

# Electromagnetismo 1

S06 - Ley de Gauss

---

Josue Meneses Díaz

Universidad de Santiago de Chile

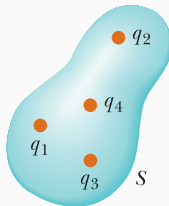
## Ley de Gauss

---

Queremos mostrar que la ley de Gauss

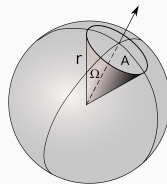
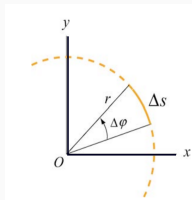
$$\Phi_E = \oiint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{\text{in}}}{\epsilon_0}$$

donde  $q_{\text{in}}$  representa la carga neta en el interior de la superficie y  $\vec{E}$  es el campo eléctrico en cualquier punto de la misma.



# Ángulo sólido

Antes de realizar la demostración de la ley de Gauss, tenemos que definir un tipo de ángulo especial, análogo al ángulo utilizado en 2D (rad).

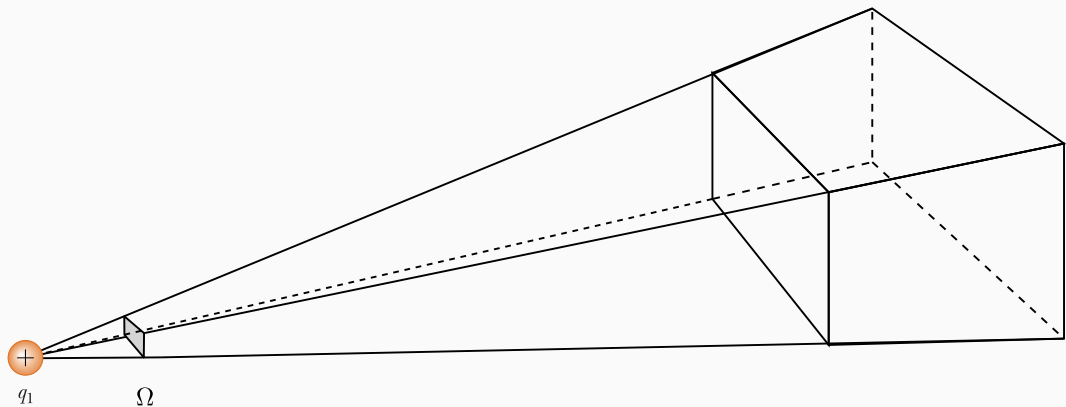


Se define como *ángulo sólido* a la razón entre un área proyectada  $S$  y la distancia al cuadrado entre la proyección y el centro:

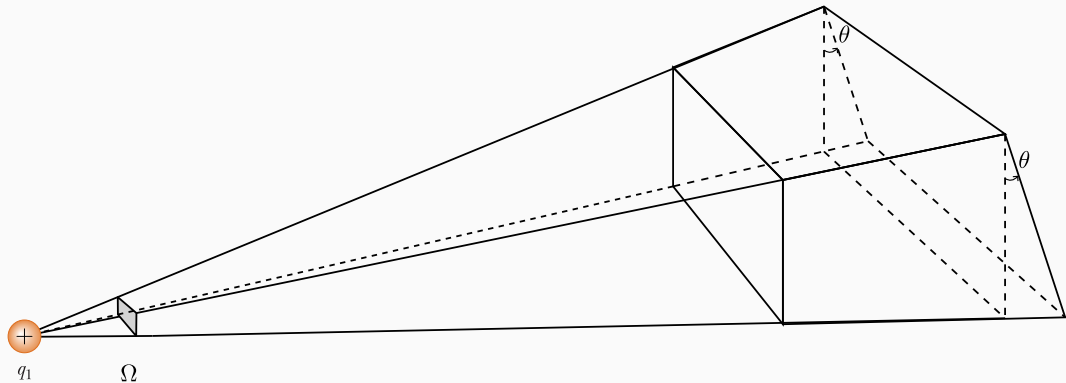
$$\Omega = \frac{A}{r^2} [\text{sr}]$$

La unidad del ángulo sólido en el SI es el **estereorradián** ( $\text{sr}$ , adimensional).

