UNSA

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN AGUSTÍN DE AREQUIPA

RAZONAMIENTO LOGICO MATEMATICO

DOCENTE: Eliseo Velasquez Condori

Actividad :

-Sucesiones
-Series
-Sumatorias
-Inducción

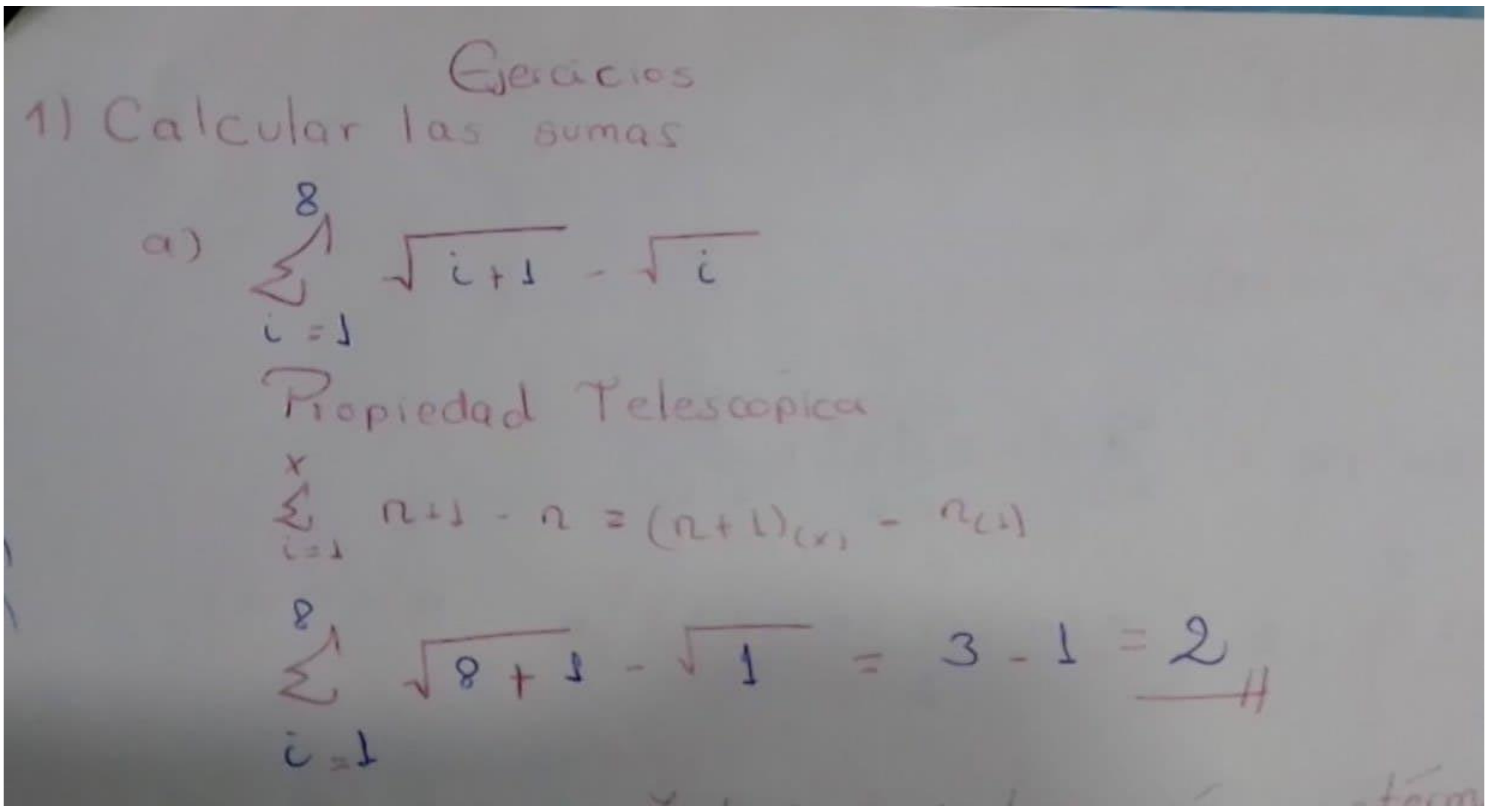
Alumno:

