2) Determine las ecuaciones de los planos tangentes a la superficie

$$4y^2 + z^2 + 9x - 4y - 4z = 6$$

que sean paralelos al plano tangente a la gráfica de la función

$$z = y^3 - \frac{9}{2}x + 2xy - 1$$

en el punto $(1, 0)$

1) • Si ambos planos tangentes son paralelos sus vectores normales lo son.

$$\vec{n_1} = t\,\vec{n_2}$$

2) Hallaremos el vector normal del segundo plano tangente mencionado

$$f(x,y) = z = y^3 - \frac{9}{2}x + 2xy - 1$$

$$\vec{n_2}_{(P)} = \left(-\frac{\delta f}{\delta x}(P), -\frac{\delta f}{\delta y}(P), 1\right)$$

$$\vec{n_2}_{(1,0)} = \left(-\frac{\delta f}{\delta x}(1,0), -\frac{\delta f}{\delta y}(1,0), 1\right)$$

•) $\frac{\delta f}{\delta x} = -\frac{9}{2} + 2y$

•) $\frac{\delta f}{\delta y} = 3y^2 + 2x$

$$\vec{n}_2(1,0) = \left(-\left(-\frac{9}{2}+2(0)\right), -\left(3(0)^2+2\right), 1\right)$$

$$\vec{n}_2(1,0) = \left(\frac{9}{2}, -2, 1\right)$$

3) Aplicaremos la definicion de vectores paralelos para hallar las posibles normales de la primera superficie

$$\vec{n}_1 = t\left(\frac{9}{2}, -2, 1\right)$$

4) La normal 1 visto como una superficie de nivel de la primera superficie sería su gradiente

Sup. de nivel 0

$$4y^2+z^2+9x-4y-4z-6=0$$

$$f(x,y,z) = 4y^2+z^2+9x-4y-4z-6$$

$$\nabla f(x_0,y_0,z_0) = \left(\frac{\delta f}{\delta x}(x_0,y_0,z_0), \frac{\delta f}{\delta y}(x_0,y_0,z_0), \frac{\delta f}{\delta z}(x_0,y_0,z_0)\right)$$

- $\frac{\delta f}{\delta x} = (9)$
- $\frac{\delta f}{\delta z} = 2z-4$
- $\frac{\delta f}{\delta y} = 8y-4$

$\nabla f(x_0, y_0, z_0) = \left(9,\ 8(y_0) - 4,\ (2(z_0) - 4) \right)$

→ Generalizaremos este punto (x_0, y_0, z_0) para poder hallar los posibles t

$$(9,\ 8y - 4,\ 2z - 4) = t\left(\frac{9}{2}, -2, 1\right)$$

$$9 = \frac{9}{2}t \qquad (i)$$

$$8y - 4 = -2t \qquad (ii)$$

$$2z - 4 = t \qquad (iii)$$

i) $t = 2$

$$y = \frac{4 - 4}{8} = 0$$

$$z = \frac{4 + 2}{2} = 3$$

→ Ecuación del plano tangente

$$\vec{n}\,((x,y,z)-(x_0,y_0,z_0)) = 0$$

$$(9,-4,2)\cdot((x,y,z)-(x_0,0,3)) = 0$$

El x_0 lo hallaremos reemplazando nuestros puntos en la superficie

$$4\left(\frac{4-2t}{8}\right)^2 + \left(\frac{4+t}{2}\right)^2 + 9x - \frac{4(4-2t)}{8} -$$

$$4\left(\frac{4+t}{2}\right) = 6$$

$$9 + 9x - 12 = 6$$

$$9x = 9$$

$$x = 1$$

→ Nuestra Ecuación sería

$$(9,-4,2)(x-1,\ y,\ z-3) = 0$$

$$9x-9-4y+2z-6=0$$

Rpta: $9x-4y+2z=15$