Electromagnetismo I

S09 - Capacitores

Josue Meneses Díaz

Universidad de Santiago de Chile

Capacitores

Capacitores: Fundamentos y Funcionamiento

Consideremos otra propiedad de nuestros conductores. Si tenemos un conductor aislado con carga Q. El potencial V en cada punto del conductor es:

$$\Delta V_{AB} = -\oint \vec{E} \cdot \vec{s} = 0 \Rightarrow V_A = V_B$$

Nuestro conductor está en un potencial equipotencial. Eso significa que cada punto en el material del conductor está en el mismo potencial. Y elijamos V del infinito para que sea 0.

Nos gustaría establecer es la relación entre la carga que se lleva en este conductor, y el potencial con el que están relacionados.

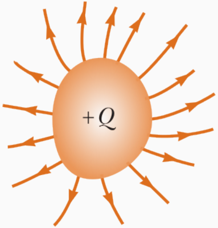
$$Q \propto V$$

Experimentalmente se ha determinado que la relación entre ambas es linealmente proporcional de la forma

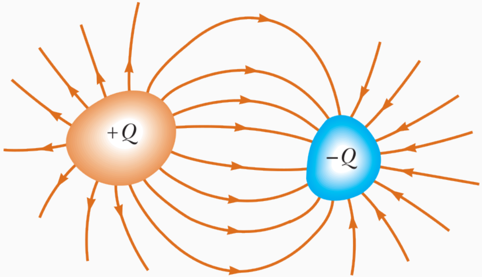
$$Q = CV$$

$$[C] : [F] \qquad F : \text{Faradios}$$

Donde C es una constante de proporcionalidad se llamado **capacitancia** y V es la diferencia de potencial eléctrico comparado con el potencial en el infinito.



Consideremos qué sucede si tenemos dos conductores aislados con cargas +Q con una superficie equipotencial V_1 y -Q con una superficie equipotencial V_2 respectivamente.



$$
\begin{aligned}
Q &= C|(V_1 - V_2)| \\
&= C|V_1 - V_2| \\
&= C|\Delta V|
\end{aligned}
$$

A esta disposición de dos conductores aislados sujetos a diferentes potenciales lo denominaremos **capacitor**.

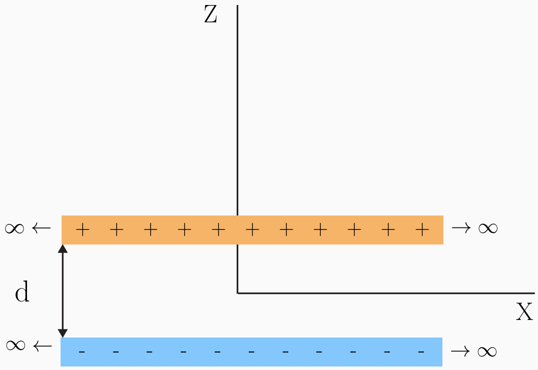
Existen varios casos especiales de capacitores, dentro de los más conocidos son:

- placas paralelas,
- cilindros coaxiales,
- esferas concéntricas.

La capacitancia de cada **condensador** solo determinada por las propiedades geométricas de estos objetos. No hay una fórmula única que describa la capacitancia de cada par de dos conductores, debe ser calculado.

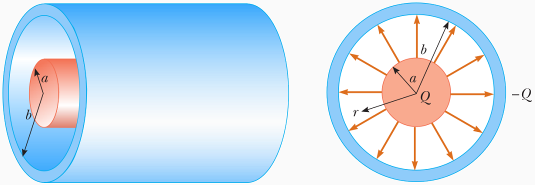
Example (Capacitor placas paralelas)

Considere dos placas metálicas de igual área A separadas por una distancia d. La placa superior lleva una carga $+$Q, mientras que la placa inferior lleva una carga –Q. La carga de las placas es realizada con una batería, lo que produce una diferencia de potencial. Encuentre la capacitancia del sistema.



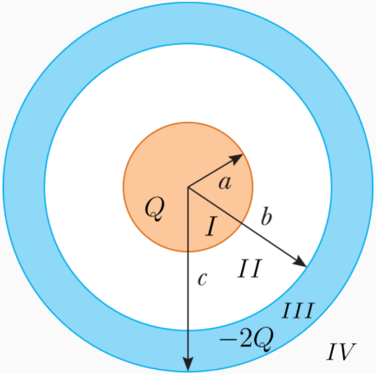
Example (Capacitor cilindros coaxiales)

Consideremos un conductor cilíndrico sólido de radio a rodeado por una carcasa cilíndrica coaxial de radio interior b. La longitud de ambos cilindros es L y consideramos que esta longitud es mucho mayor que $b - a$ la separación de los cilindros, por lo que se pueden despreciar los efectos de borde. El condensador se carga de modo que el cilindro interior tiene una carga $+Q$ mientras que la carcasa exterior tiene una carga $-Q$. Encontrar la capacitancia del sistema.



Example (Capacitor cascarones esféricos)

Consideremos un condensador esférico: dos capas esféricas concéntricas de radios a y b. La capa interior tiene una carga $+Q$ uniformemente distribuida sobre su superficie, y la capa exterior una carga igual pero opuesta $-Q$. Encontrar la capacitancia del sistema.

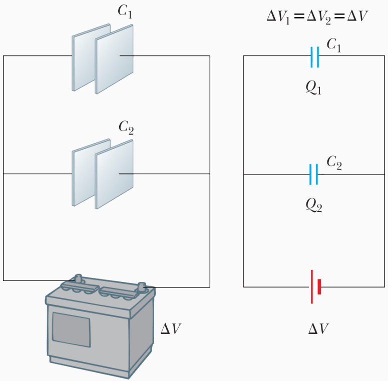


Circuitos eléctricos

Circuitos eléctricos

En el análisis de los circuitos eléctricos, emplearemos una representación gráfica simbólica denominada diagrama del circuito o circuitos esquemáticos.