Josue Gabriel Sumare Uscca

EJERCICIOS

1.-) Calcular las sumas

a.-) $\displaystyle\sum_{i=1}^{8} \sqrt{i+1} - \sqrt{i}$



Ejercicios

1) Calcular las sumas

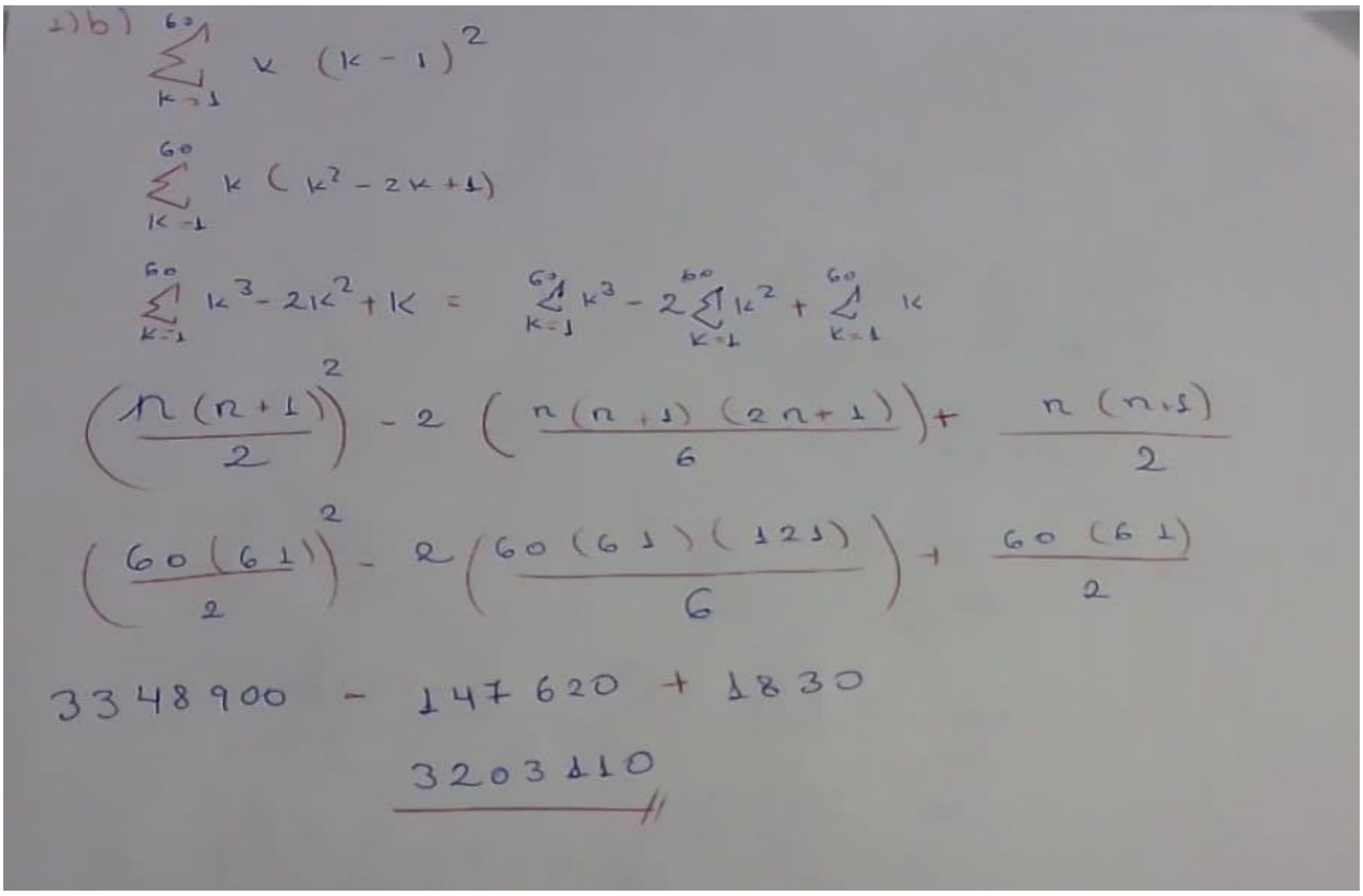
a) $\sum_{i=1}^{8} \sqrt{i+1} - \sqrt{i}$

