



UNSA

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN AGUSTÍN DE AREQUIPA

Estructuras Discretas I

DOCENTE: Mg. Franci Suni Lopez

Actividad:” Resolución de problemas del libro
Discrete mathematics and its applications”

Escuela:

“Ciencia de la Computación”

Año:

Primer año

Estudiante:

Josue Gabriel Sumare Uscca

Pagina 527

Exercises

1) $A = [0, 1, 2, 3, 4]$ $R \subseteq (A \times B)$

$$B = [0, 1, 2, 3]$$

$$(a, b) \in R$$

a) $a = b$

$$R = [(0, 0), (1, 1), (2, 2), (3, 3)]$$

b) $a + b = 4$

$$R = [(1, 3), (2, 2), (3, 1), (4, 0)]$$

c) $a > b$

$$R = [(1, 0), (2, 1), (2, 0), (3, 2), (3, 1), (3, 0), (4, 3), (4, 2), (4, 1), (4, 0)]$$

d) a/b

$$R = [(0, 0), (0, 1), (0, 2), (0, 3), (1, 0), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 0), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 0), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (4, 0), (4, 1), (4, 2), (4, 3)]$$

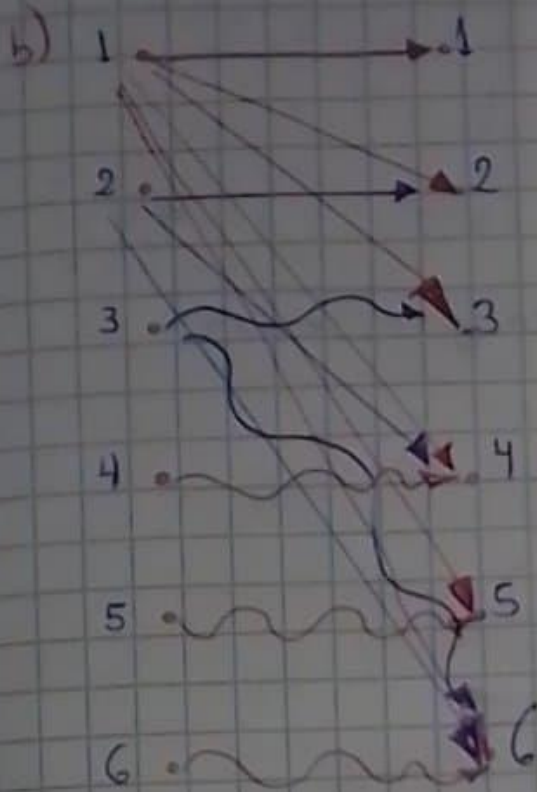
e) $\text{gcd}(a, b) = 1$

$$R = [(1, 0), (0, 1), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (3, 1), (4, 1), (2, 3), (3, 2), (4, 3)]$$

f) $\text{lcm}(a, b) = 2$

$$R = [(1, 2), (2, 1), (2, 2)]$$

2) a) $R = [(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,2), (2,4), (2,6), (3,3), (3,6), (4,4), (5,5), (6,6)]$



c)

R	1	2	3	4	5	6
1	*	*	*	*	*	*
2		*		*		*
3			*			*
4				*		
5					*	
6						*

3) a) $[(2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 2), (3, 3), (3, 4)]$

o^a Solo transitivo

b) $[(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)]$

o^a Es transitivo, simétrica y reflexivo

c) $[(2, 4), (4, 2)]$

o^a Es simétrica

d) $[(1, 2), (2, 3), (3, 4)]$

o^a Es antisimétrica

e) $[(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)]$

o^a Reflexivo, simétrica, antisimétrica, transitivo

f) $[(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 4)]$

o^a No es ninguno y tampoco antisimétrica, debido a que tiene propiedades simétricas.

