Electromagnetismo 1

S05 - Distribución de cargas continua

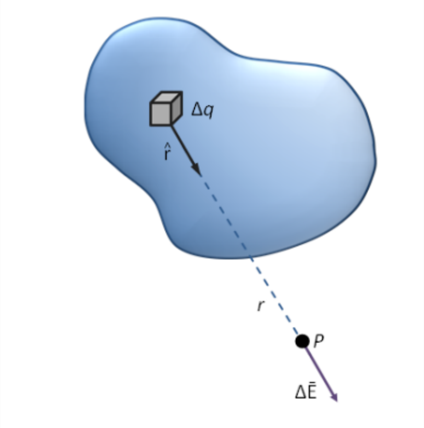
Josue Meneses Díaz

Universidad de Santiago de Chile

Distribución continua de cargas

Distribución continua de cargas

A escala microscópica, la carga eléctrica está cuantizada. Sin embargo, con frecuencia se presentan situaciones en las que un gran número de cargas están tan próximas que la carga total puede considerarse distribuida continuamente en el espacio.



Campos eléctricos debidos a distribuciones de carga continuas

El campo eléctrico en un punto P debido a cada elemento de carga dq viene dado por la ley de Coulomb,

$$d\vec{\mathbf{E}} = k_e \frac{dq}{r^2}\hat{\mathbf{r}}$$

donde r es la distancia de dq a P y $\hat{r}$ es el vector unitario correspondiente.

Utilizando el principio de superposición, el campo eléctrico total $\vec{E}$ es la suma vectorial (integral) de todas estas contribuciones infinitesimales:

$$\vec{\mathbf{E}} = k_e \int_V \frac{dq}{r^2}\hat{\mathbf{r}}.$$

Este es un ejemplo de una integral vectorial que consta de tres integraciones separadas, una para cada componente del campo eléctrico.

Densidad de carga

Densidad de carga lineal

Si la carga se distribuye a lo largo de una línea de longitud l , entonces la densidad de carga lineal λ (lambda minúscula) es:

$$\lambda(\vec{r}) = \frac{dq}{dl} \text{ [C/m]}$$

La carga total es ahora una integral en toda la longitud:

$$Q = \int_{linea} \lambda(\vec{r} dl)$$

Densidad de carga superficial

De manera similar, la carga se puede distribuir sobre una superficie S del área A con una densidad de carga superficial σ (sigma minúscula):

$$\sigma(\vec{r}) = \frac{dq}{dA}$$

La carga total en toda la superficie es

$$Q = \iint_S \sigma(\vec{\mathbf{r}})dA$$

Densidad de carga volumétria

Podemos definir una densidad de carga volumétrica $\rho(\vec{r})$ como

$$\rho(\vec{\mathbf{r}}) = \lim_{\Delta V_i \to 0} \frac{\Delta q_i}{\Delta V_i} = \frac{dq}{dV} \; [\mathrm{C/m}^3]$$

La cantidad total de carga dentro de todo el volumen V es

$$Q = \sum \Delta q_i = \int \rho(\vec{\mathbf{r}}) dV$$

El concepto de densidad de carga es análogo al de densidad de masa $\rho_m(\vec{r})$.

$$M = \int_V \rho_m(\vec{\mathbf{r}}) dV$$

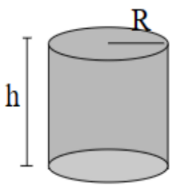
Nota

Si las cargas se distribuyen uniformemente por toda la región, las densidades (λ, ρ o σ) se vuelven uniformes.

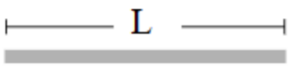
Ejemplos densidad de carga

Ejemplo

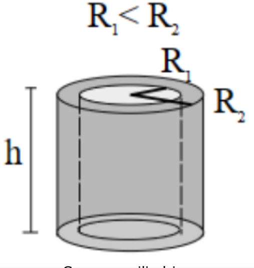
Todos los objetos que se muestran están cargados uniformemente con una carga total Q. Para cada objeto, exprese Q en términos de λ (densidad de carga lineal), σ(densidad de carga superficial), o ρ (densidad de carga volumétrica), y los valores geométricos L, h, R, R_1 y R_2.



