

2.1 Sistemas numéricos

Electrónica Digital y Microcontroladores

Josué Meneses Díaz

josue.meneses@usach.cl

Universidad de Santiago de Chile

20-03-2025

Objetivos

- Estudiar los distintos sistemas numéricos existentes y utilizados en electrónica digital.
 - Decimal
 - Binario
 - Octal
 - Hexadecimal
- Realizar conversiones entre los distintos sistemas numéricos.
 - Sistema -> Decimal
 - Sistema -> Binario
- Aprender un sistema especial en electrónica digital:
 - Binario codificado en decimal (BCD)

SISTEMAS NUMÉRICOS

Introducción – Sistema Decimal

- Base o radical 10
 - Formada 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

1	2	3	4	
$1 \cdot 10^3$	$2 \cdot 10^2$	$3 \cdot 10^1$	$4 \cdot 10^0$	
$1 \cdot 1000$	$2 \cdot 100$	$3 \cdot 10$	$4 \cdot 1$	
1000	200	30	4	$=1234_{10}$

Sea el número decimal $D = A_n A_{n-1} \cdot \dots \cdot A_3 A_2 A_1 A_0$

$$= A_n \cdot 10^n + \dots + A_1 \cdot 10^1 + A_0 \cdot 10^0$$

$$= \sum_{k=0}^n A_k \cdot 10^k$$

Generalizando $\Rightarrow \sum_{k=0}^n A_k \cdot (Base)^k$

↓ ↓
Digito Base

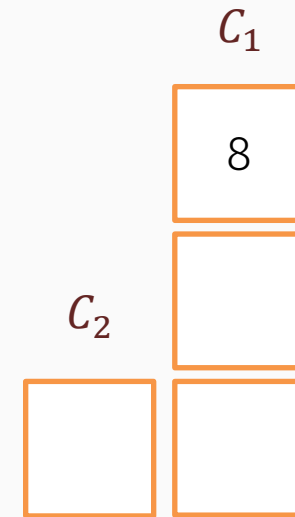
Introducción

Sistema Decimal

Pasos

1. Establecer los números que componen las bases del sistema.
2. La generación de números se progresa consecutivamente hasta utilizar todos los números de la base.
3. Si se llega al último número del sistema, para su sucesor, se agrega una columna a la izq. y se reinicia la cuenta decimal.

decimal $\Rightarrow A_k = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$



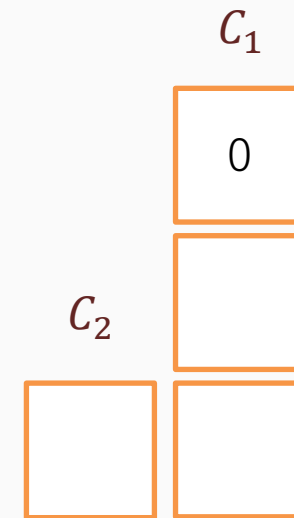
SISTEMA BINARIO

Sistema Binario

- Base 2
- Utiliza los números 0 1

Decimal	Binario
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	

$$B_k = \{0, 1\}$$



Cada dígito de un número en binario es llamado **bit**. Bit es la contracción de **B**inary **D**igit

El primer dígito a la izquierda es llamado **MSB** El primer dígito a la derecha es llamado **LSB**

¿Cuántos números puedo formar con 2 bits?

En general :

Cantidad de números : 2^n números

Último número : $2^n - 1$

IMPORTANTE

Cuando se trabaja con distintos sistemas numéricos se acostumbra a colocar un subíndice en el número con la base del sistema, para evitar confundirse entre los sistemas empleados. Ej.:

2 en sistema decimal = 2_{10}

2 en sistema binario = 10_2

Por lo tanto $2_{10} = 10_2$

Otras formas

$$3_{10} = 11_2 = (11)_2 = 0b11$$

Sistema Binario

Sistema Binario - Conversión Binario a Decimal

Sea el número Binario: $B = b_n \cdot \dots \cdot b_1 b_0$

Utilizamos la ecuación

$$\sum_{k=0}^n A_k \cdot (Base)^k$$

$$\Rightarrow d_n \cdot \dots \cdot d_1 d_0 = \sum_{k=0}^n b_k \cdot 2^k$$

$$B_k = \{0, 1\}$$

$$Base = 2$$

Ejemplo 1. Transforme el número 1011_2 a sistema decimal.

$$1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad = 1011_2$$

Sistema Binario - Conversión Decimal a Binario – Método 1

1. Anotar las potencias de 2 hasta **sobrepasar el valor a transformar**.
2. Restar al número la mayor potencia el valor decimal.
 1. Si la resta es posible, agrega un valor 1 a la conversión, la resta es utilizado en la siguiente menor potencia.
 2. Cuando la resta es menor al minuendo se agrega un cero a la derecha del número convertido.
3. Repetir el paso 2 y 3 hasta que el resto es cero.

