# Ondas Electromagnéticas

Física Moderna para Ingeniería

josue.meneses+moderna@usach.cl

Josue Meneses Díaz

# Ecuaciones de Maxwell

$$\oint\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0} \tag{1}$$

$$\oint\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \tag{2}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \tag{3}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \tag{4}$$

## Fuerza de Lorentz

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

Combinando las ecuaciones de Maxwell en el vacío y considerando las condiciones que:

$$q = 0$$
$$I = 0$$

se obtiene la **ecuación de onda** tanto para el **campo eléctrico $\vec{E}$** como para el magnético $\vec{B}$. La solución a estas dos ecuaciones muestra que **la rapidez a la cual se propagan las ondas electromagnéticas es igual a la rapidez observada de la luz**. Este resultado permitió a Maxwell predecir que las **ondas de luz son una forma de radiación electromagnética**.

# Descubrimiento de Hertz

Ley de fuerza de Lorenz ▶

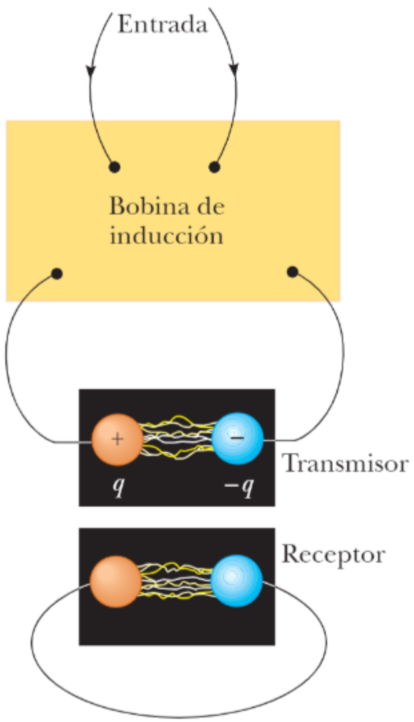



**Figura 34.3** Diagrama del aparato de Hertz para generar y detectar ondas electromagnéticas. El transmisor está constituido por dos electrodos esféricos conectados a una bobina de inducción, la cual proporciona sobrevoltaje breve a las esferas, estableciendo oscilaciones en la descarga entre electrodos. El receptor es una espira cercana de alambre que contiene un segundo descargador de chispa.

## Pasos del experimento

- Una bobina de inducción es conectada a dos electrodos esféricos separados por una distancia $d$ en el vacío.
- La bobina genera sobrevoltaje breve en los electrodos, haciendo que uno sea positivo y el otro negativo.
- Se realiza la ruptura dielectríca entre ambos electrodos $(3 \cdot 10^6\ V/m)$, generando una chispa entre ambas esferas.
- Se genera un campo eléctrico intenso que acelera otros electrones libres, generando la ionización del aire.
  - El aire se convierte en un mejor conductor, y la descarga entre electrodos exhibe un comportamiento oscilatorio a una muy alta frecuencia.

# Descubrimiento de Hertz

Ley de fuerza de Lorenz ▶

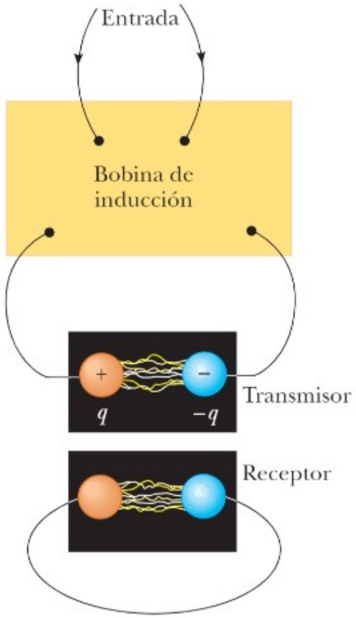
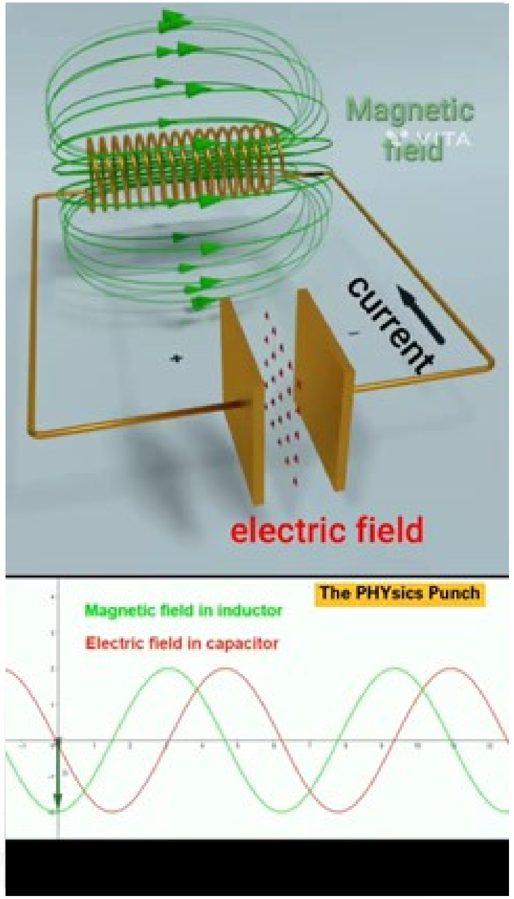