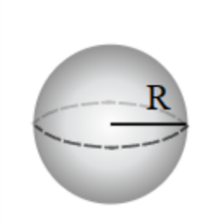
Cilindro sólido



Barra delgada



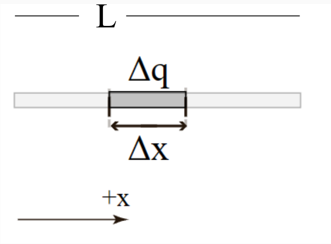
Cascaron cilindrico



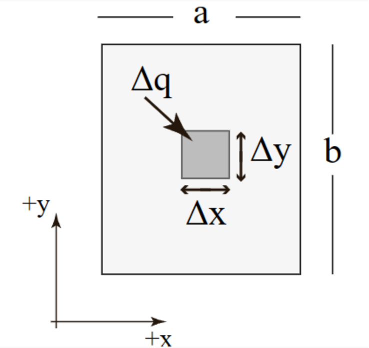
Esfera rígida

Ejemplo

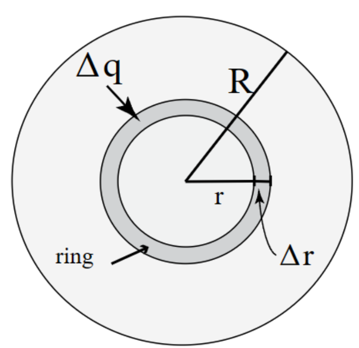
Una carga está distribuida uniformemente a lo largo de cada figura. Encontrar el elemento de carga Δq para cada cuerpo geométrico.



Barra delgada



Placa delgada



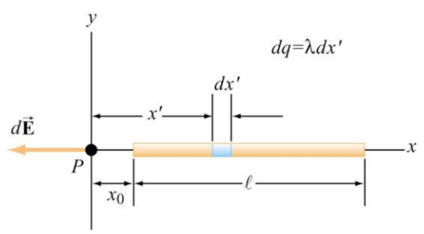
Cilindro delgado

Ejemplos de Campos eléctricos debidos a distribuciones de carga continuas

Ejemplo

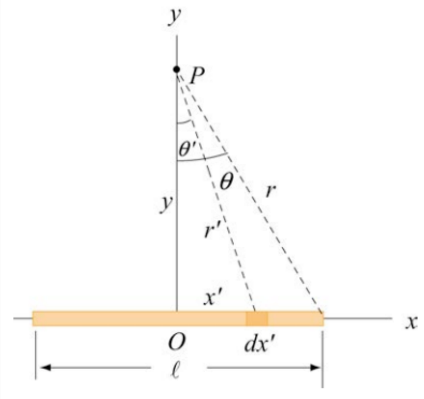
A lo largo del eje x se encuentra una varilla no conductora de longitud l con una densidad de carga positiva uniforme λ y una carga total Q

Calcule el campo eléctrico en un punto P.



Ejemplo
A lo largo del eje x se encuentra una varilla no conductora de longitud λ con una densidad de carga uniforme λ y una carga total Q situada a lo largo del eje x.

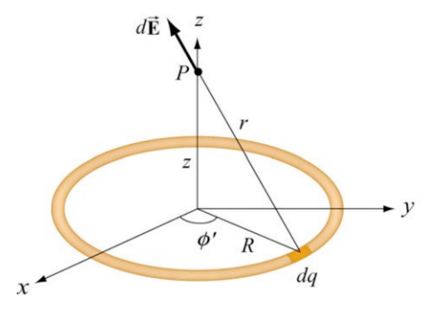
Calcule el campo eléctrico en un punto P.



Ejemplo

Un anillo no conductor de radio R con una densidad de carga uniforme σ y una carga total Q se encuentra en el plano xy.

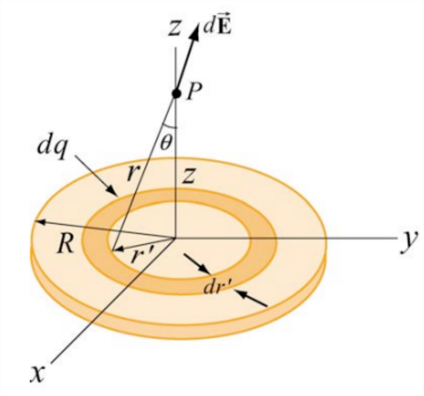
Calcule el campo eléctrico en un punto P, ubicado a una distancia z del centro del anillo a lo largo de su eje de simetría.



Ejemplo

Un disco de radio R cargado uniformemente con una carga total Q se encuentra en el plano xy.

Halla el campo eléctrico en un punto P, a lo largo del eje z que pasa por el centro del disco perpendicular a su plano.



Resumen

Resumen

- El campo eléctrico generado por una distribución de carga continuas es calculado mediante la ley de Coulomb:

$$\vec{\mathbf{E}} = k_e \int_V \frac{dq}{r^2}\hat{\mathbf{r}}.$$

- Si la distrubución de las cargas en uniforme:

$$\lambda = \frac{Q}{l} \text{ lineal} \qquad \sigma = \frac{Q}{A} \text{ superficial} \qquad \rho = \frac{Q}{V} \text{ volumétrica}$$

Referencias

Referencias

- Serway, Raymond A., and John W. Jewett. "23 Campos Eléctricos. 23.5 Campo Eléctrico de Una Distribución de Carga Continua." In Física Para Ciencias e Ingeniería Con Física Moderna, 7ma ed. Vol. 2. CENGAGE learning, 2005.
- Freedman, Young, and S. Zemansky. "21 CARGA ELÉCTRICA Y CAMPO ELÉCTRICO. 21.5 Cálculos de Campos Eléctricos." In Física Universitaria, 2009.