RAZONAMIENTO LOGICO MATEMATICO

DOCENTE: Eliseo Velasquez Condori

Actividad :

-Sucesiones
-Series
-Sumatorias
-Inducción

Alumno:

Josue Gabriel Sumare Uscca

# EJERCICIOS

1.-) Calcular las sumas

a.-) $\sum_{i=1}^{8} \sqrt{i+1} - \sqrt{i}$

Ejercicios

1) Calcular las sumas

a) $\sum_{i=1}^{8} \sqrt{i+1} - \sqrt{i}$

Propiedad Telescopica

$$\sum_{i=1}^{x} n+1 - n = (n+1)_{(x)} - n_{(1)}$$

$$\sum_{i=1}^{8} \sqrt{8+1} - \sqrt{1} = 3 - 1 = 2$$

b.-) $\sum_{k=1}^{60} k(k-1)^2$

1) b) $\sum_{k=1}^{60} k(k-1)^2$

$$\sum_{k=1}^{60} k(k^2-2k+1)$$

$$\sum_{k=1}^{60} k^3-2k^2+k = \sum_{k=1}^{60} k^3 - 2\sum_{k=1}^{60} k^2 + \sum_{k=1}^{60} k$$

$$\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2 - 2\left(\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}\right) + \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\left(\frac{60(61)}{2}\right)^2 - 2\left(\frac{60(61)(121)}{6}\right) + \frac{60(61)}{2}$$

$$3348900 - 147620 + 1830$$

$$3203110$$

2.-) Calcule los primeros siete términos de la sucesión cuyo término $n$−ésimo es

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n$$

2) Calcule los primeros 7 términos de la sucesión cuyo término n-ésimo es

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n \qquad a = (1+\sqrt{5})^n - (1-\sqrt{5})^n$$

$$a_n = \frac{\sqrt{5}\left[(1+\sqrt{5})^n - (1-\sqrt{5})^n\right]}{2^n \cdot 5}$$

haciendo a con triangulo de pascal desde n = 1 al n = 7 se obtiene

$$a_n = \frac{\sqrt{5}\cdot a}{2^n \cdot 5}$$

$a_1 = 1$, $a_2 = 1$, $a_3 = 2$, $a_4 = 3$, $a_5 = 5$, $a_6 = 8$, $a_7 = 13$ — Sucesión de Fibonacci //

triangulo de Pascal

1
1 1
1 2 1 ⇒ $a^2$
1 3 3 1 ⇒ $a^3$
1 4 6 4 1 ⇒ $a^4$
1 5 10 10 5 1 ⇒ $a^5$
1 6 15 20 15 6 1 ⇒ $a^6$
1 7 21 35 35 21 7 1 ⇒ $a^7$

$a^2 - b^2 = \cancel{x^2} + 2xy + \cancel{y} - (\cancel{x^2} - 2xy + \cancel{y}) = 4xy$

$a = (x+y)$

$b = (x-y)$

$a^3 - b^3 = \cancel{x^3} + 3x^2y + \cancel{3xy^2} + y^3 - (\cancel{x^3} - 3x^2y + \cancel{3xy^2} - y^3)$

$6x^2y + 2y^3$

$a^4 - b^4 = 8x^3(y) + 8x(y^3)$

$a^5 - b^5 = 10x^4(y) + 20x^2(y^3) + 2y^5$

$a^6 - b^6 = 12x^5y + 40x^3y^3 + 12xy^5$

$a^7 - b^7 = 14x^6y + 70x^4y^3 + 42x^2y^5 + 2y^7$

. Aplicando sob estas pruebas se puede ver la tendencia de crecimiento que es la misma a la de Fibonacci

$a_1 = 1$
$a_2 = 1$
$a_3 = 2$
$a_4 = 3$
$a_5 = 5$
$a_6 = 8$
$a_7 = 13$

. Nota Ademas de que la ecuación desarrollada es la formula de Binet

3.-) La siguiente tabla muestra el saldo en diciembre para cada año desde 1996 hasta 2000, en una cuenta de ahorros a una tasa compuesta fija

| Año | 1996 | 1997 | 1998 | 1999 | 2000 |
|---|---|---|---|---|---|
| saldo | 20,000 | 22,000 | 24,200 | 26,620 | 29,282 |

a.-) Los saldos forman una sucesión geométrica. ¿Cuál es el valor de $r$?