**Figura 34.3** Diagrama del aparato de Hertz para generar y detectar ondas electromagnéticas. El transmisor está constituido por dos electrodos esféricos conectados a una bobina de inducción, la cual proporciona sobrevoltaje breve a las esferas, estableciendo oscilaciones en la descarga entre electrodos. El receptor es una espira cercana de alambre que contiene un segundo descargador de chispa.

## Conclusiones

El aparato se comporta como un circuito LC (con $\omega = 1/\sqrt{LC}$, un oscilador armónico) con una frecuencia del orden de 100 MHz. Hertz detecto las ondas generadas utilizando una espira sencilla como la mostrada en el esquema.




O

Le

# Descubrimiento de Hertz

Ley de fuerza de Lorenz

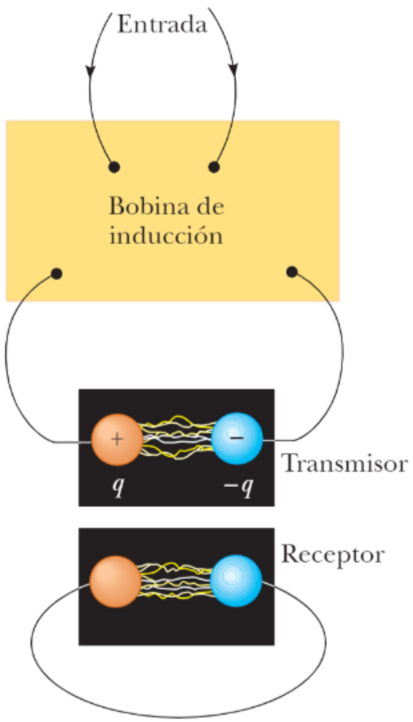



**Figura 34.3** Diagrama del aparato de Hertz para generar y detectar ondas electromagnéticas. El transmisor está constituido por dos electrodos esféricos conectados a una bobina de inducción, la cual proporciona sobrevoltaje breve a las esferas, estableciendo oscilaciones en la descarga entre electrodos. El receptor es una espira cercana de alambre que contiene un segundo descargador de chispa.

