Ondas Sonoras

Física Moderna para Ingeniería

josue.meneses+moderna@usach.cl

Josue Meneses Díaz

Rapidez de ondas sonoras

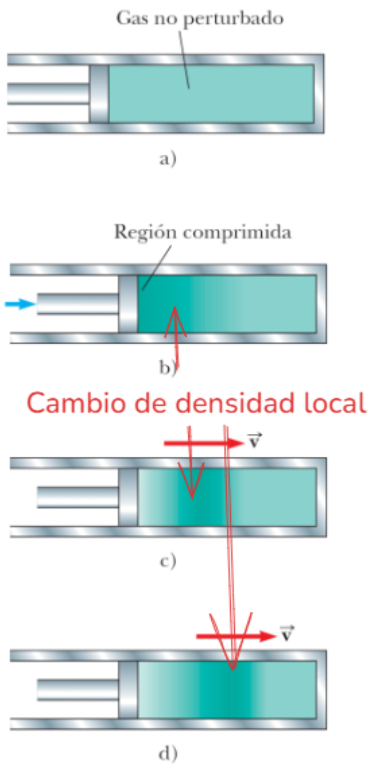


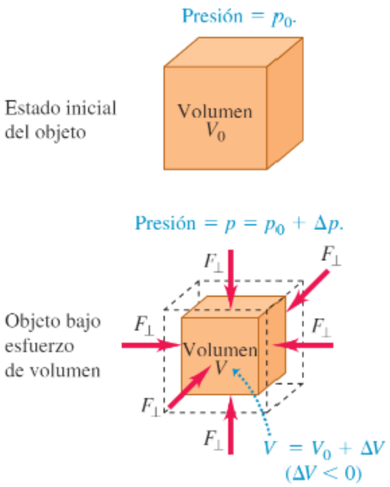
Figura 17.1 Movimiento de un pulso longitudinal a través de un gas compresible. La compresión (región más oscura) la produce el pistón en movimiento.

$$v = \sqrt{\frac{\text{propiedad elástica}}{\text{propiedad inercial}}}$$

módulo volumétrico

$$v = \sqrt{\frac{\boxed{B}}{\boxed{\rho}}} \quad \longleftarrow \text{Comparación} \longrightarrow \quad v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

densidad del medio



Esfuerzo de volumen = Δp.

Deformación por volumen = $\frac{\Delta V}{V_0}$.

$$B = \boxed{-}\frac{\Delta p}{\Delta V / V}$$

signo de menos es porque un aumento de presión siempre causa una reducción de volumen

Ondas sonoras periódicas

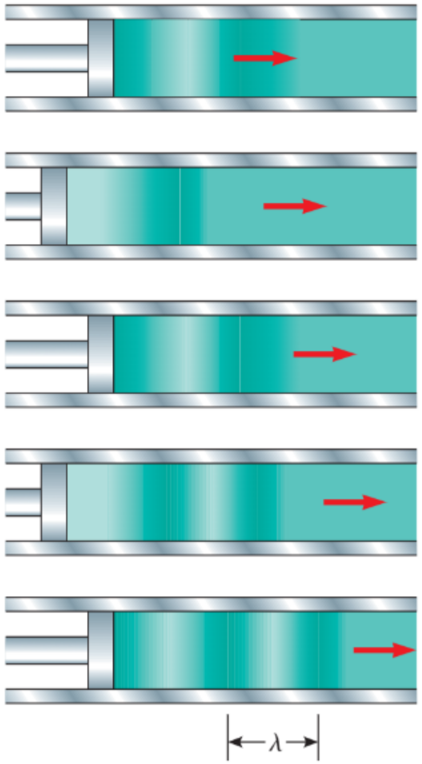
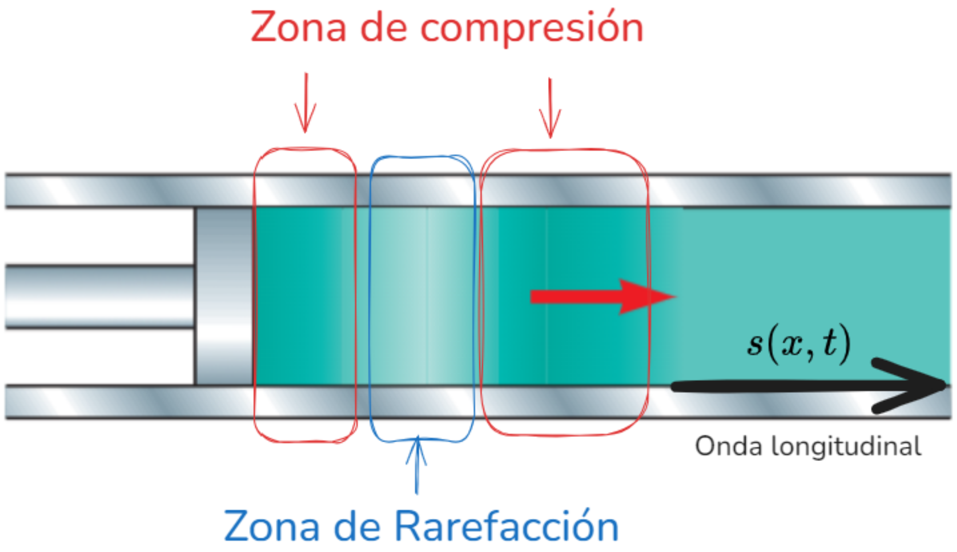


