Trabajo Practico Regresión Avanzada

Regresión Lineal Simple

Jose Valdes

2023-06-05

Table of Contents

```
#limpio la memoria
rm( list= ls(all.names= TRUE) )  #remove all objects
gc( full= TRUE )                 #garbage collection

##          used (Mb) gc trigger (Mb) max used (Mb)
## Ncells 459186 24.6     989837 52.9   644245 34.5
## Vcells 829677  6.4    8388608 64.0  1635137 12.5
```

Se realiza validación de la instalación de los paquetes necesarios para ejecutar el script

```
# Bibliotecas a cargar

check_packages <- function(packages) {
  if (all(packages %in% rownames(installed.packages()))) {
    TRUE
  } else{
    cat(
      "Instalar los siguientes packages antes de ejecutar el presente
script\n",
      packages[!(packages %in% rownames(installed.packages()))],
      "\n"
    )
  }
}
packages_needed <-
c("readxl","ggplot2","MVN","gridExtra","aod","MASS","carData","car")

# Se llama a la funcion check_packages
check_packages(packages_needed)
```

```
## [1] TRUE
```

```
library(readxl)
library(ggplot2)
library(MVN)
library(gridExtra)
library(aod)
library(MASS)
library(carData)
library(car)
```

1.1. Correlación

Ejercicio 1.1.

En el archivo grasacerdos.xlsx se encuentran los datos del peso vivo (PV, en Kg) y al espesor de grasa dorsal (EGD, en mm) de 30 lechones elegidos al azar de una población de porcinos Duroc Jersey del Oeste de la provincia de Buenos Aires. Se pide

(a)

Dibujar el diagrama de dispersión e interpretarlo.

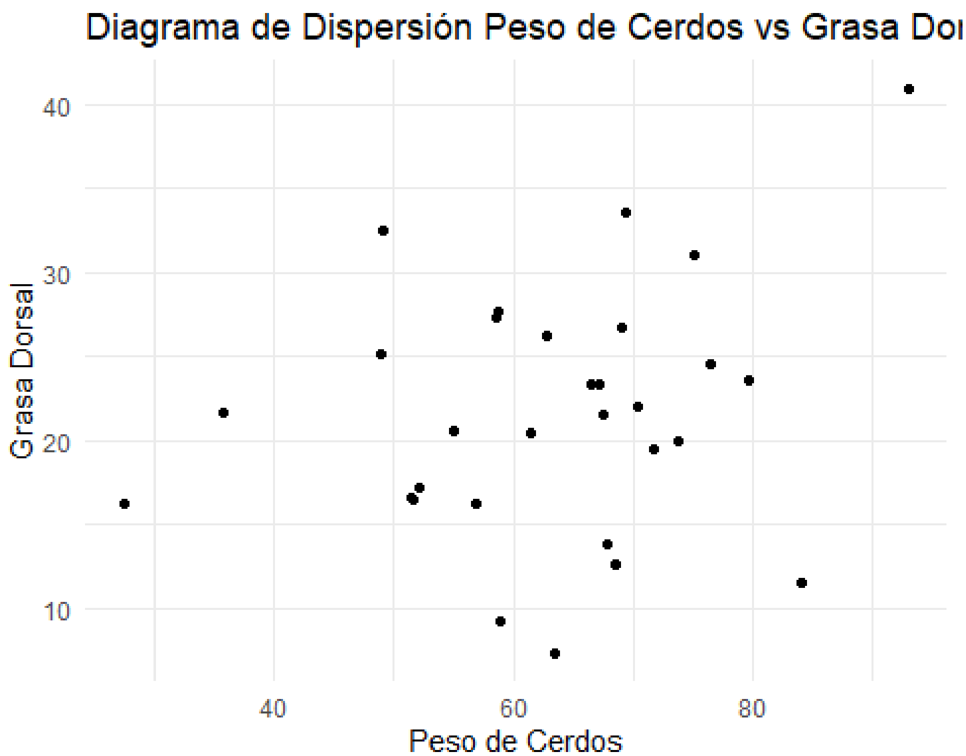
```
library(readxl)
library(ggplot2)
library(MVN)
library(gridExtra)

grasacerdos<-
read_excel("C:/Users/Josvaldes/Documents/Maestria/Austral/1ano/regresionAvanzada/TPRegresion/TPRegresion/grasacerdos.xlsx")
dim(grasacerdos)
```

```
## [1] 30  3
```

```
head(grasacerdos)
```

```
## # A tibble: 6 × 3
##     Obs PV    EGD  
##   <dbl> <chr> <chr>
## 1     1 56,81 16,19
## 2     2 70,40 22,00
## 3     3 71,73 19,52
## 4     4 75,10 31,00
## 5     5 79,65 23,58
## 6     6 51,43 16,58
```

```
grasacerdos$PV <- as.numeric(gsub(",", ".", grasacerdos$PV))
grasacerdos$EGD <- as.numeric(gsub(",", ".", grasacerdos$EGD))

ggplot(grasacerdos, aes(PV, EGD)) +
  geom_point() +
  theme_minimal() +
  labs(x = "Peso de Cerdos", y = "Grasa Dorsal",
       title = ("Diagrama de Dispersi\u00F3n Peso de Cerdos vs Grasa 
Dorsal")) # se deja la letra "ó" con \u00F3, que
es la representación Unicode de esa letra
```



No se observa corelación entre las variables

(b)

Calcular el coeficiente de correlación muestral y explíquelo.

```
biNormTest <- mvn(grasacerdos, mvnTest = "hz")
print(biNormTest$multivariateNormality)

##            Test        HZ   p value MVN
## 1 Henze-Zirkler 0.6379234 0.3891766 YES
```

Por el resultado se puede sostener el supuesto de una distribución normal bivariada para estas variables. En tal sentido, se procede a realizar el test de Pearson para determinar la relación de las variables:

```
corCoeff <- cor(grasacerdos$PV,grasacerdos$EGD, method = "pearson")
corCoeff

## [1] 0.2543434
```

La prueba de correlación de Pearson muestra que existe una correlación positiva débil entre las variables. Esto significa que hay una tendencia a que los valores de las variables aumenten juntos, pero la relación no es muy fuerte.

(c)

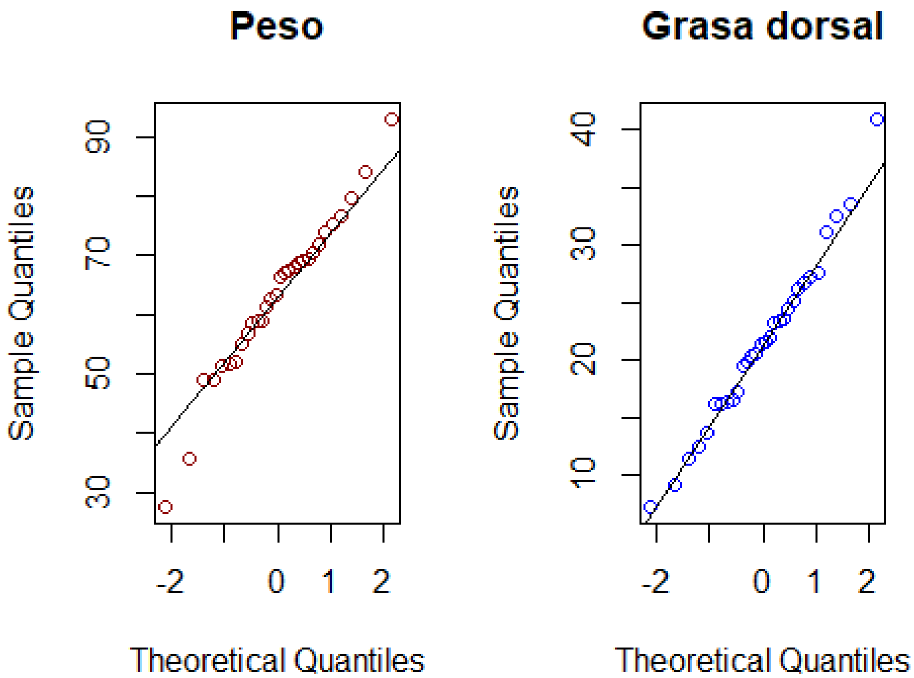
¿Hay suficiente evidencia para admitir asociación entre el peso y el espesor de grasa? (α = 0,05). Verifique los supuestos para decidir el indicador que va a utilizar.

Para determinar si hay suficiente evidencia para admitir una asociación entre el peso y el espesor de grasa, es necesario verificar los supuestos y luego utilizar un indicador apropiado para evaluar la correlación entre las variables.

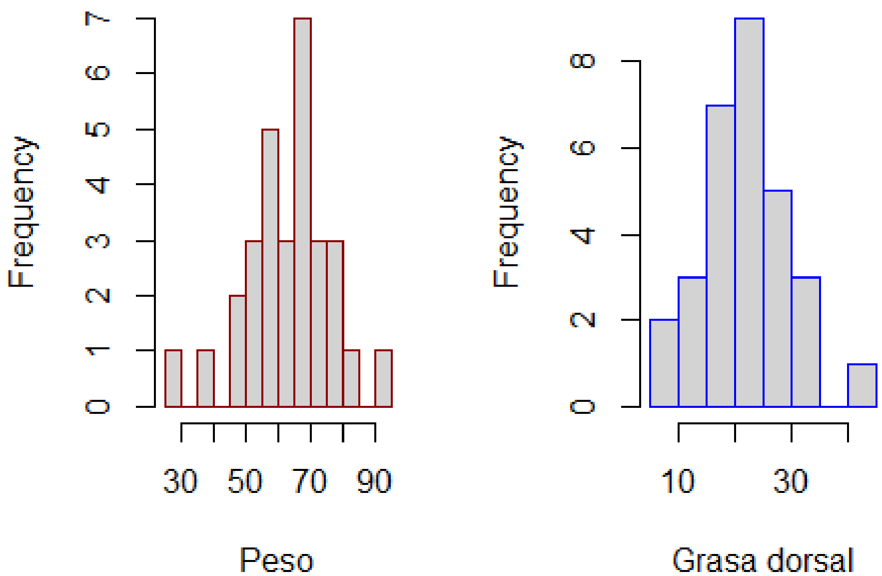
A continuación, se describen los supuestos que se deben verificar antes de seleccionar el indicador:

1 - Supuesto de normalidad: Se debe verificar si las variables peso y espesor de grasa siguen una distribución normal. Esto se puede hacer mediante métodos gráficos, como histogramas o gráficos de Q-Q, y pruebas estadísticas, como el test de normalidad (por ejemplo, el test de Shapiro-Wilk).

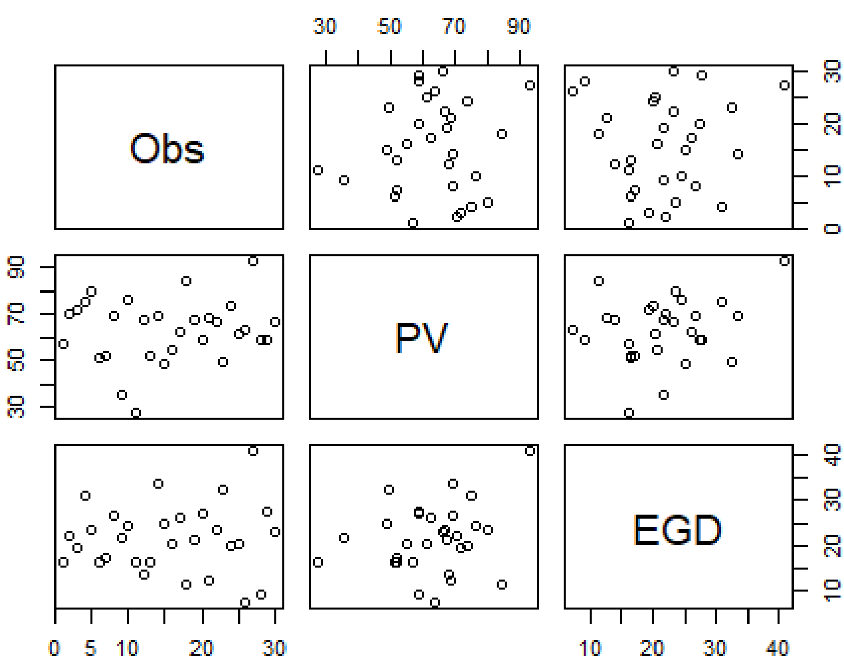
```
shapiro.test(grasacerdos$PV)

## 
##  Shapiro-Wilk normality test
## 
## data:  grasacerdos$PV
## W = 0.97533, p-value = 0.6925

shapiro.test(grasacerdos$EGD)

## 
##  Shapiro-Wilk normality test
## 
## data:  grasacerdos$EGD
## W = 0.98514, p-value = 0.9395

par(mfrow = c(1, 2))
qqnorm(grasacerdos$PV, main = "Peso", col = "darkred")
qqline(grasacerdos$PV)
qqnorm(grasacerdos$EGD, main = "Grasa dorsal", col = "blue")
qqline(grasacerdos$EGD)
```




```
par(mfrow = c(1, 2))
hist(grasacerdos$PV, breaks = 10, main = "", xlab = "Peso", border =
"darkred")
hist(grasacerdos$EGD, breaks = 10, main = "", xlab = "Grasa dorsal",
border = "blue")
```




```
par(bg="white")
pairs(grasacerdos) # representa todos los diagramas de dispersión de a
pares
```



2 - Supuesto de linealidad: Se debe verificar si la relación entre el peso y el espesor de grasa es lineal. Esto se puede explorar mediante un diagrama de dispersión o mediante técnicas de análisis exploratorio de datos.

3 - Supuesto de homogeneidad de varianzas: Se debe verificar si la varianza del espesor de grasa es constante en diferentes niveles de peso. Esto se puede evaluar mediante gráficos de dispersión y pruebas estadísticas, como el test de Levene.

Una vez que se han verificado los supuestos, puedes seleccionar un indicador apropiado para evaluar la asociación entre el peso y el espesor de grasa. Dado que estamos analizando una relación entre dos variables continuas, el coeficiente de correlación de Pearson sería un indicador adecuado.

Para determinar si hay suficiente evidencia para admitir la asociación entre el peso y el espesor de grasa, se puede realizar una prueba de hipótesis utilizando el coeficiente de correlación de Pearson. El enunciado de las hipótesis sería:

Hipótesis nula (H0): No hay asociación entre el peso y el espesor de grasa ($\rho = 0$).
Hipótesis alternativa (HA): Hay asociación entre el peso y el espesor de grasa ($\rho \neq 0$).

```
corTest <- cor.test(grasacerdos$PV,grasacerdos$EGD, method = "pearson")
corTest

##
##  Pearson's product-moment correlation
##
## data:  grasacerdos$PV and grasacerdos$EGD
## t = 1.3916, df = 28, p-value = 0.175
## alternative hypothesis: true correlation is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
##  -0.1166112  0.5630217
## sample estimates:
##       cor
## 0.2543434
```

El resultado del test de correlación de Pearson como se mostró en el punto b corresponde a una correlacion positiva baja entre las variables y un P-valor de 0.1749942 que seria mayor que el nivel de significancia α = 0,05 de la prueba, por tal razon, no se puede afirmar la presencia de una asociación significativa entre las variables.

Ejercicio 1.2.