## Conclusiones

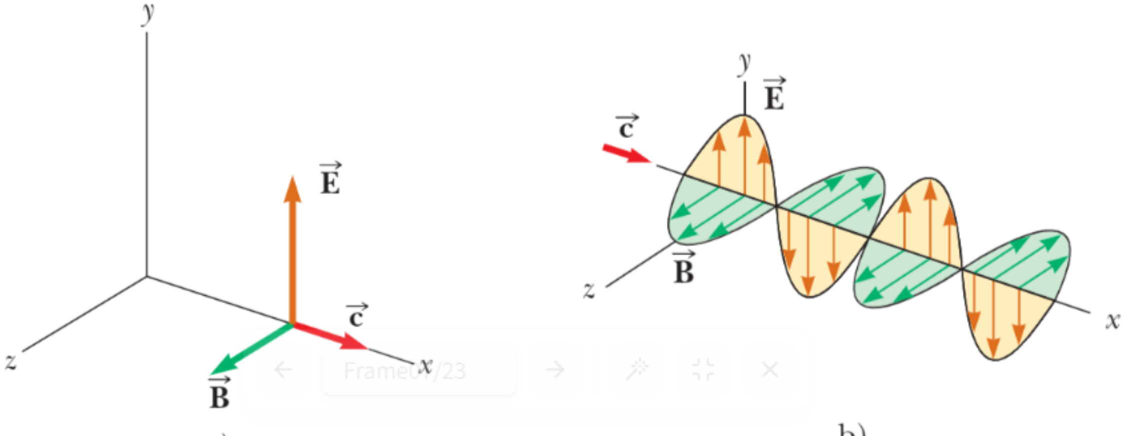
Hertz demostró que la corriente oscilante inducida en el receptor era producida por ondas electromagnéticas radiadas por el transmisor. En una serie de experimentos, Hertz mostro que la radiación generada por su dispositivo con un descargador de chispa ponía de manifiesto propiedades de las ondas como: interferencia, difracción, reflexión, refracción y polarización. Mismas propiedades que exhibe la luz. Por lo tanto, resultó evidente que las ondas de radiofrecuencia que Hertz estaba generando tenían propiedades similares a las de las ondas de luz, difiriendo únicamente en frecuencia y longitud de onda.

# Ondas electromagnéticas planas

- El campo eléctrico $\vec{E}$ y el magnético $\vec{B}$ se propagan como en la figura (Ondas polarizadas):
  - $\vec{E}$ en la dirección $y$,
  - $\vec{B}$ en la dirección $z$,
  - la onda viaja en dirección $x$
- $\vec{E} = E(x,t)$y $\vec{B} = B(x,t)$

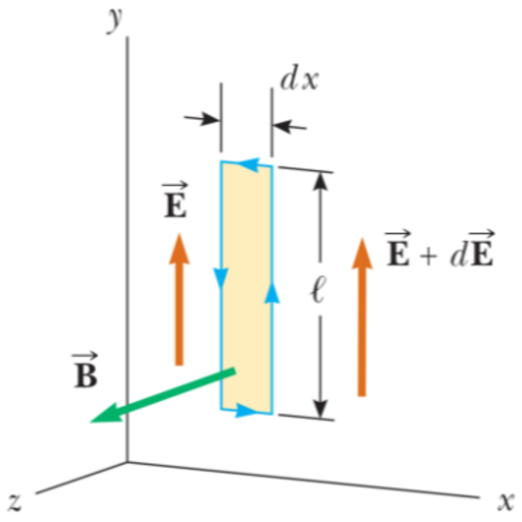
Si se define un **rayo** como la línea a lo largo de la cual viaja la onda. Si todos los rayos son paralelos entre sí entonces. Al conjunto de ondas que siguen esto se les denomina **onda plana**.

- El **frente de ondas** se entiende como una superficie que conecta los puntos de igual fase.
- Otro tipo de ondas son las **ondas esféricas**, donde la fuente envía ondas en todas direcciones.



# Ondas electromagnéticas planas

## Ley de Faraday




Considerando un segmento infinitesimal en el plano xy, donde aplicaremos la ley de Faraday para encontrar la relación entre campo electrico $\vec{E}$ y campo magnético $\vec{B}$

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = -\frac{d}{dt}\Phi_B \qquad \text{Ley de Faraday}$$

- Los segmentos de camino paralelos $(dx\hat{i})$ que son perpendiculares al campo $\vec{E} = E\hat{j}$, su integral de linea es igual a cero.
- El campo $\vec{E}$ en el segmente de la izquierda es $\vec{E} = \vec{E}(x,t)$
- El campo $\vec{E}$ a la derecha es

$$\vec{E}(x+dx,t) \approx E(x,t) + \left.\frac{dE}{dx}\right|_{t=\text{const}} dx = E(x,t) + \frac{\partial E}{\partial x}dx$$

La integral de linea entonces es

$$\begin{aligned}\oint \vec{E}\cdot d\vec{s} &= \int_{izq} \vec{E}\cdot d\vec{s} + \int_{der} \vec{E}\cdot d\vec{s} \\ &= \left[-E(x,t)l + E(x,t)l + \frac{\partial \vec{E}}{\partial x} l\, dx\right] \\ &= \frac{\partial \vec{E}}{\partial x} l\, dx\end{aligned}$$