Propiedad Telescopica

$\sum_{i=1}^{x} n+1 - n = (n+1)_{(x)} - n_{(1)}$

$\sum_{i=1}^{8} \sqrt{8+1} - \sqrt{1} = 3 - 1 = 2$

b.-) $\displaystyle\sum_{k=1}^{60} k(k-1)^2$



1) b) $\sum_{k=1}^{60} k(k-1)^2$

$\sum_{k=1}^{60} k(k^2-2k+1)$

$\sum_{k=1}^{60} k^3-2k^2+k = \sum_{k=1}^{60} k^3 - 2\sum_{k=1}^{60} k^2 + \sum_{k=1}^{60} k$

$\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2 - 2\left(\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}\right) + \frac{n(n+1)}{2}$

$\left(\frac{60(61)}{2}\right)^2 - 2\left(\frac{60(61)(121)}{6}\right) + \frac{60(61)}{2}$

$3348900 - 147620 + 1830$

3203110

2.-) Calcule los primeros siete términos de la sucesión cuyo término n−ésimo es

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n$$

2) Calcule los primeros 7 términos de la sucesión cuyo término n-ésimo es

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n$$

$$a_n = \frac{\sqrt{5}\left[(1+\sqrt{5})^n - (1-\sqrt{5})^n\right]}{2^n \cdot 5}$$

$$a_n = \frac{\sqrt{5}\cdot a}{2^n \cdot 5}$$

$a = (1+\sqrt{5})^n - (1-\sqrt{5})^n$

haciendo a con triangulo de pascal desde $n = 1$ al $n = 7$ se obtiene

$a_1 = 1$

$a_2 = 1$

$a_3 = 2$

$a_4 = 3$

$a_5 = 5$

$a_6 = 8$

$a_7 = 13$

Sucesión de Fibonacci

triangulo de Pascal

1

1 1

1 2 1 $\Rightarrow a^2$

1 3 3 1 $\Rightarrow a^3$

1 4 6 4 1 $\Rightarrow a^4$

1 5 10 10 5 1 $\Rightarrow a^5$

1 6 15 20 15 6 1 $\Rightarrow a^6$

1 7 21 35 35 21 7 1 $\Rightarrow a^7$

$a^2 - b^2 = \cancel{x^2} + 2xy + \cancel{y} - (\cancel{x^2} - 2xy + \cancel{y})$

$a = (x+y)$ $\quad = 4xy$

$b = (x-y)$

$a^3 - b^3 = \cancel{x^3} + 3x^2y + \cancel{3xy^2} + y^3 - (\cancel{x^3} - 3x^2y + \cancel{3xy^2} - y^3)$

$6x^2y + 2y^3$

$a^4 - b^4 = 8x^3(y) + 8x(y^3)$

$a^5 - b^5 = 10x^4(y) + 20x^2(y^3) + 2y^5$

$a^6 - b^6 = 12x^5y + 40x^3y^3 + 12xy^5$

$a^7 - b^7 = 14x^6y + 70x^4y^3 + 42x^2y^5 + 2y^7$

. Aplicando [illegible] estas pruebas se puede ver la tendencia de crecimiento que es la misma a la de Fibonacci

$a_1 = 1$

$a_2 = 1$

$a_3 = 2$

$a_4 = 3$

$a_5 = 5$

$a_6 = 8$

$a_7 = 13$

. Nota Ademas de que la ecuación desarrollada es la formula de Binet

3.-) La siguiente tabla muestra el saldo en diciembre para cada año desde 1996 hasta 2000, en una cuenta de ahorros a una tasa compuesta fija

Año	1996	1997	1998	1999	2000
saldo	20,000	22,000	24,200	26,620	29,282

a.-) Los saldos forman una sucesión geométrica. ¿Cuál es el valor de r?

Los saldos forman una sucesión geométrica. ¿Cual es el valor de r?

