

Electromagnetismo 1

S06 - Ley de Gauss

Josue Meneses Díaz

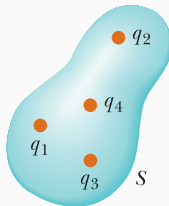
Universidad de Santiago de Chile

Ley de Gauss

Queremos mostrar que la ley de Gauss

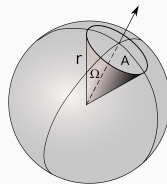
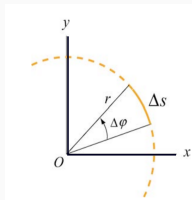
$$\Phi_E = \oiint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{\text{in}}}{\epsilon_0}$$

donde q_{in} representa la carga neta en el interior de la superficie y \vec{E} es el campo eléctrico en cualquier punto de la misma.



Ángulo sólido

Antes de realizar la demostración de la ley de Gauss, tenemos que definir un tipo de ángulo especial, análogo al ángulo utilizado en 2D (rad).

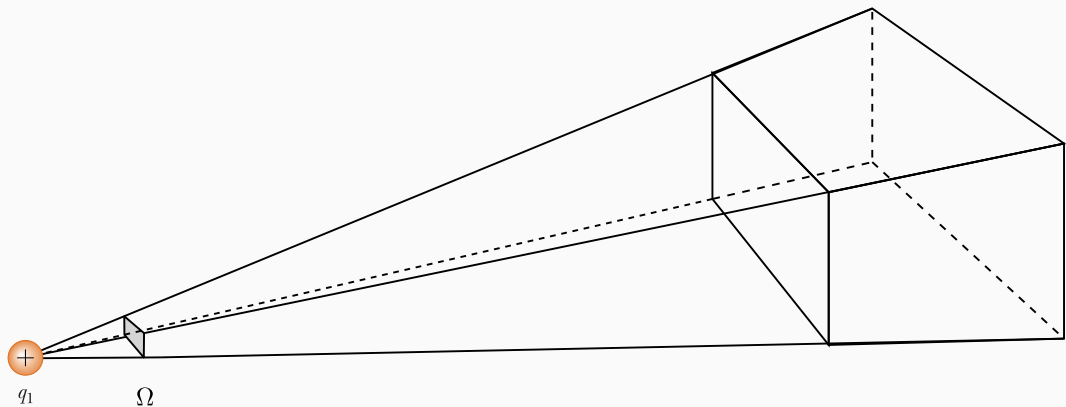


Se define como *ángulo sólido* a la razón entre un área proyectada S y la distancia al cuadrado entre la proyección y el centro:

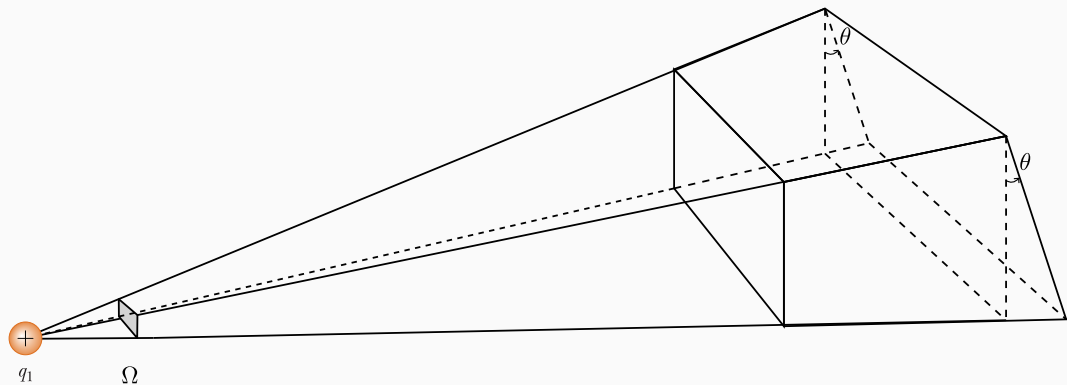
$$\Omega = \frac{A}{r^2} [\text{sr}]$$

La unidad del ángulo sólido en el SI es el **estereorradián** (sr , adimensional).