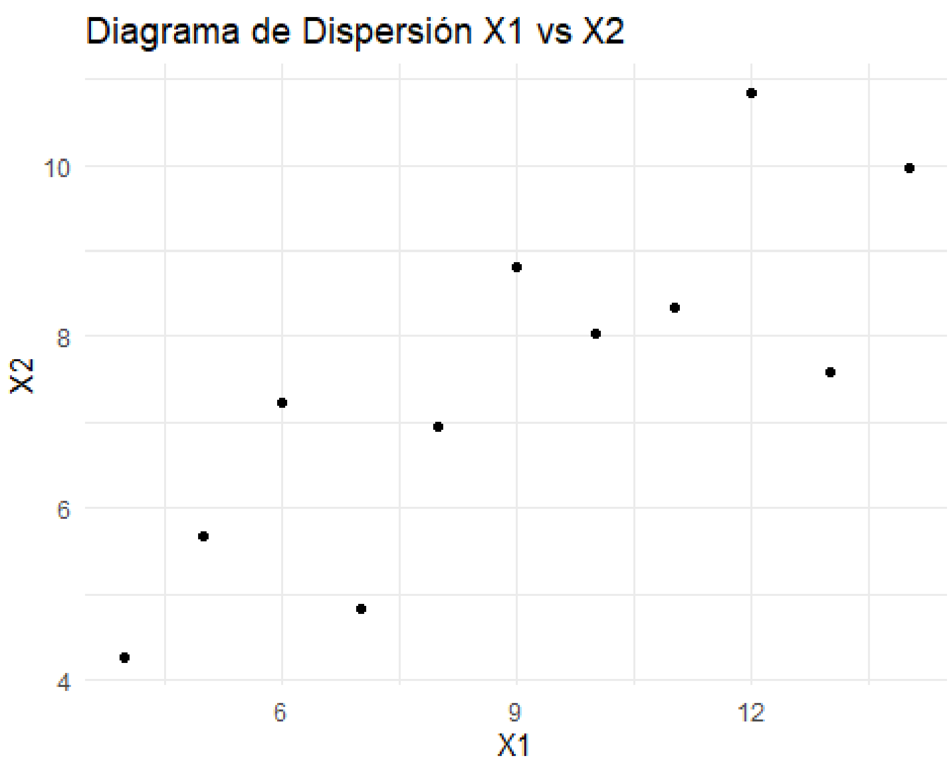
Los datos del cuarteto de Anscombe se encuentran en el archivo anscombe.xlsx

Se pide explorar los datos de la siguiente manera:

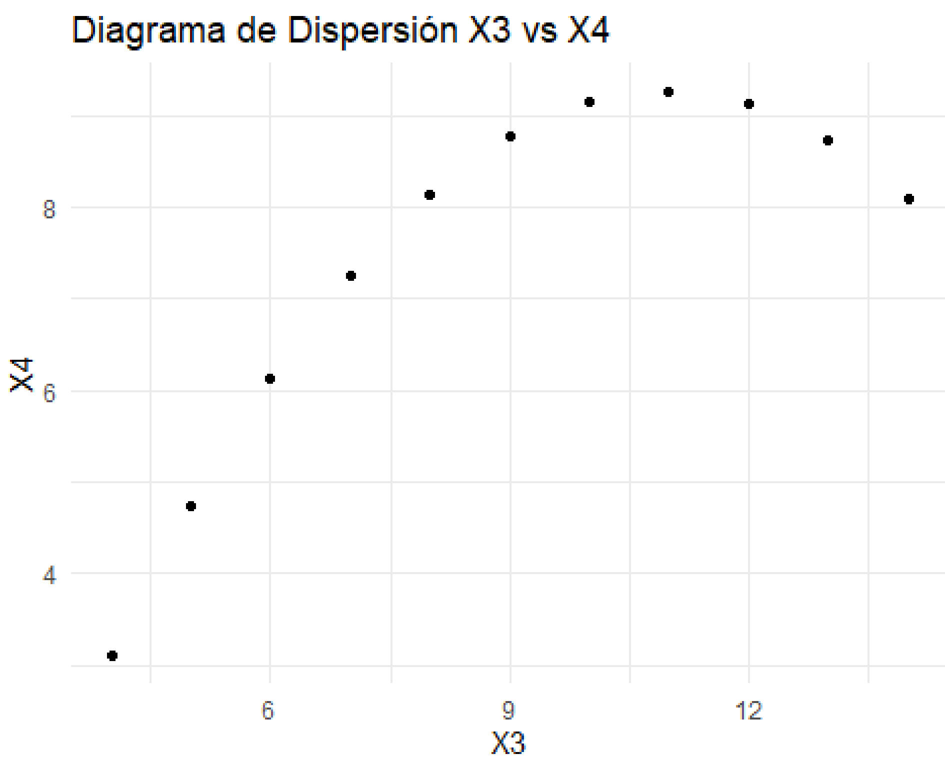
(a)

Graficar los cuatro pares de datos en un diagrama de dispersión cada uno.

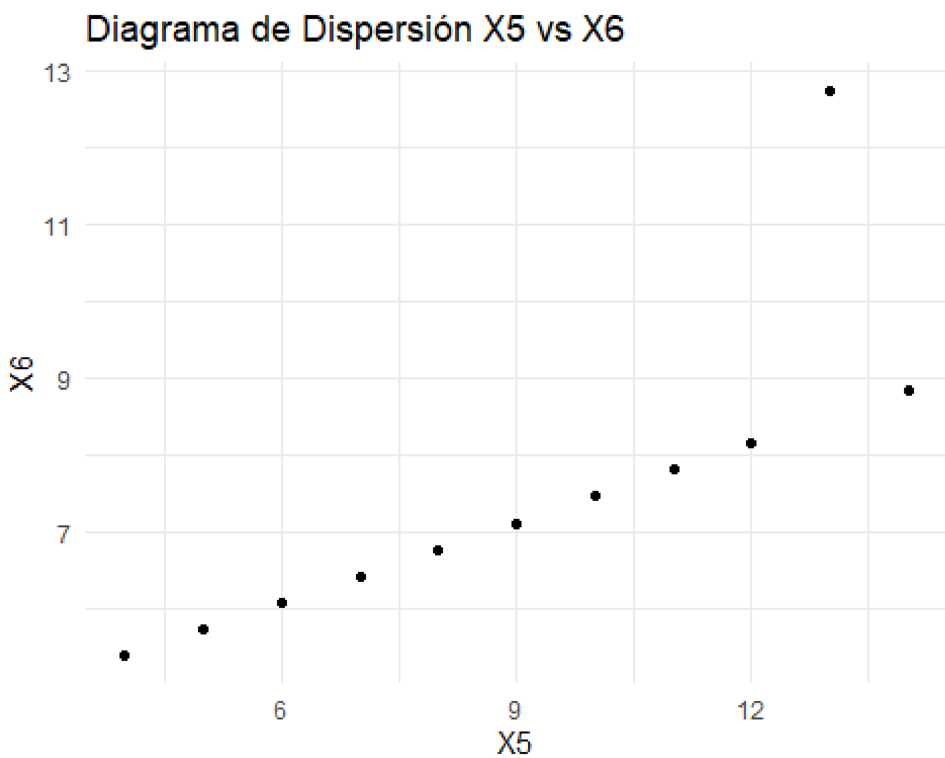
```
# se observa que el archivo esta incompleto anscombe.xlsx (dimensiones 6x8), se busca en internet y se trabaja con Anscombe's Quartet.xlsx (dimensiones 12x8)
anscombe<-read_excel("C:/Users/Josvaldes/Documents/Maestria/Austral/1ano/regresionAvanzada/TPRegresion/TPRegresion/Anscombe's Quartet.xlsx")
dim(anscombe)

## [1] 11  8

head(anscombe)

## # A tibble: 6 × 8
##      X1    X2    X3    X4    X5    X6    X7    X8
##   <dbl> <dbl> <dbl> <dbl> <dbl> <dbl> <dbl> <dbl>
## 1    10  8.04    10  9.14    10  7.46     8  6.58
## 2     8  6.95     8  8.14     8  6.77     8  5.76
## 3    13  7.58    13  8.74    13 12.7      8  7.71
## 4     9  8.81     9  8.77     9  7.11     8  8.84
## 5    11  8.33    11  9.26    11  7.81     8  8.47
## 6    14  9.96    14  8.1     14  8.84     8  7.04

dd1=ggplot(anscombe, aes(X1, X2)) +
  geom_point() + theme_minimal() + labs(title = "Diagrama de Dispersi\u00F3n X1 vs X2")
dd1
```



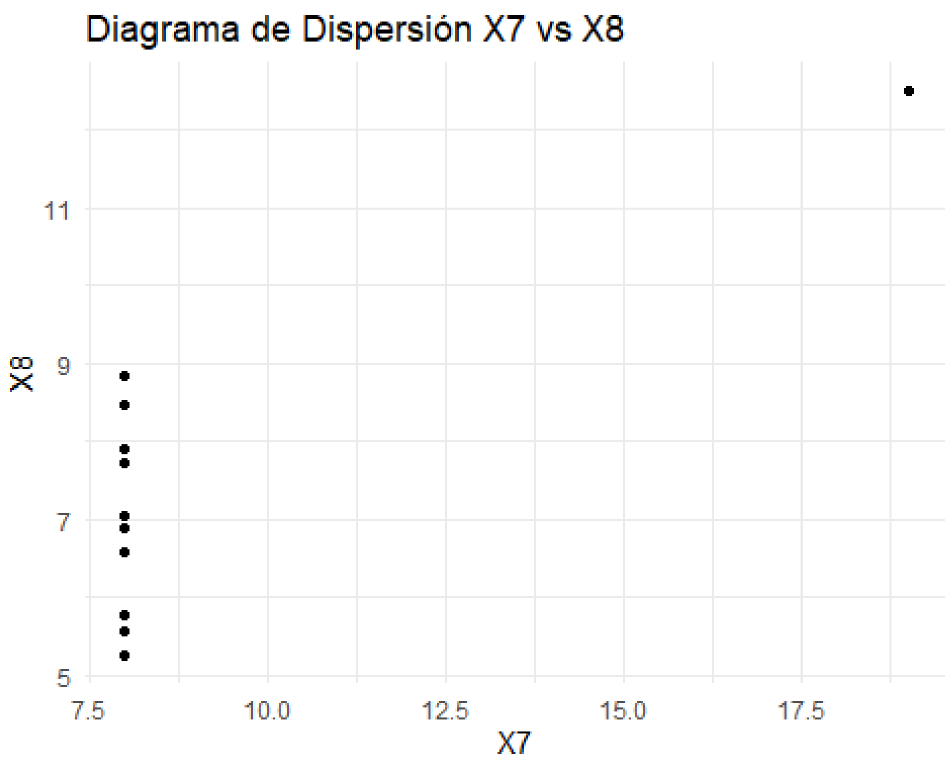
```
dd2=ggplot(anscombe, aes(X3, X4)) +
  geom_point() + theme_minimal() + labs(title = "Diagrama de
Dispersi\u00F3n X3 vs X4")
dd2
```



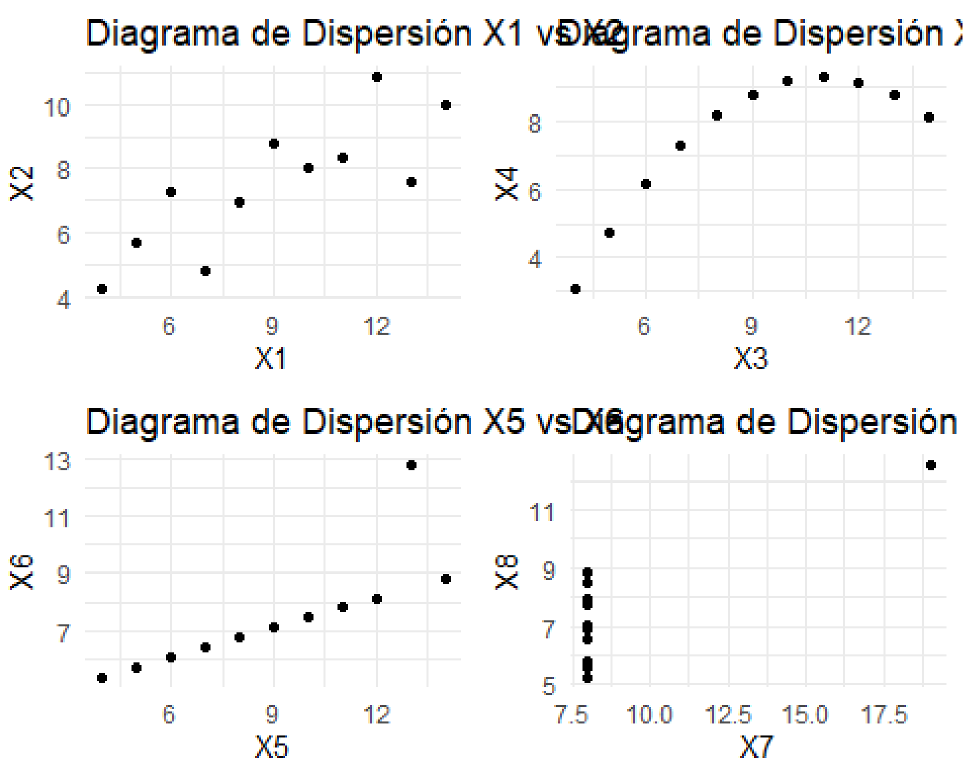

```
dd3=ggplot(anscombe, aes(X5, X6)) +
  geom_point() + theme_minimal() + labs(title = "Diagrama de
Dispersi\u00F3n X5 vs X6")
dd3
```




```
dd4=ggplot(anscombe, aes(X7, X8)) +
  geom_point() + theme_minimal() + labs(title = "Diagrama de
Dispersi\u00F3n X7 vs X8")
dd4
```




```
#resumen
grid.arrange(dd1,dd2,dd3,dd4, ncol = 2, nrow = 2)
```



(b)

Hallar los valores medios de las variables para cada par de datos.

```
colMeans(anscombe)

##       X1       X2       X3       X4       X5       X6       X7 
X8 
## 9.000000 7.500909 9.000000 7.500909 9.000000 7.500000 9.000000 
7.500909
```

(c)

Hallar los valores de la dispersión para cada conjunto de datos.

```
sapply(anscombe, sd)

##       X1       X2       X3       X4       X5       X6       X7 
X8 
## 3.316625 2.031568 3.316625 2.031657 3.316625 2.030424 3.316625 
2.030579
```

(d)

Hallar el coeficiente muestral de correlación lineal en cada caso.

```
mvn(data = anscombe[c(1,2)], mvnTest = "hz")$multivariateNormality$MVN

## [1] "YES"

mvn(data = anscombe[c(3,4)], mvnTest = "hz")$multivariateNormality$MVN

## [1] "NO"

mvn(data = anscombe[c(5,6)], mvnTest = "hz")$multivariateNormality$MVN

## [1] "NO"

mvn(data = anscombe[c(7,8)], mvnTest = "hz")$multivariateNormality$MVN

## [1] "NO"

cor.test(anscombe$X1,anscombe$X2,method="pearson")$p.value

## [1] 0.002169629

cor.test(anscombe$X3,anscombe$X4,method="spearman")$p.value

## [1] 0.02305887

cor.test(anscombe$X5,anscombe$X6,method="spearman")$p.value

## [1] 0

cor.test(anscombe$X7,anscombe$X8,method="spearman")$p.value
```

```
## Warning in cor.test.default(anscombe$X7, anscombe$X8, method =
"spearman"):
## Cannot compute exact p-value with ties

## [1] 0.1173068
```

Debido al Warning obtenido (Cannot compute exact p-value with ties[1] 0.1173068), se calcula el coeficiente de correlación con el método de Spearman, aun así que el test de Henze-Zirkler dice como resultado NO.

```
cor.test(anscombe$X7,anscombe$X8,method="pearson")$p.value

## [1] 0.002164602
```

(e)

Observar, comentar y concluir.

Por los resultados obtenidos en el primer par de variables se utiliza el coeficiente de correlación de Pearson y para los tres paredes restantes el de Spearman. Aunque para la relación de variables X7 y X8 aunque se obtuvo con test de Henze-Zirkler como resultado NO, se recibe una warning por el cual se hace la prueba con el test de Pearson.

1.2. Modelo Lineal Simple

Ejercicio 1.3.

El archivo peso_edad_colest.xlsx disponible contiene registros correspondientes a 25 individuos respecto de su peso, su edad y el nivel de colesterol total en sangre.

