

1) Analice la continuidad de la siguiente función

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{5x^2 y}{x^2 + y^2} & ; (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & ; (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- Analizaremos la continuidad en el origen

i) $\exists \lim_{(x, y) \rightarrow (0, 0)} f(x, y)$

ii) $\exists f(0, 0)$

iii) $\lim_{(x, y) \rightarrow (0, 0)} f(x, y) = f(0, 0)$

- Analicemos

i) $\exists \lim_{(x, y) \rightarrow (0, 0)} f(x, y)$

a) $\lim_{\substack{x=0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{5(0)^2 y}{0 + y^2} = 0$

b) $\lim_{\substack{y=0 \\ x \rightarrow 0}} \frac{5x^2(0)}{x^2 + 0} = 0$

$$c) \lim_{\substack{y=mx \\ x \rightarrow 0}} \frac{5x^2(mx)}{x^2 + (mx)^2}$$

$$\lim_{\substack{y=mx \\ x \rightarrow 0}} \frac{5mx^3}{x^2 + m^2x^2}$$

$$\lim_{\substack{y=mx \\ x \rightarrow 0}} \frac{5mx}{1+m^2} = \frac{5m(0)}{1+0} = 0$$

$$d) \lim_{\substack{x=y \\ y \rightarrow 0}} \frac{5y^2y}{y^2 + y^2}$$

$$\lim_{\substack{x=y \\ y \rightarrow 0}} \frac{5y^3}{2y^2}$$

$$\lim_{\substack{x=y \\ y \rightarrow 0}} \frac{5}{2}y = \frac{5(0)}{2} = 0$$

$$\stackrel{0}{\infty} \exists \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x,y) = 0$$

$$2) \exists f(0,0)$$

$$f(0,0) = 0$$

$$3) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x,y) = f(0,0)$$

$$0 = 0$$

\therefore Si son iguales

Resp. $f(x,y)$, es continua en $(0,0)$
 $\rightarrow f(x,y)$ es continua en \mathbb{R}^2