Figura 17.2 Una onda longitudinal que se propaga a través de un tubo lleno de gas. La fuente de la onda es un pistón en oscilación a la izquierda.



$$s(x,t) = s_{max}\cos(kx - \omega t)$$

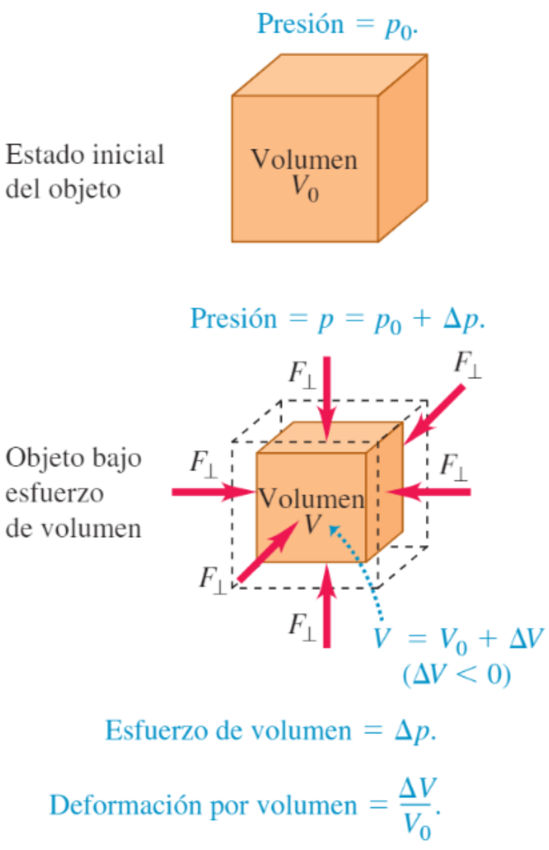
Ecuación del desplazamiento de la onda longitudinal

$$\Delta p = -B\frac{A\Delta s}{A\Delta x}$$

$$\Delta p = -B\lim_{\Delta x \to 0}\frac{A\Delta s}{A\Delta x}$$

$$\Delta p = -B\frac{\partial s}{\partial x}$$

Ondas sonoras periódicas



Si consideramos $s(x,t) = s_{max}\cos(kx - \omega t)$ entonces podemos escribir la presión como

$$\begin{aligned}\Delta p &= -B\frac{\partial s}{\partial x}\\ &= -B\frac{\partial}{\partial x}s_{max}\cos(kx-\omega t)\\ &= Bks_{max}\sin(kx-\omega t)\end{aligned}$$

Como $B = \rho v^2$ y $k = \omega/v$

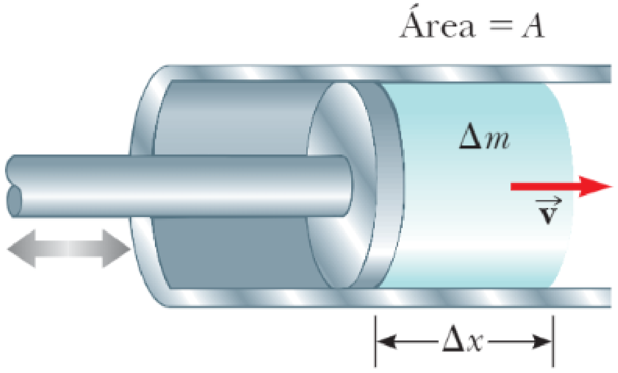
$$\begin{aligned}\Delta p &= Bks_{max}\sin(kx-\omega t)\\ &= \rho v^2\omega/vs_{max}\sin(kx-\omega t)\\ &= \rho v\omega s_{max}\sin(kx-\omega t)\end{aligned}$$

