



UNSA

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN AGUSTÍN DE AREQUIPA

# Estructuras Discretas II

Docente: Carlo Corrales Delgado

Actividad

Ejercicios

Escuela:

Ciencia de la computación (Primer año)

Temas:

-Grupos y semigrupos

Alumno:

Josue Gabriel Sumare Uscca

## Ejercicios

1) ¿Es operación cerrada? Si

¿Es asociativa? Si

¿Es conmutativa? Si

¿Tiene elemento neutro? Si

¿Tiene elemento Simétrico? Si

$(\mathbb{Z}_5, +)$  es un grupo Abeliano

2) a)

$\bullet$	$+I$	$-I$	$X$	$-X$
$+I$	$I$	$-I$	$X$	$-X$
$-I$	$-I$	$I$	$-X$	$X$
$X$	$X$	$-X$	$I$	$-I$
$-X$	$-X$	$X$	$-I$	$I$

$$X \bullet X = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -3 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

b) ¿Es operación cerrada? Si

¿Es asociativa? Si

¿Es conmutativa? Si

¿Tiene elemento neutro? Si

¿Tiene elemento Simétrico? Si

Es grupo Abeliano

3) ¿Es Asociativa?

$$a \oplus (b \oplus c) = (a \oplus b) \oplus c$$

$$a \oplus (b + c - 8) = (a + b - 8) \oplus c$$

$$a + (b + c - 8) - 8 = (a + b - 8) + c - 8$$
$$8 = 8$$

Elemento Neutro

$(\mathbb{Z}, \oplus)$  es grupo abeliano

$$\mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$$

$$a \oplus b \rightarrow a + b - 8$$

$$a \oplus e = a$$

$$a + e - 8 = a$$

$$e = 8$$

Simétrico

$(\mathbb{Z}, \oplus)$  es grupo abeliano

$$\mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$$

$$a \oplus a^{-1} = e$$

$$a + a^{-1} - 8 = 8$$

$$a^{-1} = 16 - a$$

Associative

$$a * (b * c) = (a * b) * c$$

$$a + b + c - bc - ab - ac + abc =$$
$$a + b - ab + c - ac - bc + abc$$

Now Commutative

$$a * b = b * a$$

$$a + b - ab = b + a - ba$$

$$a * (b \oplus c) = (a * b) \oplus (a * c)$$

$$(b + c - \emptyset) = (a + b - ab) \oplus (a + c - ac)$$

$$9a + b + c - \emptyset - ab - ac = 2a + b + c - ab - ac - \emptyset$$



④  $(R, /)$

- 1) Es operación cerrada  $R/R = R$
- 2) No es asociativa  $(a/b)/c \neq (a)/(b/c)$
- 3) No es conmutativa

No es ninguna de las estructuras  
sino un Grupo de

⑤  $(\mathbb{Z}, \text{M.C.M})$

- 1) Es operación cerrada  $\text{mcm}(\mathbb{Z}, \mathbb{Z}) = \mathbb{Z}$
- 2) Es asociativa  $\text{mcm}([a, b], c) = \text{mcm}(a, (b, c))$
- 3) Tiene elemento neutro es decir si  $a, e = a$   
 $e = 1$
- 4) No tiene simétrico
- 5) Es conmutativo

Es grupo Abelianno

⑥ ¿+ cerrada en  $P$ ?

1)  $\forall a, b \in P$ ;  $a = 2 \cdot k_1 \wedge b = 2 \cdot k_2$   
con  $k_1, k_2 \in \mathbb{Z}$ .

Sumando miembro a miembro:  $a + b = 2 \cdot k_1 + 2 \cdot k_2 \Rightarrow a + b = 2 \cdot (k_1 + k_2)$

Como  $k_1$  y  $k_2$  son enteros su suma también lo es.  $a + b = 2 \cdot k_3 \wedge k_3 \in \mathbb{Z}$   
Por lo tanto  $a + b \in P$ ; entonces + es cerrada en  $P$ .

2) ¿Es + asociativa en  $P$ ? Debemos ver si  $\forall a, b, c \in P$ :  $a + (b + c) = (a + b) + c$ .  
Dem. / El conjunto  $P$  está incluido en  $\mathbb{Z}$ . Nosotros sabemos que + es asociativa en  $\mathbb{Z}$ , es decir que  $\forall a, b, c \in \mathbb{Z}$ :  $a + (b + c) = (a + b) + c$ .  
Entonces si es asociativa.

3) Si es conmutativa en  $P$

4) Neutro es 0, entonces tiene neutro.

5) Si tiene simétrico que es el opuesto.

⑦ 1) ¿Es cerrada? Como en la tabla toda operación está definida en  $A$ .

2) Como es simétrica con respecto a la diagonal principal.

3) Como la fila  $b$  y columna  $b$  tienen el mismo orden  $b$  es elemento neutro.

4) Todos los elementos tienen simétrico, por lo que es simétrico.

5) Si es asociativa

Es grupo Abeliiano



8) ¿ $G$  es cerrada?

1) Si es cerrada ya que con esta relación seguiría en el conjunto de  $Q$ .

$$2) a * (b * c) = (a * b) * c \quad \text{Asociativa}$$
$$a + b + c - 6 = a + b + c - 6 \quad \checkmark$$

$$3) a * b = b * a$$

$$a + b - 3 = a + b - 3$$

Commutativa

$$4) a * e = a$$

$$a + e - 3 = a$$

$$e = 3$$

Neutro

$$5) a * a^{-1} = 3$$

$$a + a^{-1} - 3 = 3$$

$$a^{-1} = 6 - a$$

9)  $(\mathbb{N}; +)$

1) Es operación cerrada

$$\mathbb{N} + \mathbb{N} = \mathbb{N}$$

2) Es asociativa

$$(a+b)+c = a+(b+c)$$

3) Tiene elemento neutro  $0$

$$0 \in \mathbb{N}$$

4) No tiene simétrico ya que estos no están en los naturales

5) Es conmutativo

Es grupo Abelianno.

10)  $(\mathbb{N}; \times)$

1) Es operación cerrada

$$\mathbb{N} \times \mathbb{N} = \mathbb{N}$$

2) Es asociativa

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

3) Tiene elemento neutro  $1$

4) No tiene simétrico, ya que no todos pertenecen a los  $\mathbb{N}$ .

5) Es conmutativo

Es grupo Abelianno.



⑫  $(\mathbb{N}; -)$

1) No es operación cerrada ya que si resta un natural menor al siguiente que restaras saldrá un negativo que no  $\in \mathbb{N}$ .

2) No es conmutativo

No es ninguna, sino Gruposide.