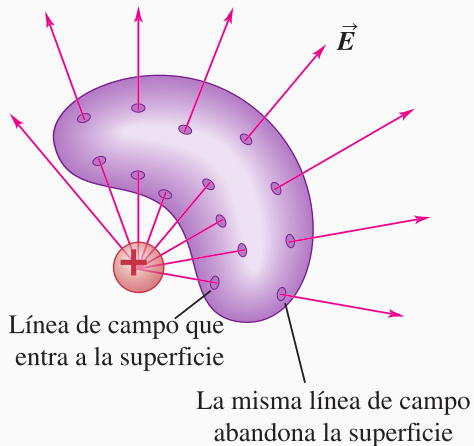
## Flujo a través de una superficie cerrada con carga exterior



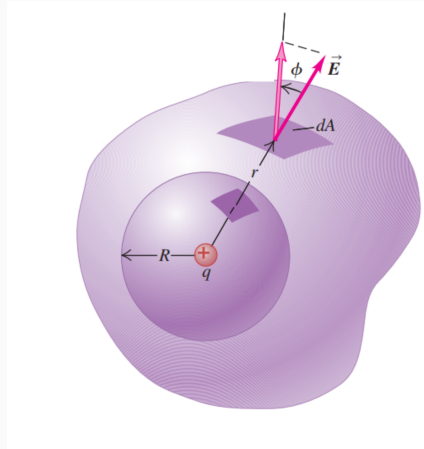
## Flujo a través de una superficie cerrada más general con carga exterior



## Flujo a través de una superficie genérica sin carga cerrada

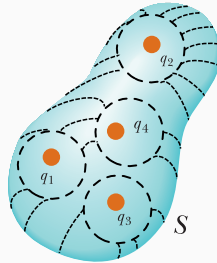


## Flujo a través de una superficie arbitraria con una carga puntual encerrada





## Flujo a través de una superficie arbitraria con muchas cargas puntuales encerradas



## Forma general de la ley de Gauss

---

## Forma general de la ley de Gauss

Hemos visto que la ley de Gauss está definida por:

$$\oiint_S \vec{\mathbf{E}} \cdot \hat{n} d\mathbf{A} = \frac{q_{\text{in}}}{\epsilon_0}$$

Ahora si consideramos la densidad de carga volumétrica de la carga encerrada:

$$q_{\text{in}} = \int_V \rho d\mathbf{V}$$

La ley de Gauss de forma general queda determinada por:

$$\oiint_S \vec{\mathbf{E}} \cdot \hat{n} d\mathbf{A} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho d\mathbf{V}$$

## Ejemplos

---

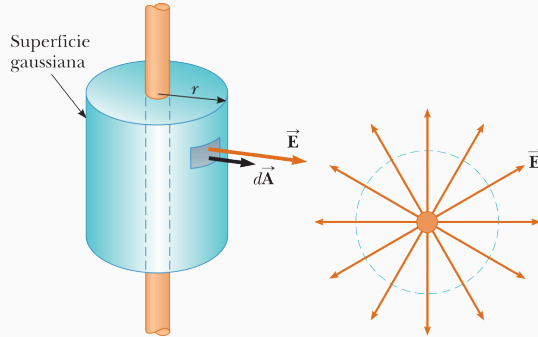
### Ejemplo

Calcular el campo eléctrico que genera una carga puntual  $-Q$  a una distancia de  $R$  respecto a la carga. Gráficar  $\vec{E}$  en función de la distancia.

### Ejemplo

Una cable infinitamente larga de radio insignificante tiene una densidad de carga uniforme  $\lambda$ .

- a) Encontrar el flujo total sobre una superficie gaussiana cilíndrica.
- b) Calcule el campo eléctrico a una distancia  $r$  del cable.
- c) Gráficar  $\vec{E}$  en función de la distancia.