Se pide:

(a)

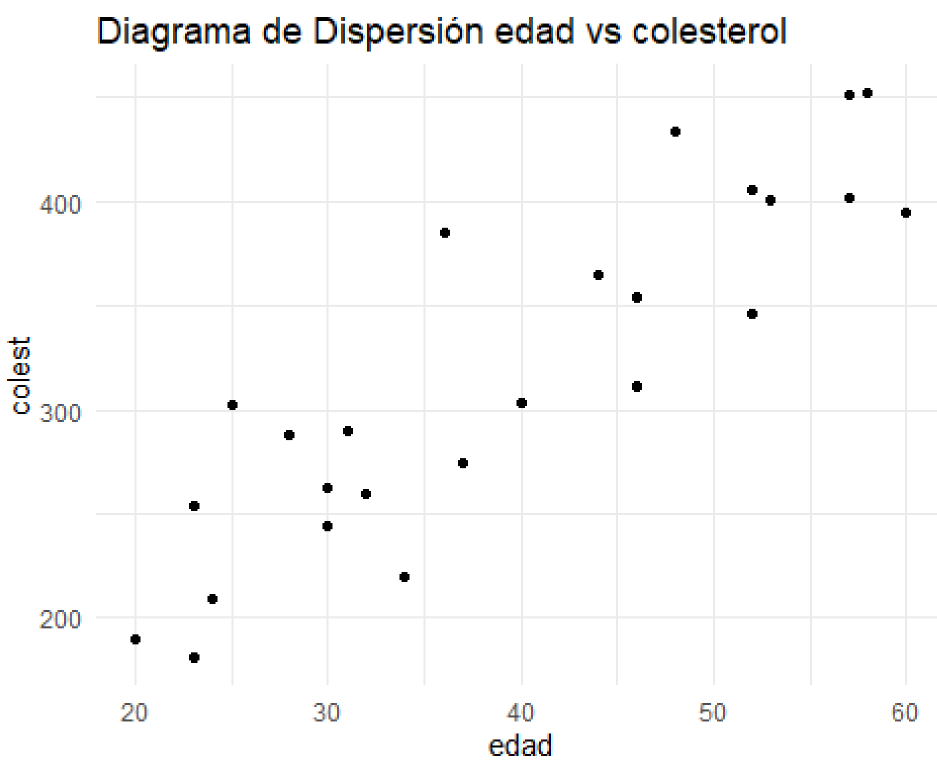
Realizar el diagrama de dispersión de colesterol en función de la edad y de colesterol en función de peso. Le parece adecuado ajustar un modelo lineal para alguno de estos dos pares de variables?

```
#Se cargan los datos
colesterol <- read_excel('peso_edad_colest.xlsx')

#Se visualizan la estructura
head(colesterol)

## # A tibble: 6 × 3
##    peso  edad colest
##   <dbl> <dbl>  <dbl>
## 1    84    46    354
## 2    73    20    190
```

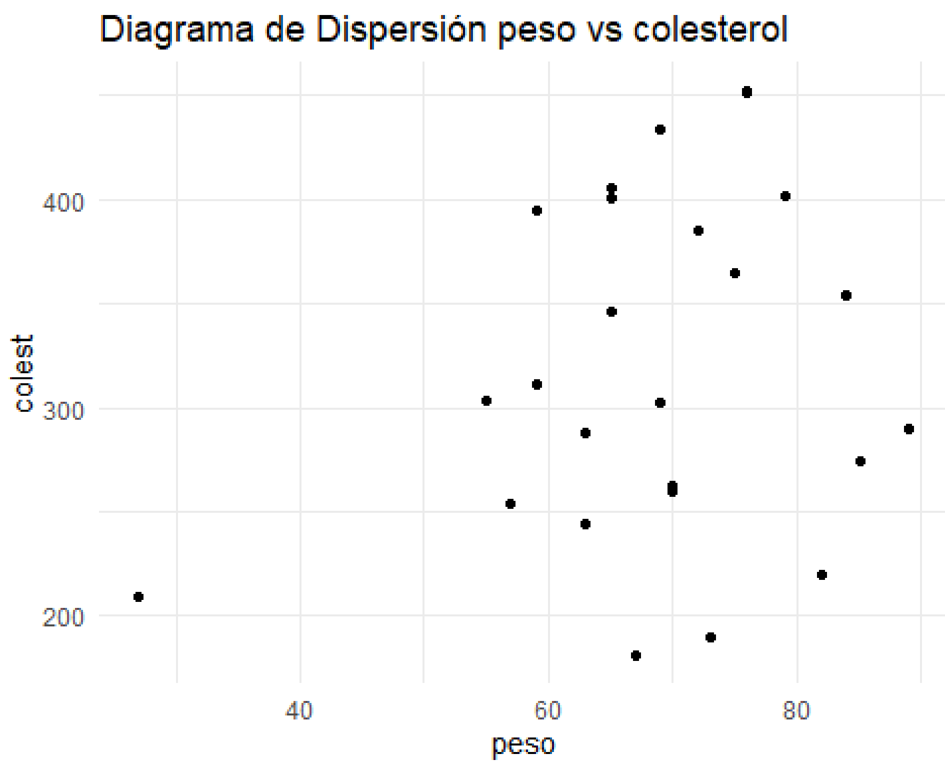
```
## 3    65     52     405
## 4    70     30     263
## 5    76     57     451
## 6    69     25     302
```

Se realizan los diagramas de dispersión solicitados

```
#Diagrama de dispersión colesterol en función de la edad
dd112=ggplot(colesterol, aes(edad, colest)) +
  geom_point() + theme_minimal() + labs(title = "Diagrama de
Dispersi\u00F3n edad vs colesterol")
dd112
```




```
#Diagrama de dispersión colesterol en función del peso
dd212=ggplot(colesterol, aes(peso, colest)) +
  geom_point() + theme_minimal() + labs(title = "Diagrama de
Dispersi\u00F3n peso vs colesterol")
dd212
```



Por las gráficas se podría pensar que se ajuste un modelo lineal entre las variables edad y colesterol.

(b)

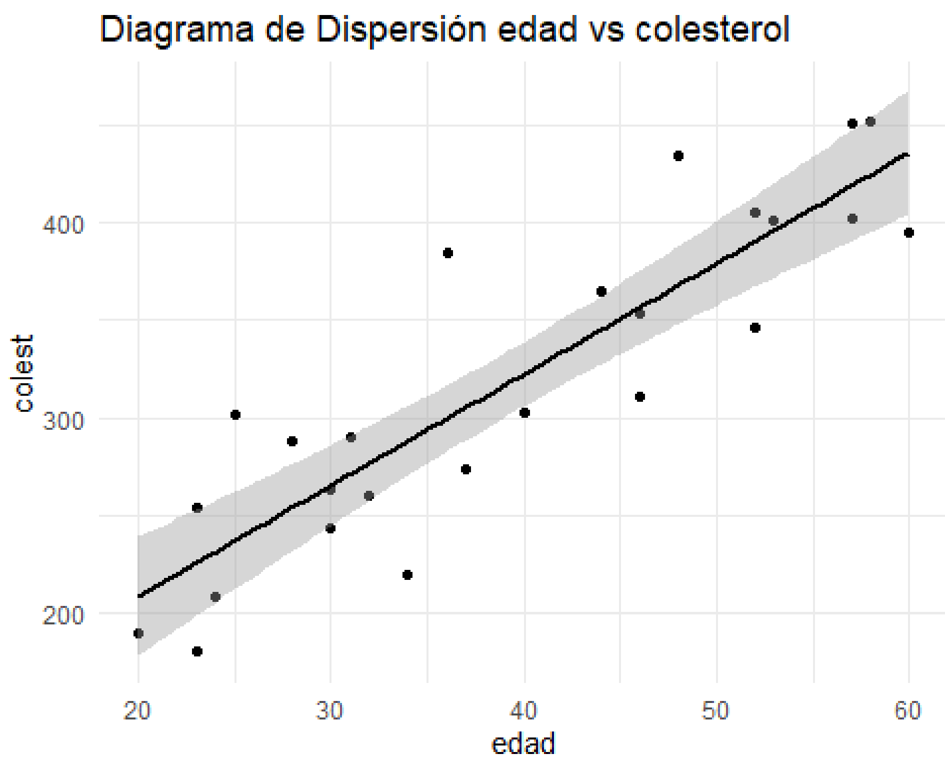
Estime los coeficientes del modelo lineal para el colesterol en función de la edad.

Coeficientes

```
#Modelo lineal para el colesterol en función de la edad.
model <- lm(colest ~ edad, data = colesterol)
model$coefficients

## (Intercept)        edad
##   95.502004    5.670842
```

Grafica del modelo y las bandas de error estándar alrededor de la línea de regresión

```
(dd112+ geom_smooth(method = "lm", se = TRUE, color = "black") )

## `geom_smooth()` using formula = 'y ~ x'
```



(c)

Estime intervalos de confianza del 95% para los coeficientes del modelo y compare estos resultados con el test de Wald para los coeficientes. Le parece que hay asociación entre estos test y el test de la regresión?

```
ic <- confint(model, level = 0.95)
ic

##                  2.5 %     97.5 %
## (Intercept) 41.190390 149.813618
## edad         4.358216   6.983467
```

Test de Wald

```
library(aod)
coef(model)

## (Intercept)        edad
##   95.502004    5.670842

testWald=wald.test(Sigma = vcov(model), b = coef(model), Terms = 1)
testWald

## Wald test:
## ----------
##
```

```
## Chi-squared test:
## X2 = 13.2, df = 1, P(> X2) = 0.00028
```

Las anteriores salidas muestra los coeficientes estimados del modelo de regresión lineal y los resultados del test de Wald para evaluar la significancia de los coeficientes.

Los coeficientes del modelo indican lo siguiente:

- El coeficiente de intercepto (Intercept) es de aproximadamente 95.502004.
- El coeficiente para la variable "edad" es de aproximadamente 5.670842.

El test de Wald se utiliza para evaluar la significancia estadística de los coeficientes del modelo. En este caso, se realiza el test de Wald para el coeficiente del intercepto (intercept). El resultado del test muestra que el estadístico de prueba chi-cuadrado (X2) es de 13.2, con 1 grado de libertad y un valor p (P(>X2)) de 0.00028.

Se puede concluir lo siguiente:

El coeficiente de intercepto es significativamente diferente de cero, debido a que el valor p es muy pequeño (0.00028). Esto indica que hay evidencia de una asociación entre la variable de respuesta y la variable de intercepto.

En cuanto al coeficiente de la variable "edad", se realizan los siguientes cancululos para obtener el test de wald:

```
# Se obtiene la matriz de varianza-covarianza de los coeficientes del
modelo
vcov_model <- vcov(model)

# Se obtienen los coeficientes estimados del modelo
coef_model <- coef(model)

# Calculo del estadístico de prueba utilizando la fórmula del test de
Wald:
wald_stat <- (coef_model["edad"] - 0) / sqrt(vcov_model["edad", "edad"])

# Calculo del valor p correspondiente al estadístico de prueba
p_value <- 1 - pchisq(wald_stat^2, df = 1)

# Imprimir resultado
cat("Test de Wald para la variable 'edad':\n")

## Test de Wald para la variable 'edad':

cat("-------------------------\n")

## -------------------------

cat("Estadístico de prueba:", wald_stat, "\n")

## Estadístico de prueba: 8.937073
```

```r
cat("Valor p:", p_value, "\n")

## Valor p: 0
```

En resumen, hay evidencia de asociación entre el coeficiente de intercepto y la variable de respuesta según el test de Wald.Para la variable "edad" se tiene un estadístico de prueba de 8.937073 y un valor p de 0. Esto indica que hay evidencia significativa para rechazar la hipótesis nula de que el coeficiente de "edad" sea igual a cero.

(d)

A partir de esta recta estime los valores de E(Y) para x = 25 años y x = 48 años. Podría estimarse el valor de E(Y) para x = 80 años?

Para estimar los valores de E(Y) para diferentes valores de x utilizando la recta ajustada en el modelo de regresión, se pueden utilizar los coeficientes del modelo.

En este caso, los coeficientes del modelo son:

Intercepto: 95.502004 Coeficiente para la variable "edad": 5.670842

E(Y) = Intercepto + Coeficiente * x

```r
predict(model, newdata = data.frame(edad = c(25,80)))

##        1        2 
## 237.2730 549.1693
```

Sin embargo, para valores de x más allá del rango de los datos observados, como x = 80 años, la extrapolación puede no ser confiable. La recta ajustada se basa en los datos observados y su validez puede estar limitada a ese rango. Por lo tanto, no se recomienda estimar el valor de E(Y) para x = 80 años utilizando este modelo de regresión.

(e)

Testee la normalidad de los residuos y haga un gráfico para ver si son homocedásticos.

```r
# Prueba de normalidad de Shapiro-Wilk
residuos <- residuals(model)
shapiro.test(residuos)

## 
##  Shapiro-Wilk normality test
## 
## data:  residuos
## W = 0.96478, p-value = 0.5175
```

El resultado de esta prueba proporciona un valor p que indica que no hay suficiente evidencia para rechazar la hipótesis nula de normalidad de los residuos. Como el valor p es mayor que un umbral de significancia (por ejemplo, 0.05), se puede concluir que los residuos siguen una distribución normal.

Grafico de los residuos del modelo

```
plot(residuos ~ fitted.values(model), ylab = "Residuos", xlab = "Valores
ajustados")
abline(h = 0, col = "red")
```

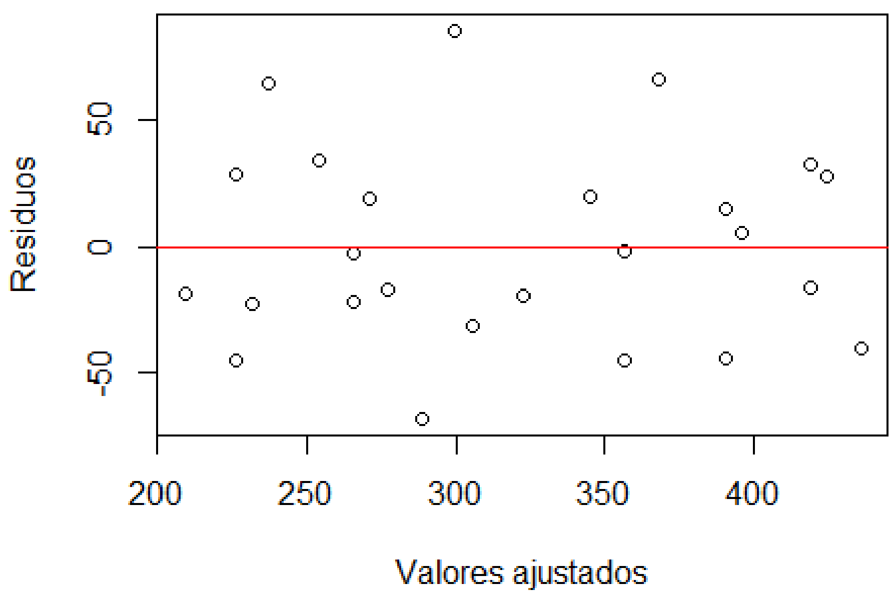


Grafico con lineas:

```
colest2<-colesterol
colest2$prediccion <- model$fitted.values
colest2$residuos <- model$residuals

ggplot(data = colest2, aes(x = prediccion, y = residuos)) +
  geom_point(aes(color = residuos)) +
  scale_color_gradient2(low = "blue3", mid = "grey", high = "red") +
  geom_hline(yintercept = 0) + geom_segment(aes(xend = prediccion, yend =
0), alpha = 0.2) +
  labs(title = "Distribución de los residuos", x = "predicción modelo", y
= "residuo") +
  theme_bw() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5), legend.position = "none")
```

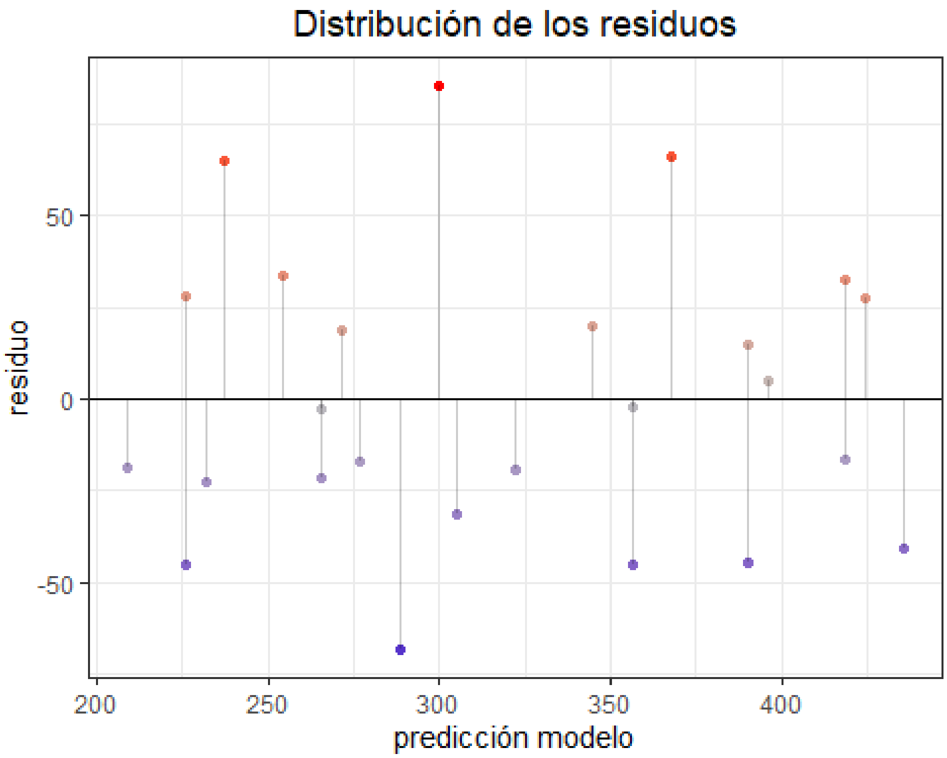


Grafico con histograma:

```
ggplot(data = colest2, aes(x = residuos)) + geom_histogram(aes(y =
after_stat(density))) +
  labs(title = "Histograma de los residuos") + theme_bw() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5))

## `stat_bin()` using `bins = 30`. Pick better value with `binwidth`.
```

