Estructuras Discretas I

DOCENTE: Mg. Franci Suni Lopez

Actividad :”Resolución de problemas de análisis combinatoria o conteo del libro de Johnsonbaugh(página(237(ejercicios del 25 al 40)) y página 226(ejercicios del 26 al 69)).”

Escuela:

“Ciencia de la Computación”

Año:

Primer año

Estudiante:

Josue Gabriel Sumare Uscca

Página237 (ejercicios 25-40)

25. $C_3^x \cong C_3^4$

$$C_3^4 = \frac{4!}{3!(4-3)!} = 4$$

26. 1° a b c
2° b c d
3° c d a
4° d b a

27. Combinatoria a b c d (Permutación)

abc bcd adc abd (Combinación)

Permutación

$6 \left\{ \begin{matrix} abc \\ cba \\ bca \\ bac \\ acb \\ cab \end{matrix} \right.$ $\}6$ $\}6$ $\}6$ $= \underline{24}$

28 C_3^{11} => Es combinatoria ya que no importa en la elección del comité

$$C_3^{11} = \frac{11!}{3! \times 8!} = 165$$

29. $C_4^{12} = \frac{12!}{4!\,8!} = 495$

30. 1° Pregunta

$C_6^{44} = \frac{44!}{6! \times 38!} = 7\,059\,052$

2° Pregunta

$C_6^{48} = \frac{48!}{6! \times 42!} = 12\,271\,512$

31 Club :

hombres : 6
mujeres : 7

C_5^{x} x = 6 hombres + 7 mujeres
x = 13 personas elegibles al comité

$C_5^{13} = \frac{13!}{5! \times 8!} = 1287$

32. hombres y Mujeres ≅ Comité

$C_3^{6} \times C_4^{7}$

$\frac{6!}{3!\;3!} \times \frac{7!}{4!\;3!} = 700$

33. Hay 3 casos posibles y 1 caso

3 hombres y 1 mujer

$C^6_3 \times C^7_1 = 140 +$

2 hombres y 2 mujeres

$C^6_2 \times C^7_2 = 315$

1 hombre y 3 mujeres

$6^6_1 \times C^7_3 = 210$

4 mujeres

$C^7_4 = 35$

665

hay 665 posibles comités de 4 personas con al menos 1 mujer y si en caso hubiese contado con tan solo mujeres habría 700 casos habria 700 casos

34. hay 3 casos posibles y 1 caso especial

3 mujeres y 1 hombre

$C^7_3 \times C^6_1 = 210$

2 mujeres y 2 hombres

$C^7_2 \times C^6_2 = 315$

1 mujeres y 3 hombres

$C^7_1 \times C^6_3 = 140$

4 hombres

$C^6_4 = 15$

680

Para hacer un comite de 4 con por lo menos y hombre habria 680 casos

deberiamos sumar

35. Sería 665 ya que esto se obtiene al excluir en los anteriores ejercicios, la posibilidad de ser del mismo sexo, esto para obtener un comité en el que hay variedad de sexo.

36 Republicanos

n° comités posibles $C(13, 4) - 13$

para que Rodolfo y Marta estén juntos sería

$C(11, 2)$

Para hallar el numero de comités sin que estén Rodolfo y Marta sería

$C(13,4) - C(11, 2)$

37 Republicanos 4 de 10

$C_4^{10} \quad \frac{10!}{4! \times 6!} = 210$

Democratas 3 de 12

$C_3^{12} \quad \frac{12!}{3! \times 9!} = 220$

Independientes 2 de 4

$C_2^{4} \quad \frac{4!}{2! \times 2!} = 6$

Principio de multiplicación, ya que suceden los 3 casos a la vez

$210 \times 220 \times 6$

277 200 posibles combinaciones //

38 ¿Cuantas cadenas de 8 bits contienen exactamente tres ceros?

En este caso hay una permutación debido a que el orden de la cadena importa y además de ser de elementos repetidos

$P^{8}_{3,5}$ $\frac{8!}{3! \times 5!}$ 3 ceros y 5 unos

56 cadenas con las características mencionadas

39 ¿Cuantas cadenas de 8 bits contienen 3 ceros seguidos y 5 unos?