4) a) a es mas alto que b

$A \in \{\text{Todas las personas}\}$

- No es simetrico porque solo puede ser alto, mas no puedes ser alto y bajo en comparación a otra no es posible
 - Si es transitivo ya que una persona puede ser mas baja que otra pero mas alta que otra
- o.o Antisimetrica y transitiva

b) a y b nacieron el mismo día

- Reflexiva, ya que el conjunto de todas las personas pueden nacer el mismo día

o.o Al cumplir la propiedad reflexiva se cumple tambien simetrica y transitiva

c) a tiene el mismo nombre que b

- Reflexivo, porque todas las personas tienen un nombre ✓
- Simetrico, si dos personas tienen el mismo nombre el orden no importa ✓
- Transitiva

o.o Reflexiva, simetrico y transitivo

d) a y b tienen un abuelo común

- Reflexiva, si tienen un mismo abuelo en este caso una persona tiene un abuelo $(a,a), (b,b)$

- Simetrico, El orden en que se pongan los nietos no importa

- Transitivo, Se cumpliria en cierta manera pero no necesariamente se cumple ya que al haber abuelos paternos y maternos no se cumple para todos

o.o Reflexiva, simetrica

5) $R = \{ \text{Todas las webs} \}$

a) Las que han visitado la página web a también han visitado la página web b

$(a, b), (a, a), (b, b)$

- Reflexiva, todos los que visitan una página en sí la visitan $\rightarrow (a, a), (b, b), (c, c)$
- Simétrico, si se visita una web, no importa el orden
- Transitivo, no necesariamente se han visitado los 2 páginas $(a, b), (b, c), (a, c)$

∴ Reflexiva y transitiva

b) No hay enlaces comunes en web a y web b

- Reflexiva, Todos los portales web tienen el mismo enlace por eso no se cumple
- Simétrico, se cumple porque el orden no importa
- Transitivo, No se cumple para todos

∴ Es simétrico

c) Hay al menos un enlace común web a y b

- Reflexiva, Si ya que se cumple $(a, a), (b, b), (c, c)$
- Simétrica, si ya que no importa el orden
- Transitiva, No se cumple necesariamente

∴ Reflexiva y simétrica

d) Hay una página web que incluye enlaces a ambos sitios web página a y b

- Reflexiva, si ya que todos al ser iguales contienen el mismo enlace
- Simétrica, si ya que no importa el orden
- Transitiva, No ya que no se cumple para todos

∴ Reflexiva y simétrica

a) $R = \{x, \mathbb{R}\}$

a) $x + y = 0$

$R = [(-\infty, +\infty), (-10, 10), (0, 0), (10, -10)]$

- Simétrica

b) $x \neq y$

$x + y = 0$

$R = [(-10, -10), (-10, 10), (0, 0), (10, -10), (10, 10)]$

- Reflexivo
- Simétrico
- Transitivo

c) $x - y \in \mathbb{Q}$

$R = [(10, 10), (10, 8), (8, 6), (10, 6)]$

- Reflexivo
- Simétrico
- Transitivo

d) $x = 2y$

$R = [(2, 1), (0, 0), (9, 0)]$

- Antisimétrica

e) $x \cdot y \geq 0$

$R = [(-5, 3), (0, 1), (0, 0), (1, 0), (2, 3), (-2, -3)]$

- Reflexiva
- Simétrica

f) $x \cdot y = 0$

$R = [(-3, 0), (-2, 0), (0, 0), (0, -3)]$

- Simétrico

g) $x \leq 1$

$R = [(1, 0), (1, -1), (1, 1), (1, 2), (1, 3)]$

- Antisimétrico
- Transitivo

h) $R = [(1, 5), (1, 2), (3, 4), (5, 1), (10, 1)]$ $x \neq 1$ or $y \neq 1$

- Simétrico

$$7 \quad R = \{ \mathbb{Z} \}$$

$$a) \quad x \neq y$$

$$R = [(-10, 10), (20, 30), (30, 20), \dots]$$

- Simetrica

$$b) \quad x \neq y$$

$$R = [(-4, -1), (-4, -2), (-2, -1), (2, -1), (1, 5), (5, 1), (2, 1), (1, 2), \dots]$$

- Simetrica
- transitiva

$$c) \quad x = y + 1 \text{ or } x = y - 1$$

$$R = [(-10, -9), (-9, -8), \dots, (1, 0), (2, 1), (-9, -10), (-8, -9), \dots, (0, 1), (1, 2)]$$