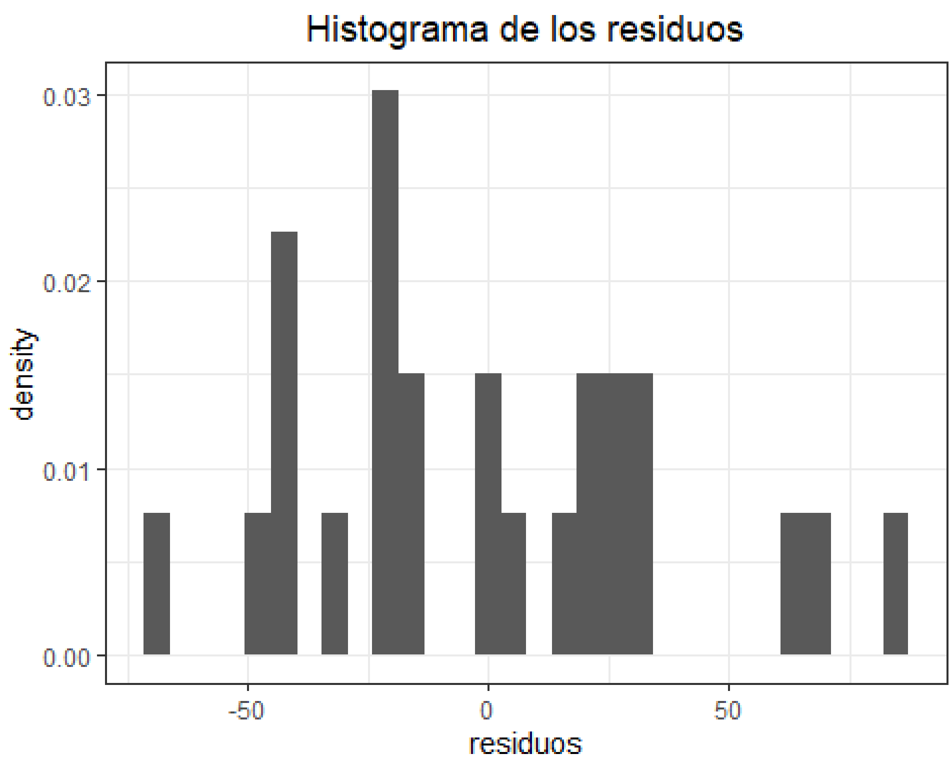
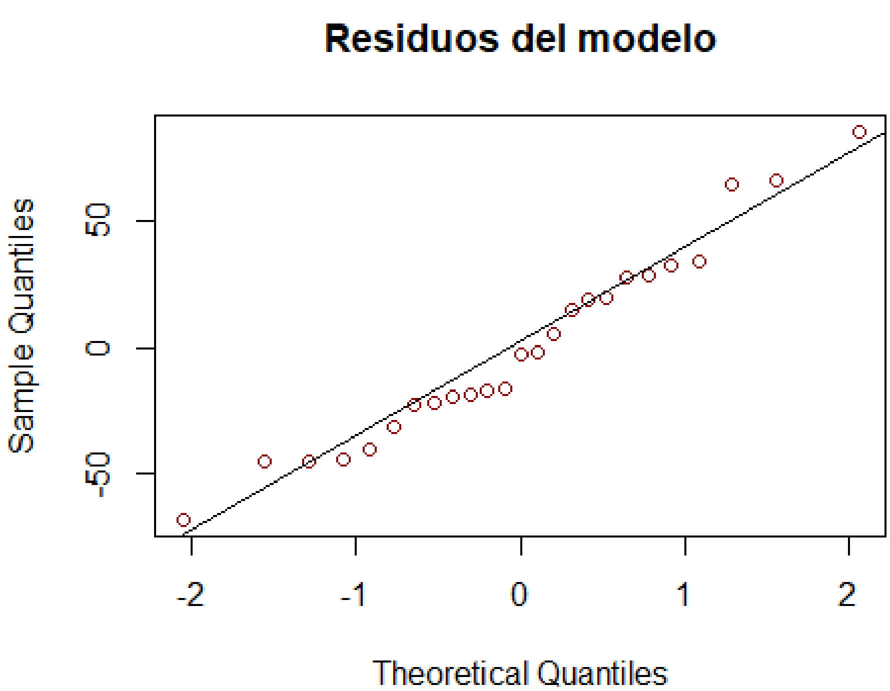


Grafico QQ

```
qqnorm(model$residuals, main = "Residuos del modelo", col = "darkred")
qqline(model$residuals)
```



De los resultados anteriores se puede suponer que los residuos del modelo siguen una distribución normal y no son homocedasticos.

1.3. Transformación de Variables

Ejercicio 1.4.

Una empresa desarrolló un sistema de energía solar para calentar el agua para una caldera que es parte del sistema de energía del proceso productivo. Existe el interés de controlar la estabilidad del sistema, para ello se monitorea el mismo y se registran los datos cada hora. Los datos se encuentran disponibles en el archivo energia.xlsx

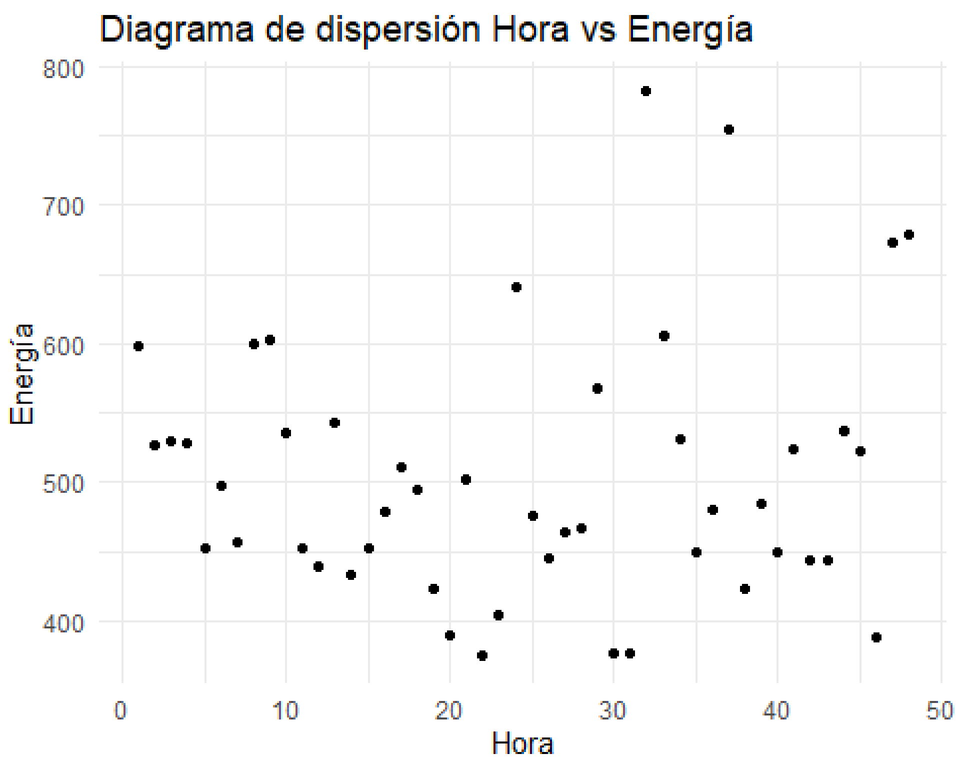
(a)

Realizar el diagrama de dispersión y evaluar si un modelo de regresión lineal es adecuado.

```
# Se cargan los datos
energia <- read_excel('energia.xlsx')

#Se visualizan la estructura
head(energia)

## # A tibble: 6 × 2
##    Hora Energía
##   <dbl>   <dbl>
## 1     1     598
## 2     2     527
## 3     3     530
## 4     4     528
## 5     5     452
## 6     6     497

#Dimensiones
dim(energia)

## [1] 48  2
```

Diagrama de dispersión

```
#Diagrama de dispersión colesterol en función del peso
dd14=ggplot(energia, aes(Hora, Energía)) +
  geom_point() + theme_minimal() + labs(title = "Diagrama de
dispersi\u00F3n Hora vs Energía")
dd14
```




```
# Validación de una distribución normal bivariada para estas variables
biNormTest14 <- mvn(energia, mvnTest = "hz")
biNormTest14

## $multivariateNormality
##            Test       HZ     p value MVN
## 1 Henze-Zirkler 1.355059 0.002347283  NO
##
## $univariateNormality
##               Test  Variable Statistic   p value Normality
## 1 Anderson-Darling   Hora       0.5128    0.1849    YES
## 2 Anderson-Darling  Energía     1.1299    0.0053    NO
##
## $Descriptives
##          n    Mean  Std.Dev Median Min Max   25th   75th      Skew
Kurtosis
## Hora    48   24.50 14.00000   24.5   1  48  12.75  36.25 0.000000 -
1.2752179
## Energía 48 504.25 93.07615  482.5 375 782 444.50 535.50 1.032494
0.8324672
```

Por arrojar un resultado de MVN NO se realiza el test de Spearman

```
cor.test(energia$Hora,energia$Energía,method="spearman")$p.value

## Warning in cor.test.default(energia$Hora, energia$Energía, method =
## "spearman"): Cannot compute exact p-value with ties
```

```
## [1] 0.806419

# métodos robustos para manejar empates
cor.test(energia$Hora, energia$Energía, method = "spearman", exact =
FALSE)

##
##  Spearman's rank correlation rho
##
## data:  energia$Hora and energia$Energía
## S = 19093, p-value = 0.8064
## alternative hypothesis: true rho is not equal to 0
## sample estimates:
##         rho
## -0.03631528
```

La salida corresponde a la prueba de correlación de rangos de Spearman y se puede interpretar de la siguiente manera:

- La primera línea indica que se realizó la prueba de correlación de rangos de Spearman en los datos de las variables "Hora" y "Energía" del dataframe "energia".
- El valor de S es 19093, que es la suma de los cuadrados de las diferencias entre los rangos de las dos variables.
- El valor p es 0.8064, que es el valor p obtenido de la prueba de hipótesis. En este caso, como el valor p es mayor que 0.05 (nivel de significancia comúnmente utilizado), no hay suficiente evidencia para rechazar la hipótesis nula de que no hay correlación entre las dos variables.
- La hipótesis alternativa indica que el verdadero coeficiente de correlación rho no es igual a cero.
- La estimación de rho basada en la muestra es -0.03631528, lo que indica una correlación negativa muy débil entre las dos variables.

En resumen, la salida sugiere que no hay evidencia suficiente para concluir que hay una correlación significativa entre las variables "Hora" y "Energía" en el conjunto de datos analizado.

(b)

Estimar un modelo lineal y verificar la normalidad de los residuos del mismo.

```
model14 = lm(Energía ~ Hora, data=energia)
summary(model14)

##
## Call:
## lm(formula = Energía ~ Hora, data = energia)
```

```
##
## Residuals:
##     Min      1Q  Median      3Q     Max
## -131.12  -60.60  -24.31   37.29  273.84
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) 491.4894    27.5044  17.869   <2e-16 ***
## Hora          0.5208     0.9772   0.533    0.597
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 93.79 on 46 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.006138,   Adjusted R-squared:  -0.01547
## F-statistic: 0.2841 on 1 and 46 DF,  p-value: 0.5966
```

El modelo de regresión lineal ajustado es el siguiente:

Energía = 491.4894 + 0.5208 * Hora

Se interpreta:

El valor t de 0.533 y el correspondiente valor p de 0.597 indican que el coeficiente de la variable "Hora" no es estadísticamente significativo, es decir, no hay suficiente evidencia para afirmar que hay una relación lineal significativa entre la variable "Hora" y la variable "Energía".

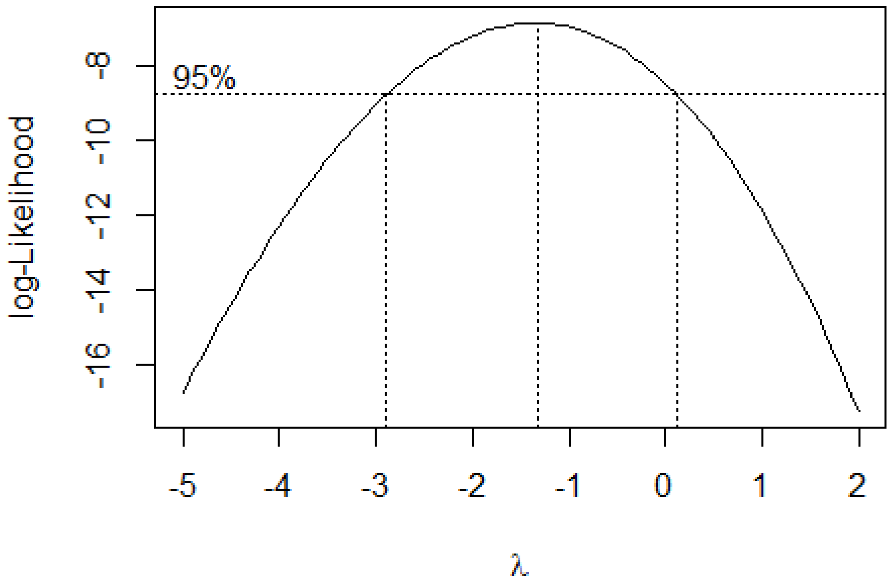
El modelo en general muestra un ajuste deficiente, ya que el valor del R-cuadrado ajustado es negativo (-0.01547), lo que indica que el modelo no explica bien la variabilidad de los datos. Además, el valor p asociado al estadístico F es de 0.5966, lo que sugiere que el modelo en su conjunto no es estadísticamente significativo.

En resumen, el modelo de regresión lineal no muestra una relación significativa entre la variable "Hora" y la variable "Energía", y no es capaz de explicar la variabilidad en los datos de manera satisfactoria.