Por otro lado, el flujo magnético en el segmento es $\Phi_B = Bldx$ entonces la parte derecha de la ley de Faraday es

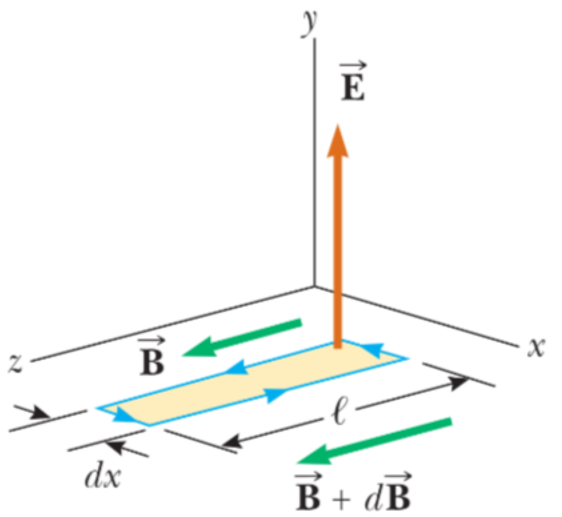
$$-\frac{d}{dt}\Phi_B = l\, dx \frac{dB}{dt}\bigg|_{x=\mathrm{const}} = -l\, dx \frac{\partial B}{dt}$$

Igualando ambos resultados obtenemos

$$\begin{gathered}\oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = -\frac{d}{dt}\Phi_B \\ \frac{\partial \vec{E}}{\partial x} l\, dx = -l\, dx \frac{\partial \vec{B}}{dt} \\ \frac{\partial \vec{E}}{\partial x} = -\frac{\partial \vec{B}}{dt}\end{gathered} \tag{5}$$

# Ondas electromagnéticas planas

## Ley de Ampère - Maxwell




Usando le ecuación de Ampére-Maxwell

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \tag{4}$$

Definimos un segmento en el plano zx, donde

$$\vec{B}(x+dx,t) \approx B(x,t) + \frac{dB}{dx}\bigg|_{t=\text{const}} dx = B(x,t) + \frac{\partial B}{\partial x} dx$$

La integral de linea es entonces

$$\begin{aligned}\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} &= \int_{izq} \vec{B}\cdot d\vec{s} + \int_{der} \vec{B}\cdot d\vec{s} \\ &= \left[B(x,t)l - B(x,t)l - \frac{\partial \vec{B}}{\partial x} l\, dx\right] \\ &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial x} l\, dx\end{aligned}$$

Por otro lado, el flujo eléctrico en el segmento es $\Phi_E = Eldx$ entonces la parte derecha de la ley de Ampère-Maxwell es

$$\frac{d}{dt}\Phi_E = l\, dx \frac{dE}{dt}\bigg|_{x=\text{const}} = l\, dx \frac{\partial E}{dt}$$

Reemplazando en la ecuación general:

$$\begin{aligned}\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} &= \mu_0\epsilon_0 \frac{d}{dt}\Phi_E \\ -\frac{\partial \vec{B}}{\partial x} l\, dx &= \mu_0\epsilon_0 l\, dx \frac{\partial \vec{E}}{dt} \\ \frac{\partial \vec{B}}{\partial x} &= -\mu_0\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{dt} \qquad (6)\end{aligned}$$

## Ecuación del campo $\vec{E}$

Derivando respecto a x la ecuación 5 tenemos

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = -\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial B}{\partial t}\right) = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial B}{\partial x}\right) = -\frac{\partial}{\partial t}\left(-\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial E}{\partial t}\right)$$

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \mu_0\epsilon_0\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \tag{7}$$

## Ecuación del campo $\vec{B}$

Derivando respecto a x la ecuación 6 tenemos

$$\frac{\partial^2 B}{\partial x^2} = -\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial E}{\partial t}\right) = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial E}{\partial x}\right) = -\frac{\partial}{\partial t}\left(-\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial B}{\partial t}\right)$$

$$\frac{\partial^2 B}{\partial x^2} = \mu_0\epsilon_0\frac{\partial^2 B}{\partial t^2} \tag{8}$$