Como la amplitud tiene que tener unidades de presión, se deduce que

$$\Delta p_{max} = \rho v\omega s_{max}$$

Frame 4/23

Energía de ondas sonoras periódicas



Considerando la energía potencial del segmento dm del pistón

$$dK = \frac{1}{2}(dm){v_x}^2$$

Considerando la rapidez v_x de una perturbación sinusoidal y que $dm = \rho A dx$

$$\begin{aligned} dK &= \frac{1}{2}\rho A\, dx v_x^2 \\ &= \frac{1}{2}\rho A\, dx[-s_{max}\omega \cos(kx-\omega t)]^2 dx \\ &= \frac{1}{2}\rho A s_{max}^2 \omega^2 \cos^2(kx-\omega t)dx \\ &= \frac{1}{2}\rho A s_{max}^2 \omega^2 \cos^2(kx)dx \qquad \text{con } t=0 \end{aligned}$$

Integrando a lo largo de la longitud de onda

$$\begin{aligned} K_\lambda &= \frac{1}{2}\int_0^\lambda \rho A s_{max}^2 \omega^2 \cos^2(kx)dx \\ &= \frac{1}{2}\rho A s_{max}^2 \omega^2 \int_0^\lambda \cos^2(kx)dx \\ &= \frac{1}{2}\rho A s_{max}^2 \omega^2 \left[\frac{1}{2}x + \frac{1}{4k}\sin 2kx\right]_0^\lambda \\ &= \frac{1}{2}\rho A s_{max}^2 \omega^2 \left[\frac{1}{2}\lambda\right] \\ &= \frac{1}{4}\rho A s_{max}^2 \omega^2 \lambda \end{aligned}$$

Energía de ondas sonoras periódicas

Energía Potencial

La deformación longitudinal puede ser entendida como la deformación de un resorte y una masa. Por lo tanto su energía potencial es

$$\Delta U = \frac{1}{2} k_s x^2$$

Donde la constate de rigidez se relaciona mediante $\omega^2 = k/m$. Reemplazando y haciendo el cambio infinitesimal

$$\begin{aligned} \Delta U &= \frac{1}{2} k_s x^2 \\ &= \frac{1}{2} \omega^2 m x^2 \end{aligned}$$

La masa puede ser escrita en función de su densidad de masa volumétrica $\rho = m/V$, donde el volumen es igual a $A dx$

$$\begin{aligned} \Delta U &= \frac{1}{2} \omega^2 m x^2 \\ &= \frac{1}{2} \omega^2 \rho A \, dx \, x^2 \end{aligned}$$

Energía de ondas sonoras periódicas

Si $s(x,t) = s_{max}\sin(kx - \omega t)$ entonces

$$\begin{aligned}
U_\lambda &= \frac{1}{2}\rho\omega A\int_0^\lambda (s_{max}\sin(kx-\omega t))^2 dx \\
&= \frac{1}{2}\rho\omega A s_{max}^2 \int_0^\lambda \sin^2(kx-\omega t)dx \\
&= \frac{1}{2}\rho\omega A s_{max}^2 \int_0^\lambda \sin^2(kx-\omega t)dx \\
&= \frac{1}{2}\rho\omega A s_{max}^2 \frac{1}{2}\lambda \\
&= \frac{1}{4}\rho\omega A s_{max}^2 \lambda
\end{aligned}$$

Notar que $k = 2\pi\lambda$ y evaluendo en $t = 0$

Energía de ondas sonoras periódicas

La energía total sobre una longitud de onda es

$$E_\lambda = U_\lambda + K_\lambda = \frac{1}{2}\rho\omega A s_{max}^2 \lambda$$

La potencia asociada con al onda mecánica en un periodo de tiempo es

$$P = \frac{E_\lambda}{T} = \frac{1}{2}\rho A \omega^2 s_{max}^2 \left(\frac{\lambda}{T}\right)$$
$$= \frac{1}{2}\rho A s_{max}^2 v$$

Intensidad y Potencia de ondas sonoras periódicas

La potencia se encuentra dada por la energía por unidad de tiempo, lueg

$$\mathcal{P} = \frac{E_A}{T} = \frac{\frac{1}{2}(\rho A)\omega^2 s_{\max}^2 \lambda}{T} = \frac{1}{2}(\rho A)\omega^2 s_{\max}^2 \left(\frac{\lambda}{T}\right) = \frac{1}{2}\rho A v \omega^2 s_{\max}^2$$