$\underbrace{000}_{A}11111 \Rightarrow A11111 \Rightarrow$ Permutación lineal con repetición

6 bits
5 unos repetidos

$P^{6}_{5} = \frac{6!}{5!} = 6$

40 ¿Cuantas cadenas de 8 bits tienen almenos dos ceros seguidos?

numero total de cadenas de 8 bits $2^8 = a$
numeros de cadenas que no tienen ceros $C^8_0 = b$
numeros de cadenas que tienen un cero $C^8_1 = c$

$a - (b + c)$ = n° cadenas con almenos dos ceros seguidos

$2^8 - (1 + 8)$

247

Página 226 (ejercicios 26-69)

26. ¿Cuantas cadenas de 8 bits tienen al menos un 1?

$$\underbrace{2^8}_{\text{total de permutaciones}} - \underbrace{1}_{\text{total de cadenas que no tienen un 1}} = 255$$

27. ¿Cuantas cadenas son palíndromos?

a b c d d c b a $= 2^4 = 16$

2 2 2 2 1 1 1 1

2: significa que el bit puede tomar cualquier valor (0, 1)

1: significa que al ya tener un valor asignado ya que eso se hizo en la mitad previa

28) ¿Cuantas selecciones excluyen a Consuelo

$$P_3^{6-1} = P_3^5 = \frac{5!}{2!} = 60$$

29 $$P_3^4 = \frac{4!}{1!} = 24$$

30

Benjam Fran Puesto 3 ~~Puesto 4~~

$$P \quad 1 \times 1 \times 4$$

$$4 \times 3! = 24$$

31

Adolfo Puesto2 Puesto 3

$$1 \times 4 \times 3$$

5 personas - Fransico = 4personas

$$12 \times 3 = 36$$

ya que Adolfo
puede tomar cualquiera
de los tres lugares

32 ¿Cuantas selecciones hay que tengan a Adolfo como presidente o presidente y financiero?

Adolfo — presid

X — secretario

Y — tesorero

con adolfo como presid: $P_2^5 = 20$

$+$

sin adolfo: $P_3^5 = 60$

80 //

33 Presidente Benjamin

$P_2^5 = 20$

Tesorero Benjamin

$P_2^5 = 20$

$= 40$ //

34 {A,B,C,D,E}

$\underset{\text{letra 1}}{5} \times \underset{\text{letra 2}}{5} \times \underset{\text{letra 3}}{5} = 125$

35 $\underset{\text{letra 1}}{5} \times \underset{\text{letra 2}}{4} \times \underset{\text{letra 3}}{3} = 60$

36 $\underset{\text{letra 1}}{A} \times \underset{\text{letra 2}}{5} \times \underset{\text{letra 3}}{5} = 25$

37 $\underset{\text{letra 1}}{A} \times \underset{\text{letra 2}}{4} \times \underset{\text{letra 3}}{3} = 12$

38 $\underset{\text{letra 1}}{4} \times \underset{\text{letra 2}}{4} \times \underset{\text{letra 3}}{4} = 64$

39 $\underset{\text{letra 1}}{4} \times \underset{\text{letra 2}}{3} \times \underset{\text{letra 3}}{2} = 24$

40 total de cadenas con repeticiones − cadenas que no tienen a = cadenas q' tienen a

125 − 64 = 61 //

41. N° cadenas sin repeticione − N° cadena si se repiten que esten la 'a' − todo!

60 − 24

36

42. ¿Cuantos numeros hay?

conjunto [5, 200]

(200 − 5) + 1
195 + 1 = 196 numeros

43. ¿Cuantos son pares?

n° pares: 98 pares
n° impares 98 impares

Rpta 98 pares

44. ¿Cuantos son impares?

Rpta 98 impares

45. ¿Cuantos son divisibles entre 5?

5, 10, 15, ..., 200
5·1, 5·2, 5·3, ..., 5·40 Rpta 40

46. ¿Cuantos son mayores que 72?

n° cantidad de numeros del 5 a 72

196 numeros − [(72 − 5) + 1]
196 − 68 = 128

47. ¿Cuántos consisten en dígitos diferentes?

A 191 números del 10 al 200

aa	aaa
11	111
22	222
⋮	⋮
99	999
9	9

aaa

100, 101, 110 — 10

1 1 9

1 2 2

1 3 3

1 4 4

1 9 9 — 8

200 — 21

B: 30 números con dígitos iguales

A − B

161

48. ¿Cuántos contienen el dígito 7?

