

Modelagem Matemática de uma Caldeira a Vapor e Sistema de Esteira de Cavaco

1 Introdução

A modelagem de uma caldeira a vapor e do sistema de esteira de cavaco é essencial para a compreensão do comportamento dinâmico de sistemas térmicos e para o projeto de estratégias de controle eficientes. Este relatório apresenta um modelo matemático baseado em balanços de massa e energia para descrever a dinâmica da caldeira a vapor, incluindo a vazão de entrada de água, vazão de saída de vapor, nível de líquido, pressão interna da caldeira e a relação com a taxa de queima de combustível e a velocidade da esteira de cavaco.

2 Definição das Variáveis

O sistema pode ser descrito pelas seguintes variáveis principais:

- Q_{agua} : Vazão de água de alimentação (kg/s)
- Q_{vapor} : Vazão de vapor (kg/s)
- H : Nível de líquido na caldeira (m)
- P_{vapor} : Pressão do vapor na caldeira (Pa)
- q_{calor} : Quantidade de calor fornecida (W)
- T : Temperatura da água/vapor ($^{\circ}\text{C}$)
- m_f : Taxa de queima de combustível (kg/s)
- $V_{esteira}$: Velocidade da esteira de cavaco (m/s)
- LCV : Poder calorífico inferior do combustível (MJ/kg)
- C : Capacidade térmica do sistema (J/K)
- k : Constante de proporcionalidade para a velocidade da esteira de cavaco
- h_v : Entalpia do vapor (kJ/kg)
- A : Área da seção transversal da caldeira (m^2)

3 Parâmetros Físicos da Caldeira

Para realizar a modelagem e simulação, utilizamos valores típicos de uma pequena caldeira:

- Volume total da caldeira: 2 m^3
- Capacidade térmica da caldeira (C_p): 4.2 kJ/kgK
- Pressão de operação: 10 bar
- Temperatura do vapor: 180°C
- Vazão de alimentação (Q_{agua}): 0.5 kg/s
- Vazão de vapor (Q_{vapor}): 0.5 kg/s
- Eficiência da caldeira (η): 85
- Poder calorífico inferior do combustível (LCV): 42 MJ/kg
- Taxa de queima de combustível (m_f): 0.01 kg/s
- Massa de ar na combustão (m_{ar}): 0.15 kg/s
- Coeficiente de vazão do vapor (K_v): 0.1

4 Valores Típicos para Simulação

4.1 Parâmetros Físicos da Caldeira

- Capacidade de Produção de Vapor: 500 kg/h a 2000 kg/h
- Pressão de Operação: 6 a 10 bar (600 a 1000 kPa)
- Temperatura do Vapor Saturado: 165°C a 185°C
- Volume do Tanque da Caldeira: 0.5 m^3 a 2.0 m^3
- Área da seção transversal (A): 0.5 m^2 a 1.5 m^2

4.2 Vazões e Capacidade Térmica

- Vazão de água de alimentação (Q_{in}): 0.15 a 0.55 kg/s
- Vazão de vapor (Q_{out}): 0.15 a 0.55 kg/s
- Capacidade térmica efetiva (C_p): 1000 kJ/(kg.K)
- Entalpia do vapor (h_v): 2700 kJ/kg

4.3 Exemplo para Simulação

Para uma caldeira de **1000 kg/h (1 ton/h) operando a 8 bar**, pode-se utilizar:

- Q_{in} : 0.28 kg/s
- Q_{out} : 0.28 kg/s
- P : 800 kPa
- Q_{calor} : 810 kW
- h_v : 2770 kJ/kg
- C_p : 1000 kJ/(kg·K)
- A : 1.0 m²

5 Modelagem Matemática

5.1 Balanço de Massa (Dinâmica do Nível de Líquido)

A variação do nível de líquido na caldeira é determinada pela diferença entre a vazão de entrada e a vazão de saída:

$$\frac{dH}{dt} = \frac{1}{A}(Q_{agua} - Q_{vapor}) \quad (1)$$

No domínio de Laplace, essa equação pode ser representada como:

$$H(s) = \frac{1}{As}(Q_{agua}(s) - Q_{vapor}(s)) \quad (2)$$

5.2 Balanço de Energia (Dinâmica da Pressão e Produção de Vapor)

A pressão do vapor na caldeira depende da energia fornecida ao sistema:

$$\frac{dP}{dt} = \frac{1}{C_p}(q_{calor} - Q_{vapor} \cdot h_v) \quad (3)$$

No domínio de Laplace:

$$P(s) = \frac{1}{C_p s}(q_{calor}(s) - h_v Q_{vapor}(s)) \quad (4)$$

5.3 Relação entre Calor e Temperatura da Fornalha

A relação entre a produção de calor e a temperatura da fornalha é dada por:

$$q_{calor} = \eta \cdot m_f \cdot LCV \quad (5)$$

A temperatura da fornalha é aproximada por:

$$T_f = \frac{q_{calor}}{m_{ar} \cdot C_p} \quad (6)$$

5.4 Vazão de Saída em Função da Pressão

A relação entre a vazão de vapor e a pressão pode ser aproximada por:

$$Q_{vapor}(s) = K_v P(s) \quad (7)$$

Substituindo essa expressão na equação do nível:

$$H(s) = \frac{1}{A_s} (Q_{agua}(s) - K_v P(s)) \quad (8)$$

5.5 Modelo Combinado

A equação combinada para o nível da caldeira, considerando a dinâmica de pressão e calor fornecido, pode ser expressa como:

$$H(s) = \frac{1}{A_s} \left(Q_{agua}(s) - K_v \cdot \frac{1}{C_p s} (q_{calor}(s) - h_v Q_{vapor}(s)) \right) \quad (9)$$

