2.

2) Determinar si f es continua, si no lo es discontinua

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2 y^3}{2x^2 + y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

1 Para saber si es continua debemos evaluar

$$\underbrace{\lim_{x \to x_0} f(x)}_{a} = \underbrace{f(x_0)}_{b}$$

b: $f(0,0) = 0$

a: $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) = 0$ } Condición

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2 y^3}{2x^2 + y^2}$$

→ Intercambiamos por coordenadas polares

- $x = r\cos\theta$
- $y = r\,\text{sen}\,\theta$
- $\theta \in [0, 2\pi]$
- $x^2 + y^2 = r^2$

$$\lim_{r\to 0} \frac{r^2\cos^2\theta \cdot r^3\,\text{sen}^3\theta}{r^2\cos^2\theta + r^2\cos^2\theta + r^2\,\text{sen}^2\theta}$$

$$\lim_{r\to 0} \frac{r^5 \cdot \cos^2\theta \cdot \text{sen}^3\theta}{r^2\cos^2\theta + r^2}$$

$$\lim_{r\to 0} \frac{\cancel{r^5} \cdot \cos^2\theta\,\text{sen}^3\theta}{\cancel{r^2}\,(\cos^2\theta + 1)}$$

$$\lim_{r\to 0} \frac{r^3 \cdot \cos^2\theta\,\text{sen}^3\theta}{\cos^2\theta + 1} = 0 \;//$$

Rpta: Al ser $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x) = f(0,0)$, entonces podemos decir que la función es continua en todo punto, inclusive en $(0,0)$