

Electromagnetismo I

S16 - Ley de Faraday

Josue Meneses Díaz

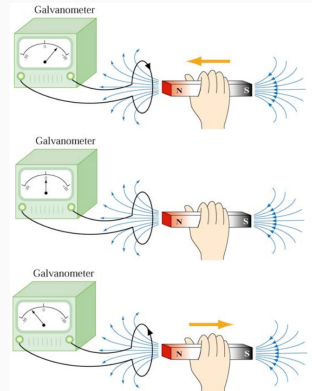
Universidad de Santiago de Chile

Inducción electromagnética

Inducción electromagnética

En 1831, Michael Faraday descubrió que, variando un campo magnético con el tiempo, se podía generar un campo eléctrico. El fenómeno se conoce como inducción electromagnética. La figura muestra uno de los experimentos realizados por Faraday.

- No se registra corriente cuando la barra magnética está estacionaria con respecto a la espira.
- Se **induce** una corriente en la espira cuando existe un movimiento relativo entre la barra magnética y el bucle.
- El galvanómetro se desvía en una dirección a medida que el imán se acerca a la espira y en la dirección opuesta a medida que se aleja.



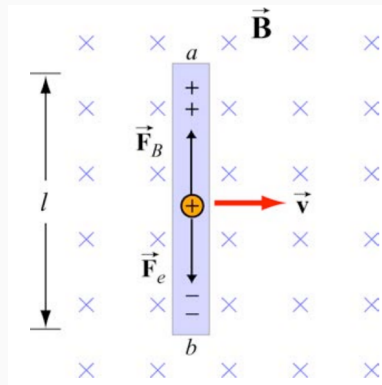
El experimento de Faraday demuestra que se induce una corriente eléctrica en el bucle cambiando el campo magnético.

La bobina se comporta como si estuviera conectada a una fuente de campos electromagnéticos. Experimentalmente se encuentra que la **fem inducida depende de la tasa de cambio del flujo magnético a través de la bobina.**

Fem de movimiento

Considere una barra conductora de longitud l moviéndose a través de un campo magnético uniforme. Las partículas con carga $q > 0$ en su interior experimentan una fuerza magnética $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ que tiende a empujarlas hacia arriba, dejando cargas negativas en el extremo inferior.

La separación de la carga da lugar a un campo eléctrico \vec{E} en el interior de la barra, que a su vez produce una fuerza eléctrica descendente $\vec{F}_E = q\vec{E}$.



En el equilibrio donde las dos fuerzas se cancelan, tenemos

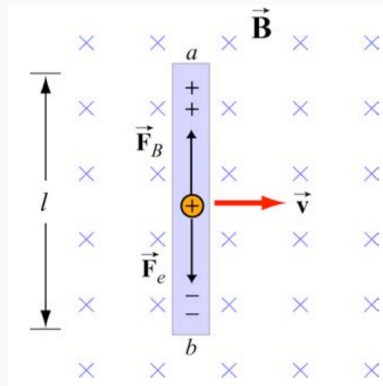
$$qvB = qE$$

$$E = vB$$

Entre los dos extremos del conductor, existe una diferencia de potencial dada por

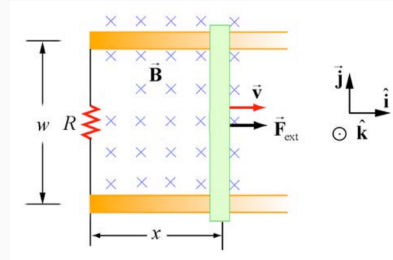
$$V_{ab} = V_a - V_b = \varepsilon = El = Blv$$

Dado que ε surge del movimiento del conductor, esta diferencia de potencial se denomina **fem de movimiento**.



Supongamos que la barra conductora se mueve a través de una región de campo magnético uniforme $\vec{B} = -B\hat{k}$ deslizándose a lo largo de dos rieles conductores sin fricción que están a una distancia w y conectados entre sí por una resistencia con resistencia R .

Apliquemos una fuerza externa \vec{F}_{ext} de modo que el conductor se mueva hacia la derecha con una velocidad constante $\vec{v} = v\hat{i}$. Con el elemento de área $A = A\hat{k}$. ¿Cuál es el flujo magnético en el bucle?