Capacitores en paralelo



$$\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V$$

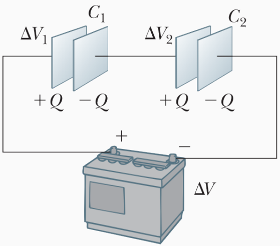
La carga total del circuito es

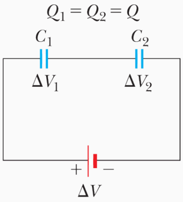
$$\begin{aligned} Q &= Q_1 + Q_2 \\ &= C_1 \Delta V_1 + C_2 \Delta V_2 \\ &= (C_1 + C_2)\Delta V \\ Q &= C_{eq} \Delta V \end{aligned}$$

La capacitancia equivalente de una combinación de condensadores en paralelo es la suma algebraica de las capacitancias individuales,

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \cdots + C_n$$

Capacitores en serie





$$Q_1 = Q_2 = Q$$

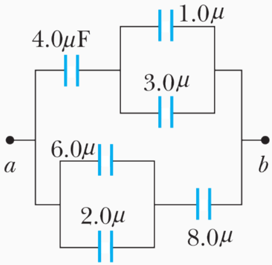
$$\begin{aligned} \Delta V_{total} &= \Delta V_1 + \Delta V_2 \\ &= \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} \\ &= Q\left[\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right] \end{aligned}$$

$$\Delta V = \frac{Q}{C_{eq}}$$

La capacitancia equivalente de una combinación de condensadores en serie es la suma algebraica inversa de las capacitancias individuales,

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \cdots + \frac{1}{C_n}$$

Example
Encontrar el circuito equivalente para el arreglo de capacitores mostrado en la figura.



Energía en un Capacitor

Cálculo de Energía Almacenada en un Capacitor

Para calcular la energía almacenada en un capacitor, se emplea un proceso de carga alternativo al real ya que la energía en la configuración final no depende del proceso de transferencia de carga real.

Se imagina que la carga se transfiere mecánicamente entre las placas del capacitor. Se toma una pequeña cantidad de carga positiva de la placa conectada a la terminal negativa y se aplica una fuerza para moverla hacia la placa conectada a la terminal positiva, realizando trabajo sobre la carga durante la transferencia.

Aunque inicialmente no se requiere trabajo para transferir una pequeña cantidad de carga entre placas, una vez transferida, aparece una pequeña diferencia de potencial, lo que requiere trabajo adicional para mover más carga debido a esta diferencia.

Suponiendo que q es la carga del capacitor en un instante dado durante el proceso de carga, la diferencia de potencial a través del capacitor es $V = \frac{q}{C}$. El trabajo necesario para transferir un incremento de carga dq de una placa a otra es expresado como:

$$W = \int_0^Q V dq = \int_0^Q \frac{q}{C} dq$$

El trabajo total requerido para cargar el capacitor desde q $= 0$ hasta una carga final Q es:

$$W = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

El trabajo invertido al cargar el capacitor se convierte en energía potencial eléctrica U almacenada en el mismo. Utilizando la ecuación 26.1, la energía potencial almacenada en el capacitor con carga se expresa como:

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} Q \cdot V = \frac{1}{2} C \cdot V^2$$

Energía Almacenada y Límites en Capacitores

La energía almacenada en un capacitor se puede entender como la energía almacenada en el campo eléctrico entre las placas al cargar el capacitor. Para un capacitor de placas paralelas: $V = Ed$, y $C = e_0 A/d$:

$$U = \frac{1}{2}\frac{\epsilon_0 A}{d}(E^2 d^2) = \frac{1}{2}\frac{\epsilon_0 A}{d}E^2$$

La energía por unidad de volumen es definida como $u_E = U/Ad$, conocida como *densidad de energía*, es:

$$u_E = \frac{1}{2}\frac{\epsilon_0 E^2}{A} \tag{1}$$

La Ecuación 1 es válida de manera general. La densidad de energía en cualquier campo eléctrico es proporcional al cuadrado de la magnitud del campo eléctrico.

Resumen

Resumen

- En los capacitores, la relación entre la carga Q y el potencial V es llamada capacitancia C.

$$Q = CV \qquad [C] : F, \text{Faradios}$$

- La capacitancia equivalente de una combinación de condensadores en paralelo es la suma algebraica de las capacitancias individuales:

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \cdots + C_n$$

- La capacitancia equivalente de una combinación de condensadores en serie es la suma algebraica inversa de las capacitancias individuales:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \cdots + \frac{1}{C_n}$$

La energía almacenada en un capacitor cualquier se puede calcular con:

$$U = \frac{1}{2}C \cdot V^2$$

Y la densidad de energía de un capacitor es:

$$u_E = \frac{1}{2}\frac{\epsilon_0 E^2}{A}$$

Referencias

Referencias

Freedman, Young, y S. Zemansky. 2009. «24 CAPACITANCIA Y DIELÉCTRICOS. 24.1 Capacitores y Capacitancia. 24.2 Capacitores En Serie y En Paralelo. 24.3 Almacenamiento de Energía En Capacitores y Energía de Campo Eléctrico». En *Física Universitaria*.

Serway, Raymond A., y John W. Jewett. 2005. «26 Capacitancia y Materiales Dieléctricos. 26.1 Definición de Capacitancia. 26.2 Cálculo de La Capacitancia. 26.3 Combinaciones de Capacitores. 26.4 Energía Almacenada En Un Capacitor Con Carga». En *Física Para Ciencias e Ingeniería Con Física Moderna*, 7ma ed. Vol. 2. CENGAGE learning.