## Velocidad de la luz

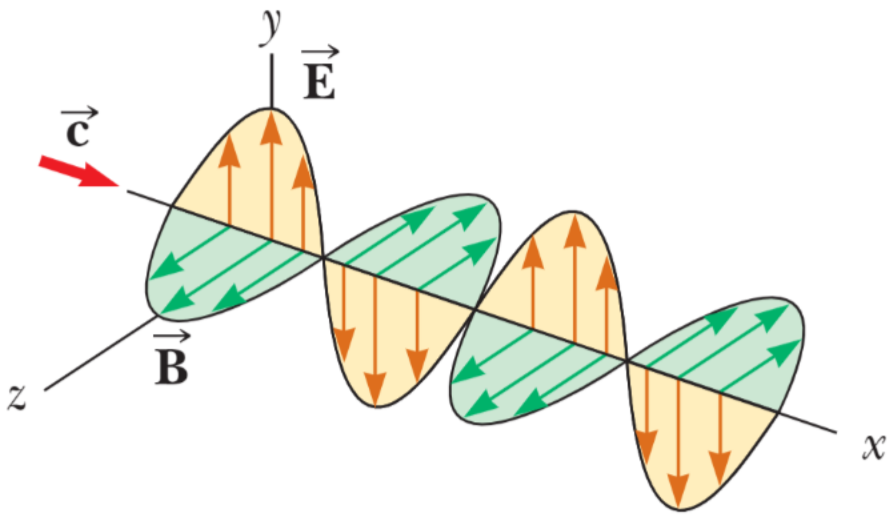
Ambas ecuaciones tenen la forma de la ecuación de onda linear donde

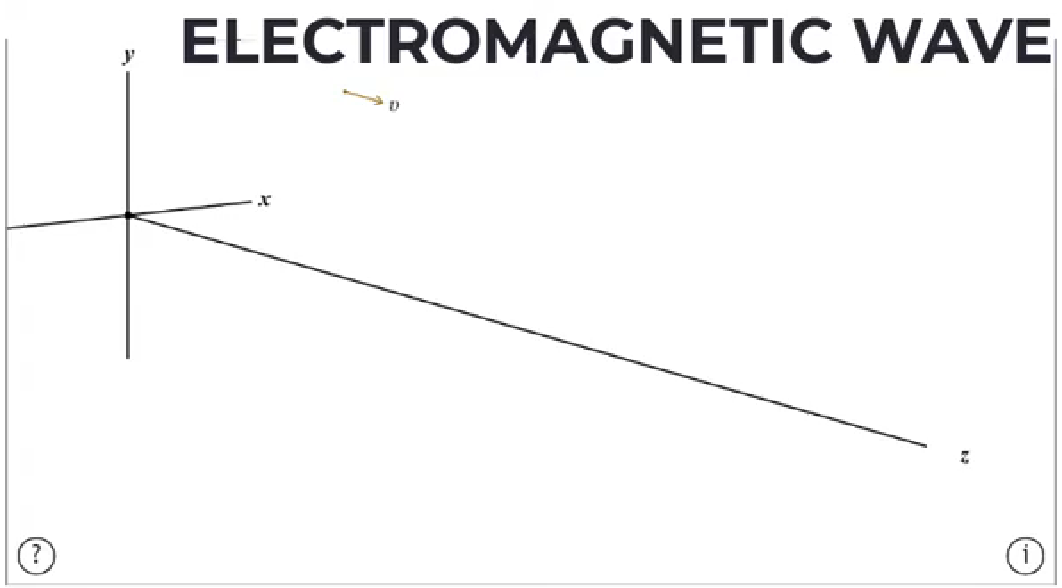
$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}} = 2.99792 \times 10^8 \ \mathrm{m/s}$$

# Solución sinusoidal

$$E = E_{\text{máx}} \cos(kx - \omega t)\hat{j}$$

$$B = B_{\text{máx}} \cos(kx - \omega t)\hat{k}$$



# SEEING IS BELIEVING

## UNDERSTANDING UNIFORM PLANE WAVES WITH 3D ANIMATIONS

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -kE_{\text{máx}}\text{sen}(kx - \omega t)$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \omega B_{\text{máx}}\text{sen}(kx - \omega t)$$

