PRACTICA 1

1.-) Determine si las expresiones son proposiciones, justificando sus respuesta, y dar el valor de verdad.

a.-)

1) a) $x^2 + 1 < -x$ entonces $x > 1$

Rpta: Ninguna de ambas inecuaciones son proposiciones ya que pueden ser verdadesas o falsas, dependiendo del valor que se le de, ya que el primero puede ser verdad si la $x \in I$, es decir si x pertenece al campo de los "números complejos", el segundo o segunda inecuación de la misma forma se le puede asignar cualquier valor que lo vuelva falso o verdadero.

b.-)

b) $\exists n \in \mathbb{N}, \forall x \in \mathbb{R}, \quad x < n$

Se comprueba asignando un valor cualquiera a los cuantificadores

$9 \qquad 10 \qquad 10 < 9$

Rpta Sí es una proposición y su valor de verdad es "Falsa".

c.-)

c) $x^4 + 1 > 1$

$x^4 > 0$

Rpta: Caso similar ocurre con este número ya que puede ser verdadero o falso siempre y cuando se le ponga a la variable "x" en el campo de los "números complejos" o Falso también si pongo a todos los $\mathbb{N}$

d.-)

d) $\exists x \in [0, 2]$, tal que cumple $\sqrt{5 - \frac{x^2+1}{x-1}} \in \mathbb{R}$

$5 - \frac{x^2+1}{x-1} \geq 0 \quad \wedge \quad x \neq \{1\}$

$5 \geq \frac{x^2+1}{x-1}$

$5 \geq x+1$

$4 \geq x$

$x \in \langle -\infty, 4] - \{1\}$

Rpta: Si es una proposición verdadera

además

2.-)

$[((p \wedge q) \rightarrow r) \rightarrow (q \vee p)] \leftrightarrow [(p \wedge \sim r) \rightarrow \sim q]$

$p \wedge q$		r	$\rightarrow$	$q \vee p$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	V
F	V	V	V	V
F	V	F	V	V
F	V	V	V	V
F	V	F	V	V
F	V	V	F	F
F	V	F	F	F

p	$\wedge$	$\sim r$	$\rightarrow$	$\sim q$
V	F	F	V	F
V	V	V	F	F
V	F	F	V	V
V	V	V	V	V
F	F	F	V	F
F	F	V	V	F
F	F	F	V	V
F	F	V	V	V

	$\leftrightarrow$	
V	V	V
V	F	F
V	V	V
V	V	V
V	V	V
V	V	V
F	F	V
F	F	V

p	q	r
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	P

Rpta: Contingencia

3.-) Resolver

a.-)

3) Resolver

a) Determine el valor de verdad de p, q y t si la sgte proposición es fals a

$$\underbrace{[(p \vee q) \to (t \wedge \sim p)]}_{V} \to \underbrace{(\sim q \to t)}_{F} \equiv F$$

$$[(p \vee F) \to (F \wedge \sim p)]$$

$$p \to F$$

$\sim q = V$

- $q = F$
- $t = F$
- $p = F$

∴ Rpta $p = F$, $q = F$ y $t = F$

b.-)

b) Si $\sim q \wedge r$ es falso, simplificar

- $(p \to \sim q) \vee ((\sim r \vee q) \wedge r)$

$$(\sim p \vee \sim q) \vee \underbrace{((\sim r \vee q) \wedge r)}_{\text{L. Absorción}}$$

$$(\sim p \vee \sim q) \vee \underbrace{(r \vee q)}_{\text{Conmutativa}}$$

$$\underbrace{(\sim p \vee \sim q) \vee (q \vee r)}_{\text{Asociativa}}$$

$$\sim p \vee (\underbrace{\sim q \vee (q \vee r)}_{\text{L. Asociati.}})$$

$$\sim p \vee ((\sim q \vee q) \vee r)$$

$$\sim p \vee (V \vee r) \equiv \sim p \vee V \equiv \underline{V}$$

Rpta: La simplificación llega a verdad

4.-) Probar

a.-)