La intensidad I de una onda la definimos como

$$I \equiv \frac{\boxed{\mathcal{P}}}{\boxed{A}}$$

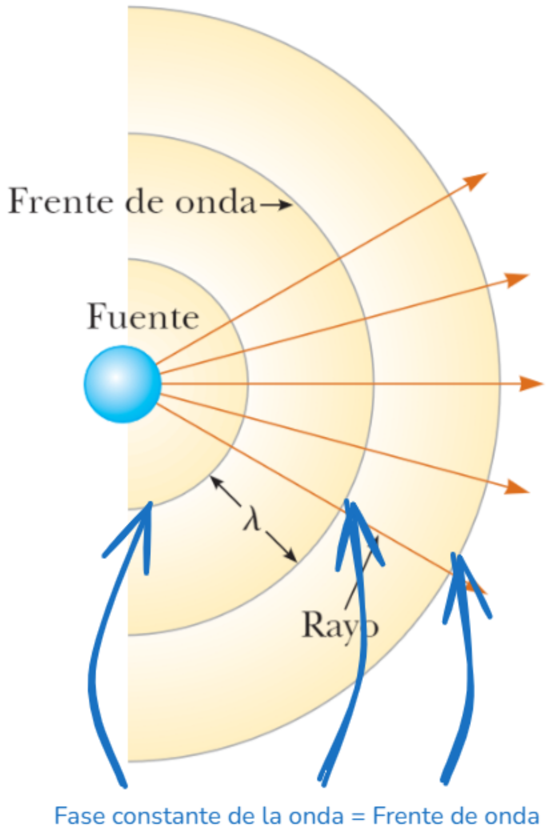
Potencia

Superficie

$$\boxed{I = \frac{1}{2}\rho v(\omega s_{\max})^2} \xrightarrow{\Delta p_{max} = \rho v \omega s_{max}} \boxed{I = \frac{1}{2}\frac{\Delta P_{max}^2}{2\rho v}}$$

Intensidad sonora de una fuente sinusoidal

Intensidad Fuente esférica

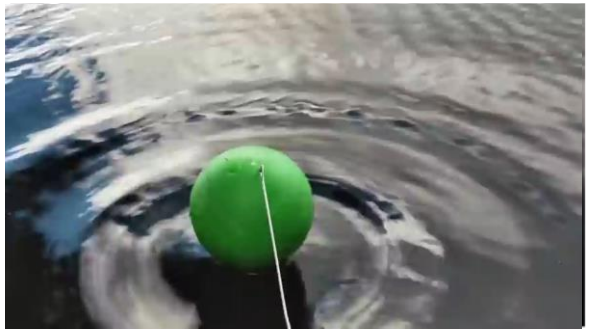


$$I \equiv \frac{\mathcal{P}_{med}}{A}$$

$$\Downarrow$$

$$I \equiv \frac{\mathcal{P}_{med}}{4\pi r^2}$$

... la intensidad disminuye en proporción al cuadrado de la distancia desde la fuente



Nivel sonoro en decibeles

Niveles sonoros

Fuente del sonido	**β (dB)**
Avión jet cercano	150
Martillo hidráulico; ametralladora	130
Sirena; concierto de rock	120
Transporte subterráneo; podadora potente	100
Congestionamiento de tránsito	80
Aspiradora	70
Conversación normal	50
Zumbido de mosquito	40
Susurro	30
Hojas meciéndose	10
Umbral de audición	0

$$\beta \equiv 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right) = 20 \log \left(\frac{P}{P_0} \right)$$

Referencia utiliza el umbral de audición

$$I_0 = 1 \times 10^{-12}\ \mathrm{W/m^2}$$

$$P_0 = 20 \mu\mathrm{Pa}$$

Dos máquinas idénticas se colocan a la misma distancia de un trabajador. La intensidad del sonido entregado por cada máquina en funcionamiento en la posición del trabajador es de $2.0 \times 10^{-7} W/m2$.

a. Encontrar el nivel sonoro de una máquina
b. Encontrar el nivel sonoro de dos máquidas encendidas
c. ¿Cuandos decibeles de diferencia hay entre ambas mediciones?

a.

$$\begin{aligned}\beta &= 10\log\left(\frac{I_{fuente}}{I_{ref}}\right)\\ &= 10\log\left(\frac{2\cdot 10^{-7}}{1\cdot 10^{-12}}\right)\\ &= 10\log(2\cdot 10^{5})\\ &= 53\text{dB}\end{aligned}$$

b.

$$\begin{aligned}\beta &= 10\log\left(\frac{I_{fuente}}{I_{ref}}\right)\\ &= 10\log\left(\frac{4\cdot 10^{-7}}{1\cdot 10^{-12}}\right)\\ &= 10\log(4\cdot 10^{5})\\ &= 56\text{dB}\end{aligned}$$

c. Cuando la intensidad se duplica, sólo se aumentan $3dB$!!!