Los saldos forman una sucesión geométrica. ¿Cual es el valor de r?

$a_n/a_{n-1} = r$ $\quad a_2/a_1 = r \quad r = \frac{\overset{11}{22\cancel{000}}}{\underset{10}{20\cancel{000}}} = 1,1$

$r = 1,1$ //

b.-) Escriba una fórmula para el saldo en la cuenta $n$ años después de diciembre de 1996

Escriba una fórmula para el saldo en la cuenta n años despues de diciembre de 1996

$1996 = a_0$

$1997 = a_1$

$1998 \quad a_2$

$1,1 = r$

$$S_n = \frac{a_1(r^{n+1} - 1)}{r - 1}$$

$$f(x) = \frac{20\,000((1,1)^{x+1} - 1)}{0,1}$$ //

c.-) Determine la suma de los saldos de diciembre desde 1996 hasta 2006 inclusive

Usando la anterior función

$a_0 = 1996$

$a_1 = 1997$

$a_2 = 1998$

$\vdots$

$a_{10} = 2006$

$$S_{10} = f(10)$$

$$f(10) = \frac{20 \cdot 10^3((1,1)^{11} - 1)}{1,1 - 1}$$

$$f(10) = 170\,623,341222$$ //

4.-) resolver

a.-) El quinto y el noveno términos de una sucesión aritmética son -5 y -17, respectivamente. Determinar el primer término y una regla recursiva para el $n-$ésimo término.

$a_5 \quad a_6 \quad a_7 \quad a_8 \quad a_9$

$-5 \quad -5+r \quad -5+2r \quad -5+3r \quad -5+4r$

$a_9 = -5+4r$

$a_9 = -17$

$-5+4r = -17$

$4r = -12$

$r = -3$

$a_5 = a_1 + (n-1)r$

$-5 = a_1 + (5-1)-3$

$-5 = a1 - 12$

$7 = a_1$

$\to a_1 = 7$

$n \geq 2$

$a_n = a_{n-1} + (r)$

$a_n = a_{n-1} - 3$

Rpta. $\cdot a_1 = 7$

$a_n = a_{n-1} + (-3)$

$\cdot a_n = a_{n-1} - 3 \quad , \quad n \geq 2$

b.-) Determine si la $\sum_{n=1}^{\infty} 7(3/4)^n$ converge

b) Determina si la serie $\sum_{n=1}^{\infty} 7\left(\frac{3}{4}\right)^n$ converge ;

$\sum_{n=1}^{\infty} c r^n$ $\quad c \neq 0 \quad 0 < r < 1$

$\Rightarrow 7 \neq 0$ ✓

$\Rightarrow 0 < \left(\frac{3}{4}\right) < 1$

$\Rightarrow$ Evaluando a donde es convergente

$\frac{7\left(\frac{3}{4}\right)}{1-\frac{3}{4}} = \underline{21} \,//$ $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} 7\left(\frac{3}{4}\right)^n = \underline{21}$

5.-) inducción matemática el miércoles

· Parta todo $n \in \mathbb{N}$, $\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

1° Paso Asumir que funciona para o Verificar que se cumple para $n = 1$

$$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = \frac{1(1+1)(2(1)+1)}{6}$$

$$\frac{1(2)(3)}{6} = 1$$

2° Suponemos que se cumple para $n=k$

$$1^2+2^2+3^2+\dots k^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6}$$

3° Probamos que se cumple para $P_{k+1}$ (Paso de inducción) o $n=k+1$

$$\underbrace{1^2+2^2+3^2+\dots+k^2}+(k+1)^2 = \frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6}$$

$$\underbrace{\frac{k(k+1)(2k+1)}{6}+\frac{(k+1)^2}{1}}_{1} = \underbrace{\frac{2k^3+9k^2+13k+6}{6}}_{2}$$

4° Probar que la parte 1° es equivalente 2°

$$\frac{k(k+1)(2k+1)}{6} + \frac{(k+1)^2}{6} 6$$

$$\frac{k+1}{6}\left((2k+1)(k) + 6(k+1)\right)$$

$$\frac{k+1}{6}\left(2k^2+k+6k+6\right)$$

$$\frac{2k^3+9k^2+13k+6}{6} \Rightarrow \text{Se Comprobo}$$