Reemplazando en

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial x} = -\frac{\partial \vec{B}}{dt}$$

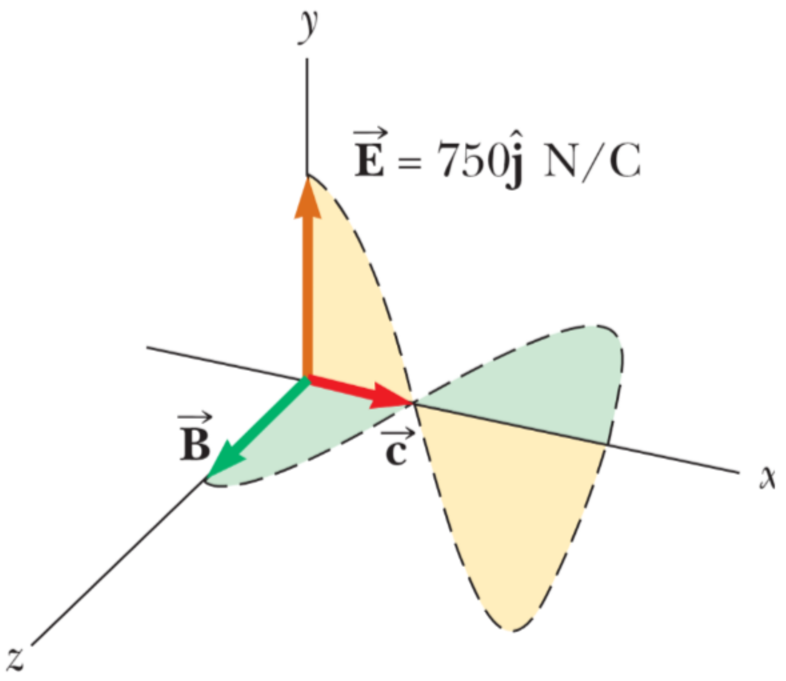
$$kE_{\text{máx}} = \omega B_{\text{máx}}$$

$$\frac{E_{\text{máx}}}{B_{\text{máx}}} = \frac{E}{B} = \frac{\omega}{k} = c$$

**En todo instante, la relación de la magnitud del campo eléctrico con la magnitud del campo magnético en una onda electromagnética es igual a la rapidez de la luz**.

Una onda electromagnética sinusoidal de 40.0 MHz de frecuencia viaja en el espacio libre en la dirección x, como en la figura

a. Determinar la longitud de onda y el periodo de la onda
b. En algún punto y en algún instante, el campo eléctrico tiene su valor máximo de 750 N/C y se dirige a lo largo del eje y. Calcule la magnitud y dirección del campo magnético en esta posición y tiempo.




a.

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3.00 \times 10^{8}\ \mathrm{m/s}}{40.0 \times 10^{6}\ \mathrm{Hz}} = 7.50\ \mathrm{m}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{40.0 \times 10^{6}\ \mathrm{Hz}} = 2.50 \times 10^{-8}\ \mathrm{s}$$

b.

$$\frac{E_{\text{máx}}}{B_{\text{max}}} = c$$

$$B_{\text{máx}} = \frac{E_{\text{máx}}}{c} = 2.50 \times 10^{6}\ \mathrm{T}$$

# Energía transportada por ondas electromagnéticas

Se define la rapidez del flujo de energía de una onda electromagnética mediante un vector $\vec{S}$ llamado **vector de Poynting** mediante la ecuación

$$\vec{S} \equiv \frac{1}{\mu_0}\vec{E} \times \vec{B}$$

La magnitud del vector de Poynting representa la rapidez a la cual fluye la energía a través de una superficie unitaria perpendicular a la dirección de propagación de la onda. En otras palabras, representa **la energía por unidad de área**.