La **sonoridad** (magnitud de la sensación auditiva) es una respuesta psicológica a un sonido. Depende tanto de la intensidad como de la frecuencia del sonido. Como regla empírica, una sonoridad duplicada se asocia con un **aumento en el nivel sonoro de 10 dB**.

Si la sonoridad de las máquinas duplica, ¿cuántas máquinas a la misma distancia del trabajador deben estar en funcionamiento?

$$\beta_2 - \beta_1 = 10\,dB$$

$$10\log\left(\frac{I_2}{I_0}\right) - 10\log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) = 10\,dB$$

$$10\log\left(\frac{I_2}{I_1}\right) = 10\,dB$$

$$\log\left(\frac{I_2}{I_1}\right) = 1\,dB$$

$$I_2 = 10I_1$$

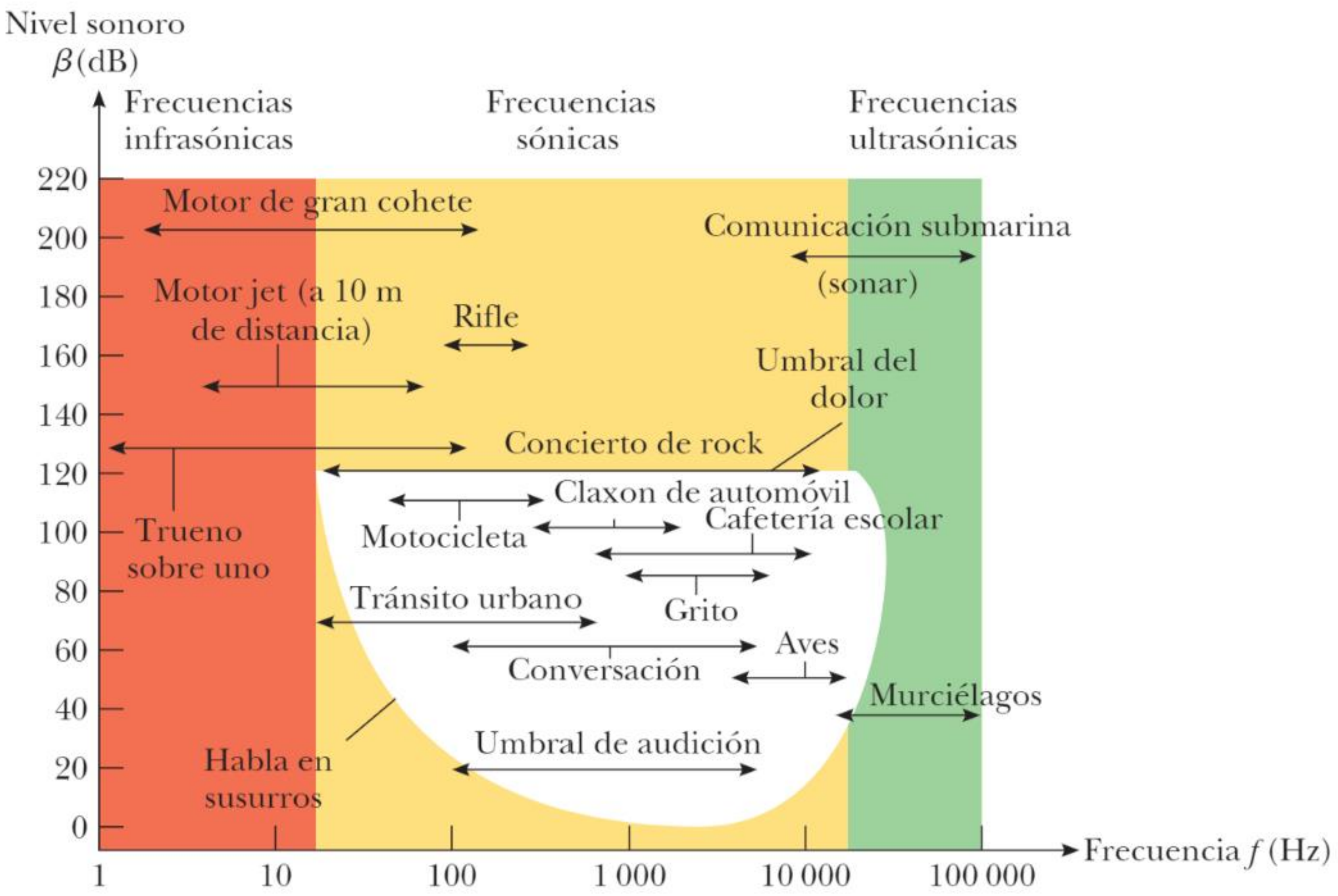


Figura 17.6 Intervalos aproximados de frecuencia y nivel sonoro de varias fuentes y la audición humana normal, que se muestra por el área blanca. (Tomado de R.L. Reese, *University Physics*, Pacific Grove, Brooks/Cole, 2000.)

Efecto Doppler

El efecto doppler es el cambio de frecuencia aparente de una onda producido por el movimiento relativo de la fuente respecto a su observador.

Observador acercandose hacia la fuente

