

Electromagnetismo 1

S06 - Ley de Gauss

Josue Meneses Díaz

Universidad de Santiago de Chile

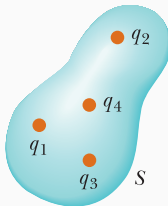
Ley de Gauss

Ley de Gauss

Queremos mostrar que la ley de Gauss

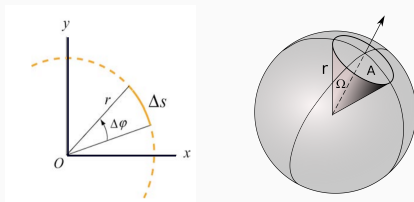
$$\Phi_E = \oiint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{\text{in}}}{\epsilon_0}$$

donde q_{in} representa la carga neta en el interior de la superficie y \vec{E} es el campo eléctrico en cualquier punto de la misma.



Ángulo sólido

Antes de realizar la demostración de la ley de Gauss, tenemos que definir un tipo de ángulo especial, análogo al ángulo utilizado en 2D (rad).

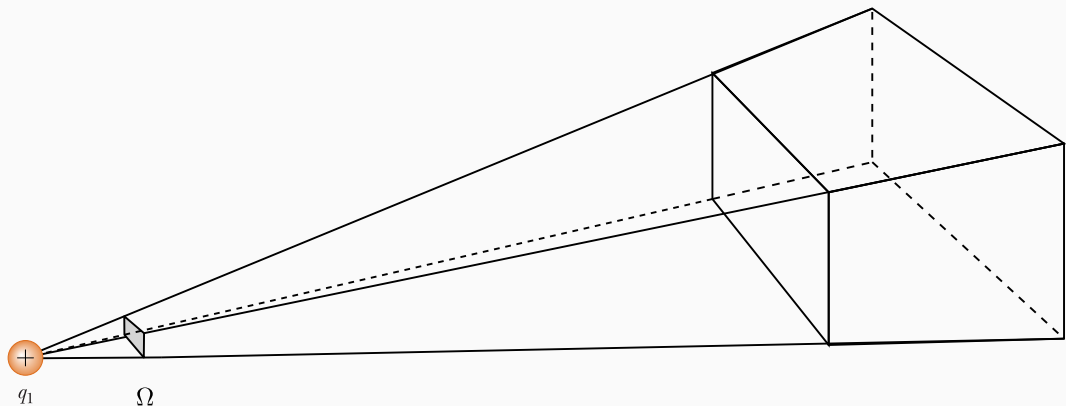


Se define como *ángulo sólido* a la razón entre un área proyectada S y la distancia al cuadrado entre la proyección y el centro:

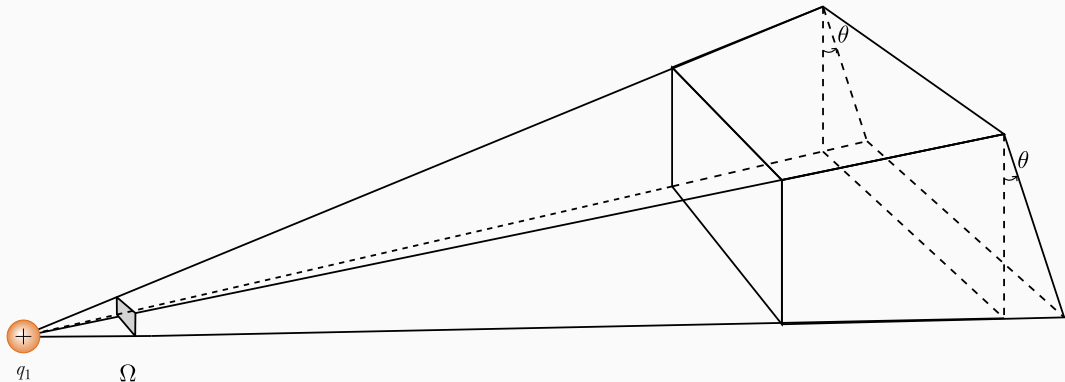
$$\Omega = \frac{S}{r^2}$$

La unidad del ángulo sólido en el SI es el **estereorradián** (sr) y es una magnitud adimensional

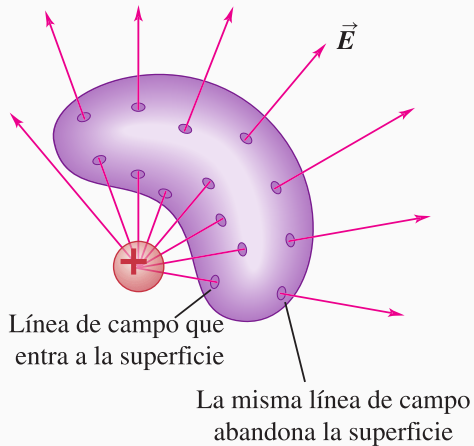
Flujo a través de una superficie cerrada con carga exterior