El flujo magnético a través del bucle cerrado es

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A} = -Bwx\vec{k} \cdot \vec{k}$$

El cambio de flujo magnético es entonces:

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}(Bwx) = -Bwv \quad (1)$$

Por lo tanto, un portador de carga con carga q en la barra móvil experimenta una fuerza magnética dada por

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B} = qv\hat{i} \times B(-\hat{k}) = qvB\hat{j}$$

Orientamos el camino cerrado formado por la barra y el riel en sentido horario de manera que el vector normal unitario $\hat{n} = \hat{k}$. La única contribución a la integral es hacia arriba a lo largo de la barra en movimiento. La fuerza electromotriz es entonces

$$\mathcal{E} = \oint \frac{\vec{F}_B}{q} \cdot d\vec{s} = \int_{\text{barra}} vB\hat{j} \cdot (dy\hat{j}) = wvB \quad (2)$$

Comparando la Ecuación 1 y la Ecuación 2, concluimos que

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Ley de Faraday

Ley de Faraday

Los resultados anteriores muestran que el campo eléctrico no puede ser un campo electrostático porque la integral de línea de un campo electrostático no es cero. La Ley de Faraday afirma que existe un campo eléctrico no electrostático \vec{E} asociado con la fem tal que

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

o de forma integral

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d}{dt} \iint_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

La expresión anterior implica que el cambio flujo magnético induce un campo eléctrico no electrostático que puede variar con el tiempo. El signo — en la ecuación es conocida como la ley de Lenz que comentaremos a continuación.

Voltiendo al problema de la espira, la fem es responsable de una corriente inducida en la barra en la dirección positiva y dada por:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{Blv}{R}$$

En dirección antihorario. El flujo magnético a través de la espira aumenta a medida que la barra se mueve hacia la derecha. Una corriente en sentido contrario a las agujas del reloj generará su propio campo magnético apuntando hacia fuera del bucle. Esto generará un flujo magnético que se opone al cambio de flujo debido al aumento del área del bucle. Este es un ejemplo de la ley de Lenz

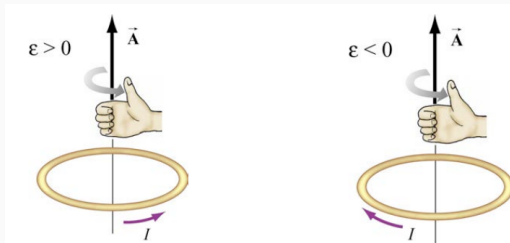
** La corriente inducida en una espira está en la dirección que crea un campo magnético que se opone al cambio en el flujo magnético en el área encerrada por la espira.**

Para ilustrar cómo funciona la ley de Lenz, consideremos un bucle conductor colocado en un campo magnético. Seguimos el siguiente procedimiento:

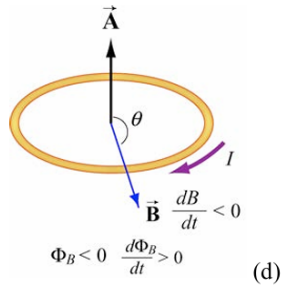
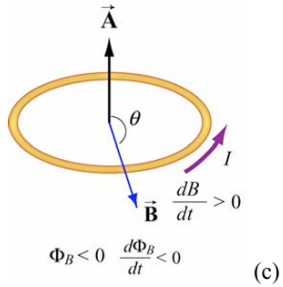
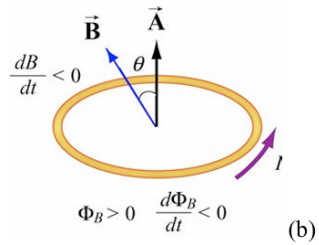
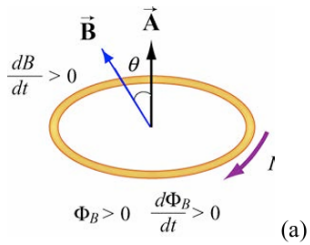
1. Defina una dirección positiva para el vector área \vec{A} .
2. Suponiendo que \vec{B} es uniforme, tome el producto punto de \vec{B} y \vec{A} . Esto permite determinar el signo del flujo magnético Φ_B .
3. Obtenga la tasa de cambio del flujo $\frac{d\Phi_B}{dt}$ por diferenciación. Hay tres posibilidades:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \frac{d\Phi_B}{dt} > 0 & \Rightarrow \text{fem inducida } \varepsilon < 0 \\ \frac{d\Phi_B}{dt} < 0 & \Rightarrow \text{fem inducida } \varepsilon > 0 \\ \frac{d\Phi_B}{dt} = 0 & \Rightarrow \text{fem inducida } \varepsilon = 0 \end{array} \right.$$