Ejemplo 2. Convierta el número 23_{10} en binario.

# Decimal						
Pot. de 2	32	16	8	4	2	0
Resto						
# Binario						

Sistema Binario - Conversión Decimal a Binario – Método 2

1. Divide el número reiteradas veces por 2, ignorando el residuo, hasta que el cociente sea 0.
2. Los residuos son utilizados para formar el número binario.
3. La última división realizada entrega el **MSB**
4. La primera división entrega el **LSB**

Ejemplo 3. Convertir el número 101_{10} a binario.

División	Residuo	
$101/2 =$		

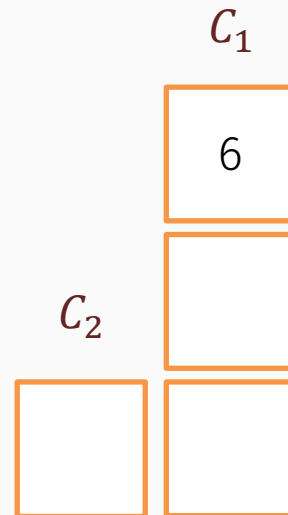
SISTEMA OCTAL

Sistema Octal

Base = 8

$O_k = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

Decimal	Octal
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	



Sea el número octal $O_n \cdot \dots \cdot O_1 O_0$

$$\sum_{k=0}^n A_k \cdot (Base)^k \Rightarrow d_n \cdot \dots \cdot d_1 d_0 = \sum_{k=0}^n O_k \cdot 8^k$$

Ejemplo 4. Convertir el número 6405_8 a sistema decimal.

6	4	0	5	
$\cdot 8^3$	$\cdot 8^2$	$\cdot 8^1$	$\cdot 8^0$	
$\cdot 512$	$\cdot 64$	$\cdot 8$	$\cdot 1$	

Sistema Octal - Conversión Binario a Octal/ Octal a Binario

Decimal	Binario	Octal
1	1	1
2	10	2
3	11	3
4	100	4
5	101	5
6	110	6
7	111	7
8	1000	10
9	1001	11
10	1010	12

Ejemplo 5. Convertir el número **10111101₂** a octal.

Ejemplo 6. Convertir el número **647015₈** a binario.

SISTEMA HEXADECIMAL

Sistema Hexadecimal

Basado en 16 números y letras : $H_k = \{0\ 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9\ A\ B\ C\ D\ E\ F\}$

Dec.	Bin.	Octal	Hex.	Dec.	Bin.	Octal	Hex.
1	1	1	1	8	1000	10	8
2	10	2	2	9	1001	11	9
3	11	3	3	10	1010	12	A
4	100	4	4	11	1011	13	B
5	101	5	5	12	1100	14	C
6	110	6	6	13	1101	15	D
7	111	7	7	14	1110	16	E
				15	1111	20	F
				16	10000	21	10
				17	10001	22	11

Sea el número hexadecimal $H_n \cdot \dots \cdot H_1 H_0$

$$\sum_{k=0}^n A_k \cdot (Base)^k \Rightarrow d_n \cdot \dots \cdot d_1 d_0 = \sum_{k=0}^n H_k \cdot 16^k$$

Ejemplo 7. Convertir el número **A6F0**₁₆ a sistema decimal.

A	6	F	0	
· 16 ³	· 16 ²	· 16 ¹	· 16 ⁰	

Conversión sistema Binario a Hexadecimal

Ejemplo 8. Convertir el número **11110000001110₂** a sistema hexadecimal.

Dec.	Bin.	Octal	Hex.	Dec.	Bin.	Octal	Hex.
1	1	1	1	8	1000	10	8
2	10	2	2	9	1001	11	9
3	11	3	3	10	1010	12	A
4	100	4	4	11	1011	13	B
5	101	5	5	12	1100	14	C
6	110	6	6	13	1101	15	D
7	111	7	7	14	1110	16	E
				15	1111	20	F
				16	10000	21	10
				17	10001	22	11

11110000001110₂			

Decimal codificado en Binario (BCD)

- Es un sistema utilizado ampliamente en los *sistemas digitales*.
- Cada dígito está almacenado en 4 bits.

Decimal	Binario
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001

Ejemplo 9. Convertir el número **3906**₁₀ en codificación BCD.

Ejemplo 10. Convertir el número **1101001001**_{BCD} en codificación decimal.

