Electromagnetismo I

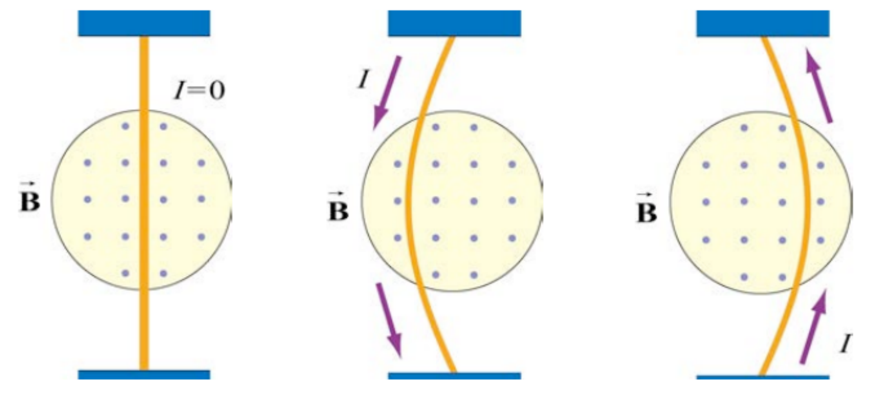
S13 - Fuentes de Campo magnético

Josue Meneses Díaz

Universidad de Santiago de Chile

Fuentes de Campo Magnético

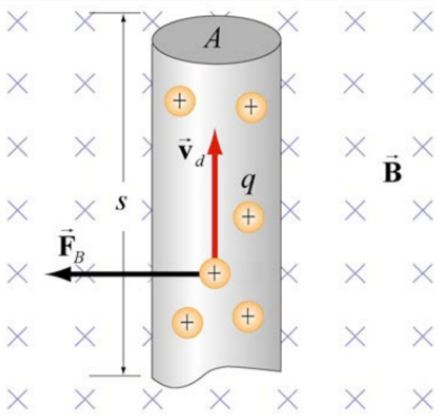
Fuerza magnética que actúa sobre un conductor que transporta corriente



Consideremos un segmento recto de alambre de longitud S y sección transversal A, que lleva una corriente I Ken un campo magnético uniforme $\vec{B}$.

$$\begin{aligned}\vec{F}_B &= Q_{\text{Tot}}\vec{v}_d \times \vec{B} \\ &= qnAs(\vec{v}_d \times \vec{B}) \\ &= I(\vec{s} \times \vec{B})\end{aligned}$$

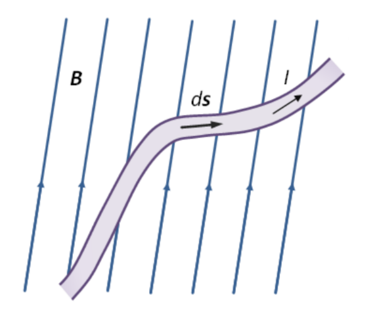
Con $I = qnv_dA$ y $\vec{s}$ es el vector longitud de magnitud s dirigido a lo largo de la dirección de la corriente eléctrica.



Consideremos ahora un segmento de alambre de forma arbitraria con sección transversal uniforme en un campo magnético.

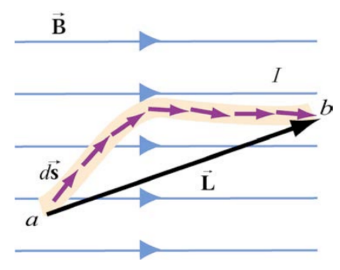
$$d\vec{F}_B = I d\vec{s} \times \vec{B}.$$

$$\boxed{\vec{F}_B = \int_a^b I d\vec{s} \times \vec{B}}$$



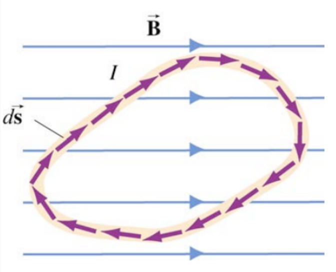
Usando la Ecuación anterior y que el campo magnético es uniforme:

$$\mathbf{F}_B = I \int_a^b d\mathbf{s} \times \mathbf{B} = I \left(\int_a^b d\mathbf{s} \right) \times \mathbf{B} = I \mathbf{L} \times \mathbf{B}$$



donde $\mathbf{L}$ es el vector longitud desde a hasta b. Si el alambre forma un lazo cerrado de forma arbitraria, entonces:

$$\oint d\mathbf{s} = 0.$$

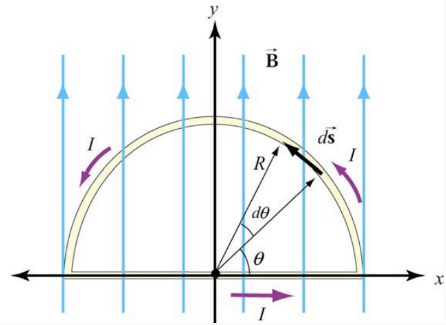


Y por lo tanto, la fuerza magnética sobre un lazo de corriente cerrado es $\mathbf{F}_B = 0$:

