Modelagem Dinâmica de Caldeira: Combustível, Ar e Temperatura da Fornalha

Josué Morais

March 31, 2025

1. Introdução

Este documento apresenta a modelagem dinâmica de uma caldeira considerando as entradas:

- Abertura da válvula de combustível líquido (0 a 100%)
- Abertura do damper de ar (0 a 100%)
- Abertura da válvula de água (0 a 100%)
- Pressão da bomba de água (Pa)

E como saídas:

- Vazão de combustível (kg/s)
- Vazão de ar (kg/s)
- Vazão de água (kg/s)
- Calor gerado na fornalha (W)
- Temperatura da fornalha (°C)
- Pressão de vapor (Pa)
- Nível da caldeira (m)

2. Valores Típicos da Caldeira

- Vazão de combustível: 0 kg/s a 0.0227 kg/s
- Vazão de ar: 0 kg/s a 0.15 kg/s
- Vazão de vapor: 0 kg/s a 0.35 kg/s

- Vazão de água: 0.15 kg/s a 0.55 kg/s
- Poder calorífico inferior (LCV): 42 MJ/kg
- Eficiência térmica ideal (η_{max}): 0,85
- Calor específico do ar (C_p): 1000 J/(kg · °C)
- Entalpia do vapor (h_v): 2770 kJ/kg
- Razão estequiométrica ideal (λ_{ideal}): 15
- Tempo de acomodação da fornalha: 5 s

3. Funções de Transferência

3.1 Vazão de Combustível

$$\dot{m}_f(s) = \frac{0.0227}{2.5s + 1} \cdot u_f(s) \tag{1}$$

3.2 Vazão de Ar

$$\dot{m}_{ar}(s) = \frac{0.15}{1.25s + 1} \cdot u_a(s) \tag{2}$$

3.3 Vazão de Água

$$\dot{m}_{agua}(s) = \frac{K_b}{\tau_b s + 1} \cdot u_w(s) \tag{3}$$

Onde:

- $u_w(s)$: abertura da válvula de água
- K_b: ganho proporcional à pressão da bomba (ex: $K_b = 0.55$ para pressão máxima)
- τ_b: constante de tempo do sistema hidráulico

Limites esperados:

- Vazão máxima de água: 0.55 kg/s
- Vazão mínima de água: 0.15 kg/s

3.4 Calor Gerado (com mistura estequiométrica)

$$q_{calor}(t) = \eta(\lambda(t)) \cdot \dot{m}_f(t) \cdot LCV \tag{4}$$

$$\eta(\lambda) = \eta_{max} \cdot e^{-k(\lambda - \lambda_{ideal})^2}, \quad k = 0.05 \tag{5}$$

3.5 Dinâmica Térmica da Fornalha (1ªordem)

$$q_{calor}(s) = \frac{1}{5s+1} \cdot [\eta(\lambda(s)) \cdot \dot{m}_f(s) \cdot LCV] \tag{6}$$

3.6 Temperatura da Fornalha

$$T(t) = \frac{q_{calor}(t)}{\dot{m}_{ar}(t) \cdot C_p} \tag{7}$$

3.7 Nível da Caldeira

$$\frac{dH}{dt} = \frac{1}{A}(\dot{m}_{agua} - \dot{m}_{vapor}) \tag{8}$$

No domínio de Laplace:

$$H(s) = \frac{1}{As}(\dot{m}_{agua}(s) - \dot{m}_{vapor}(s)) \tag{9}$$

4. Limites Esperados

- Temperatura máxima: 900 °C (mistura ideal)
- Temperatura mínima: 25 °C (sem combustível ou ar)
- Calor máximo: 810 390 W
- Calor mínimo: 0 W
- Pressão de vapor máxima: 1×10^6 Pa (10 bar)
- Pressão de vapor mínima: 1×10^5 Pa (1 bar)

5. Observações

- A dinâmica do calor e temperatura é essencial para representar o atraso físico da queima e aquecimento.
- A eficiência depende fortemente da razão ar/combustível λ, que deve se manter próxima de 15.

6. Pressão de Vapor em Função do Calor e da Vazão de Vapor

A equação diferencial que relaciona a variação da pressão com o calor fornecido e a vazão de vapor é dada por:

$$\frac{dP}{dt} = \frac{1}{C_p} \left(q_{\text{calor}} - \dot{m}_{\text{vapor}} \cdot h_v \right)$$

No domínio de Laplace, essa equação se torna:

$$P(s) = \frac{1}{C_p \cdot s} \left(q_{\text{calor}}(s) - h_v \cdot \dot{m}_{\text{vapor}}(s) \right)$$

Substituindo as funções de transferência para $q_{\text{calor}}(s)$ e $\dot{m}_{\text{vapor}}(s)$:

$$q_{\text{calor}}(s) = \frac{810390}{5s+1} \cdot u_f(s)$$

$$\dot{m}_{\text{vapor}}(s) = \frac{0.35}{2s+1} \cdot u_v(s)$$

Com isso, a função de transferência da pressão de vapor torna-se:

$$P(s) = \frac{1}{10^6 \cdot s} \left(\frac{810390}{5s+1} \cdot u_f(s) - \frac{969500}{2s+1} \cdot u_v(s) \right)$$

Onde:

- $C_p = 1.0 \times 10^6$ J/K
- $h_v = 2.77 \times 10^6$ J/kg
- $0.35\,\text{kg/s}$ é a máxima vazão de vapor