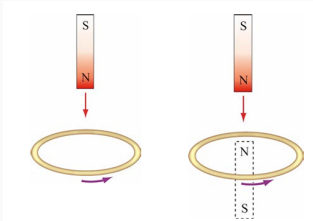
4. Determine la dirección de la corriente inducida usando la regla de la mano derecha. Con el pulgar de la mano derecha apuntando en la dirección de \vec{A} , enrolle los dedos de la mano derecha alrededor del bucle cerrado. La corriente inducida está en la misma dirección que la forma en que se curvan los dedos si $\varepsilon > 0$, y en la dirección opuesta si $\varepsilon < 0$



Φ_B	$d\Phi_B/dt$	ε	I
+	+	-	-
+	-	+	+
-	+	-	-
-	-	+	+



Como ejemplo para ilustrar cómo se puede aplicar la ley de Lenz, considere la situación en la que un imán de barra se mueve hacia un bucle conductor con su polo norte hacia abajo

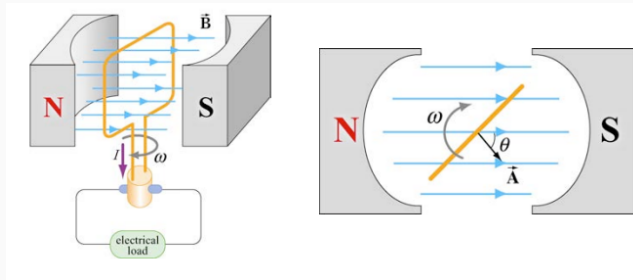


- El campo magnético apuntando hacia abajo y el vector área \vec{A} apuntando hacia arriba, el flujo magnético es negativo $\Phi = -BA < 0$
- A medida que el imán se acerca al lazo, el campo magnético en un punto del lazo aumenta $\frac{dB}{dt} > 0$, produciendo más flujo a través del plano del lazo. $\Phi = -BA < 0$ lo que implica una fem inducida positiva, $\epsilon > 0$, y la corriente inducida fluye en dirección antihoraria. La corriente entonces establece un campo magnético inducido y produce un flujo positivo para contrarrestar el cambio.

Generadores

Generadores

Una de las aplicaciones más importantes de la ley de inducción de Faraday es la de generadores y motores. Un generador convierte la energía mecánica en energía eléctrica, mientras que un motor convierte la energía eléctrica en energía mecánica. La figura es una ilustración simple de un generador. Consiste en un bucle de giro N que gira en un \vec{B} uniforme.



El flujo magnético varía con el tiempo, induciendo así una fem:

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A} = BA \cos \theta = BA \cos \omega t$$

La tasa de cambio del flujo magnético es

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = -BA\omega \sin \omega t$$

Debido a que hay N vueltas en la espira, la fem total inducida a través de los dos extremos del lazo es

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt} = NBA\omega \sin \omega t$$

Si conectamos el generador a un circuito que tiene una resistencia R , entonces la corriente generada en el circuito está dada por

$$I = \frac{|\mathcal{E}|}{R} = \frac{NBA\omega}{R} \sin \omega t$$

La corriente es una corriente alterna que oscila en signo y tiene amplitud $I_0 = \frac{NBA\omega}{R}$. La potencia entregada a este circuito es

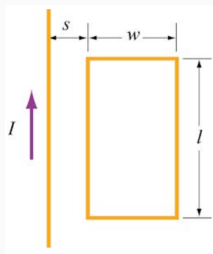
$$P = I|\mathcal{E}| = \frac{(NBA\omega)^2}{R} \sin^2 \omega t$$

Ejemplos

Ejemplo (Espira rectangular cerca de un cable)

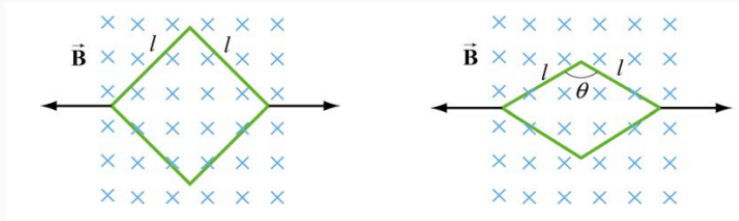
Un cable recto infinito que transporta una corriente I , se coloca a la izquierda de una espira rectangular de alambre con ancho w y largo l .