5, 07, 17, 27, 37, ..., 187, 197, 200

a	bc	abc	abc
5	1 0	1 0 0	2 0 0
6	-7 -7	-7 -7	
8			
9	9 9	9 9	
4	8 × 9 = 72	1 · 9 · 9 = 81	1

4 + 72 + 81 + 1 = 158

Números de casos en los que no está el 7

total − Números de casos en los que no está el 7 = 196 − 158 = 38

49. ¿Cuántos no contienen el dígito 7?

a	ab	abc
5	1 1	1 1 1
9	9 9	9 9
5	9 · 9	1 · 9 · 9

5 + 9 · 9 + 1 · 9 · 9 = 167 combinaciones o números que no contienen al 7

50. ¿Cuántos son mayores que 101 y no contienen al dígito 6?

102 ≤ x ≤ 200

abc

1 0 0

-6 -6

9 9

C {200} elemento no contado

B {100, 101} no entran a la lista

1 × 9 × 9 = 81 − 2 = 79 + C = 79 + 1

= 80

51. ¿Cuántos tienen dígitos en orden estrictamente creciente? (Por ejemplo 13, 147, 8)

$\overline{ab}$: 12, 23, …, 89 → $\frac{9}{1\cdot 8}$, $\frac{9}{1\cdot 7}$, …, $1\cdot 1$

$\overline{abc}$: 123, 134, …, 189 → $1\cdot 1\cdot 7$, $1\cdot 1\cdot 6$, …, $1\cdot 1\cdot 1$

$$\frac{8(8+1)}{2} + \frac{7(7+1)}{2} = \underline{64}$$

52. ¿Cuántos son de la forma $\overline{xyz}$ donde $0 \neq x < y \wedge y > z$?

$\overline{xyz}$: 120, 230, 340, 450, 560, 670, 780, 890

$1\cdot 8\cdot 2$, $1\cdot 7\cdot 3$, $1\cdot 6\cdot 4$, $1\cdot 5\cdot 5$, $1\cdot 4\cdot 6$, $1\cdot 3\cdot 7$, $1\cdot 2\cdot 8$, $1\cdot 1\cdot 9$

+6(1), +5(1), +4(1), +3(1), +2(1), +1(1), +1

$23 + 27 + 29 + 29 + 27 + 23 + 17 + 9$

$= \underline{184}$

53 a) ¿De cuántas maneras pueden ser diferentes los meses en que cumplen años cinco personas?

$\underset{\text{Persona 1}}{\underline{12_{opc}}}\ \underset{\text{persona 2}}{\underline{11_{opc}}}\ \underset{\text{Persona 3}}{\underline{10_{opc}}}\ \underset{\text{Persona 4}}{\underline{9_{opc}}}\ \underset{\text{Persona 5}}{\underline{8_{opc}}} = \underline{95\,040}$

b) ¿Cuántas posibilidades hay para los meses de los cumpleaños de cinco personas?

$\underset{\text{Persona 1}}{\underline{12}}\ \underset{\text{Persona 2}}{\underline{12}}\ \underset{\text{Persona 3}}{\underline{12}}\ \underset{\text{Persona 4}}{\underline{12}}\ \underset{\text{Persona 5}}{\underline{12}}\quad 12^5$

Rpta 248 832

c) total de cumpleaños − cumplen en diferentes meses = Rpta

$248832 - 95040 = \underline{153\,792}$

54. ¿De cuántas maneras pueden arreglarse estos libros en una repisa?

Conjunto = { 5 computación, 3 matemáticas, 2 arte }

todos son diferentes

$$P_{10}^{10} = \frac{10!}{0!} = \frac{10!}{1} = 3628800$$

55. ¿De cuántas maneras se pueden arreglar estos en una repisa si los cinco libros de computación van a la izquierda y los dos de arte a la derecha?

5   3   2

5 computa   3 mat   2 arte

$5! \times 3! \times 2!$

$120 \times 6 \times 2 = 1440$ arreglos

56. ¿De cuántas maneras se pueden arreglar estos libros en una repisa si se agrupan si los cinco de computación van a la izquierda?

5   5

5 comp   5 libros

$5! \cdot 5!$

$120 \times 120 = 14400$

57. ¿De cuántas maneras se pueden arreglar estos libros en una repisa si se agrupan todos los libros de la misma disciplina?

5   3   2   Orden de las estructuras

5 comp   3 mat   2 arte

$5! \times 3! \times 2! \times 3!$

$120 \times 6 \times 2 \times 6$

$120 \times 12 \times 6 = 8640$

58. ¿De cuántas maneras se pueden arreglar [illegible] en una repisa si los dos libros de [illegible] no quedan juntos?

