2: \dfrac{x+2}{3} = \dfrac{y-4}{-1} = \dfrac{z-13}{-10}$

Ecuación de recta L, $L \perp L_1 \wedge L \perp L_2$

1) Llevaremos ambas ecuaciones de las rectas a su forma vectorial

$L_1: (x, y, z) = (-1, 4, -3) + r(5, -2, -4)$

$L_2: \dfrac{x+2}{3} = t \quad \ldots (1)$

$x = -2 + 3t$

$\dfrac{y-4}{-1} = t \quad \ldots (2)$

$y = 4 - t$

$\dfrac{z-13}{-10} = t \quad \ldots (3)$

$z = 13 - 10t$

$(x, y, z) = (-2, 4, 13) + t(3, -1, -10)$

2) Hallamos los vectores dirección de ambas rectas

$L_1: \vec{v} = (5, -2, -4) \wedge L_2: \vec{w} = (3, -1, -10)$

3) Hallamos el vector dirección

$\vec{w'}$: vector dirección de L

$$\vec{w'} = \vec{v} \times \vec{w}$$

$$\vec{w} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 5 & -2 & -4 \\ 3 & -1 & -10 \end{vmatrix} = (-2 \cdot -10 - (-4 \cdot -1), -(5 \cdot -10 - (-4 \cdot 3)), 5 \cdot -1 - (-2 \cdot 3))$$

$$\vec{w} = (16, 38, 1)$$

4) Hallamos la intersección de la recta L_1 y L_2 para así tomarlo como punto de paso de la recta L

$L_1 : (-1, 4, -3) + r(5, -2, -4)$

$L_2 : (-2, 4, 13) + t(3, -1, -10)$

$L_1 = L_2$

$(-1+5r, 4-2r, -3-4r) = (-2+3t, 4-t, 13-10t)$

$$-1 + 5r = -2 + 3t \quad \ldots (1)$$
$$4 - 2r = 4 - t \quad \ldots (2)$$
$$-3 - 4r = 13 - 10t \quad \ldots (3)$$

(2) $\quad t = 2r$

(3) $\quad -3 - 4r = 13 - 20r$

$16r = 16$

$\therefore r = 1$

$\therefore t = 2$

Punto Intersección:

$L_1: (-1, 4, -3) + 1(3, -2, -4)$

$(4, 2, -7)$

$L_2\ (-2, 4, 13) + 2(3, -1, -10)$

$(4, 2, -7)$

5) Formamos la ecuación con el punto de paso y vector dirección que obtuvimos

$L: (x, y, z) = (4, 2, -7) + t(16, 38, 1)$

* Rpta $(4, 2, -7) + t(16, 38, 1)$

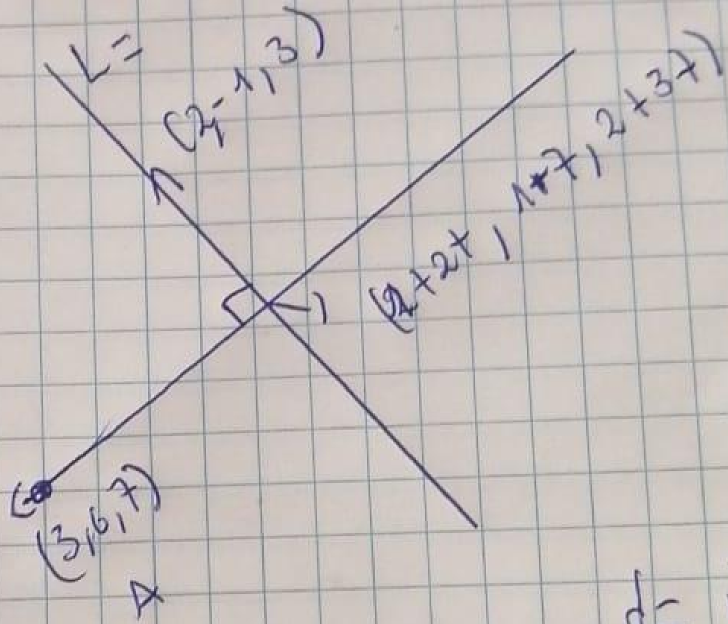
Ejercicio 14

14. Desde el punto $A = (3, 6, 7)$ se traza una perpendicular a la recta $\mathcal{L}$: $P = (1, 1, 2) + t(2, -1, 3)$, $t \in \mathbb{R}$. A qué distancia del punto $Q = (4, 4, 7)$ se halla dicha perpendicular.
Rpta. $\sqrt{35}/5$.

14. $A = (3,6,7)$

$L: \vec{v} = (2,-1,3)$

$P = (1,1,2)$



$\vec{a} = (-4+2$

$\vec{a}\cdot\vec{b}$

$d = \sqrt{}$

$\vec{a}\cdot\vec{b} = -4+4x \;-5+x \;-5+9x$

$-8+4x-5+x-15+9x$

$x=2$

$d=$

$L: (3,6,7)+t(0,-3,1)$

Ejercicio 28

28. Hallar la ecuación del plano que pasa por el origen de coordenadas y es perpendicular a los planos $\mathcal{P}_1$: $2x - y + 3z = 1$ y $\mathcal{P}_2$: $x + 2y + z = 0$. Rpta. $7x - y - 5z = 0$.

28.

$P = ?$ $\quad \vec{n} = \vec{v} \times \vec{\omega}$ $\quad P_0 = (0,0,0)$

$P_1 = 2x - y + 3z = 1$ $\quad \vec{\omega} = (2, -1 + 3)$

$P_2 = x + 2y + z = 0$ $\quad \vec{v} = (1, 2, 1)$

$$\vec{n} = \vec{v} \times \vec{\omega} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ v_1 & v_2 & v_3 \\ \omega_1 & \omega_2 & \omega_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = (6+1, -3+2, -1-4)$$

$$\vec{n} = (7, -1, -5)$$

$$P = \vec{n} \cdot (P - P_0) = 0$$

$$(7, -1, -5) \cdot ((x, y, z) - 0) = 0$$

$$(7, -1, -5) \cdot (x, y, z) = 0$$

$$\underline{P = 7x - y - 5z = 0}$$

Ejercicio 41

41. Encontrar la ecuación del plano que pasa por la intersección de los planos $2x - y - 5z = 4$, $3x + y - z = 0$ y es paralelo al plano $12x - y - 17z = 14$. Rpta. $12x - y - 17z = 12$.

$2x - y - 5z = 4 \quad P_1$

$3x + y - z = 0 \quad P_2$

$2x - y - 5z - 4 + K(3x + 3y - z) = 0$

$\underbrace{x(2+3K) + y(-1+3K) + z(-5-K) - 2 = 0}_{P_4}$

$P_3 \parallel P_4 \Leftrightarrow P_3 \times P_4 = 0$

$$P_3 \times P_4 = \begin{vmatrix} i & j & z \\ 12 & -1 & -17 \\ 2+3K & -1+3K & -5-K \end{vmatrix} = -12 + 52K + 26 - \cancel{39K} - 10 + \cancel{39K} =$$

$4 + 52K = 0$

$K = -\frac{1}{13}$

$= [-1(-5-K) - (-1+3K)(-17)]$

$= 5 + K - 17 + 51K$

$= -12 + 52K$

$= [12(-5-K) - (-17)(2+3K)]$

$= -60 - 12K + 34 + 51K$

$= -26 + 39K$

$= [12(-1+3K) - (-1(2+3K))]$

$= -12 + 36K + 2 + 3K$

$= -10 + 39K$