- Simetrica

$$e) \quad x \text{ es } \frac{1}{y}$$

$$R = [(10, 10), (10, 5), (10, 2), (10, 1), (5, 10), (2, 10), (1, 10)]$$

- Reflexiva
- Transitiva

f) "x" y "y" son negativos o ambas no son

$$R = [(-50, -30), (-50, -50), \dots, (10, 20), (10, 10)]$$

- Reflexiva
- Simetrica
- Transitiva

$$g) x = y^2$$

$$R = [(9, 3), (9, -3), (4, 2), (100, 10), (0, 0)]$$

- Antisimetrico

$$h) x \geq y^2$$

$$R = [(9, 3), (9, 2), (9, 1), (9, -1), (3, 1), (9, 1)]$$

- Antisimetrico
- Transitivo

8) Dar un ejemplo de una relación en un conjunto que sea

a) Simétrica y antisimétrica

$$x = y$$

$$R = [(-\infty, -\infty), \dots, (-10, -10), (0, 0), (10, 10), \dots]$$

b) Ni simétrica ni antisimétrica

$$x < y$$

$$R = [(10, 5), (10, 0), (10, 10), (10, 1)]$$

9) ¿Es reflexivo si no hay (a, a) ?
¿Que relación del ejercicio 3 es reflexiva?

1. $[(2, 4), (4, 2)]$

2. $[(1, 2), (2, 3), (3, 4)]$

3. $[(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 4)]$

10) En el ejercicio 4 ¿cuál es reflexiva?

1. a es más alto que b

11) En el ejercicio 5 cuales son irreflexivos

o.o Ninguno es irreflexivo ya que lo que pasa en las relaciones que son irreflexivas, hay al menos una relación reflexiva

12) En el ejercicio 6 cuales son irreflexivos

o.o Ninguna de las relaciones es irreflexiva ya que al menos tienen una relación reflexiva (a, a)

13) Puede una relación ser reflexiva y irreflexiva:

Si esto debido a que el concepto dice que no puede cumplir ambas propiedades simultáneamente y que también puede no ser ni una ni otra

$$\Rightarrow A = \{a, b, c, d\}$$

$$R = \{(a, a), (b, b), (c, c), \dots, a, d\}$$

$$14) \nexists b \in A \rightarrow (b, b) \notin R$$

17) Que relaciones en el ejercicio 4 son asimétricas,

1. a es mas alto que b es asimétrica

18) Que relaciones en el ejercicio 5 son asimétricas

o.o En el numero 5 ninguna de las escrituras de las paginas web cumple la propiedad asimétrica

19) Que relaciones del ejercicio 6 son asimétricas

c. Ninguna de las relaciones cumple la propiedad asimétrica

20) Mediante cuantificadores expresar la relación simétrica

$$= \forall a, b \quad [(a, b) \in R \rightarrow (b, a) \in R]$$

22) Dar un ejemplo de relación asimétrica tomando como conjuntos a todos

23) Cuántas relaciones diferentes hay de un conjunto con m elementos a uno de n elementos?

$$m = \{a, b, c\} \quad |m| = 3$$

$$n = \{a, b\} \quad |n| = 2$$

$$\circledast \quad m, n$$

Pagina 553

$$1) R \subseteq \{0, 1, 2, 3\}$$

$$R = \{(0, 1), (1, 1), (1, 2), (2, 0), (2, 2), (3, 0)\}$$

a) Cierre reflexivo de R

$$r(R) = \{(0, 1), (1, 1), (1, 2), (2, 0), (2, 2), (3, 0), (0, 0), (3, 3)\}$$

b) Cierre simétrico de R

$$s(R) = \{(0, 1), (1, 1), (1, 2), (2, 0), (2, 2), (3, 0), (1, 0), (2, 1), (0, 2), (0, 3)\}$$

2) Sea R la relación $\{(a, b) \mid a \neq b\} \in \mathbb{Z}$

¿Cuales es el cierre reflexivo?

$$r(R) = \{(-\infty, -\infty), \dots, (10, 10), (20, 20), \dots, (z, z)\}$$

$$r(R) = \{(a, a)\}$$

$$a \in \mathbb{Z}$$

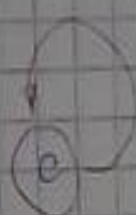
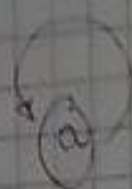
3) $R = \{(a, b) \mid a \text{ divide } b\} \in \mathbb{Z}$

¿Cual es el cierre simétrico de R ?