(c)

En caso de rechazar este supuesto buscar una transformación lineal para este modelo y aplicarla.

```r
library(MASS)

# Aplica la transformación de Box-Cox a la variable dependiente "Energía" en función de la variable independiente "Hora"
box_cox_result <- boxcox(Energía ~ Hora, lambda = -5:2, data = energia)
```



Según el gráfico, el lambda óptimo se encuentra cerca de -1. Entonces consideraremos la transformación de potencia sobre la variable respuesta.

```
# Se encuentra el valor óptimo de lambda que maximiza el logaritmo de verosimilitud
best_box_cox <- box_cox_result$x[which.max(box_cox_result$y)]

# Se ajusta un modelo de regresión lineal utilizando la variable dependiente "Energía" elevada a la potencia óptima de lambda (best_box_cox) como la variable de respuesta y la variable independiente "Hora".
modelE2 <- lm((Energía)^(best_box_cox) ~ Hora, data = energia)

summary(modelE2)

##
## Call:
## lm(formula = (Energía)^(best_box_cox) ~ Hora, data = energia)
##
## Residuals:
##        Min         1Q     Median         3Q        Max
## -1.290e-04 -3.263e-05  3.849e-06  3.599e-05  1.150e-04
##
## Coefficients:
##                Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  2.779e-04  1.787e-05   15.55   <2e-16 ***
## Hora        -1.251e-08  6.350e-07   -0.02    0.984
```

```
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 6.094e-05 on 46 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  8.444e-06,  Adjusted R-squared:  -0.02173
## F-statistic: 0.0003884 on 1 and 46 DF,  p-value: 0.9844
```

```
shapiro.test(modelE2$residuals)
```

```
##
##  Shapiro-Wilk normality test
##
## data:  modelE2$residuals
## W = 0.98002, p-value = 0.5796
```

Interpretación:

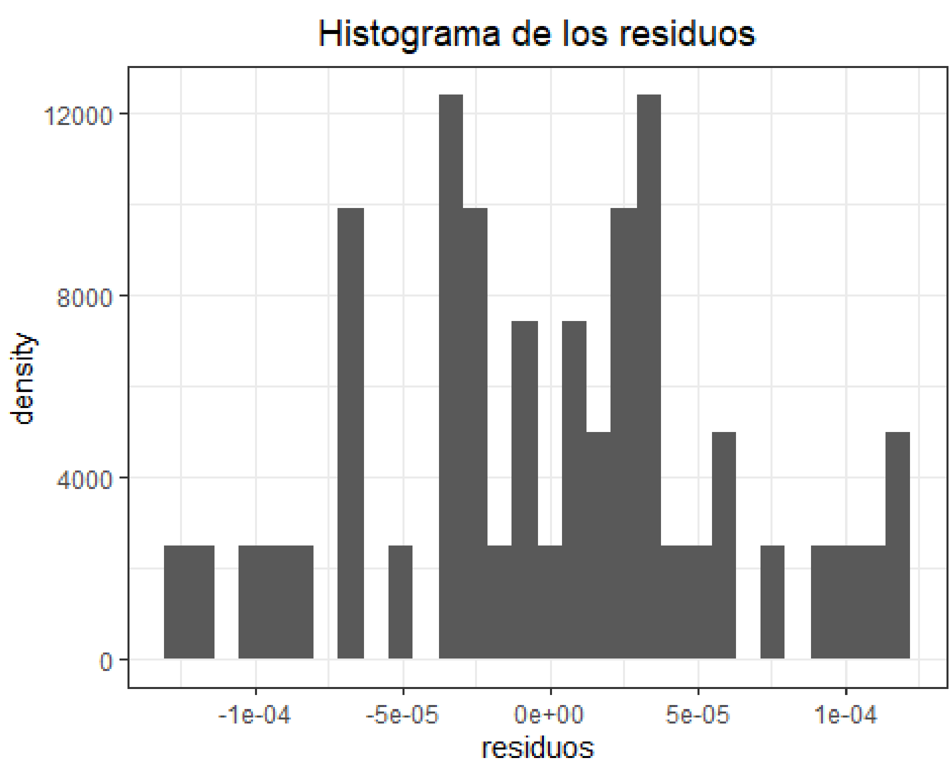
- El coeficiente del intercepto (Intercept) es 2.779e-04, lo cual representa el valor esperado de la variable de respuesta cuando la variable predictora es igual a cero. El coeficiente de la variable predictora "Hora" es -1.251e-08, lo que indica que hay una relación muy débil y casi nula entre la variable "Hora" y la variable de respuesta "Energía".
- El coeficiente de determinación (R-cuadrado) múltiple es extremadamente bajo, con un valor de 8.444e-06. Esto indica que el modelo solo explica una fracción muy pequeña de la variabilidad de los datos de la variable de respuesta. El R-cuadrado ajustado tiene un valor negativo de -0.02173, lo que sugiere que el modelo no se ajusta bien a los datos.
- El valor del estadístico F es de 0.0003884 con un p-value asociado de 0.9844. Esto indica que el modelo en su conjunto no es estadísticamente significativo, lo que sugiere que no hay evidencia suficiente para afirmar que el modelo es una mejora significativa sobre un modelo nulo.
- La prueba de normalidad de Shapiro-Wilk se utiliza para evaluar si los residuos del modelo siguen una distribución normal. En este caso, el valor de W obtenido es 0.98002, y el p-value asociado es 0.5796. Como el p-value es mayor que 0.05, no hay suficiente evidencia para rechazar la hipótesis nula de normalidad de los residuos.

En resumen, el modelo ajustado no es capaz de explicar la variabilidad en los datos de manera satisfactoria, no muestra una relación significativa entre la variable predictora "Hora" y la variable de respuesta "Energía", y los residuos no siguen una distribución normal.

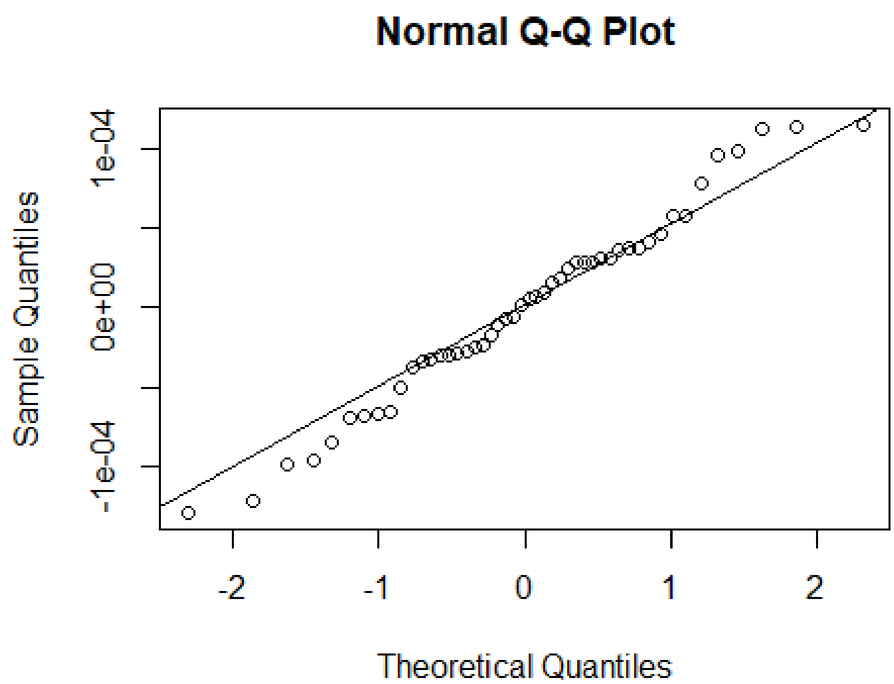
```
# Crea una copia
energia3<-energia

# Se calcula el logaritmo natural de la columna "Energía" en el dataframe
energia y se asigna a la columna "Energía" en energia3.
```

```r
energia3$Energía <- log(energia$Energía)

# Se agrega una columna llamada "prediccion" en energia3 que contiene los valores ajustados del modelo modelE2.
energia3$prediccion <- modelE2$fitted.values

# Se agrega una columna llamada "residuos" en energia3 que contiene los residuos del modelo modelE2.
energia3$residuos <- modelE2$residuals

# Se crea un gráfico de histograma de los residuos utilizando la librería ggplot. Los residuos se representan en el eje x y la densidad en el eje y.
ggplot(data = energia3, aes(x = residuos)) + geom_histogram(aes(y = ..density..)) +
  labs(title = "Histograma de los residuos") + theme_bw() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5))
```

```
## Warning: The dot-dot notation (`..density..`) was deprecated in
ggplot2 3.4.0.
## ℹ Please use `after_stat(density)` instead.
## This warning is displayed once every 8 hours.
## Call `lifecycle::last_lifecycle_warnings()` to see where this warning
was
## generated.

## `stat_bin()` using `bins = 30`. Pick better value with `binwidth`.
```



```
# Se crea un gráfico de cuantiles normales (QQ plot) de los residuos del modelo modelE2.
qqnorm(modelE2$residuals)

# Se crea una linea de referencia en el grafico
qqline(modelE2$residuals)
```




```
linMod2 <- lm(log10(Energía) ~ Hora, data = energia)
summary(linMod2)

##
## Call:
## lm(formula = log10(Energía) ~ Hora, data = energia)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -0.12212 -0.04859 -0.01411  0.03415  0.19541
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) 2.6899875  0.0224064 120.055   <2e-16 ***
## Hora        0.0002440  0.0007961   0.306    0.761
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.07641 on 46 degrees of freedom
```

```
## Multiple R-squared:  0.002038,	Adjusted R-squared:  -0.01966
## F-statistic: 0.09393 on 1 and 46 DF,  p-value: 0.7606
```

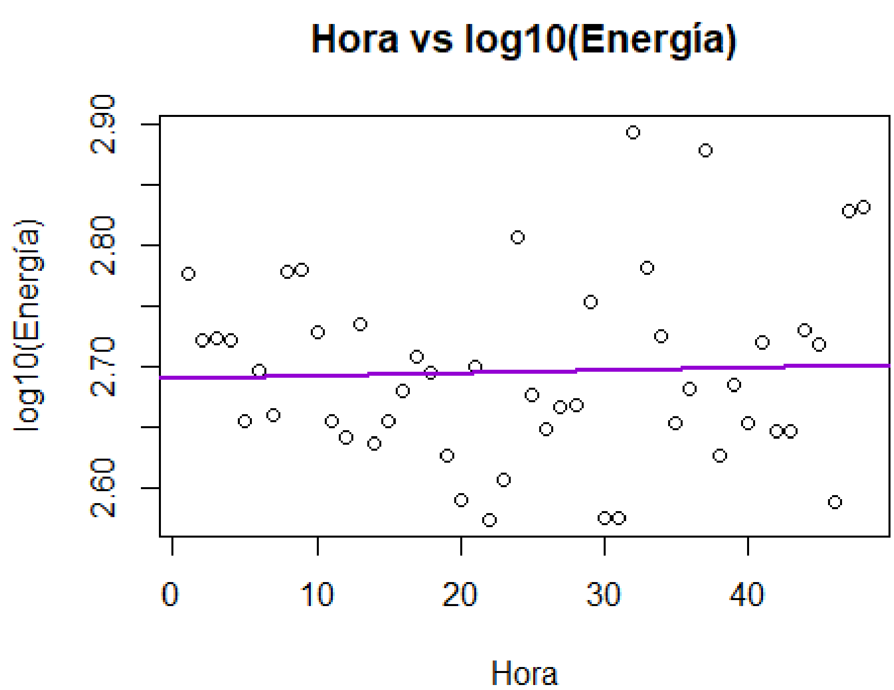
Los valores de t-value y p-value para el coeficiente de Hora son 0.306 y 0.761 respectivamente. Esto indica que no hay evidencia significativa para afirmar que la variable Hora tenga un efecto significativo en el logaritmo en base 10 de la variable Energía.

El R cuadrado múltiple ajustado es de -0.01966, lo que sugiere que el modelo no explica de manera efectiva la variabilidad en el logaritmo en base 10 de la variable Energía.

El F-estadístico tiene un valor de 0.09393 y un p-value de 0.7606. Esto indica que el modelo en su conjunto no es estadísticamente significativo.

En resumen, los resultados sugieren que el modelo de regresión lineal con la variable Hora como predictor no es adecuado para explicar la variabilidad en el logaritmo en base 10 de la variable Energía. No se encontró una relación significativa entre estas dos variables.

```
plot(energia$Hora,log10(energia$Energía),xlab="Hora",ylab="log10(Energía)
",
     main="Hora vs log10(Energía)")

abline(linMod2,col="darkviolet",lwd=2)
```



(d)

Realizar el análisis diagnóstico del nuevo modelo y estimar un intervalo de confianza y un intervalo de predicción para 27.5 hs con ambos modelos. Comparar los intervalos.

análisis diagnóstico

```
shapiro.test(linMod2$residuals)

##
##  Shapiro-Wilk normality test
##
## data:  linMod2$residuals
## W = 0.96393, p-value = 0.1454
```

W (estadístico de prueba): El valor de W obtenido es 0.96393. Este valor se utiliza para evaluar la desviación de la normalidad. Un valor cercano a 1 indica que los datos se ajustan bien a una distribución normal.

p-value (valor p): El valor p obtenido es 0.1454. Es una medida de la evidencia en contra de la hipótesis nula de que los residuos siguen una distribución normal. Un valor p mayor a un umbral (generalmente 0.05) indica que no hay suficiente evidencia para rechazar la hipótesis nula y se puede considerar que los residuos se distribuyen aproximadamente de manera normal.

En este caso, el valor p es 0.1454, lo que sugiere que no hay suficiente evidencia para rechazar la hipótesis nula de normalidad de los residuos. Por lo tanto, se puede asumir que los residuos del modelo siguen una distribución aproximadamente normal.

```
library(car)

# Prueba de heterocedasticidad
ncvTest(modelE2)

## Non-constant Variance Score Test
## Variance formula: ~ fitted.values
## Chisquare = 2.758408, Df = 1, p = 0.096744
```

Dado que el valor p (0.096744) es mayor que el nivel de significancia comúnmente utilizado (como 0.05), no hay suficiente evidencia para rechazar la hipótesis nula. Por lo tanto, no se encontró evidencia suficiente para concluir que hay heterocedasticidad en los residuos del modelo modelE2. Esto sugiere que la varianza de los residuos es constante, lo que cumple con la asunción de homocedasticidad en el modelo lineal.

```
#  Prueba de autocorrelación de primer orden utilizando el estadístico de Durbin-Watson (D-W)
dwt(linMod2)

##  lag Autocorrelation D-W Statistic p-value
##    1       0.0159792      1.877106   0.534
##  Alternative hypothesis: rho != 0
```

El estadístico D-W tiene un rango de valores entre 0 y 4 y se utiliza para detectar la presencia de autocorrelación en los residuos de un modelo de regresión.

En este caso, el valor del estadístico D-W es 1.877106. El rango de valores cercanos a 2 sugiere la ausencia de autocorrelación de primer orden en los residuos. Sin embargo, para interpretar adecuadamente el resultado, también se debe considerar el valor p asociado al estadístico.

El valor p asociado al estadístico D-W es 0.608. Dado que este valor p es mayor que el nivel de significancia comúnmente utilizado (como 0.05), no hay suficiente evidencia para rechazar la hipótesis nula de que no hay autocorrelación de primer orden en los residuos.

En resumen, no se encontró evidencia de autocorrelación de primer orden en los residuos del modelo modelE2, lo que indica que los residuos están aproximadamente no correlacionados entre sí.

Aunque se cumplen los supuestos con el modelo `linMod2`, en definitiva, utilizando transformaciones no se logra ajustar un modelo de regresión que cumpla con un R cuadrado suficientemente alto para inferir que una variable explica la otra.

```
# Intervalo de confianza modelo 2
ic <- confint(model14, level = 0.95)
ic

##                 2.5 %     97.5 %
## (Intercept) 436.12578 546.852940
## Hora         -1.44621   2.487895

# Intervalo de confianza modelo 2
ic <- confint(modelE2, level = 0.95)
ic

##                     2.5 %       97.5 %
## (Intercept)  2.419201e-04 3.138658e-04
## Hora        -1.290618e-06 1.265591e-06

# Intervalo de confianza modelo 3
ic <- confint(linMod2, level = 0.95)
ic

##                    2.5 %      97.5 %
## (Intercept)  2.644885797 2.735089103
## Hora        -0.001358468 0.001846429
```

Predicción

```
ic1=predict(model14, newdata = data.frame(Hora =
c(27.5)),interval="confidence")
ip1=predict(model14, newdata = data.frame(Hora =
c(27.5)),interval="prediction")
ic1
```

```
##        fit      lwr      upr
## 1 505.8125 477.9305 533.6945
```

```
ip1
```

```
##        fit      lwr      upr
## 1 505.8125 314.9688 696.6563
```

```
ic2=predict(modelE2, newdata = data.frame(Hora =
c(27.5)),interval="confidence")
ip2=predict(modelE2, newdata = data.frame(Hora =
c(27.5)),interval="prediction")
ic2
```

```
##            fit          lwr          upr
## 1 0.0002775488 0.0002594323 0.0002956653
```

```
ip2
```

```
##            fit          lwr          upr
## 1 0.0002775488 0.0001535469 0.0004015508
```

```
ic3=predict(linMod2, newdata = data.frame(Hora =
c(27.5)),interval="confidence")
ip3=predict(linMod2, newdata = data.frame(Hora =
c(27.5)),interval="prediction")
ic3
```

```
##        fit      lwr      upr
## 1 2.696697 2.673983 2.719411
```

```
ip3
```

```
##        fit      lwr      upr
## 1 2.696697 2.541227 2.852167
```

Si se toma el último modelo que cumplió los supuestos y se retira la transformación se tiene:

```
10^ic3
```

```
##        fit      lwr     upr
## 1 497.3898 472.0445 524.096
```

```
10^ip3
```

```
##        fit      lwr      upr
## 1 497.3898 347.7179 711.4867
```

1.4. Tratamiento de la heterocedasticidad

Ejercicio 1.5.