Cuando el observador se mueve a la fuente tenenos que $v' = v + v_0$ sin cambios de λ

$$f' = \frac{v'}{\lambda} = \frac{v + v'}{\lambda} = \left(\frac{v + v'}{v}\right) f$$

donde se uso que $\lambda = v/f$

Observador alejándose hacia la fuente

$$f' = \frac{v'}{\lambda} = \frac{v - v'}{\lambda} = \left(\frac{v - v'}{v}\right) f$$

Fuente acercandose hacia la fuente

En este caso la longitud de onda cambia, ya que en cada intervalo de tiempo la fuente acorda la distancia entre él y el observador, con lo que los frentes de ondas estan cada vez más cercas unos de otros.

$$\lambda' = \lambda - \Delta\lambda = \lambda - v_s T = \lambda - \frac{v_s}{f}$$

Como $\lambda = v/f$

$$f' = \frac{v}{\lambda'} = \frac{v}{\lambda - (v_s/f)} = \frac{v}{(v/f) - (v_s/f)}$$

$$f' = \left(\frac{v}{v - v_s}\right) f$$

La frecuencia aumenta cuando la fuente se acerca al observador.

Fuente alejándose hacia la fuente

$$f' = \left(\frac{v}{v + v_s}\right) f$$

Forma general del efecto Doppler

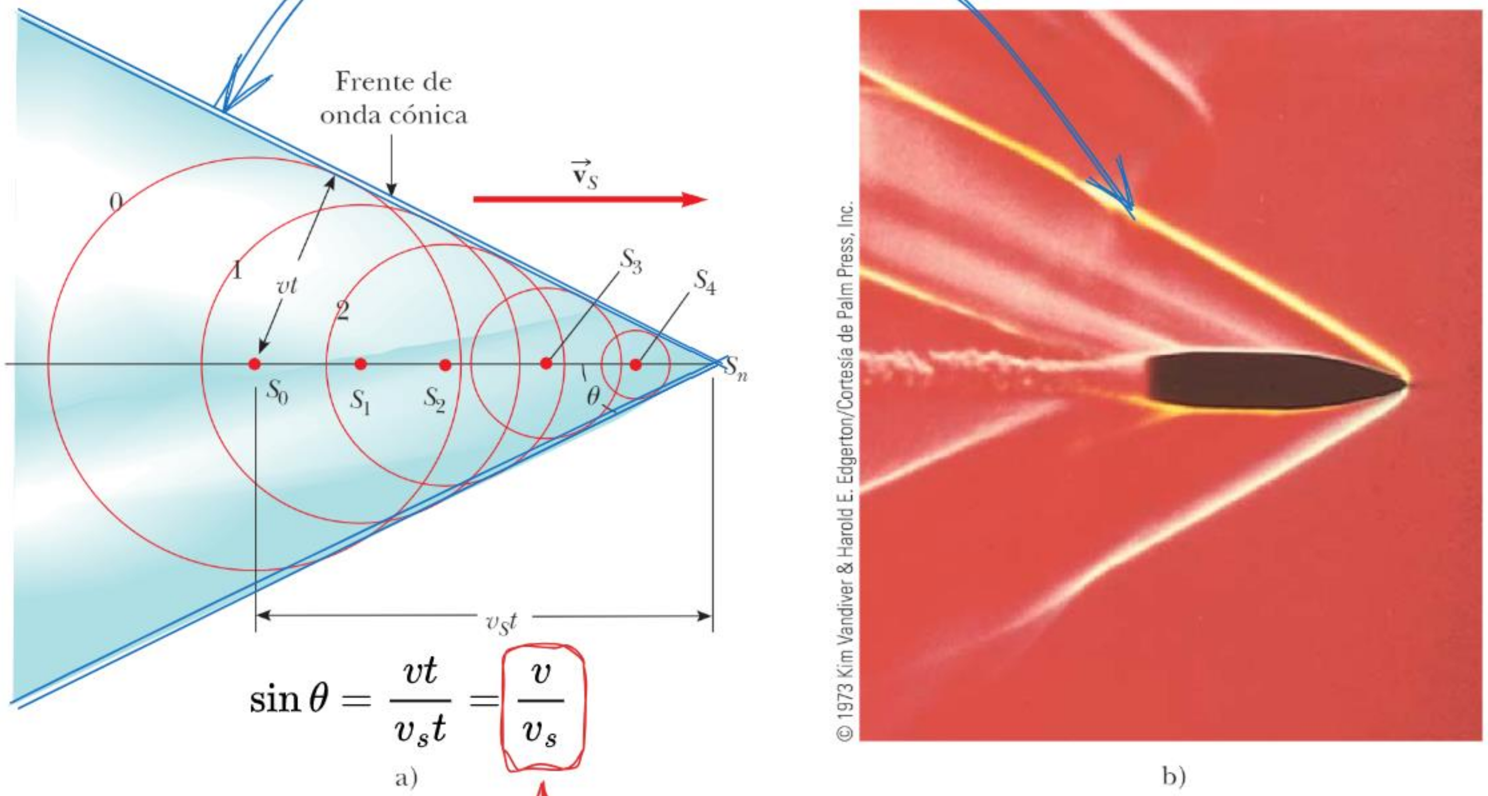
$$f' = \left(\frac{v \pm v_o}{v \mp v_s}\right) f$$