- Todos los números pueden dividirse a si mismo excepto el 0

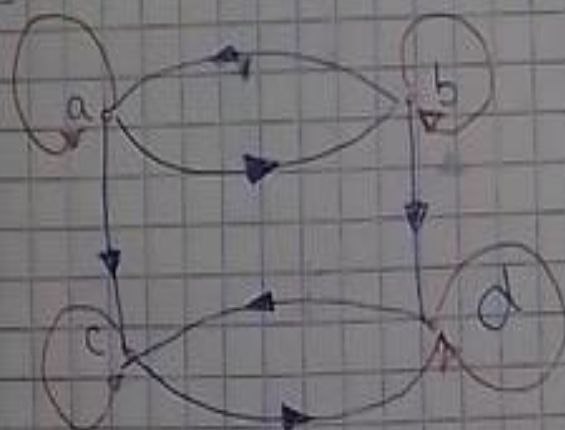
$$s(R) = \{(1, -1000), \dots, (0, 0)\}$$

4) ¿Como una grafica puede representar una relación reflexiva?

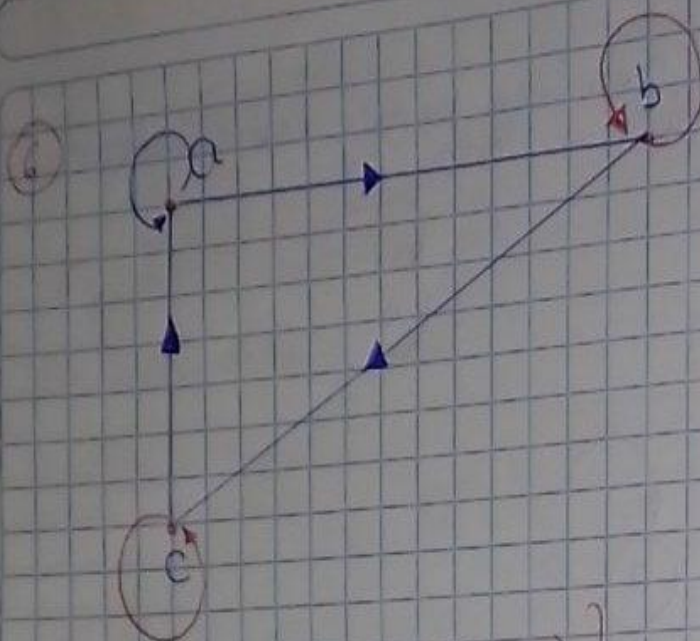


De esta forma de una flecha dirigida a si misma que nos dice que es una relación reflexiva

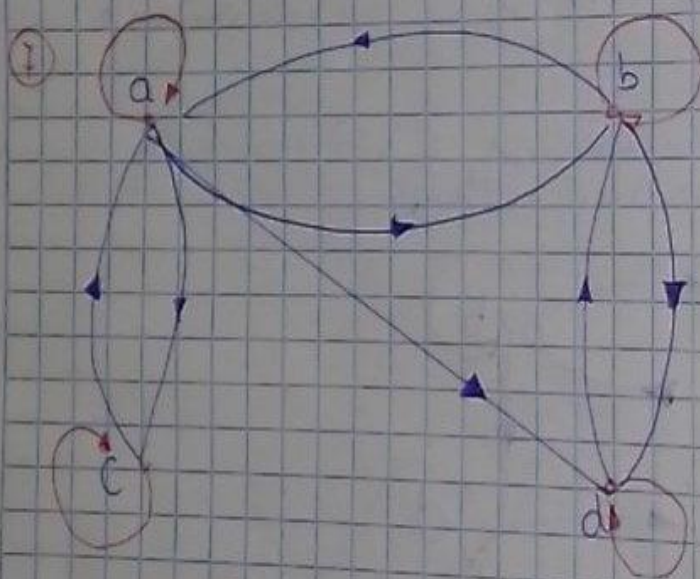
5) En las ejercicios del 5 a 7 realice la grafica de un cierre reflexivo