Se obtuvieron datos históricos del mercado inmobiliario de una ciudad de Nueva Taipei, en Taiwan. La base es inmobiliaria.xlsx .

Las características son:

- edad: Edad de la propiedad (en años).
- distancia: La distancia a la estación de transporte más cercana (en metros).
- negocios: Cantidad de negocios de conveniencia en las cercanías a una distancia realizable a pie.
- latitud: Latitud de la ubicación de la propiedad (en grados).
- longitud: Longitud de la ubicación de la propiedad (en grados).
- precio: Precio por metro cuadrado (en miles de dólares)

Se quiere investigar si el precio de las propiedades puede ser estimado en función de alguna de las variables disponibles.

```
# se carga la base
baseeje15="C:/Users/Josvaldes/Documents/Maestria/Austral/1ano/regresionAv
anzada/TPRegresion/TPRegresion/inmobiliaria.csv"
propiedades <- read.csv(baseeje15,header = TRUE, sep = ";")

propiedades

##      edad  distancia negocios latitud longitud precio
## 1    32.0   84.87882       10   24.98   121.54   11.5
## 2    19.5  306.59470        9   24.98   121.54   12.8
## 3    13.3  561.98450        5   24.99   121.54   14.3
## 4    13.3  561.98450        5   24.99   121.54   16.6
## 5     5.0  390.56840        5   24.98   121.54   13.1
## 6     7.1 2176.03000        4   24.96   121.51    9.7
## 7    34.5  623.47310        7   24.98   121.54   12.2
## 8    20.1  287.60250        6   24.98   121.54   14.2
## 9    31.7 5512.03800        1   24.95   121.48    5.7
## 10   17.9 1783.18000        3   24.97   121.51    6.7
## 11   34.7  405.21340        1   24.97   121.53   12.5
## 12    0.2  292.99780        6   24.98   121.54   21.2
## 13   17.7  350.85150        1   24.98   121.53   11.3
## 14   16.9  368.13630        8   24.97   121.54   12.8
## 15    1.5   23.48000        7   24.97   121.54   14.5
## 16    4.5 2275.87700        3   24.96   121.51    8.9
## 17   10.5  279.17260        7   24.98   121.55   15.6
## 18   14.7 1360.13900        1   24.95   121.55    7.5
## 19   10.1  279.17260        7   24.98   121.55   14.5
## 20   39.6  480.69770        4   24.97   121.54   11.8
## 21   29.3 1487.86800        2   24.98   121.52    8.2
```

```
## 22   3.1  383.86240        5   24.98   121.54   17.0
## 23  10.4  276.44900        4   24.96   121.54   10.2
## 24  19.2  557.47800        5   24.97   121.54   14.2
## 25   7.3  451.24380        5   24.98   121.55   17.3
## 26  25.9 4519.69000        0   24.95   121.50    6.7
## 27  29.6  769.40340        7   24.98   121.53    7.6
## 28  37.9  488.57270        1   24.97   121.53   10.4
## 29  16.5  323.65500        6   24.98   121.54   14.9
## 30  15.4  205.36700        7   24.98   121.54   16.7
## 31  13.9 4079.41800        0   25.01   121.52    8.3
## 32  14.7 1935.00900        2   24.96   121.51    6.9
## 33  12.0 1360.13900        1   24.95   121.55    7.7
## 34   3.1  577.96150        6   24.97   121.55   14.5
## 35  16.2  289.32480        5   24.98   121.54   14.0
## 36  13.6 4082.01500        0   24.94   121.50    4.8
## 37  16.8 4066.58700        0   24.94   121.50    5.5
## 38  36.1  519.46170        5   24.96   121.54   10.5
## 39  34.4  512.78710        6   24.99   121.54   10.3
## 40   2.7  533.47620        4   24.97   121.55   16.3
## 41  36.6  488.81930        8   24.97   121.54   11.6
## 42  21.7  463.96230        9   24.97   121.54   12.7
## 43  35.9  640.73910        3   24.98   121.54   18.6
## 44  24.2 4605.74900        0   24.95   121.50    4.1
## 45  29.4 4510.35900        1   24.95   121.50    4.0
## 46  21.7  512.54870        4   24.97   121.54   13.4
## 47  31.3 1758.40600        1   24.95   121.55    6.3
## 48  32.1 1438.57900        3   24.97   121.52    8.2
## 49  13.3  492.23130        5   24.97   121.54   11.8
## 50  16.1  289.32480        5   24.98   121.54   15.7
## 51  31.7 1160.63200        0   24.95   121.53    4.2
## 52  33.6  371.24950        8   24.97   121.54   12.7
## 53   3.5   56.47425        7   24.96   121.54   16.2
## 54  30.3 4510.35900        1   24.95   121.50    6.8
## 55  13.3  336.05320        5   24.96   121.53   12.8
## 56  11.0 1931.20700        2   24.96   121.51    6.5
## 57   5.3  259.66070        6   24.98   121.55   19.2
## 58  17.2 2175.87700        3   24.96   121.51    8.4
## 59   2.6  533.47620        4   24.97   121.55   16.7
## 60  17.5  995.75540        0   24.96   121.55    7.7
## 61  40.1  123.74290        8   24.98   121.54   13.4
## 62   1.0  193.58450        6   24.97   121.54   15.4
## 63   8.5  104.81010        5   24.97   121.54   17.2
## 64  30.4  464.22300        6   24.98   121.54   11.0
## 65  12.5  561.98450        5   24.99   121.54   12.7
## 66   6.6   90.45606        9   24.97   121.54   17.9
## 67  35.5  640.73910        3   24.98   121.54   12.4
## 68  32.5  424.54420        8   24.98   121.54   11.0
## 69  13.8 4082.01500        0   24.94   121.50    6.1
## 70   6.8  379.55750       10   24.98   121.54   16.5
## 71  12.3 1360.13900        1   24.95   121.55    8.9
```

```
## 72  35.9  616.40040        3   24.98   121.54   11.2
## 73  20.5 2185.12800        3   24.96   121.51    7.8
## 74  38.2  552.43710        2   24.98   121.53    9.0
## 75  18.0 1414.83700        1   24.95   121.55    8.0
## 76  11.8  533.47620        4   24.97   121.55   12.2
## 77  30.8  377.79560        6   24.96   121.54   11.2
## 78  13.2  150.93470        7   24.97   121.54   14.6
## 79  25.3 2707.39200        3   24.96   121.51    5.4
## 80  15.1  383.28050        7   24.97   121.54   13.2
## 81   0.0  338.96790        9   24.97   121.54   15.4
## 82   1.8 1455.79800        1   24.95   121.55    8.2
## 83  16.9 4066.58700        0   24.94   121.50    5.5
## 84   8.9 1406.43000        0   24.99   121.53   14.5
## 85  23.0 3947.94500        0   24.95   121.50    7.7
## 86   0.0  274.01440        1   24.97   121.53   13.8
## 87   9.1 1402.01600        0   24.99   121.53   13.1
## 88  20.6 2469.64500        4   24.96   121.51    6.6
## 89  31.9 1146.32900        0   24.95   121.53    4.9
## 90  40.9  167.59890        5   24.97   121.54   12.4
## 91   8.0  104.81010        5   24.97   121.54   15.7
## 92   6.4   90.45606        9   24.97   121.54   18.0
## 93  28.4  617.44240        3   24.98   121.53   10.5
## 94  16.4  289.32480        5   24.98   121.54   15.5
## 95   6.4   90.45606        9   24.97   121.54   18.8
## 96  17.5  964.74960        4   24.99   121.53   11.6
## 97  12.7  170.12890        1   24.97   121.53   10.0
## 98   1.1  193.58450        6   24.97   121.54   16.5
## 99   0.0  208.39050        6   24.96   121.54   13.8
## 100 32.7  392.44590        6   24.96   121.54    9.2
## 101  0.0  292.99780        6   24.98   121.54   21.5
## 102 17.2  189.51810        8   24.98   121.54   14.3
## 103 12.2 1360.13900        1   24.95   121.55    8.1
## 104 31.4  592.50060        2   24.97   121.54   10.3
## 105  4.0 2147.37600        3   24.96   121.51    8.6
## 106  8.1  104.81010        5   24.97   121.54   15.6
## 107 33.3  196.61720        7   24.98   121.54   11.9
## 108  9.9 2102.42700        3   24.96   121.51    7.0
## 109 14.8  393.26060        6   24.96   121.54    2.3
## 110 30.6  143.83830        8   24.98   121.54   16.2
## 111 20.6  737.91610        2   24.98   121.55   14.1
## 112 30.9 6396.28300        1   24.94   121.48    3.7
## 113 13.6 4197.34900        0   24.94   121.50    3.9
## 114 25.3 1583.72200        3   24.97   121.52    9.3
## 115 16.6  289.32480        5   24.98   121.54   18.1
## 116 13.3  492.23130        5   24.97   121.54    9.5
## 117 13.6  492.23130        5   24.97   121.54   14.5
## 118 31.5  414.94760        4   24.98   121.54    9.8
## 119  0.0  185.42960        0   24.97   121.53   13.8
## 120  9.9  279.17260        7   24.98   121.55   17.4
## 121  1.1  193.58450        6   24.97   121.54   14.7
```

```
## 122 38.6  804.68970        4   24.98   121.53   19.1
## 123  3.8  383.86240        5   24.98   121.54   16.7
## 124 41.3  124.99120        6   24.97   121.54   18.4
## 125 38.5  216.83290        7   24.98   121.54   12.4
## 126 29.6  535.52700        8   24.98   121.54   11.4
## 127  4.0 2147.37600        3   24.96   121.51    9.3
## 128 26.6  482.75810        5   24.97   121.54   11.4
## 129 18.0  373.39370        8   24.99   121.54   12.0
## 130 33.4  186.96860        6   24.97   121.54   12.8
## 131 18.9 1009.23500        0   24.96   121.55    6.3
## 132 11.4  390.56840        5   24.98   121.54   14.2
## 133 13.6  319.07080        6   24.96   121.54   14.4
## 134 10.0  942.46640        0   24.98   121.52   13.2
## 135 12.9  492.23130        5   24.97   121.54   12.9
## 136 16.2  289.32480        5   24.98   121.54   15.6
## 137  5.1 1559.82700        3   24.97   121.52    8.8
## 138 19.8  640.60710        5   24.97   121.55   11.4
## 139 13.6  492.23130        5   24.97   121.54   12.2
## 140 11.9 1360.13900        1   24.95   121.55    8.6
## 141  2.1  451.24380        5   24.98   121.55   13.8
## 142  0.0  185.42960        0   24.97   121.53   15.8
## 143  3.2  489.88210        8   24.97   121.54   13.1
## 144 16.4 3780.59000        0   24.93   121.51   13.7
## 145 34.9  179.45380        8   24.97   121.54   12.0
## 146 35.8  170.73110        7   24.97   121.54   14.7
## 147  4.9  387.77210        9   24.98   121.54   13.5
## 148 12.0 1360.13900        1   24.95   121.55    8.8
## 149  6.5  376.17090        6   24.95   121.54   12.4
## 150 16.9 4066.58700        0   24.94   121.50    6.3
## 151 13.8 4082.01500        0   24.94   121.50    4.7
## 152 30.7 1264.73000        0   24.95   121.53    5.5
## 153 16.1  815.93140        4   24.98   121.53   10.8
## 154 11.6  390.56840        5   24.98   121.54   11.9
## 155 15.5  815.93140        4   24.98   121.53   11.3
## 156  3.5   49.66105        8   24.96   121.54   17.5
## 157 19.2  616.40040        3   24.98   121.54   12.0
## 158 16.0 4066.58700        0   24.94   121.50    3.5
## 159  8.5  104.81010        5   24.97   121.54   16.8
## 160  0.0  185.42960        0   24.97   121.53   16.7
## 161 13.7 1236.56400        1   24.98   121.55    9.3
## 162  0.0  292.99780        6   24.98   121.54   22.3
## 163 28.2  330.08540        8   24.97   121.54   13.2
## 164 27.6  515.11220        5   24.96   121.54   11.3
## 165  8.4 1962.62800        1   24.95   121.55    7.1
## 166 24.0 4527.68700        0   24.95   121.50    4.4
## 167  3.6  383.86240        5   24.98   121.54   17.8
## 168  6.6   90.45606        9   24.97   121.54   17.6
## 169 41.3  401.88070        4   24.98   121.54   10.6
## 170  4.3  432.03850        7   24.98   121.54   13.7
## 171 30.2  472.17450        3   24.97   121.54   11.1
```

```
## 172 13.9 4573.77900        0   24.95   121.50    5.8
## 173 33.0  181.07660        9   24.98   121.54   12.7
## 174 13.1 1144.43600        4   24.99   121.53   11.1
## 175 14.0  438.85130        1   24.97   121.53   12.9
## 176 26.9 4449.27000        0   24.95   121.50    4.7
## 177 11.6  201.89390        8   24.98   121.54   16.9
## 178 13.5 2147.37600        3   24.96   121.51    7.2
## 179 17.0 4082.01500        0   24.94   121.50    5.7
## 180 14.1 2615.46500        0   24.95   121.56    6.6
## 181 31.4 1447.28600        3   24.97   121.52    6.5
## 182 20.9 2185.12800        3   24.96   121.51    7.8
## 183  8.9 3078.17600        0   24.95   121.57    6.7
## 184 34.8  190.03920        8   24.98   121.54   13.4
## 185 16.3 4066.58700        0   24.94   121.50    6.2
## 186 35.3  616.57350        8   24.98   121.54   12.8
## 187 13.2  750.07040        2   24.97   121.55   11.5
## 188 43.8   57.58945        7   24.97   121.54   12.9
## 189  9.7  421.47900        5   24.98   121.54   14.9
## 190 15.2 3771.89500        0   24.93   121.51    8.9
## 191 15.2  461.10160        5   24.95   121.54   10.5
## 192 22.8  707.90670        2   24.98   121.55   11.1
## 193 34.4  126.72860        8   24.97   121.54   14.6
## 194 34.0  157.60520        7   24.97   121.54   11.8
## 195 18.2  451.64190        8   24.97   121.54    9.6
## 196 17.4  995.75540        0   24.96   121.55    7.7
## 197 13.1  561.98450        5   24.99   121.54   13.9
## 198 38.3  642.69850        3   24.98   121.54    9.5
## 199 15.6  289.32480        5   24.98   121.54   14.0
## 200 18.0 1414.83700        1   24.95   121.55    8.1
## 201 12.8 1449.72200        3   24.97   121.52    6.5
## 202 22.2  379.55750       10   24.98   121.54   13.3
## 203 38.5  665.06360        3   24.98   121.54   10.4
## 204 11.5 1360.13900        1   24.95   121.55    7.9
## 205 34.8  175.62940        8   24.97   121.54   12.4
## 206  5.2  390.56840        5   24.98   121.54   15.8
## 207  0.0  274.01440        1   24.97   121.53   13.2
## 208 17.6 1805.66500        2   24.99   121.52    9.4
## 209  6.2   90.45606        9   24.97   121.54   17.6
## 210 18.1 1783.18000        3   24.97   121.51    6.3
## 211 19.2  383.71290        8   24.97   121.54   14.6
## 212 37.8  590.92920        1   24.97   121.54   12.0
## 213 28.0  372.62420        6   24.98   121.54   12.4
## 214 13.6  492.23130        5   24.97   121.54   13.3
## 215 29.3  529.77710        8   24.98   121.54   12.2
## 216 37.2  186.51010        9   24.98   121.54   23.7
## 217  9.0 1402.01600        0   24.99   121.53   11.7
## 218 30.6  431.11140       10   24.98   121.54   14.7
## 219  9.1 1402.01600        0   24.99   121.53   12.8
## 220 34.5  324.94190        6   24.98   121.54   13.9
## 221  1.1  193.58450        6   24.97   121.54   14.8
```

```
## 222 16.5 4082.01500        0   24.94   121.50    3.9
## 223 32.4  265.06090        8   24.98   121.54   12.2
## 224 11.9 3171.32900        0   25.00   121.52   14.1
## 225 31.0 1156.41200        0   24.95   121.53    5.8
## 226  4.0 2147.37600        3   24.96   121.51   10.1
## 227 16.2 4074.73600        0   24.94   121.50    4.5
## 228 27.1 4412.76500        1   24.95   121.50    5.3
## 229 39.7  333.36790        9   24.98   121.54    9.8
## 230  8.0 2216.61200        4   24.96   121.51    7.2
## 231 12.9  250.63100        7   24.97   121.54   11.9
## 232  3.6  373.83890       10   24.98   121.54   18.8
## 233 13.0  732.85280        0   24.98   121.53   11.8
## 234 12.8  732.85280        0   24.98   121.53   12.3
## 235 18.1  837.72330        0   24.96   121.55    9.0
## 236 11.0 1712.63200        2   24.96   121.52    8.7
## 237 13.7  250.63100        7   24.97   121.54   12.5
## 238  2.0 2077.39000        3   24.96   121.51   10.1
## 239 32.8  204.17050        8   24.98   121.54   14.6
## 240  4.8 1559.82700        3   24.97   121.52    6.6
## 241  7.5  639.61980        5   24.97   121.55   12.4
## 242 16.4  389.82190        6   24.96   121.54   12.3
## 243 21.7 1055.06700        0   24.96   121.55    7.0
## 244 19.0 1009.23500        0   24.96   121.55    6.8
## 245 18.0 6306.15300        1   24.96   121.48    4.5
## 246 39.2  424.71320        7   24.97   121.54    9.1
## 247 31.7 1159.45400        0   24.95   121.53    4.2
## 248  5.9   90.45606        9   24.97   121.54   16.0
## 249 30.4 1735.59500        2   24.96   121.52    7.8
## 250  1.1  329.97470        5   24.98   121.54   15.7
## 251 31.5 5512.03800        1   24.95   121.48    5.3
## 252 14.6  339.22890        1   24.98   121.53    8.0
## 253 17.3  444.13340        1   24.98   121.53   13.3
## 254  0.0  292.99780        6   24.98   121.54   19.2
## 255 17.7  837.72330        0   24.96   121.55    8.7
## 256 17.0 1485.09700        4   24.97   121.52    9.3
## 257 16.2 2288.01100        3   24.96   121.51    7.4
## 258 15.9  289.32480        5   24.98   121.54   16.1
## 259  3.9 2147.37600        3   24.96   121.51    9.6
## 260 32.6  493.65700        7   24.97   121.55   12.3
## 261 15.7  815.93140        4   24.98   121.53   11.5
## 262 17.8 1783.18000        3   24.97   121.51    7.2
## 263 34.7  482.75810        5   24.97   121.54   12.5
## 264 17.2  390.56840        5   24.98   121.54   12.2
## 265 17.6  837.72330        0   24.96   121.55    7.0
## 266 10.8  252.58220        1   24.97   121.53   35.6
## 267 17.7  451.64190        8   24.97   121.54    8.0
## 268 13.0  492.23130        5   24.97   121.54   12.3
## 269 13.2  170.12890        1   24.97   121.53    8.9
## 270 27.5  394.01730        7   24.97   121.54   12.4
## 271  1.5   23.38284        7   24.97   121.54   15.1
```

```
## 272 19.1  461.10160         5   24.95   121.54   10.3
## 273 21.2 2185.12800         3   24.96   121.51    8.4
## 274  0.0  208.39050         6   24.96   121.54   13.3
## 275  2.6 1554.25000         3   24.97   121.52    9.4
## 276  2.3  184.33020         6   24.97   121.54   13.8
## 277  4.7  387.77210         9   24.98   121.54   13.6
## 278  2.0 1455.79800         1   24.95   121.55    7.8
## 279 33.5 1978.67100         2   24.99   121.52    7.1
## 280 15.0  383.28050         7   24.97   121.54   10.4
## 281 30.1  718.29370         3   24.98   121.54   16.8
## 282  5.9   90.45606         9   24.97   121.54   17.1
## 283 19.2  461.10160         5   24.95   121.54   10.0
## 284 16.6  323.69120         6   24.98   121.54   15.5
## 285 13.9  289.32480         5   24.98   121.54   13.5
## 286 37.7  490.34460         0   24.97   121.53   11.2
## 287  3.4   56.47425         7   24.96   121.54   16.5
## 288 17.5  395.67470         5   24.96   121.53    7.4
## 289 12.6  383.28050         7   24.97   121.54   12.9
## 290 26.4  335.52730         6   24.98   121.54   11.5
## 291 18.2 2179.59000         3   24.96   121.51    6.6
## 292 12.5 1144.43600         4   24.99   121.53   10.3
## 293 34.9  567.03490         4   24.97   121.55    8.6
## 294 16.7 4082.01500         0   24.94   121.50    5.1
## 295 33.2  121.72620        10   24.98   121.54   14.0
## 296  2.5  156.24420         4   24.97   121.54   11.2
## 297 38.0  461.78480         0   24.97   121.53   10.8
## 298 16.5 2288.01100         3   24.96   121.51    7.0
## 299 38.3  439.71050         0   24.97   121.53   11.6
## 300 20.0 1626.08300         3   24.97   121.52    8.9
## 301 16.2  289.32480         5   24.98   121.54   16.7
## 302 14.4  169.98030         1   24.97   121.53   15.2
## 303 10.3 3079.89000         0   24.95   121.57    7.5
## 304 16.4  289.32480         5   24.98   121.54   16.1
## 305 30.3 1264.73000         0   24.95   121.53    5.8
## 306 16.4 1643.49900         2   24.95   121.55    7.5
## 307 21.3  537.79710         4   24.97   121.54   12.8
## 308 35.4  318.52920         9   24.97   121.54   23.6
## 309  8.3  104.81010         5   24.97   121.54   13.0
## 310  3.7  577.96150         6   24.97   121.55   12.6
## 311 15.6 1756.41100         2   24.98   121.52    8.3
## 312 13.3  250.63100         7   24.97   121.54   12.7
## 313 15.6  752.76690         2   24.98   121.53   11.4
## 314  7.1  379.55750        10   24.98   121.54   15.1
## 315 34.6  272.67830         5   24.96   121.54    8.2
## 316 13.5 4197.34900         0   24.94   121.50    5.6
## 317 16.9  964.74960         4   24.99   121.53   11.4
## 318 12.9  187.48230         1   24.97   121.53   10.0
## 319 28.6  197.13380         6   24.98   121.54   12.9
## 320 12.4 1712.63200         2   24.96   121.52    9.5
## 321 36.6  488.81930         8   24.97   121.54   11.5
```

```
## 322  4.1   56.47425         7   24.96   121.54   18.8
## 323  3.5  757.33770         3   24.98   121.55   11.1
## 324 15.9 1497.71300         3   24.97   121.52    7.2
## 325 13.6 4197.34900         0   24.94   121.50    5.8
## 326 32.0 1156.77700         0   24.95   121.53    3.9
## 327 25.6 4519.69000         0   24.95   121.50    4.7
## 328 39.8  617.71340         2   24.98   121.53   12.0
## 329  7.8  104.81010         5   24.97   121.54   11.6
## 330 30.0 1013.34100         5   24.99   121.53    6.9
## 331 27.3  337.60160         6   24.96   121.54   11.1
## 332  5.1 1867.23300         2   24.98   121.52   10.8
## 333 31.3  600.86040         5   24.97   121.55    9.4
## 334 31.5  258.18600         9   24.97   121.54   11.0
## 335  1.7  329.97470         5   24.98   121.54   15.3
## 336 33.6  270.88950         0   24.97   121.53   13.0
## 337 13.0  750.07040         2   24.97   121.55   11.2
## 338  5.7   90.45606         9   24.97   121.54   16.2
## 339 33.5  563.28540         8   24.98   121.54   14.1
## 340 34.6 3085.17000         0   25.00   121.52   12.5
## 341  0.0  185.42960         0   24.97   121.53   11.5
## 342 13.2 1712.63200         2   24.96   121.52    9.3
## 343 17.4 6488.02100         1   24.96   121.47    3.4
## 344  4.6  259.66070         6   24.98   121.55   16.3
## 345  7.8  104.81010         5   24.97   121.54   14.2
## 346 13.2  492.23130         5   24.97   121.54   12.8
## 347  4.0 2180.24500         3   24.96   121.51    8.7
## 348 18.4 2674.96100         3   24.96   121.51    7.8
## 349  4.1 2147.37600         3   24.96   121.51    9.5
## 350 12.2 1360.13900         1   24.95   121.55    9.1
## 351  3.8  383.86240         5   24.98   121.54   18.4
## 352 10.3  211.44730         1   24.97   121.53   13.7
## 353  0.0  338.96790         9   24.97   121.54   13.6
## 354  1.1  193.58450         6   24.97   121.54   13.7
## 355  5.6 2408.99300         0   24.96   121.56    7.5
## 356 32.9   87.30222        10   24.98   121.54   14.3
## 357 41.4  281.20500         8   24.97   121.54   19.2
## 358 17.1  967.40000         4   24.99   121.53   12.1
## 359 32.3  109.94550        10   24.98   121.54   14.5
## 360 35.3  614.13940         7   24.98   121.54   10.0
## 361 17.3 2261.43200         4   24.96   121.51    8.9
## 362 14.2 1801.54400         1   24.95   121.55    7.5
## 363 15.0 1828.31900         2   24.96   121.52    6.3
## 364 18.2  350.85150         1   24.98   121.53   13.1
## 365 20.2 2185.12800         3   24.96   121.51    6.9
## 366 15.9  289.32480         5   24.98   121.54   12.8
## 367  4.1  312.89630         5   24.96   121.54   15.7
## 368 33.9  157.60520         7   24.97   121.54   12.6
## 369  0.0  274.01440         1   24.97   121.53   15.8
## 370  5.4  390.56840         5   24.98   121.54   15.0
## 371 21.7 1157.98800         0   24.96   121.55    7.2
```