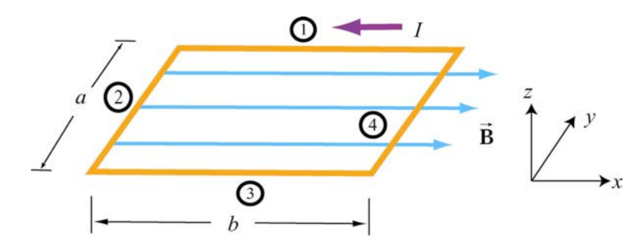
$$\mathbf{F}_B = I \left(\oint d\mathbf{s} \right) \times \mathbf{B} = \mathbf{0}, \quad (\mathbf{B} \text{ uniforme}).$$

Ejemplo (Loop SemiCircular)

Considere un loop semicircular cerrado en el plano xy con una corriente I en sentido antihorario. Se aplica un campo magnético uniforme que apunta en la dirección $+y$. Encontrar la fuerza magnética que actúa sobre el segmento recto y el arco semicircular.



Ahora derivamos el torque generado por un campo magnético sobre un loop de corriente. ¿Qué sucede cuando colocamos un rectangular que transporta una corriente I en el plano xy y aplicamos un campo magnético uniforme $\vec{B} = B\hat{i}$



$$\vec{F}_{neta} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{0}$$

$$\begin{aligned} \vec{\tau} &= -(b/2)\hat{\mathbf{i}} \times \vec{\mathbf{F}}_2 + (b/2)\hat{\mathbf{i}} \times \vec{\mathbf{F}}_4 = -(b/2)\hat{\mathbf{i}} \times (IaB\hat{\mathbf{k}}) + (b/2)\hat{\mathbf{i}} \times (-IaB\hat{\mathbf{k}}) \\ &= (IabB/2 + IabB/2)\hat{\mathbf{j}} = IabB\hat{\mathbf{j}} = IAB\hat{\mathbf{j}} \end{aligned}$$

$$\boxed{\vec{\tau} = I\vec{A} \times \vec{B}}$$

Para un lazo que consiste en N vueltas, la magnitud del torque es

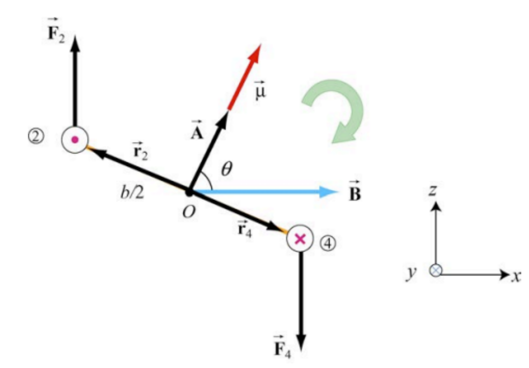
$$\tau = NIAB\sin\theta$$

La cantidad NIA se llama el momento dipolar magnético $\vec{\mu}$,

$$\vec{\mu} = NI\vec{A}$$

La dirección de $\vec{\mu}$ es la misma que la del vector de área $\vec{A}$ (perpendicular al plano del lazo) y está determinada por la regla de la mano derecha. La unidad del SI para el momento dipolar magnético es amperio-metro cuadrado (A·m²). Usando la expresión para $\vec{\mu}$, el torque ejercido sobre un lazo con corriente puede reescribirse como

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$



Energía del dipolo magnético

El trabajo realizado por el campo magnético para rotar el dipolo magnético de un ángulo θ_0 a θ viene dado por

$$W = \int_{\theta_0}^{\theta} \vec{\tau} \cdot \vec{\omega} dt = \int_{\theta_0}^{\theta} (\mu B \sin\theta' \hat{j}) \cdot (\frac{d\theta'}{dt}(-\hat{j}))\, dt$$
$$= -\int_{\theta_0}^{\theta} (\mu B \sin\theta')\, d\theta' = \mu B(\cos\theta - \cos\theta_0)$$