Las unidades del vector de Poynting en el sistema internacional son $W/m^2$

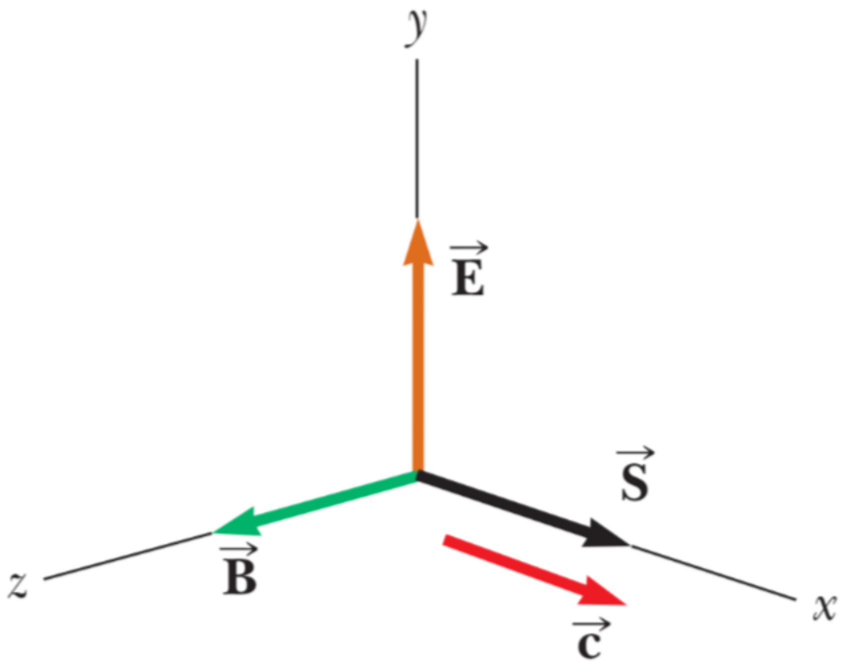



**Figura 34.8** Vector de Poynting $\vec{\mathbf{S}}$ para una onda electromagnética plana orientado a lo largo de la dirección de la propagación de la onda.

# Energía transportada por ondas electromagnéticas

## Onda Plana sinusoidal

La magnitud del vector de Poynting es

$$S = \frac{EB}{\mu_0}$$

Pero $B = E/c$ entonces

$$S = \frac{E^2}{\mu_0 c} = \frac{cB^2}{\mu_0}$$

Así $S$ representan la **rapidez instantánea a la cual pasa energía por unidad de área**

Si calculamos el vector de Poynting para uno o más ciclos de una onda sinosoidal, entonces el promedio en el tiempo del vector de Poynting pasa a llamarse *intensidad de onda I* al igual que las ondas sonicas.

$$I = S_{\text{prom}} = \frac{E_{\text{máx}} B_{\text{máx}}}{2\mu_0} = \frac{E_{\text{máx}^2}}{2\mu_0 c} = \frac{cB_{\text{máx}}}{2\mu_0}$$

# Energía transportada por ondas electromagnéticas

## Relación con la densidad de energía volumétrica

La densidad de energía volumétrica para el campo $\vec{E}$ y el campo $\vec{B}$ son

$$u_E = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 \qquad u_B = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

Utilizando $B = E/c$ y que $c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$

$$u_B = \frac{(E/c)^2}{2\mu_0} = \frac{\epsilon_0\mu_0}{2\mu_0}E^2 = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$$

Por lo que al comparar con $u_E$

$$u_B = u_E = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

**La densidad de energía instantánea asociada con el campo magnético de una onda electromagnética es igual a la densidad de energía instantánea asociada con el campo eléctrico**

# Energía transportada por ondas electromagnéticas

## Densidad de energía instantánea total

La densidad de energía instantánea total u es igual a la suma de las densidades de energía asociadas con los campos eléctrico y magnético:

$$u = u_E + u_B = \epsilon_0 E^2 = \frac{B^2}{\mu_0}$$

Mientras que la energía promedio en uno o más ciclos es

$$u_{\text{prom}} = \epsilon_0 (E^2)_{\text{prom}} = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 = \frac{B^2_{\text{max}}}{2\mu_0}$$

Comparando con la intensidad promedio

$$I = S_{\text{prom}} = c u_{\text{prom}}$$

**La intensidad de una onda electromagnética es igual a la densidad de energía promedio multiplicada por la rapidez de la luz**