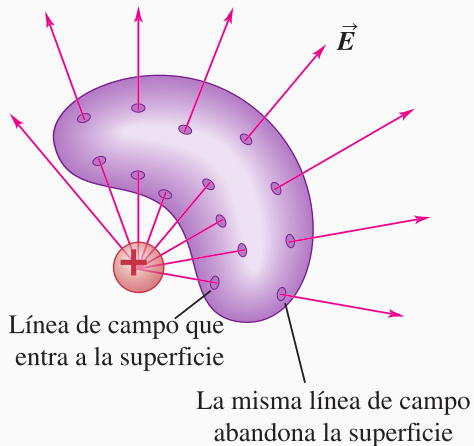
Flujo a través de una superficie cerrada con carga exterior



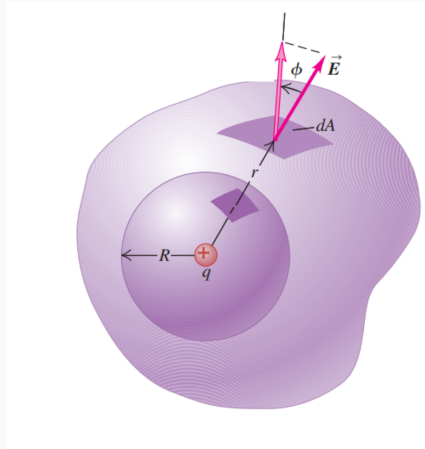
Flujo a través de una superficie cerrada más general con carga exterior



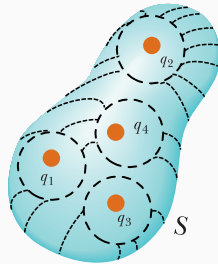
Flujo a través de una superficie genérica sin carga cerrada



Flujo a través de una superficie arbitraria con una carga puntual encerrada



Flujo a través de una superficie arbitraria con muchas cargas puntuales encerradas



Forma general de la ley de Gauss

Forma general de la ley de Gauss

Hemos visto que la ley de Gauss está definida por:

$$\oiint_S \vec{\mathbf{E}} \cdot \hat{n} d\mathbf{A} = \frac{q_{\text{in}}}{\epsilon_0}$$

Ahora si consideramos la densidad de carga volumétrica de la carga encerrada:

$$q_{\text{in}} = \int_V \rho d\mathbf{V}$$

La ley de Gauss de forma general queda determinada por:

$$\oiint_S \vec{\mathbf{E}} \cdot \hat{n} d\mathbf{A} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho d\mathbf{V}$$

Ejemplos

Ejemplo

Calcular el campo eléctrico que genera una carga puntual $-Q$ a una distancia de R respecto a la carga. Gráficar \vec{E} en función de la distancia.

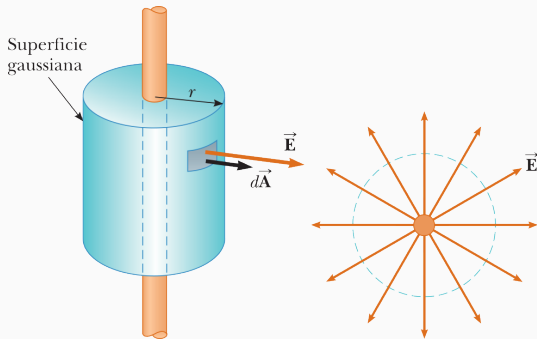
Ejemplo

Una cable infinitamente larga de radio insignificante tiene una densidad de carga uniforme λ .

a) Encontrar el flujo total sobre una superficie gaussiana cilíndrica.

b) Calcule el campo eléctrico a una distancia r del cable.

c) Gráficar \vec{E} en función de la distancia.