$a_n/a_{n-1} = r$ $\qquad a_2/a_1 = r$ $\qquad r = \frac{\overset{11}{22\cancel{000}}}{\underset{10}{20\cancel{000}}} = 1{,}1$

$r = 1{,}1$ //

b.-) Escriba una fórmula para el saldo en la cuenta n años después de diciembre de 1996

Escriba una fórmula para el saldo en la cuenta n años despues de diciembre de 1996

$1996 = a_0$

$1997 = a_1$

$1998 \quad a_2$

$1{,}1 = r$

$$S_n = \frac{a_1\,(r^{n+1} - 1)}{r - 1}$$

$$f(x) = \frac{20\,000\,((1{,}1)^{x+1} - 1)}{0{,}1}$$

//

c.-) Determine la suma de los saldos de diciembre desde 1996 hasta 2006 inclusive

Usando la anterior función

$a_0 = 1996$

$a_1 = 1997$

$a_2 = 1998$

$\vdots$

$a_{10} = 2006$

$S_{10} = f(10)$

$$f(10) = \frac{20\cdot 10^3\,((1{,}1)^{11} - 1)}{1{,}1 - 1}$$

$$f(10) = 170\,623{,}341222$$

//

4.-) resolver

a.-) El quinto y el noveno términos de una sucesión aritmética son -5 y -17, respectivamente. Determinar el primer término y una regla recursiva para el $n-$ésimo término.

$a_5 \quad a_6 \quad a_7 \quad a_8 \quad a_9$

$-5 \quad -5+r \quad -5+2r \quad -5+3r \quad -5+4r$

$a_9 = -5+4r$

$a_9 = -17$

$-5+4r = -17$

$4r = -12$

$r = -3$

$a_5 = a_1 + (n-1)r$

$-5 = a_1 + (5-1)-3$

$-5 = a_1 - 12$

$7 = a_1$ //

↳ $a_1 = 7$

$n \geq 2$

$a_n = a_{n-1} + (r)$

$a_n = a_{n-1} - 3$ //

Rpta. $a_1 = 7$

$a_n = a_{n-1} + (3)$

· $a_n = a_{n-1} - 3$, $n \geq 2$

b.-) Determine si la $\sum_{n=1}^{\infty} 7(3/4)^n$ converge

b) Determina si la serie $\sum_{n=1}^{\infty} 7\left(\frac{3}{4}\right)^n$ converge ;

$\sum_{n=1}^{\infty} c r^n \qquad c \neq 0 \quad 0 < r < 1$

$\Rightarrow \quad 7 \neq 0$ ✓

$\Rightarrow 0 < \left(\frac{3}{4}\right) < 1$

$\Rightarrow$ Evaluando a donde es convergente

$$\frac{7\left(\frac{3}{4}\right)}{1-\frac{3}{4}} = 21 \quad \Rightarrow \quad \sum_{n=1}^{\infty} 7\left(\frac{3}{4}\right)^n = 21$$

5.-) inducción matemática el miércoles

·Parta todo $n \in \mathbb{N}$, $\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

1° Paso Asumir que funciona para o Verificar que se cumple para $n = 1$

$$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = \frac{1(1+1)(2(1)+1)}{6}$$

$$\frac{1(2)(3)}{6} = 1$$

2° Suponemos que se cumple para $n=k$

$$1^2+2^2+3^2+\dots k^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6}$$

3° Probamos que se cumple para P_{k+1} (Paso de inducción) o $n=k+1$

$$\underbrace{1^2+2^2+3^2+\dots+k^2}+(k+1)^2 = \frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6}$$

$$\underbrace{\frac{k(k+1)(2k+1)}{6} + \frac{(k+1)^2}{1}}_{1} = \underbrace{\frac{2k^3+9k^2+13k+6}{6}}_{2}$$

4° Probar que la parte 1° es equivalente 2°

$$\frac{k(k+1)(2k+1)}{6} + \frac{(k+1)^2}{6}\, 6$$

$$\frac{k+1}{6}\left((2k+1)(k) + 6(k+1)\right)$$

$$\frac{k+1}{6}\left(2k^2+k+6k+6\right)$$

$$\frac{2k^3+9k^2+13k+6}{6} \Rightarrow \text{Se Comprobó}$$