$$r(R) = \{ \dots, (a,a), (b,b), (c,c), (d,d) \}$$

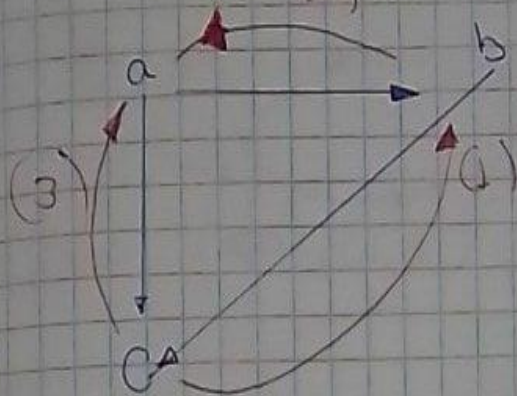


$$r(R) = \{ \dots; (b, b); (c, c) \}$$



$$r(R) = \{ \dots; (a, a), (b, b), (c, c), (d, d) \}$$

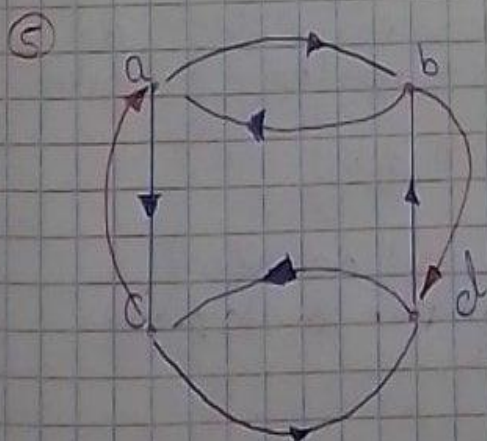
③ Como se puede representar una relación con cierre simétrico (2)



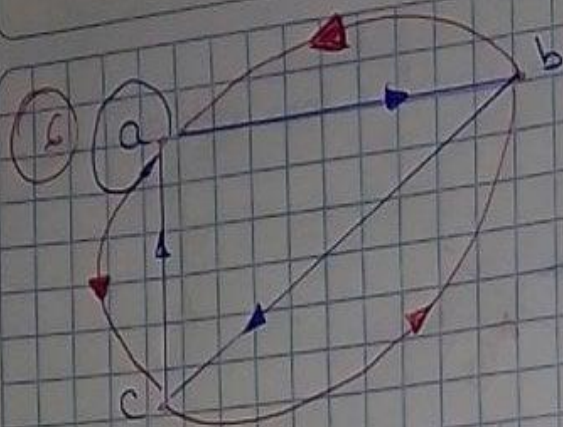
Rpta: Para toda relación R por ordenado existente debe existir un par ordenado con los elementos al revés:

$(b, a), (c, a) \dots (1)$

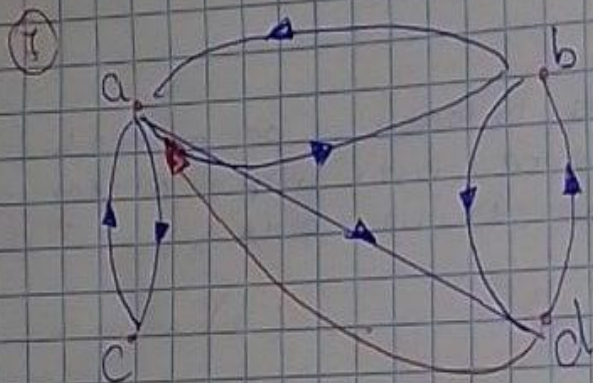
④ Encuentre los cierres simétricos en los ejercicios 5/6 y 7