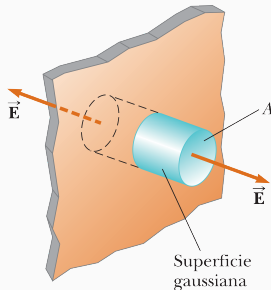


Ejemplo

Considere un placa no conductor infinitamente grande en el plano xy con una densidad de carga superficial uniforme σ .

Determinar:

- a) El flujo total sobre una superficie gaussiana cilíndrica.
- b) El campo eléctrico en todo el espacio.
- c) Gráficar \vec{E} en función de la distancia.



Ejemplo

Una cascaron esférico delgado de radio a tiene una carga $+Q$ distribuida uniformemente sobre su superficie.

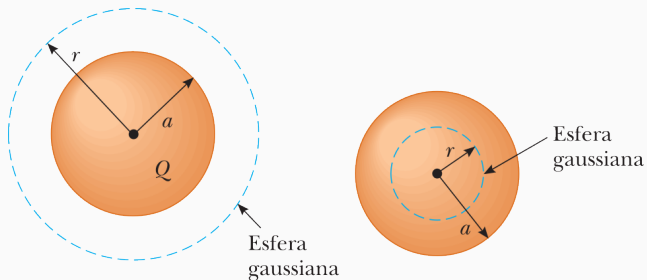
- a) Encontrar \vec{E} tanto dentro como fuera de la carcasa.
- b) Gráficar el campo en función de la distancia.

Ejemplo

Una carga eléctrica $+Q$ se distribuye uniformemente a través de una esfera sólida no conductora de radio a .

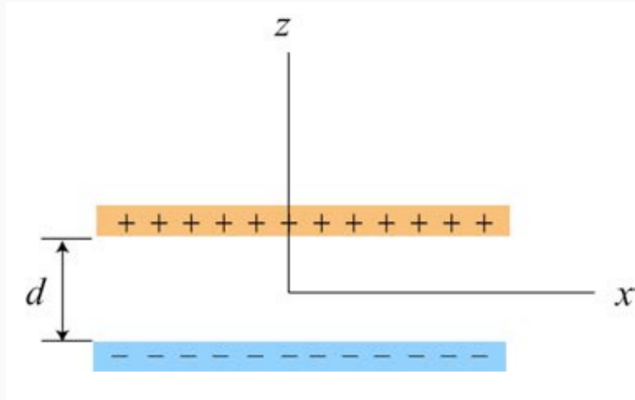
a) Determinar \vec{E} en todas partes dentro y fuera de la esfera.

b) Gráficar \vec{E} en función de la distancia.



Ejemplo

Dos planos paralelos infinitos no conductores que se encuentran en el plano xy están separados por una distancia d , con una carga uniforme superficial σ opuesta. Encontrar \vec{E} en todas partes del espacio.



Resumen

La ley de Gauss establece que el flujo eléctrico a través de una superficie cerrada es proporcional a la carga eléctrica neta dentro de esa superficie

$$\oiint_S \vec{\mathbf{E}} \cdot \hat{n} d\mathbf{A} = \frac{q_{\text{in}}}{\epsilon_0}$$

Si dentro de la superficie cerrada no hay carga, el flujo eléctrico es cero

$$\oiint_S \vec{\mathbf{E}} \cdot \hat{n} d\mathbf{A} = 0$$

Referencias

Freedman, Young, and S. Zemansky. 2009. "22 LEY DE GAUSS. 22.3 Ley de Gauss. 22.4 Aplicaciones de La Ley de Gauss." In *Física Universitaria*.

Serway, Raymond A., and John W. Jewett. 2005. "24 Ley de Gauss. 24.2 Ley de Gauss. 24.3 Aplicación de La Ley de Gauss a Varias Distribuciones de Carga." In *Física Para Ciencias e Ingeniería Con Física Moderna*, 7ma ed. Vol. 2. CENGAGE learning.