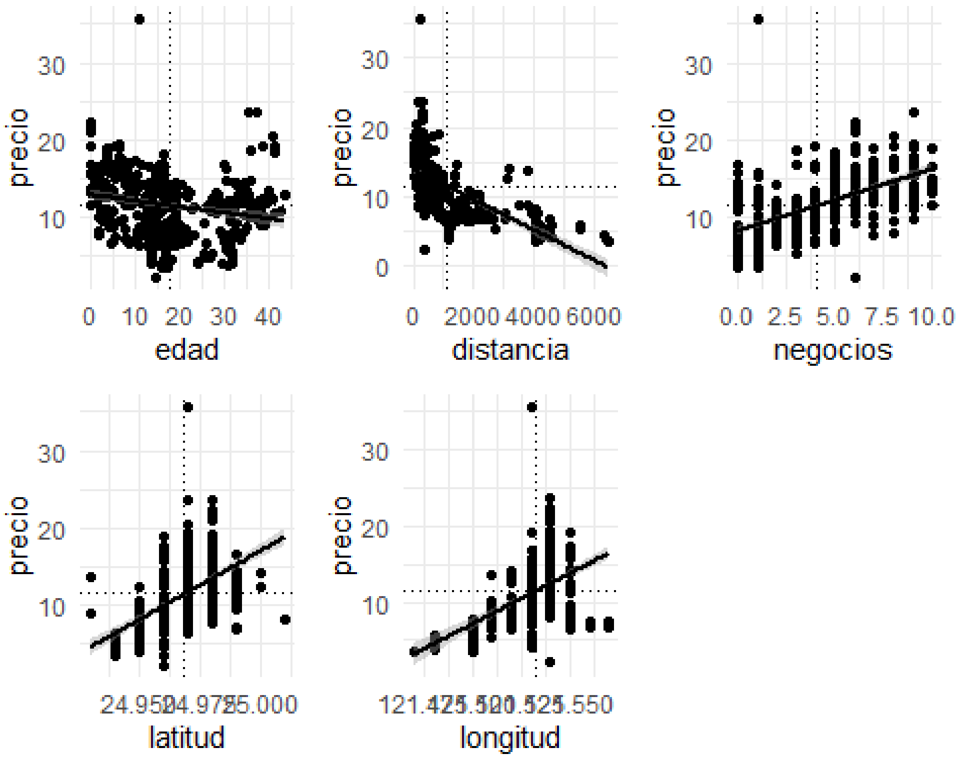
```
## 372 14.7 1717.19300        2   24.96   121.52    9.2
## 373  3.9   49.66105        8   24.96   121.54   17.2
## 374 37.3  587.88770        8   24.97   121.55   11.3
## 375  0.0  292.99780        6   24.98   121.54   21.1
## 376 14.1  289.32480        5   24.98   121.54   16.2
## 377  8.0  132.54690        9   24.98   121.54   14.3
## 378 16.3 3529.56400        0   24.93   121.52    8.9
## 379 29.1  506.11440        4   24.98   121.54   12.2
## 380 16.1 4066.58700        0   24.94   121.50    3.9
## 381 18.3   82.88643       10   24.98   121.54   14.1
## 382  0.0  185.42960        0   24.97   121.53   16.8
## 383 16.2 2103.55500        3   24.96   121.51    7.8
## 384 10.4 2251.93800        4   24.96   121.51    8.3
## 385 40.9  122.36190        8   24.97   121.54   20.5
## 386 32.8  377.83020        9   24.97   121.54   11.7
## 387  6.2 1939.74900        1   24.95   121.55    9.5
## 388 42.7  443.80200        6   24.98   121.54   10.7
## 389 16.9  967.40000        4   24.99   121.53   12.2
## 390 32.6 4136.27100        1   24.96   121.50    7.5
## 391 21.2  512.54870        4   24.97   121.54   12.9
## 392 37.1  918.63570        1   24.97   121.55    9.7
## 393 13.1 1164.83800        4   24.99   121.53    9.8
## 394 14.7 1717.19300        2   24.96   121.52    7.0
## 395 12.7  170.12890        1   24.97   121.53   11.3
## 396 26.8  482.75810        5   24.97   121.54   10.8
## 397  7.6 2175.03000        3   24.96   121.51    8.4
## 398 12.7  187.48230        1   24.97   121.53    8.6
## 399 30.9  161.94200        9   24.98   121.54   12.0
## 400 16.4  289.32480        5   24.98   121.54   12.5
## 401 23.0  130.99450        6   24.96   121.54   11.3
## 402  1.9  372.13860        7   24.97   121.54   12.3
## 403  5.2 2408.99300        0   24.96   121.56    6.8
## 404 18.5 2175.74400        3   24.96   121.51    8.5
## 405 13.7 4082.01500        0   24.94   121.50    4.7
## 406  5.6   90.45606        9   24.97   121.54   15.2
## 407 18.8  390.96960        7   24.98   121.54   12.3
## 408  8.1  104.81010        5   24.97   121.54   15.9
## 409  6.5   90.45606        9   24.97   121.54   19.4
```

(a)

Analizar si el precio depende de alguna de las variables.

```
# Se crea el promedio de las variables
promediosP <- colMeans(propiedades)

# Se crea las graficas
# grafica edad vs precio
c1 <- ggplot(propiedades, aes(edad, precio)) +
  geom_point() +
```

```r
  geom_vline(xintercept=promediosP[1],linetype="dotted") +
  geom_hline(yintercept=promediosP[6],linetype="dotted") +
   geom_smooth(method = "lm", se = TRUE, color = "black") +
  theme_minimal()

# grafica distancia vs precio
c2 <- ggplot(propiedades, aes(distancia, precio)) +
  geom_point() +
  geom_vline(xintercept=promediosP[2],linetype="dotted") +
  geom_hline(yintercept=promediosP[6],linetype="dotted") +
   geom_smooth(method = "lm", se = TRUE, color = "black") +
  theme_minimal()

# grafica negocios vs precio
c3 <- ggplot(propiedades, aes(negocios, precio)) +
  geom_point() +
  geom_vline(xintercept=promediosP[3],linetype="dotted") +
  geom_hline(yintercept=promediosP[6],linetype="dotted") +
   geom_smooth(method = "lm", se = TRUE, color = "black") +
  theme_minimal()

# grafica negocios vs precio

c4 <- ggplot(propiedades, aes(latitud, precio)) +
  geom_point() +
  geom_vline(xintercept=promediosP[4],linetype="dotted") +
  geom_hline(yintercept=promediosP[6],linetype="dotted") +
   geom_smooth(method = "lm", se = TRUE, color = "black") +
  theme_minimal()

# grafica longitud vs precio

c5 <- ggplot(propiedades, aes(longitud, precio)) +
  geom_point() +
  geom_vline(xintercept=promediosP[5],linetype="dotted") +
  geom_hline(yintercept=promediosP[6],linetype="dotted") +
   geom_smooth(method = "lm", se = TRUE, color = "black") +
  theme_minimal()

grid.arrange(c1,c2,c3,c4,c5, ncol = 3, nrow = 2)

## `geom_smooth()` using formula = 'y ~ x'
## `geom_smooth()` using formula = 'y ~ x'
## `geom_smooth()` using formula = 'y ~ x'
## `geom_smooth()` using formula = 'y ~ x'
## `geom_smooth()` using formula = 'y ~ x'
```



