DERIVADAS PARCIALES DE ORDEN SUPERIOR

A-H Sea $z = g(x^2 + y^2)$, donde g es una función real de variable real, dos veces derivable. Demuestre que

$$y\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - x\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} - \frac{\partial z}{\partial x} = 0$$

C-F / B-G Sea $u = \varphi(x - at) + \psi(x + at)$, donde φ y ψ son dos funciones reales de variable real, dos veces derivables. Demuestre que u es solución de la ecuación de calor

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

D-E Sea $z = x\varphi(x + y) + y\psi(x - y)$, donde φ y ψ son dos funciones reales de variable real, dos veces derivables. Demuestre que

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 2\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$$

REGLA DE LA CADENA

D-E Mostrar que $\frac{\partial w}{\partial u} + \frac{\partial w}{\partial v} = 0$ para $w = f(x, y)$, $x = u - v$ y $y = v - u$

C-F Mostrar que $\frac{\partial w}{\partial u} + \frac{\partial w}{\partial v} = 0$ para $w = (x - y)sen(y - x)$, $x = u - v$ y $y = v - u$

A-H/ B-G Dadas las funciones $u(x, y)$ y $v(x, y)$, verificar que las ecuaciones de Cauchy-Riemann

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} \text{ y } \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}$$

pueden escribirse en coordenadas polares como

$$\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial \theta} \text{ y } \frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial \theta}$$

A-H/C-F Sea $F(x, y) = f(x + 3y, 2x - y)$ donde $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ es diferenciable. Suponga que $\nabla f(0, 0) = (4, -3)$. Determine la derivada direccional de la función F en el origen en la dirección del vector $v = (1, 1)$.

B-G / D-E Sea $F(x, y) = f(x^2 + y, 3xy)$ donde $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ es diferenciable. Suponga que $\nabla f(2, 3) = (5, 4)$. Hallar la dirección de mayor crecimiento de la función F en el punto $(1, 1)$.

TEOREMA DE LA FUNCION IMPLICITA

Dado el nivel cero de la función $F(x, y)$. Compruebe que esta función satisface las hipótesis del Teorema de la Función Implícita en el punto indicado (perteneciente al nivel cero). Obtenga la derivada de la función $y = f(x)$ en el punto dado

D-E $F(x, y) = x^2y + 3x^2 - 2y^2 - 2y = 0$, $P(1, 1)$

C-F $F(x, y) = y\ln(x^2 + y^2) - 2xy = 0$, $P(0, 1)$

B-G $F(x, y) = x^y + y^x - 2xy = 0$, $P(2, 2)$

A-H $F(x, y) = xe^x + ye^y - 2x - 2y = 0$, $P(0, 0)$