4) Probar

a) $(\sim p \wedge q) \to (\underbrace{q \to p}_{\text{Ley de cond}}) \equiv p \vee \sim q$

$$\underbrace{(\sim p \wedge q) \to (\sim q \vee p)}_{\text{Ley de Cond}}$$

$$\sim(\sim p \wedge q) \vee (\sim q \vee p)$$

$$\underbrace{(p \vee \sim q) \vee (\sim q \vee p)}_{\text{Asociativa}}$$

$$p \vee (\underbrace{\sim q \vee (\sim q \vee p)}_{\text{Asociativa}})$$

$$p \vee ((\underbrace{\sim q \vee \sim q}) \vee p)$$

$$p \vee (\underbrace{\sim q \vee p}_{\text{conmutativa}})$$

$$\underbrace{p \vee (p \vee \sim q)}_{\text{2. Asociativa}}$$

$$[(\underbrace{p \vee p}) \vee \sim q]$$

Rpta $\quad p \vee \sim q \equiv p \vee \sim q$

b.-)

$$b)\ \sim[\underbrace{\sim(p\wedge q) \rightarrow \sim q}_{\text{L. Condicional}}] \vee q \equiv q$$

$$\sim[\underbrace{\sim(\sim}_{\text{Ley de Involución}}(p\wedge q)) \vee \sim q] \vee q$$

$$\sim[(p\wedge \underbrace{q) \vee \sim q}_{\text{Conmut}}] \vee q$$

$$\sim[\sim q \vee (\underbrace{p\wedge q}_{\text{Conmutativa}})] \vee q$$

$$\underbrace{\sim[\sim q \vee (q\wedge p)]}_{\text{Ley de Morgan}} \vee q$$

$$[\underbrace{q \wedge (\sim q \vee \sim p)}_{\text{Ley de absorción}}] \vee q$$

$$(\underbrace{q\wedge \sim p) \vee q}_{\text{Conmutativa}}$$

$$\underbrace{q \vee (q\wedge \sim p)}_{\text{L. Absorción}}$$

Rpta: $q \equiv q$

5.-) Negar las siguientes proposiciones

a.-)

5) Negar las siguientes proposiciones

a) $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}$, tal que se cumple $(x^2 - y^2 = 0 \wedge xy \leq 2) \rightarrow (x^2 + y^2 - y > 0)$

Negamos ~

$\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R} \sim [(a \wedge b) \rightarrow c]$

condici

$\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R} \sim [(\sim a \vee \sim b) \vee c]$

Morgan

$\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R} \ [(a \wedge b) \wedge \sim c]$

$\exists x \in \mathbb{R} \ \forall y \in \mathbb{R} \ (x^2 - y^2 = 0 \wedge xy \leq 2) \wedge (x^2 + y^2 - y \leq 0)$

$(F \wedge F) \wedge (F)$

$F \wedge F = F$

b.-)

5) b) Determine el valor de verdad, de la siguiente proposición y negarlo

$\forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R} - \{x\}, \exists z \in \mathbb{R}, (x < z < y \vee y < z < x$

El valor de verdad de esta proposición es verdadera, ya que me dan dos condiciones las cuales o una es verdad y otra es falsa o viceversa.

Ejm

$x = \langle -\infty, 9 \rangle$

$y \in \mathbb{R} - \langle -\infty, 9 \rangle$

Z = al ser un existencial este puede acoplarse sin ningún problema en el medio, ya que el existencial da la posibilidad de acoplarse

Explicación

$x < z < y \quad \vee \quad y < z < x$

$-8 < 6 < 9 \quad o \quad -8 < 6 < 9$

osea

$(x < z < y \quad \vee \quad y < z < x)$

$V \vee F = V$

$F \vee V = V$

Rpta: Por lo tanto la proposición es verdadera

3b) Negando

$\exists x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}-\{x\}, \forall z \in \mathbb{R}\ (\sim(x<z<y \vee y<z<x)$

$\exists x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}-\{x\}, \forall z \in \mathbb{R}\ (x \geq z \geq y \wedge y \geq z \geq x)$

$F \wedge F = F$

Rpta: La contradicción de verdad del primero es falsa y se comprueba en esta negación, ya que "x" y "y" pueden ser uno mayor o menor a otro mas no igual como se le puede poner arriba, además de que no para todo z ∈ ℝ siempre estara entre los valores de x y y

Explicación

1. $x > y$ V $x \geq y$ F
   $x < y$ V, pero $x \leq y$ F } ya que no pueden ser iguales

2. el z puede tomar esta vez cualquier número

$3 \geq 8 \geq 4$
$x \geq z \geq y$ F

$4 \geq 9 \geq 2$
$y \geq z \geq x$ F