8 libros 1 estructura [illegible]

$A = P_9^9 = 9! \times 2$ [illegible]

total − A = Rpta

$3628800 - 362880 = $ Rpta

$3265920 = $ Rpta //

59. En algunas versiones de FORTRAN, un identificador consiste en una cadena de uno a seis caracteres alfanuméricos [illegible] tenga una letra. (Un carácter alfanumérico es una letra de la A a la Z o un dígito del 0 al 9) ¿Cuántos identificadores válidos de FORTRAN existen?

$$\frac{9}{37} \quad \frac{9\ 9}{37 \cdot 37} \quad \frac{9\ 9\ 9}{37^3} \quad \frac{9\ 9\ 9\ 9}{37^4} \quad \frac{9\ 9\ 9\ 9\ 9}{37^5} \quad \frac{9\ 9\ 9\ 9\ 9\ 9}{37^6}$$

$37 + 37^2 + 37^3 + 37^4 + 37^5 + 37^6 = 2636996586$ //

60. Si X es un conjunto de n elementos y Y es un conjunto de m elementos ¿Cuántas funciones existen de X en Y?

X Y

1 → 1

2 2

n m

Principio de multiplicación

Rpta n^m

61.- Existen 10 copias de un libro y una copia de cada uno de otros 10 libros ¿De cuántas maneras se pueden elegir 10 libros?

$$C^{n}_{r} \text{ repetición} \quad \frac{(n+r-1)!}{r!\,(n-1)!} = \frac{20!}{10!\,10!}$$

n = total de elementos diferentes

r = conjuntos en que se agrupara

n = 11 libros diferentes

r = grupos de 10

$$= \underline{184756}$$

62.- ¿Cuántos términos hay en la expansión de

$$\underbrace{(x+y)}_{2\text{ términos}}\underbrace{(a+b+c)}_{3\text{ términos}}\underbrace{(e+f+g)}_{3\text{ términos}}\underbrace{(h+i)}_{2\text{ términos}}$$

$$2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 = \underline{36}$$

63 ¿Cuántos subconjuntos de un conjunto (2n+1) elementos tienen n elementos o menos?

$$C^{2n+1}_{n} + C^{2n+1}_{n-1} + C^{2n+1}_{n-2} + \ldots + C^{2n+1}_{1} + C^{2n+1}_{0}$$

Rpta: $2n+1!\left(\frac{1}{n!(n+1)!} + \frac{1}{(n-1)!(n+2)!} + \ldots + \frac{1}{2n!} + 1\right)$

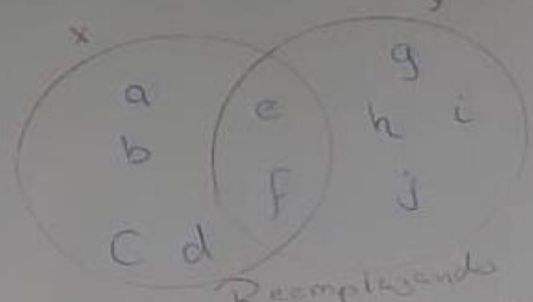
64. Cuantas relaciones antisimetricas existen en un conjunto de n elementos

Antisimetrico: quiere decir que un par de elementos no se repite en las agrupaciones, por lo que segun se deduce seria una combinatoria.