Referencias y Material Complementario

Sistemas Numéricos

- Capítulo 1 - Sistemas numéricos. Secciones 1-10. Bignell, James W., et al. *Electrónica digital*.
- Capítulo 1 - Sistemas binarios. Secciones 1-1 hasta 1-4. Mano, M. Morris. *Diseño digital*. Pearson Educación.

Profundizar

- Chapter 1 - Common Number Systems and Conversions. Section 1.1 – 1.4. Karris, Steven T. *Digital circuit analysis and design with Simulink modeling and introduction to CPLDs and FPGAs*. Orchard Publications,

OPERACIONES BINARIAS

Objetivos

- Estudiar las operaciones matemáticas básicas utilizando el sistema binario.
 - Suma binaria
 - Resta binaria
 - Multiplicación binaria
 - División binaria

Operaciones Binarias - Suma

- La suma binaria queda definida completamente con

OPERACIÓN	ACARREO	SUMA
0 + 0	0	0
0 + 1	0	1
1 + 0	0	1
1 + 1	1	0

Ejemplo 11. Realizar la suma binaria de los números **11110₂** y **1100₂**

Acarreo

$$\begin{array}{r} 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \\ + \quad 1 \ 1 \ 0 \ 0 \\ \hline \end{array}$$

Operaciones Binarias - Suma

También podemos realizar el análisis
Mediante

Acarreo	1	1	0	0	
	1	1	1	1	0
	+		1	1	0
				0	0
1	0	1	0	1	0

A = 5 bits

B = 5 bits

R = 6 bits

Si $\max(\text{bits } A \text{ o } B) = n \Rightarrow \max(\text{bits } R) = n + 1$

Entrada			Salida	
Acarreo de entrada	A	B	Suma	Acarreo de Salida
	0	0	0	
	1	0	1	

Operaciones Binarias - Resta

Ejemplo 12. Restar los números binarios **11010₂** y **1100₂**

A	B	Diferencia	Préstamo
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	0	0

Préstamo

```
      1 1 0 1 0
    - 1 1 0 0
    -----
```

Operaciones Binarias Resta – Complemento a 2

1. El sustrayendo tiene que tener los mismos bit que el minuendo.
2. Se realiza el complemento del sustrayendo.
3. +1 al sustrayendo.
4. Se realiza la suma, en caso de bit por acarreo circular se omite.

Ejemplo 14. Sumar los números binarios 11010_2 y 1100_2 mediante complemento a 2

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 0\ 1\ 0 \\ -\ 1\ 1\ 0\ 0 \\ \hline \end{array}$$

Método Rápido:

- Dejar sin cambio los bit hasta el primer 1 (de izq. a der.)
- Complementar los siguientes

Operaciones Binarias - Multiplicación

La tabla resumen de la multiplicación es:

A	B	Multiplicación
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Ejemplo 15. Multiplicar los números **1011₂** y **101₂**

$$\begin{array}{rcccccc} & & & 1 & 0 & 1 & 1 & \times & 1 & 0 & 1 \\ & & & \hline & & & 1 & 0 & 1 & 1 & & & & \\ & & & 0 & 0 & 0 & - & & & & \\ + & & & 1 & 0 & 1 & 1 & - & - & & \\ & & & \hline & & & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & & \end{array}$$

Operaciones Binarias - División

Ejemplo 16. Dividir los números **110₂** y **11₂**

$$1 \ 1 \ 0 \ : \ 1 \ 1 =$$

Ejemplo 17. Dividir los números **101010₂** y **110₂**

$$1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ : \ 1 \ 1 \ 0 =$$

Resumen

Operaciones Binarias

- Suma
- Resta
 - Método Directo
 - Complemento a 1
 - Complemento a 2
- Multiplicación
- División

Referencias y Material Complementario

Operaciones Binarias

- Capítulo 1 - Sistemas numéricos. Secciones 11-14. Bignell, James W., et al. *Electrónica digital*.
- Capítulo 1 - Sistemas binarios. Secciones 1-1 hasta 1-7. Mano, M. Morris. *Diseño digital*. Pearson Educación.

Profundizar

- Chapter 2 - Operations in Binary, Octal, and Hexadecimal Systems. Section 2.1 – 2.3. Karris, Steven T. *Digital circuit analysis and design with Simulink modeling and introduction to CPLDs and FPGAs*. Orchard Publications.
- Capítulo 2 - SISTEMAS DE NUMERACIÓN, OPERACIONES Y CÓDIGOS. Floyd, Thomas L. *Fundamentos de Sistemas digitales*. Prentice Hall, 2006.