donde los signos se definen por:

- Valores **positivos** para movimientos del observador o la fuente **acercandose** al otro (aumento de la frecuencia)
- Valores **negativos** para movimientos donde se alenjen unos con otros (disminución de la frecuencia.

Onda de Choque

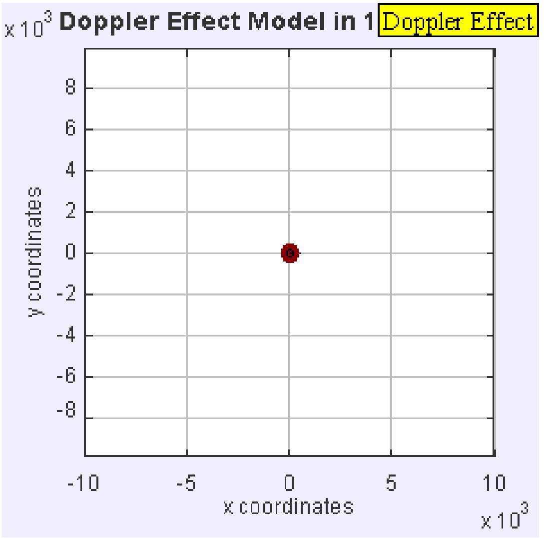
Onda de choque

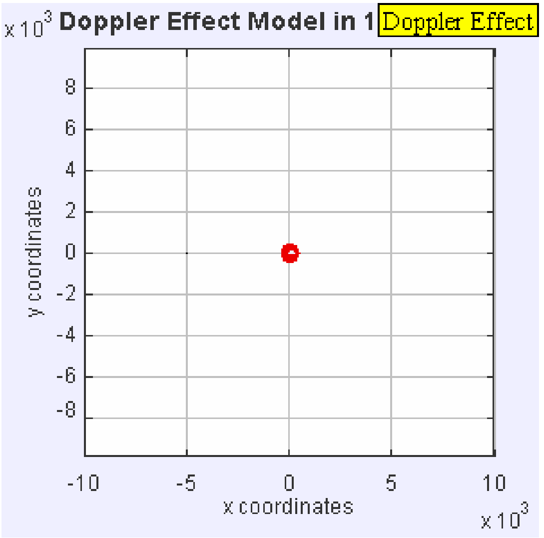


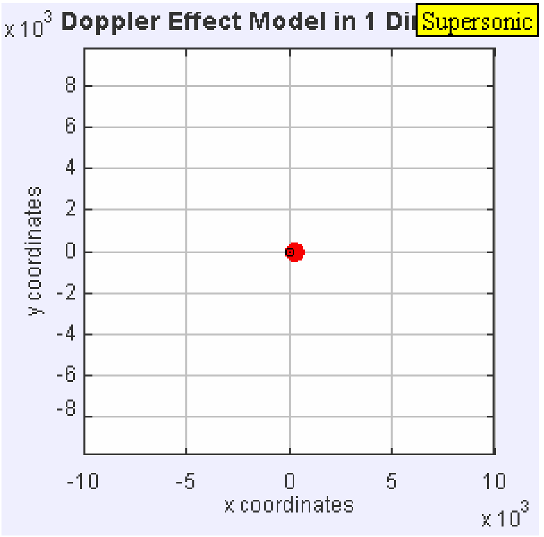
$$\sin\theta = \frac{vt}{v_s t} = \boxed{\frac{v}{v_s}}$$