E a equação da pressão permanece:

$$P(s) = \frac{1}{C_p s} (q_{calor}(s) - h_v Q_{vapor}(s)) \quad (10)$$

5.6 Função de Transferência para a Esteira de Cavaco

A taxa de queima de combustível m_f pode influenciar a velocidade da esteira de cavaco $V_{esteira}$ devido ao calor gerado. A função de transferência que relaciona m_f e $V_{esteira}$ é dada por:

$$G(s) = \frac{V_{esteira}(s)}{m_f(s)} = \frac{k \cdot \eta \cdot LCV}{C \cdot (s + \alpha)}$$

Onde:

- k é a constante de proporcionalidade para a velocidade da esteira,
- η é a eficiência da caldeira,
- LCV é o poder calorífico inferior do combustível,

- C é a capacidade térmica do sistema,
- α é uma constante relacionada à dinâmica térmica do sistema.

5.7 Valores Sugeridos para Simulação

Para simulação dessa função de transferência, os seguintes valores podem ser utilizados:

- $\eta = 0.85$ (85% de eficiência),
- $LCV = 42 \text{ MJ/kg}$,
- $C = 1000 \text{ kJ/K}$,
- $k = 0.5$ (constante de proporcionalidade para a velocidade da esteira),
- $\alpha = 0.1$.

Com esses valores, a função de transferência para a esteira de cavaco pode ser utilizada para simular a resposta do sistema em relação à variação na taxa de queima de combustível.

6 Introdução

A modelagem de uma caldeira a vapor e do sistema de esteira de cavaco é essencial para a compreensão do comportamento dinâmico de sistemas térmicos e para o projeto de estratégias de controle eficientes. Este relatório apresenta um modelo matemático baseado em balanços de massa e energia para descrever a dinâmica da caldeira a vapor, incluindo a vazão de entrada de água, vazão de saída de vapor, nível de líquido, pressão interna da caldeira e a relação com a taxa de queima de combustível, a velocidade da esteira de cavaco e a velocidade do ventilador de ar.

7 Definição das Variáveis

O sistema pode ser descrito pelas seguintes variáveis principais:

- Q_{agua} : Vazão de água de alimentação (kg/s)
- Q_{vapor} : Vazão de vapor (kg/s)
- H : Nível de líquido na caldeira (m)
- P : Pressão do vapor na caldeira (Pa)
- q_{calor} : Quantidade de calor fornecida (W)
- T : Temperatura da água/vapor ($^{\circ}\text{C}$)

- m_f : Taxa de queima de combustível (kg/s)
- $V_{esteira}$: Velocidade da esteira de cavaco (m/s)
- V_{vent} : Velocidade do ventilador de ar (m/s)
- LCV : Poder calorífico inferior do combustível (MJ/kg)
- C : Capacidade térmica do sistema (J/K)
- k : Constante de proporcionalidade para a velocidade da esteira de cavaco
- h_v : Entalpia do vapor (kJ/kg)
- A : Área da seção transversal da caldeira (m²)
- λ : Relação ar/combustível (kg ar / kg combustível)

8 Funções de Transferência

A taxa de queima de combustível (m_f) pode ser influenciada tanto pela velocidade da esteira de cavaco ($V_{esteira}$) quanto pela velocidade do ventilador de ar (V_{vent}), afetando a quantidade de calor gerada na combustão.

A relação entre a velocidade da esteira e a taxa de queima é dada por:

$$G_{esteira}(s) = \frac{m_f(s)}{V_{esteira}(s)} = \frac{k_1}{s + \alpha_1} \quad (11)$$

A relação entre a velocidade do ventilador e a combustão é:

$$G_{vent}(s) = \frac{\lambda(s)}{V_{vent}(s)} = \frac{k_2}{s + \alpha_2} \quad (12)$$

A produção de calor pode ser descrita como:

$$q_{calor}(s) = \eta \cdot m_f(s) \cdot LCV \quad (13)$$

Substituindo $m_f(s)$:

$$q_{calor}(s) = \eta \cdot \frac{k_1}{s + \alpha_1} V_{esteira}(s) \cdot LCV \quad (14)$$

E a relação entre o ventilador e a combustão pode ser usada para estimar a mistura ideal de ar/combustível.

9 Valores Sugeridos para Simulação

Para simulação dessas funções de transferência, podem ser utilizados os seguintes valores:

- $\eta = 0.85$ (85% de eficiência)
- $LCV = 42$ MJ/kg
- $C = 1000$ kJ/K
- $k_1 = 0.5$, $\alpha_1 = 0.1$
- $k_2 = 0.3$, $\alpha_2 = 0.05$
- Relação ar/combustível $\lambda = 15$

10 Conclusão

A modelagem matemática de uma caldeira e do sistema de esteira de cavaco permite entender sua dinâmica e projetar sistemas de controle eficientes. Com os valores apresentados, é possível simular diferentes cenários e otimizar a operação, tanto para a caldeira quanto para o controle da velocidade da esteira de cavaco.