El resultado muestra que un trabajo positivo es realizado por el campo cuando $\cos\theta > \cos\theta_0$ (cuando $\theta < \theta_0$). El cambio en la energía potencial ΔU del dipolo es el negativo del trabajo realizado por el campo,

$$\Delta U = U - U_0 = -W = -\mu B(\cos\theta - \cos\theta_0)$$

Elegiremos nuestro punto cero para la energía potencial cuando el ángulo entre el momento dipolar y el campo magnético externo sea $\pi/2$, $U(\theta_0 = \pi/2) = 0$. Entonces, cuando el momento dipolar está en un ángulo θ con respecto a la dirección del campo magnético externo, definimos la función de energía potencial por

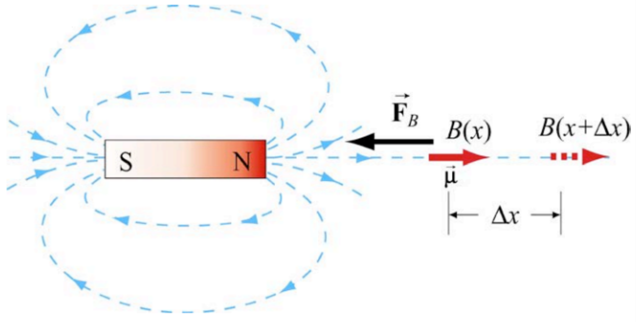
$$U(\theta) = -\mu B \cos\theta = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

donde $U(\pi/2) = 0$. La configuración está en un equilibrio estable cuando $\vec{\mu}$ está alineado paralelamente a $\vec{B}$, haciendo que U sea un mínimo con $U_{\text{min}} = -\mu B$. Por otro lado, cuando $\vec{\mu}$ y $\vec{B}$ son antiparalelos, $U_{\text{max}} = +\mu B$ es un máximo y el sistema es inestable.

Fuerza magnética del dipolo

La fuerza experimentada por un lazo rectangular con corriente colocado en un campo magnético uniforme es cero. ¿Qué sucede si el campo magnético no es uniforme? En este caso, habrá una fuerza actuando sobre el dipolo.

Consideremos la situación donde un pequeño dipolo $\vec{\mu}$ está colocado a lo largo del eje simétrico de un imán de barra



El dipolo experimenta una fuerza atractiva por parte del imán de barra cuyo campo magnético es no uniforme en el espacio. Por lo tanto, se debe aplicar una fuerza externa para mover el dipolo hacia la derecha. La cantidad de fuerza F_{ext} ejercida por un agente externo para mover el dipolo una distancia Δx se da por

$$F_{\text{ext}}\Delta x = W_{\text{ext}} = \Delta U = -\mu B(x+\Delta x) + \mu B(x) = -\mu[B(x+\Delta x) - B(x)]$$

Para Δx pequeño, la fuerza externa puede obtenerse como:

$$F_{\text{ext}} = \mu \frac{\Delta}{\Delta x}\left[B(x+\Delta x) - B(x)\right] = -\mu \frac{dB}{dx}$$

lo cual es una cantidad positiva ya que $\frac{dB}{dx} < 0$, es decir, el campo magnético disminuye con el aumento de x. Esta es precisamente la fuerza necesaria para superar la fuerza atractiva debido al imán de barra. Por lo tanto, tenemos

$$F_B = \mu \frac{dB}{dx} = \frac{d}{dx}(\vec{\mu} \cdot \vec{B})$$

Y de forma general

$$\vec{F}_B = \nabla(\vec{\mu} \cdot \vec{B})$$

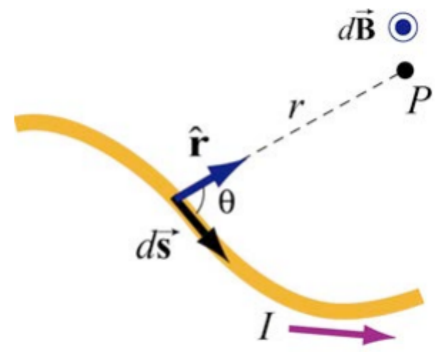
Ley de Biot-Savart

Las corrientes, que surgen debido al movimiento de las cargas, **son la fuente de los campos magnéticos**. Cuando las cargas se mueven en un hilo conductor y producen una corriente I, el campo magnético en cualquier punto P debido a la corriente puede calcularse sumando las contribuciones del campo magnético, $d\vec{B}$:

$$d\vec{\mathbf{B}} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I d\vec{\mathbf{s}} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

donde μ_0 es una constante llamada **permeabilidad en el vacio**

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \quad [\,\mathrm{Tm/A}]$$



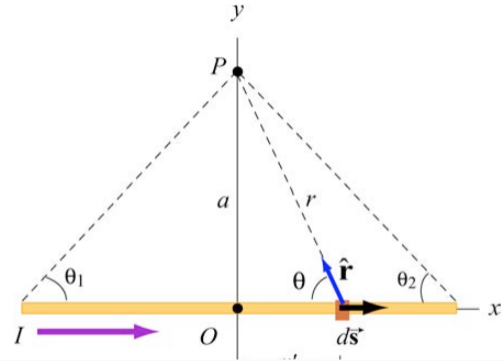
La suma de estas contribuciones para encontrar el campo magnético en el punto P requiere integrar sobre la fuente de corriente,

$$\vec{B} = \int_{cable} d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{cable} \frac{I d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$

Esta integral es una integral vectorial, lo que significa que la expresión de $\vec{B}$ son tres integrales, una para cada componente de $\vec{B}$. La naturaleza vectorial de esta integral aparece en el producto cruzado $I d\vec{s} \times \vec{r}$. Entender cómo evaluar este producto cruzado y luego realizar la integral será la clave para aprender a usar la ley de Biot-Savart.

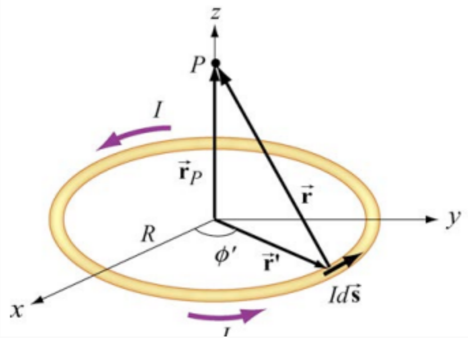
Ejemplo (Campo magnético debido a un alambre recto finito)

Un cable delgado y recto que transporta una corriente I se coloca a lo largo del eje x. Encontrar el campo magnético en el punto P. Notar el supuesto que los cables a los extremos del cable hacen contribuciones anuladas al campo magnético neto en el punto P.



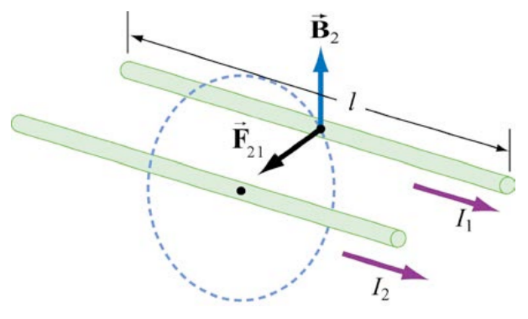
Ejemplo (Campo magnético debido a un bucle de corriente circular)

Un anillo circular de radio R en el plano xy lleva una corriente constante I. ¿Cuál es el campo magnético en un punto P en el eje del anillo, a una distancia z del centro?



Ejemplo (Fuerza magnética entre dos conductores paralelos)

Encontrar la fuerza $\vec{F}_{12}$ que experimenta un cable debido a la corriente I que circula en un cable paralelo como se muestra en la figura



Resumen

Resumen

Referencia

Referencia

Freedman, Young, y S. Zemansky. 2009. «27 CAMPO MAGNÉTICO Y FUERZAS MAGNÉTICAS. 27.6 Fuerza Magnética Sobre Un Conductor Que Transporta Corriente. 27.7 Fuerza y Torca En Una Espira de Corriente». En *Física Universitaria*.

Serway, Raymond A., y John W. Jewett. 2005a. «29 Campos Magnéticos. 29.1 Campos y Fuerzas Magnéticas. 29.2 Movimiento de Una Partícula Con Carga En Un Campo Magnético Uniforme. 29.3 Aplicaciones Del Movimiento de Partículas Con Carga En Un Campo Magnético.» En *Física Para Ciencias e Ingeniería Con Física Moderna*, 7ma ed. Vol. 2. CENGAGE learning.

———. 2005b. «30 Fuentes Del Campo Magnético. 30.1 Ley de Biot-Savart. 30.2 Fuerza Magnética Entre Dos Conductores Paralelos». En *Física Para Ciencias e Ingeniería Con Física Moderna*, 7ma ed. Vol. 2. CENGAGE learning.