$S(R) = \{(a, b), (b, a), (a, c), (c, a), (b, d), (d, b), (c, d), (d, c)\}$



$$s(R) = \{ \dots; (b, a), (c, b), (a, c) \}$$



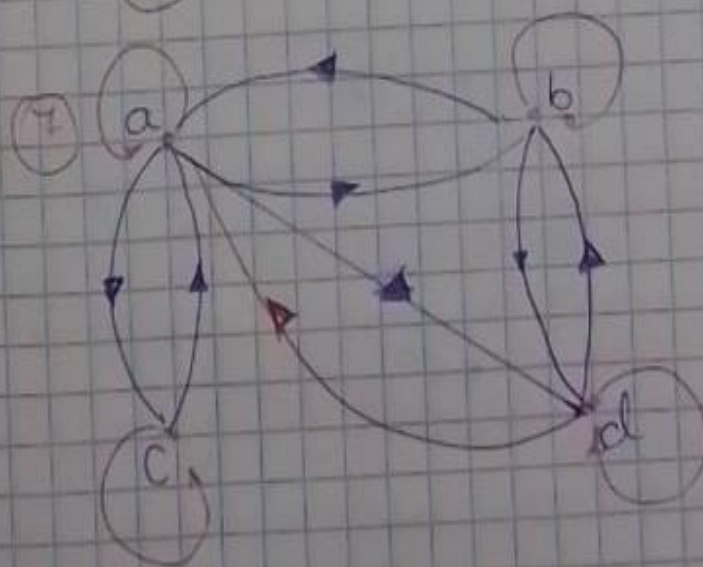
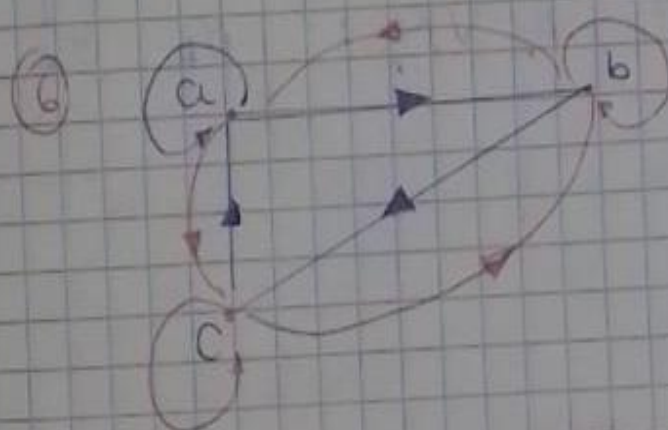
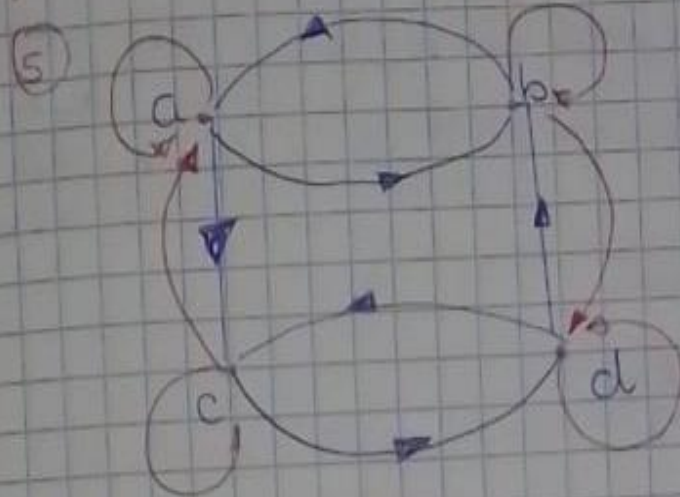
$$s(R) = \{ \dots; (d, a) \}$$

10) Encuentra la relación más pequeña del ejercicio 2 que sea reflexiva y simétrica

$$R = \{ (a, b) \mid a \neq b \}$$

La relación del ejercicio 2 no puede cumplir con la propiedad reflexiva.

1) Encuentre la grafa mas pequeña, que sea reflexiva y simetrica (Ejercicio 5, 6, 7)



12) Por definición

$$(u, a) \in R \quad (a \in A)$$

se le agrega un 1 si $(a, b) \in R$

se le agrega un 0 si $(a, a) \nexists$

$$(a, b) \in R$$

$$(a, a) \quad a=b$$

$$(a, b) \notin R$$

$$(a, b) \quad a \neq b$$

13) Por definición

Cerre simétrico

$$R \cup R^{-1}$$

$$M_{R \cup R^{-1}} = M_R \vee M_R^{-1} = M_R \vee M_R^T$$

- 16)
- a) $a, b, c, e \Rightarrow$ Camino
 - b) $b, e, c, b, e \Rightarrow$ No es camino
 - c) $a, a, b, e, d, e \Rightarrow$ Camino
 - d) $b, c, e, d, a, a, b \Rightarrow$ No es camino
 - e) $b, a, c, b, e, d, e, d \Rightarrow$ Camino
 - f) $a, a, b, b, c, c, b, e, d \Rightarrow$ No es camino
 - g)

