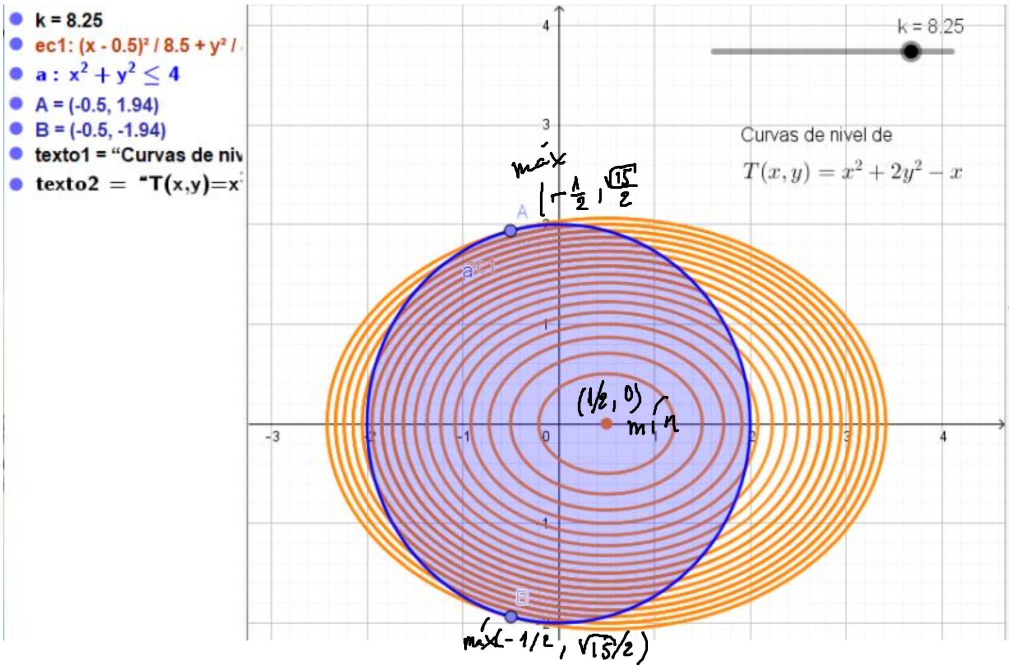
Solución práctica extremos

06:57

Encuentre los puntos más calientes y más fríos sobre una placa circular $x^2 + y^2 \leq 4$ que se calienta de manera que la temperatura en (x,y) es $T(x, y) = x^2 + 2y^2 - x$. Para resolver el ejercicio haga un análisis de las curvas de nivel de la T.



Hallar los extremos relativos y puntos de silla de $f(x, y) = 2x^3 + 2y^3 - 9x^2 + 3y^2 - 12y$

Solución

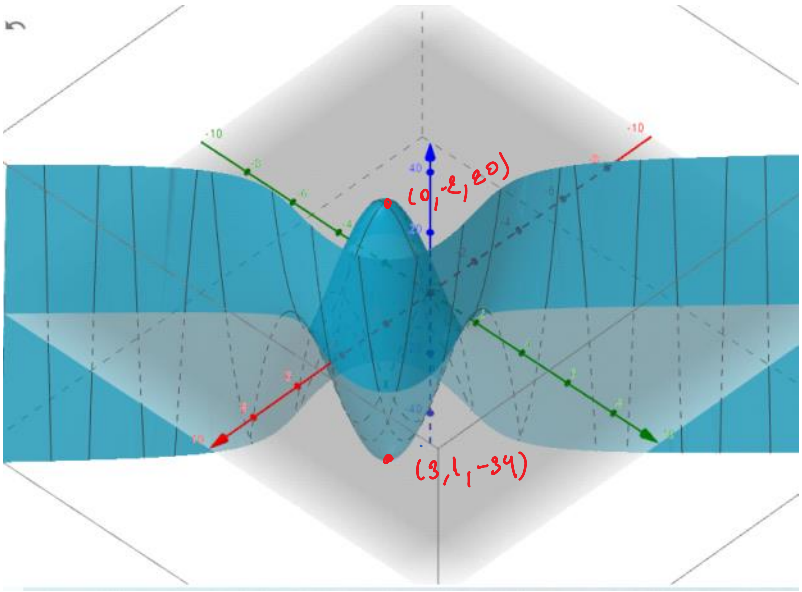
i) P.C. $\begin{cases} \dfrac{\partial f}{\partial x} = 6x^2 - 18x = 0 \\ \dfrac{\partial f}{\partial y} = 6y^2 + 6y - 12 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 3x = 0 \\ x(x-3) = 0 \\ y^2 + y - 2 = 0 \\ (y+2)(y-1) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \ \vee \ x = 3 \\ y = -2 \ \vee \ y = 1 \end{cases}$

$\Rightarrow$ $(0,-2)$; $(0,1)$; $(3,-2)$; $(3,1)$ son puntos críticos

ii) $H(x,y) = \begin{bmatrix} 12x-18 & 0 \\ 0 & 12y+6 \end{bmatrix}$, $\Delta_{11} = 12x - 18$. $\Delta_{22} = H(x,y)$

Punto crítico	Δ_{11}	det Δ_{22}	
$(0,-2)$	-18	324	$f(0,-2) = 20$
$(0,1)$	-18	-324	$f(0,1) = -7$
$(3,-2)$	18	-324	$f(3,-2) = -7$
$(3,1)$	18	324	$f(3,1) = -34$

$\rightarrow$ En $(0,-2)$ tenemos máx. local
$\rightarrow$ En $(0,1)$ punto de silla
$\rightarrow$ En $(3,-2)$ punto de silla
$\rightarrow$ En $(3,1)$ tenemos mín. local



Hallar los extremos relativos y puntos de silla de la función $f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 3x^2 - 3y^2 + 4$.

Solución

i) P.C. $\frac{\partial f}{\partial x} = 3x^2 + 3y^2 - 6x = 0$

$\frac{\partial f}{\partial y} = 6xy - 6y = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} x^2+y^2-2x=0 \\ y(x-1)=0 \end{cases} \Rightarrow$

• Si $y=0 \wedge x^2+y^2-2x=0$

$x(x-2)=0$

$x=0 \vee x=2$

• Si $x=1 \wedge x^2+y^2-2x=0$

$y^2-1=0$

$y=1 \vee y=-1$

$\Rightarrow (0,0);\ (2,0);\ (1,1);\ (1,-1)$

ii) $H(x,y) = \begin{bmatrix} 6x-6 & 6y \\ 6y & 6x-6 \end{bmatrix}$; $\Delta_{11} = 6x-6$, $\Delta_{22} = H(x,y)$

Punto crítico	Δ_{11}	det Δ_{22}	
$(0,0)$	-6	36	$f(0,0)=4$
$(2,0)$	6	36	$f(2,0)=0$
$(1,1)$	0	-36	$f(1,1)=2$
$(1,-1)$	0	-36	$f(1,-1)=2$

→ máx. local en $(0,0)$

→ mín. local en $(2,0)$

> puntos de silla en $(1,1)$ y $(1,-1)$