# Cantidad de movimiento y presión de radiación

Maxwell demostró que, si la superficie absorbe toda la energía incidente $T_{ER}$ en un intervalo de tiempo $\Delta t$, la cantidad de movimiento total es

$$p = \frac{T_{ER}}{c} \qquad \text{absorción completa}$$

La presión ejercida por el momentum de la onda electromagnética es

$$P = \frac{1}{A}\frac{dp}{dt} = \frac{1}{c}\left(\frac{dT_{ER}/dt}{A}\right)$$

donde $(dT_{ER}/dt)/A$ es la rapidez a la cual llega la energía a la superficie por cada unidad de área. Luego

$$P = \frac{S}{c}$$

Para una superficie totalmente reflectante

$$P = \frac{2S}{c}$$

# El espectro de las ondas electromagnéticas

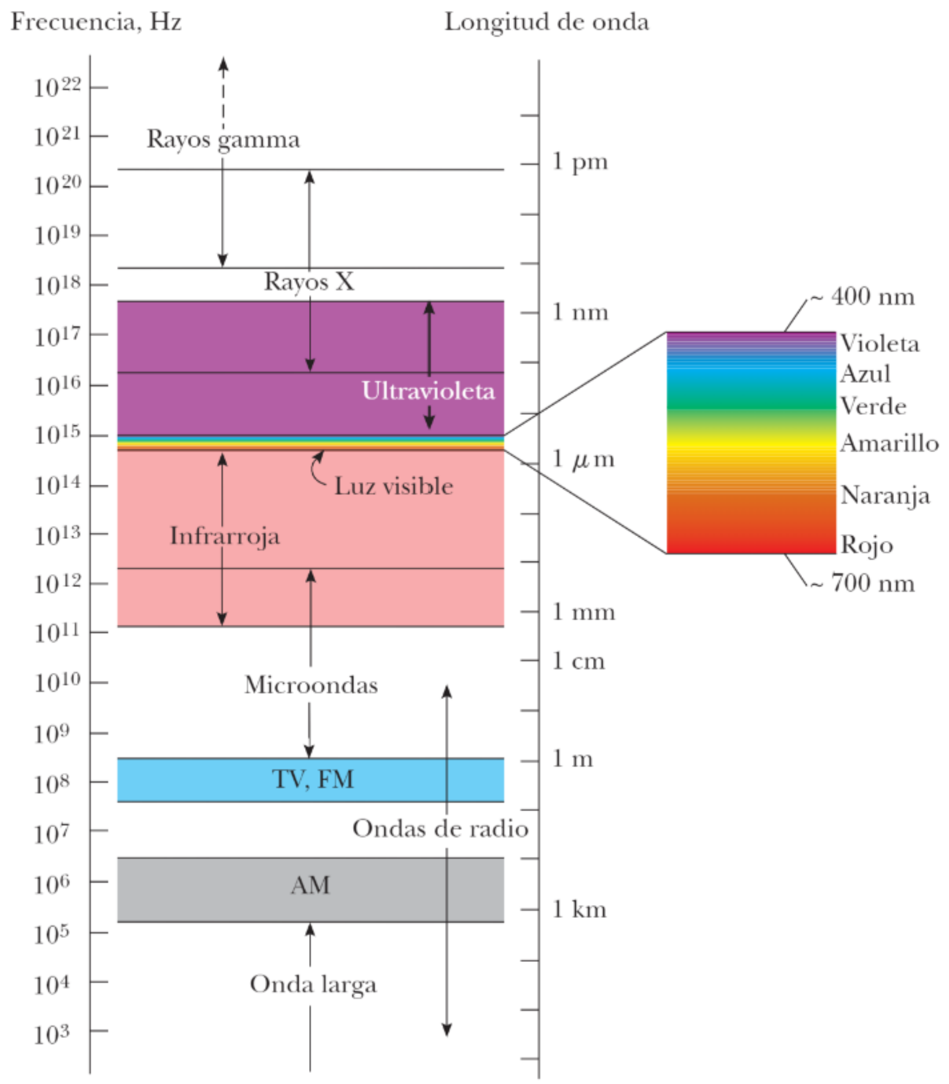



**Figura 34.11** El espectro electromagnético. Observe el traslape entre tipos de ondas adyacentes. La vista ampliada a la derecha muestra detalles del espectro visible.