17)

$(a, b, e, a), (a, d, e, a),$
 $(b, c, c, b), (b, e, a, b),$
 $(c, c, b, c), (c, b, c, c),$
 $(d, e, c, d), (d, e, a, d),$
 $(e, a, b, e), (e, c, d, e),$
 $(c, d, e, c).$

- 18)
- a) $a, b \Rightarrow$ Hay un camino
 - b) $b, a \Rightarrow$ Hay un camino
 - c) $b, b \Rightarrow$ Hay un camino
 - d) $a, e \Rightarrow$ Hay un camino
 - e) $b, d \Rightarrow$ Hay un camino
 - f) $c, d \Rightarrow$ Hay un camino
 - g) $d, d \Rightarrow$ Hay un camino
 - h) $e, a \Rightarrow$ Hay un camino
 - i) $e, c \Rightarrow$ Hay un camino

Pagina 562

$$A \in [0, 1, 2, 3]$$

1) Cuales son relaciones de equivalencia

a) $[(0, 0), (1, 1), (2, 2), (3, 3)]$

- Si es relación de equivalencia, porque es reflexiva, simétrica y transitiva.

b) $[(0, 0), (0, 2), (2, 0), (2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)]$

- No es relación de equivalencia, porque cumple la propiedad reflexiva pero no para el par $(1, 1)$

c) $[(0, 0), (1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 3)]$

- Es relación de equivalencia, porque cumple todas las propiedades

d) $[(0, 0), (1, 1), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3)]$

- No cumple la propiedad transitiva, por lo que no es una relación de equivalencia.

e) $[(0, 0), (0, 1), (0, 2), (1, 0), (1, 1), (1, 2), (2, 0), (2, 2), (3, 3)]$

- No simétrica \Rightarrow No es una relación de equivalencia

2) $A = \{ \text{Todas las personas} \}$

Determinar las propiedades que no son equivalentes

a) $R = \{ (a, b) \mid a \text{ y } b \text{ tienen la misma edad} \}$

$$R = \{ (a, a), (b, b), \dots, (d, d), (a, b), (b, a), (a, c), (c, d), (a, d) \}$$

o^a Es una relación de equivalencia, porque cumple todas las propiedades.

b) $R = \{ (a, b) \mid a \text{ y } b \text{ tienen los mismos padres} \}$

$$R = \{ (a, a), (b, b), \dots, (a, b), (b, a), (b, c), (a, c) \}$$

o^a Es una relación de equivalencia, porque cumple con todas las propiedades.

c) $R = \{ (a, b) \mid a \text{ y } b \text{ comparten un mismo padre} \}$

$$R = \{ (a, a), (b, b), \dots, (a, c), (c, a), (c, d), \cancel{(a, d)} \}$$

no cumple

o^a No es una relación de equivalencia porque no cumple con la propiedad transitiva.

d) $R = \{ (a, b) \mid a \text{ y } b \text{ se conocen} \}$

$$R = \{ (a, a), (b, b), \dots, (a, c), (c, a), (c, d), \cancel{(a, d)} \}$$

no se cumple

o^a No es una relación de equivalencia, no transitiva.

c) $\{(a, b) \mid a \text{ y } b \text{ hablan el mismo idioma}\}$
 $R = \{(a, a), (a, b), \dots, (c, c), (b, d), (a, d)\}$
 \Rightarrow Es una relación de equivalencia

3) a) $\{(f, g) \mid f(1) = g(1)\}$

- Cumple:
 - Reflexiva
 - Transitiva
 - Simétrica

→ Relación de equivalencia

b) $\{(f, g) \mid f(0) = g(0) \text{ or } f(1) = g(1)\}$

- Reflexiva
- Transitiva
- Simétrica

→ Relación de equivalencia

c) $\{(f, g) \mid f(x) = g(x) \text{ for all } x \in \mathbb{Z}\}$

→ No es reflexiva, simétrica, transitiva.

d) $\{(f, g) \mid \exists c \in \mathbb{Z}, \forall x \in \mathbb{Z}, f(x) - g(x) = c\}$

→ Solo cumple la propiedad antisimétrica

e) $\{(f, g) \mid f(0) = g(1) \wedge f(1) = g(0)\}$
 $R = \{(a, b), (b, a), (c, c), \dots, (e, e)\}$

→ Reflexiva, simétrica, antisimétrica, transitiva.