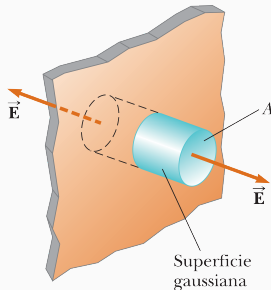


### Ejemplo

Considere un placa no conductor infinitamente grande en el plano  $xy$  con una densidad de carga superficial uniforme  $\sigma$ .

Determinar:

- a) El flujo total sobre una superficie gaussiana cilíndrica.
- b) El campo eléctrico en todo el espacio.
- c) Gráficar  $\vec{E}$  en función de la distancia.



### Ejemplo

Una cascaron esférico delgado de radio  $a$  tiene una carga  $+Q$  distribuida uniformemente sobre su superficie.

- a) Encontrar  $\vec{E}$  tanto dentro como fuera del cascaron.
- b) Gráficar el campo en función de la distancia.

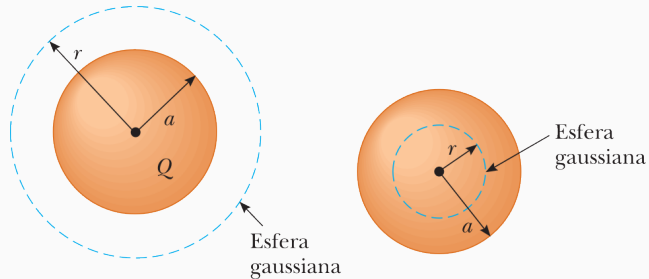


### Ejemplo

Una carga eléctrica  $+Q$  se distribuye uniformemente a través de una esfera sólida no conductora de radio  $a$ .

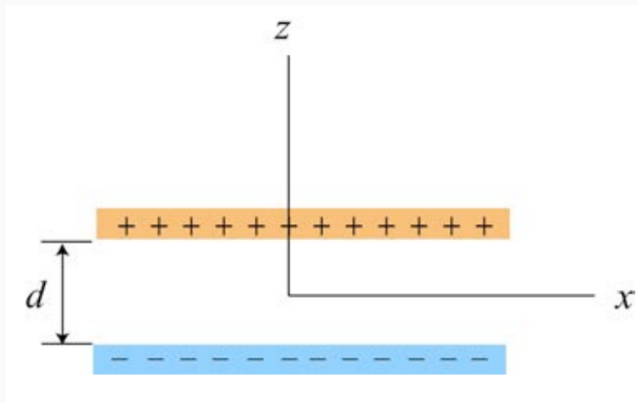
a) Determinar  $\vec{E}$  en todas partes dentro y fuera de la esfera.

b) Gráficar  $\vec{E}$  en función de la distancia.



### Ejemplo

Dos planos paralelos infinitos no conductores que se encuentran en el plano  $xy$  están separados por una distancia  $d$ , con una carga uniforme superficial  $\sigma$  opuesta. Encontrar  $\vec{E}$  en todas partes del espacio.



## Resumen

---

La ley de Gauss establece que el flujo eléctrico a través de una superficie cerrada es proporcional a la carga eléctrica neta dentro de esa superficie

$$\oiint_S \vec{\mathbf{E}} \cdot \hat{n} d\mathbf{A} = \frac{q_{\text{in}}}{\epsilon_0}$$

Si dentro de la superficie cerrada no hay carga, el flujo eléctrico es cero

$$\oiint_S \vec{\mathbf{E}} \cdot \hat{n} d\mathbf{A} = 0$$

## Referencias

---

Freedman, Young, and S. Zemansky. 2009. "22 LEY DE GAUSS. 22.3 Ley de Gauss. 22.4 Aplicaciones de La Ley de Gauss." In *Física Universitaria*.

Serway, Raymond A., and John W. Jewett. 2005. "24 Ley de Gauss. 24.2 Ley de Gauss. 24.3 Aplicación de La Ley de Gauss a Varias Distribuciones de Carga." In *Física Para Ciencias e Ingeniería Con Física Moderna*, 7ma ed. Vol. 2. CENGAGE learning.