$$C^{n}_{2} = \frac{n!}{2(n-2)!} = \frac{n(n-1)}{2} \;//$$

65 Al no ser ajenos, quiere decir que existe una intersección entre ambos subconjuntos

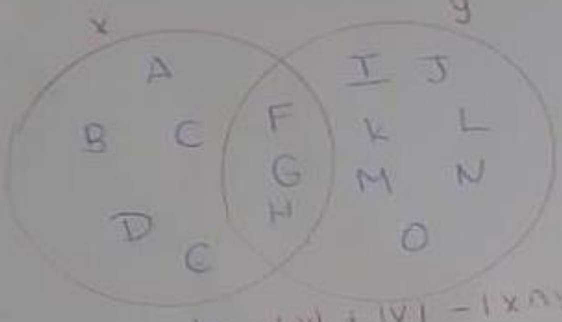
$|x \cup y| = |x| + |y| - |x \cap y|$



$|x| = 6$
$|y| = 6$
$|x \cap y| = 2$ Datos
$|x \cup y| = 10$

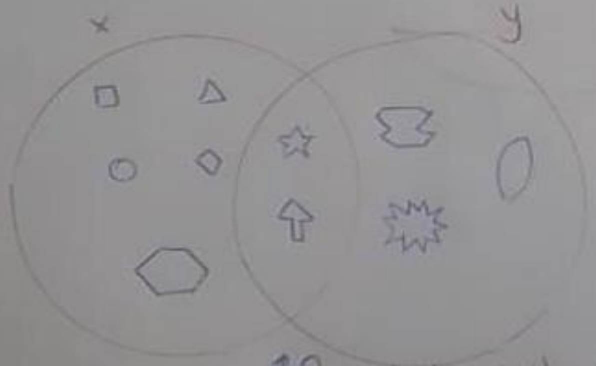
Reemplazando

$10 = |x| + |y| - |x \cap y|$
$10 = 6 + 6 - 2$



$|x| = 8$
$|y| = 10$
$|x \cap y| = 3$
$|x \cup y| = 15$

$15 = |x| + |y| - |x \cap y|$
$15 = 8 + 10 - 3$



$|x| = 7$
$|y| = 5$
$|x \cap y| = 2$
$|x \cup y| = 10$

$20 = |x| + |y| - |x \cap y|$
$10 = 7 + 5 - 2$

66. ¿Cuántas cadenas de 8 bits comienzan con 1 o terminan con 1? ¿Cuántas cadenas de 8 bits comienzan con 10 o el cuarto bit es 1?

$$\underset{1°}{1}\ \underset{2°}{0}\ \underset{3°}{0}\ \underset{4°}{\overset{0}{1}}\ \underset{5°}{\overset{0}{1}}\ \underset{6°}{\overset{0}{1}}\ \underset{7°}{\overset{0}{1}}\ \underset{8°}{\overset{0}{1}} = 2^5$$

$$\underset{1°}{\overset{0}{1}}\ \underset{2°}{\overset{0}{1}}\ \underset{3°}{\overset{0}{1}}\ \underset{4°}{1}\ \underset{5°}{\overset{0}{1}}\ \underset{6°}{\overset{0}{1}}\ \underset{7°}{\overset{0}{1}}\ \underset{8°}{\overset{0}{1}} = 2^7$$

$+$ $\underline{160}$ //

67. ¿Cuántas cadenas de 8 bits comienzan con 1 o terminan en 1? 1 0

1° Caso: Comienzan en 1, pero no terminan en 1

$$\underset{1°}{1}\ \underset{2°}{\overset{0}{1}}\ \underset{3°}{\overset{0}{1}}\ \underset{4°}{\overset{0}{1}}\ \underset{5°}{\overset{0}{1}}\ \underset{6°}{\overset{0}{1}}\ \underset{7°}{\overset{0}{1}}\ \underset{8°}{0} = 2^6$$

$+$ $\underline{128}$ //

2° Caso: termina en 1, pero no comienza en 1

$$\underset{1°}{0}\ \underset{2°}{\overset{0}{1}}\ \underset{3°}{\overset{0}{1}}\ \underset{4°}{\overset{0}{1}}\ \underset{5°}{\overset{0}{1}}\ \underset{6°}{\overset{0}{1}}\ \underset{7°}{\overset{0}{1}}\ \underset{8°}{1} = 2^6$$

63. ¿Cuántas selecciones existen en las que Benjamín es presidente o Alicia es secretaria?

Conjunto = { Alicia, Benjamín, Consuelo, Adolfo, Eduardo, Francisco }

$$\frac{\text{Ben}}{\text{Pres}} \times \frac{5}{\text{Sec}} \times \frac{4}{\text{Teso}} = 20$$

$+$ $\quad$ $\underline{40}$

$$\frac{5}{\text{Pres}} \times \frac{\text{Al.}}{\text{Sec}} \times \frac{4}{\text{Teso}} = 20$$

64. ¿Cuántas selecciones existen en las que Consuelo es presidente o Alicia tiene un puesto?

$$\frac{\text{Cons}}{\text{Pres}} \times \frac{5}{\text{Sec}} \times \frac{4}{\text{Teso}} = 20 = 20$$

$+$ $\quad$ $\underline{80}$

$$\frac{\text{Al.}}{\text{Pres}} \times \frac{5}{\text{Sec}} \times \frac{4}{\text{Teso}} = 20 \times \underbrace{3}_{\text{Puestos que pueden tomar Alicia}} = 60$$