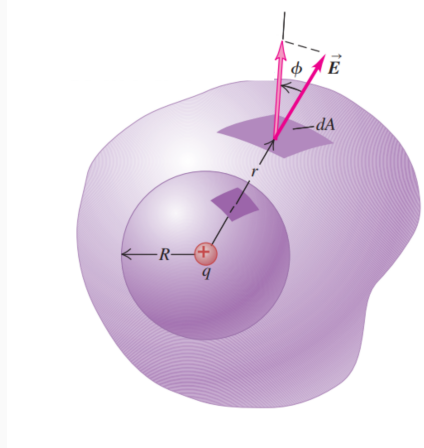
Flujo a través de una superficie cerrada más general con carga exterior



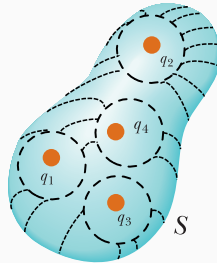
Flujo a través de una superficie genérica sin carga cerrada



Flujo a través de una superficie arbitraria con una carga puntual encerrada



Flujo a través de una superficie arbitraria con muchas cargas puntuales encerradas



Forma general de la ley de Gauss

Forma general de la ley de Gauss

Hemos visto que la ley de Gauss está definida por:

$$\oiint_S \vec{\mathbf{E}} \cdot \hat{n} d\mathbf{A} = \frac{q_{\text{in}}}{\epsilon_0}$$

Ahora si consideramos la densidad de carga volumétrica de la carga encerrada:

$$q_{\text{in}} = \int_V \rho d\mathbf{V}$$

La ley de Gauss de forma general queda determinada por:

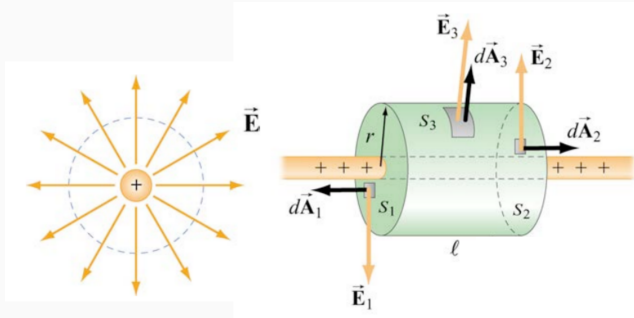
$$\oiint_S \vec{\mathbf{E}} \cdot \hat{n} d\mathbf{A} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho d\mathbf{V}$$

Ejemplos

Ejemplo

Una cable infinitamente larga de radio insignificante tiene una densidad de carga uniforme λ .

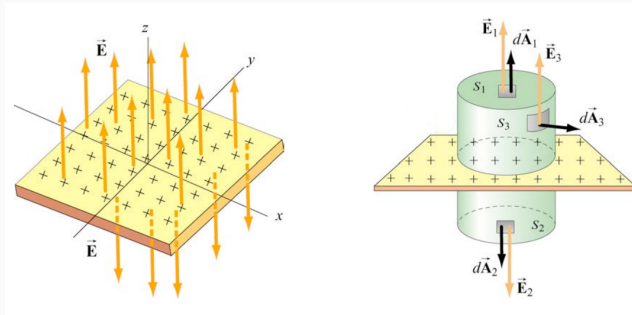
a) Calcule el campo eléctrico a una distancia r del cable.



Ejemplo

Considere un plano no conductor infinitamente grande en el plano xy con una densidad de carga superficial uniforme σ .

Determina el campo eléctrico en todo el espacio.



Ejemplo

Una cascaron esférico delgado de radio a tiene una carga $+Q$ distribuida uniformemente sobre su superficie.

Encuentra el campo eléctrico tanto dentro como fuera de la carcasa.

Ejemplo

Una carga eléctrica $+Q$ se distribuye uniformemente a través de una esfera sólida no conductora de radio a .

Determinar el campo eléctrico en todas partes dentro y fuera de la esfera.

Resumen

La ley de Gauss establece que el flujo eléctrico a través de una superficie cerrada es proporcional a la carga eléctrica neta dentro de esa superficie

$$\oiint_S \vec{\mathbf{E}} \cdot \hat{n} d\mathbf{A} = \frac{q_{\text{in}}}{\epsilon_0}$$

Si dentro de la superficie cerrada no hay carga, el flujo eléctrico es cero

$$\oiint_S \vec{\mathbf{E}} \cdot \hat{n} d\mathbf{A} = 0$$

Referencias

- Freedman, Young, and S. Zemansky. 2009. "22 LEY DE GAUSS. 22.3 Ley de Gauss. 22.4 Aplicaciones de La Ley de Gauss." In *Física Universitaria*.
- Serway, Raymond A., and John W. Jewett. 2005. "24 Ley de Gauss. 24.2 Ley de Gauss. 24.3 Aplicación de La Ley de Gauss a Varias Distribuciones de Carga." In *Física Para Ciencias e Ingeniería Con Física Moderna*, 7ma ed. Vol. 2. CENGAGE learning.