4) 1) $A = \{ \text{alumnos de Matemáticas discretas} \}$

$R = \{ (x, y) \mid x \text{ tiene la misma nota que } y \}$

2) $R = \{ (x, y) \mid x \text{ toma al menos un curso igual que } y \}$

3) $R = \{ (x, y) \mid x \text{ va a la misma universidad que } y \}$

5) $A = \{ \text{Edificios de un campus universitario} \}$

1) $R = \{ (x, y) \mid x \text{ tiene la misma cantidad de niveles que } y \}$

2) $R = \{ (x, y) \mid x \text{ tiene la misma cantidad de años de inauguración que } y \}$

3) $R = \{ (x, y) \mid x \text{ pertenece a la misma universidad que } y \}$

6) $A = \{ \text{Clases ofrecidas en la escuela} \}$

1) $R = \{ (x, y) \mid x \text{ tiene el mismo peso que } y \}$

2) $R = \{ (x, y) \mid x \text{ tiene el mismo profesor que } y \}$

3) $R = \{ (x, y) \mid x \text{ pertenece a la misma carrera que } y \}$

7) Relación de eqv. Valencia

$R_F = \text{Contradicciones}$

$R_T = \text{Tautologías}$

$$8) R = \{(s, t) \mid |s| = |t|\}$$

$$S = \{0, 1, 2\}$$

$$T = \mathbb{Z}$$

Reflexivo

$$s \in A$$

$$|s| = |s|$$

$$(s, s) \in R$$

Transitivo

$$R = \{(s, t); (t, u); (s, u)\}$$

Simétrico

$$R = \{(s, t), (t, s)\}$$

¿Es una relación de equivalencia?

9) a) $\{(x, y) \mid x, y \text{ son pares ordenados}\}$

$$R = \{(2, 2); (4, 4); (2, 4); (4, 6); (2, 6)\}$$

• Relación de equivalencia

b) ¿Cuáles son las clases de equivalencia?

$$x = 2$$

$$\underline{c(x)}$$

\rightarrow Ya que todos los pares se relacionan

$$12) R = \{ (x, y) \mid x \text{ and } y \text{ are strings of length } 2 \}$$

$$R = \{ (a, b), (b, a), (b, c), (a, c) \}$$

$$a = pqro \mid o$$

$$b = pqrt \mid o$$

$$c = prco \mid$$

→ Relación de equivalencia

$$11) R = \{ (a, b), (b, a), (a, c), (c, a) \}$$

$$a = abc \mid$$

$$b = abc \mid$$

$$c = abc$$

→ Relación de equivalencia

$$10) R = \{ (a, b), (b, a), (b, c), (a, c) \}$$

$$a = xyz \mid$$

$$b = xzy \mid o$$

$$c = xzy \mid$$

$$13) R = \{ (a, b), (b, c), (a, c), (b, a) \}$$

$$a = xoy \mid$$

$$b = xoy \mid$$

$$c = xoy \mid$$

$$14) R = \{ (x, y) \mid$$

$$R = \{ (a, y), (b, b), (b, a) \}$$

a todas las caracteres del inglés
 b todas las caracteres del inglés

$$15. R = \{ (a, b), (c, d) \mid a + d = b + c \}$$

Reflexiva

$$R: (a, b), (b, a)$$

$$R = a + b = b + a$$

Simétrica

$$R = \{ (a, b), (c, d) \}$$

$$a + d = b + c$$

$$R = \{ (b, a), (d, c) \}$$

$$b + c = a + d$$

$$a + d = a + d$$

Transitiva:

$$R = \{ (a, b), (c, d), (c, d), (e, f) \}$$

$$a + d = b + c \quad (i)$$

$$c + f = d + e \quad (ii)$$

$$a = b + c - d$$

$$f = d + e - c$$

$$a + f = b + c - d + d + e - c = b + e$$

$$a, f = b + e$$

$$R = \{ (a, b), (e, f) \} \in R$$

→ Es una relación de equivalencia porque cumple con las tres propiedades