- (a) Determinar el flujo magnético a través del bucle rectangular debido a la corriente I .
- (b) Supongamos que la corriente, $I(t) = a + bt$ con a y b constantes positivas. ¿Cuál es la fem inducida en el bucle y la dirección de la corriente inducida?



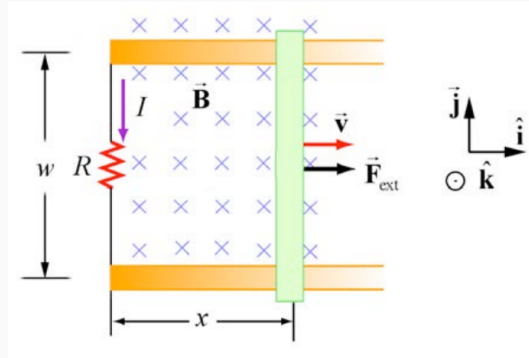
Ejemplo

Una espira cuadrada con una longitud l se coloca en un campo magnético uniforme. Durante un intervalo de tiempo Δt , la espira se estira como se muestra en la figura. Suponiendo que la resistencia es R , encuentre la corriente inducida promedio en la espira y su dirección.



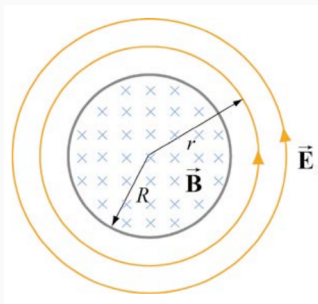
Ejemplo (Barra que se mueve a lo largo de los rieles en un campo magnético constante)

La barra conductora ilustrada en la figura se mueve sobre dos rieles paralelos sin fricción en presencia de un campo magnético uniforme. La barra tiene masa m y su longitud es w . A la barra se le da una velocidad inicial \vec{v} hacia la derecha y se libera en t_0 . - Con las leyes de Newton encuentre la velocidad de la barra como función del tiempo.



Ejemplo (Campo eléctrico inducido)

Consideremos un campo magnético uniforme que apunta hacia la página y está confinado a una región circular con radio R . Supongamos que la magnitud de \vec{B} aumenta con el tiempo, es decir, $dB/dt > 0$. Encontrar el campo eléctrico inducido en todas partes debido al campo magnético cambiante.



Resumen

El flujo magnético a través de una superficie A viene dado por:

$$\Phi_B = \iint_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Si se induce una \mathcal{E} si un conductor se mueve en un campo magnético. La expresión general para \mathcal{E} es

$$\mathcal{E} = \oint (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{s}$$

La ley de inducción de Faraday establece que el cambio del flujo magnético está asociado a un campo eléctrico no electrostático \vec{E} de acuerdo con

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Donde la ley de Lenz establece que la dirección de las corrientes, fuerzas o pares inducidos en un sistema siempre está en una dirección para resistir la forma en que cambia el sistema.

Referencia

Freedman, Young, y S. Zemansky. 2009. «29 INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA. 29.1 Experimentos de Inducción. 29.2 Ley de Faraday. 29.3 Ley de Lenz. 29.4 Fuerza Electromotriz de Movimiento. 29.5 Campos Eléctricos Inducidos». En *Física Universitaria*.

Serway, Raymond A., y John W. Jewett. 2005. «31 Ley de Faraday. 31.1 Leyes de Inducción de Faraday. 31.2 Fem de Movimiento. 31.3 Ley de Lenz. 31.4 Fem Inducida y Campos Eléctricos. 31.5 Generadores y Motores». En *Física Para Ciencias e Ingeniería Con Física Moderna*, 7ma ed. Vol. 2. CENGAGE learning.