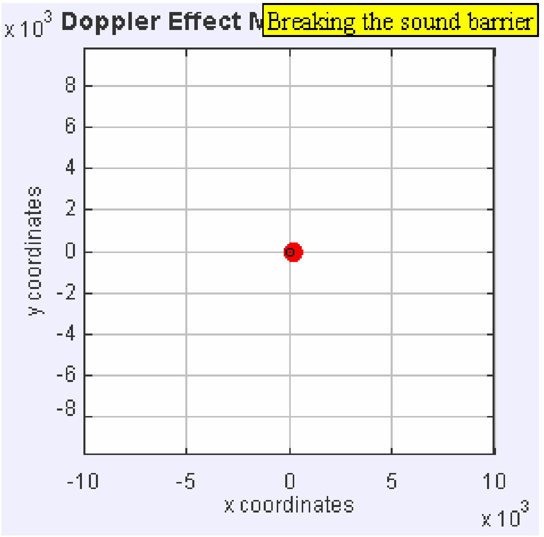
Figura 17.10 a) Una representación de una onda de choque producida cuando una fuente se mueve de S_0 a S_n con una rapidez v_S, que es mayor que la rapidez de onda v en el medio. La envolvente de los frentes de onda forman un cono cuyo semiángulo del vértice se conoce por sen $\theta = v/v_S$. b) Fotografía estroboscópica de una bala que se mueve con rapidez supersónica a través del aire caliente sobre una vela. Advierta la onda de choque en la vecindad de la bala.

1/Número de Mach


Doppler Effect Model in 1
Doppler Effect
x 10^3
y coordinates
x coordinates
x 10^3


Doppler Effect Model in 1
Doppler Effect
x 10^3
y coordinates
x coordinates
x 10^3


Doppler Effect Model in 1 Di
Supersonic
x 10^3
y coordinates
x coordinates
x 10^3


Doppler Effect M
Breaking the sound barrier
x 10^3
y coordinates
x coordinates
x 10^3

Problema 3 (20 ptos.)

En una cuerda de densidad lineal de masa $\mu = 12\,[\mathrm{g/m}]$, se propaga una onda cuya función de propagación está dada por la expresión: $y(x,t) = 0{,}15 \cdot \sin(0{,}8 \cdot x - 50 \cdot t)$, con x e y en metros y t en segundos. Determine :

a. La rapidez de propagación de la onda en la cuerda.

b. La mayor magnitud de la fuerza a la que es sometido un segmento de la cuerda de longitud $l = 1\,[\mathrm{mm}]$.

c. La energía total por longitud de onda que transmite la cuerda.

d. La rapidez de un elemento de la cuerda ubicada en $x = 0{,}5\,[\mathrm{m}]$, en $t = 2\,[\mathrm{s}]$.

Ecuaciones:

$x(t) = A \cdot \cos(\omega \cdot t + \theta)$

$\omega = 2\pi f = \dfrac{2\pi}{T} = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$

$A = \sqrt{{x_o}^2 + \left(\dfrac{v_o}{\omega}\right)^2}$

$v = \sqrt{\dfrac{T}{\mu}} = \lambda f$

$\mu = \dfrac{m}{L}$

$y(x,t) = A \cdot \sin(\mathrm{k} \cdot x \mp \omega \cdot t)$

$\mathrm{k} = \dfrac{2\pi}{\lambda}$

$v = \dfrac{dx}{dt}$

$\vec{F}_{neta} = m \cdot \vec{a}$

$\vec{F}_{res} = -k \cdot \vec{x}$

$E = EC + EE$

$EC = \dfrac{1}{2} m v^2$

$EE = \dfrac{1}{2} k x^2$

$E_\lambda = \dfrac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 \lambda$

$\mathrm{k} \equiv 10^3$; $\mathrm{c} \equiv 10^{-2}$; $\mathrm{m} \equiv 10^{-3}$; $\mu \equiv 10^{-6}$