Se realizan los tests:

```r
# test Precio y edad
biNormTest <- mvn(data = propiedades[c(6,1)], mvnTest = "hz")
print(biNormTest$multivariateNormality$MVN)

## [1] "NO"

# test Precio y distancia
biNormTest <- mvn(data = propiedades[c(6,2)], mvnTest = "hz")
print(biNormTest$multivariateNormality$MVN)

## [1] "NO"

# test Precio y negocio
biNormTest <- mvn(data = propiedades[c(6,3)], mvnTest = "hz")
print(biNormTest$multivariateNormality$MVN)

## [1] "NO"

# test Precio y latitud
biNormTest <- mvn(data = propiedades[c(6,4)], mvnTest = "hz")
print(biNormTest$multivariateNormality$MVN)

## [1] "NO"

# test Precio y longitud
biNormTest <- mvn(data = propiedades[c(6,5)], mvnTest = "hz")
print(biNormTest$multivariateNormality$MVN)
```

```
## [1] "NO"
```

Por el resultado se observa que al no ser una distribución normal bivariada se procede a utilizar la correlación de Spearman

```
cor.test(propiedades$precio,propiedades$edad,method="spearman")$p.value

## Warning in cor.test.default(propiedades$precio, propiedades$edad,
method =
## "spearman"): Cannot compute exact p-value with ties

## [1] 5.210699e-09

cor.test(propiedades$precio,propiedades$distancia,method="spearman")$p.va
lue

## Warning in cor.test.default(propiedades$precio, propiedades$distancia,
method =
## "spearman"): Cannot compute exact p-value with ties

## [1] 2.824113e-83

cor.test(propiedades$precio,propiedades$negocios,method="spearman")$p.val
ue

## Warning in cor.test.default(propiedades$precio, propiedades$negocios,
method =
## "spearman"): Cannot compute exact p-value with ties

## [1] 9.711186e-45

cor.test(propiedades$precio,propiedades$latitud,method="spearman")$p.valu
e

## Warning in cor.test.default(propiedades$precio, propiedades$latitud,
method =
## "spearman"): Cannot compute exact p-value with ties

## [1] 3.42539e-39

cor.test(propiedades$precio,propiedades$longitud,method="spearman")$p.val
ue

## Warning in cor.test.default(propiedades$precio, propiedades$longitud,
method =
## "spearman"): Cannot compute exact p-value with ties

## [1] 9.903455e-20
```

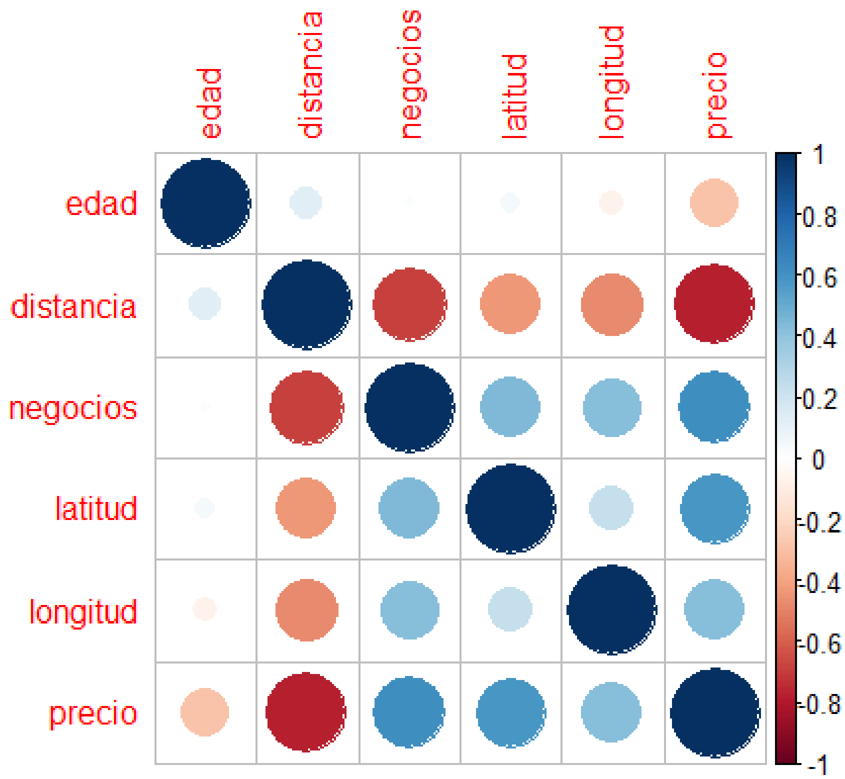
Las advertencias muestran empates en los datos para el calculo del P-valor, en tal sentido se utiliza un metodo robusto:

```r
# métodos robustos para manejar empates
cor.test(propiedades$precio,propiedades$edad,method="spearman",exact =
FALSE)$p.value

## [1] 5.210699e-09

cor.test(propiedades$precio,propiedades$distancia,method="spearman",exact
= FALSE)$p.value

## [1] 2.824113e-83

cor.test(propiedades$precio,propiedades$negocios,method="spearman",exact
= FALSE)$p.value

## [1] 9.711186e-45

cor.test(propiedades$precio,propiedades$latitud,method="spearman",exact =
FALSE)$p.value

## [1] 3.42539e-39

cor.test(propiedades$precio,propiedades$longitud,method="spearman",exact
= FALSE)$p.value

## [1] 9.903455e-20
```

Por los resultados de los p-valores de las variables evaluadas contra la variable precio se rechaza la hipótesis nula y se concluye que existe correlación entre las variables.

Finalmente se presente un corplot para confirmar la relaciones entre las variables.

```r
library(corrplot)

## corrplot 0.92 loaded

corrplot(cor(propiedades,method="s"))
```



(b)

Estudiar la linealidad de la relación precio-distancia.

```
modelProp <- lm(precio ~ distancia, data = propiedades)

shapiro.test(modelProp$residuals)

##
##  Shapiro-Wilk normality test
##
## data:  modelProp$residuals
## W = 0.93207, p-value = 1.085e-12
```

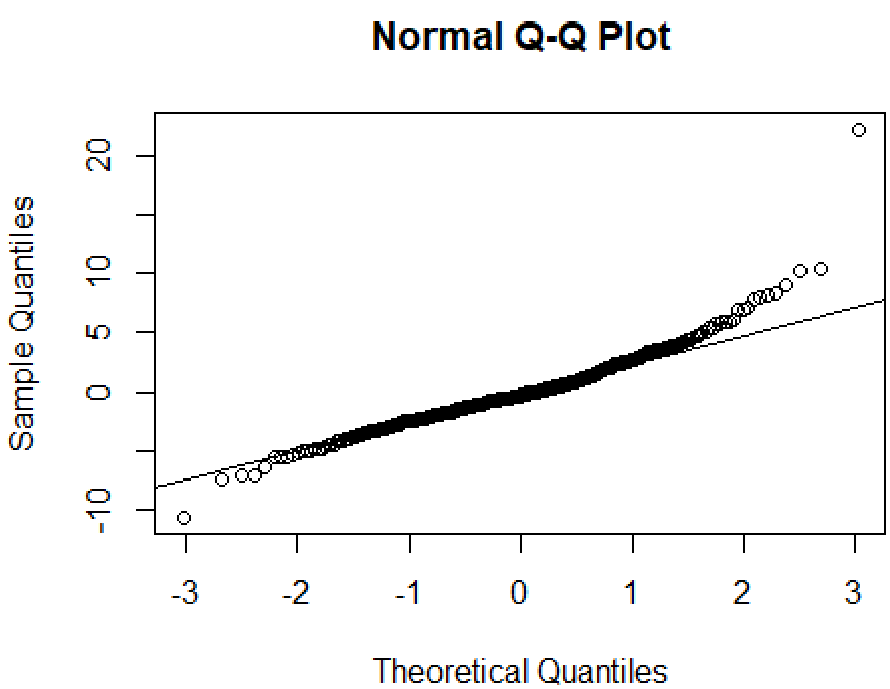
No son normales los residuos.

(c)

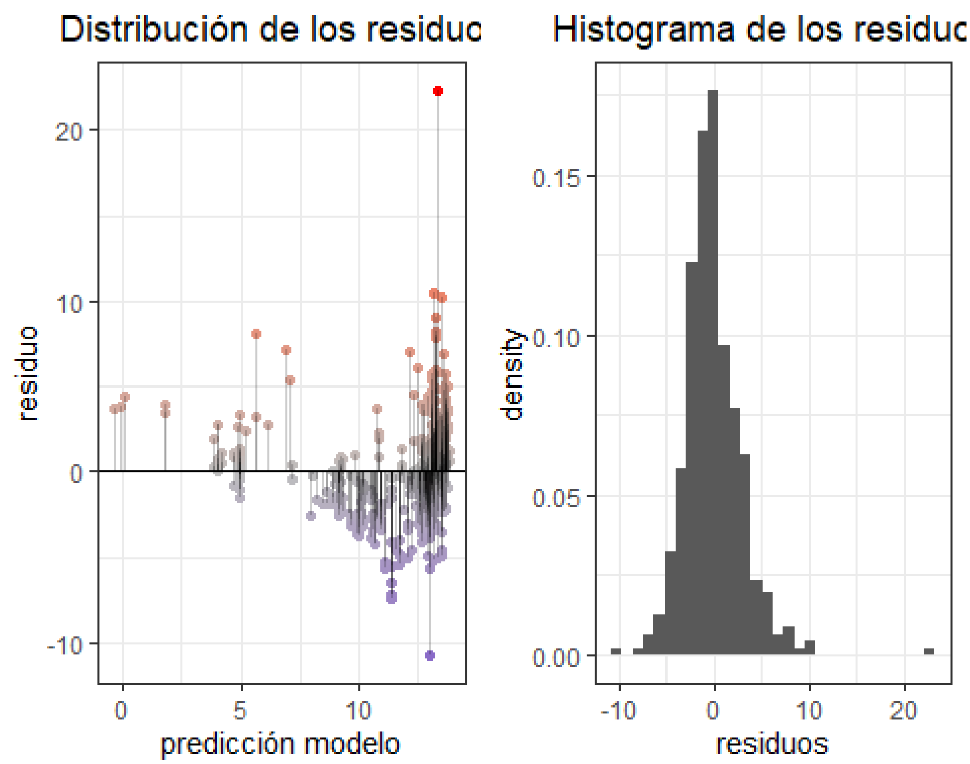
Estimar los coeficientes del modelo y realizar el análisis diagnóstico de los residuos del mismo. Utilizar para este análisis los gráficos de residuos versus valores ajustados, el qq-plot de los residuos, la grafica de residuos versus leverage.

```
prop2<-propiedades
prop2$prediccion <- modelProp$fitted.values
prop2$residuos <- modelProp$residuals

d1 <- ggplot(data = prop2, aes(x = prediccion, y = residuos)) +
  geom_point(aes(color = residuos)) +
```

```
  scale_color_gradient2(low = "blue3", mid = "grey", high = "red") +
  geom_hline(yintercept = 0) + geom_segment(aes(xend = prediccion, yend =
0), alpha = 0.2) +
  labs(title = "Distribución de los residuos", x = "predicción modelo", y
= "residuo") +
  theme_bw() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5), legend.position = "none")


d2<- ggplot(data = prop2, aes(x = residuos)) + geom_histogram(aes(y =
..density..)) +
  labs(title = "Histograma de los residuos") + theme_bw() +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5))

qqnorm(modelProp$residuals)
qqline(modelProp$residuals)
```

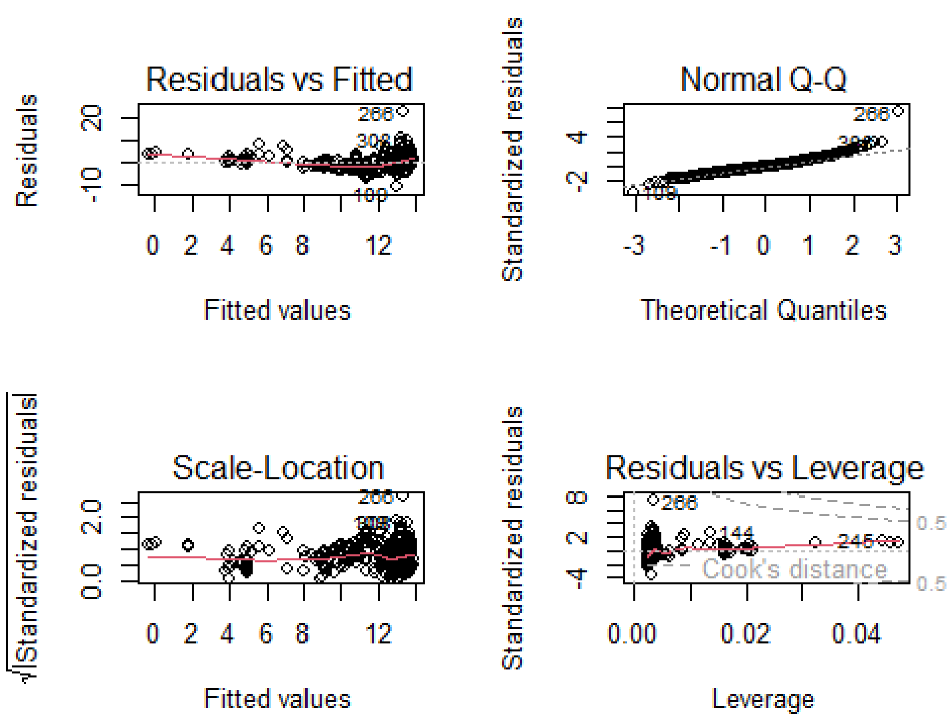



```
grid.arrange(d1,d2,nrow = 1)

## `stat_bin()` using `bins = 30`. Pick better value with `binwidth`.
```



En la gráfica de los residuos no se observa estructura.

```
par(mfrow=c(2,2))
plot(modelProp)
```



```r
par(mfrow=c(1,1))
```

(d)

Aplicar los test de Durbin-Watson Breush-Pagan.

```r
#Durbin-Watson
library(lmtest)

## Loading required package: zoo

##
## Attaching package: 'zoo'

## The following objects are masked from 'package:base':
##
##     as.Date, as.Date.numeric

dwtest(modelProp,alternative ="two.sided",iterations=1000)

##
##  Durbin-Watson test
##
## data:  modelProp
## DW = 2.1607, p-value = 0.1037
## alternative hypothesis: true autocorrelation is not 0
```

No hay evidencia suficiente para afirmar que hay autocorrelación en los residuos del modelo, ya que el valor p es mayor que el nivel de significancia comúnmente utilizado.

```r
# Test de Breush-Pagan
library(lmtest)
bptest(modelProp)

##
##  studentized Breusch-Pagan test
##
## data:  modelProp
## BP = 1.4397, df = 1, p-value = 0.2302
```

No se rechaza homocedasticidad.

(e)

Analice la presencia de outlier y verifique si coinciden con los puntos influyentes.

```r
summary(influence.measures(model = modelProp))

## Potentially influential observations of
##   lm(formula = precio ~ distancia, data = propiedades) :
##
##     dfb.1_ dfb.dstn dffit   cov.r   cook.d hat
## 9   -0.10   0.23     0.24_*  1.03_*  0.03   0.03_*
```

```
## 12   0.15  -0.08     0.15    0.97_*  0.01   0.00
## 26  -0.05   0.12     0.13    1.02_*  0.01   0.02_*
## 31  -0.04   0.13     0.14    1.02_*  0.01   0.02_*
## 36   0.00  -0.01    -0.01    1.02_*  0.00   0.02_*
## 37  -0.01   0.02     0.02    1.02_*  0.00   0.02_*
## 44  -0.01   0.01     0.02    1.03_*  0.00   0.02_*
## 45   0.00   0.00     0.00    1.03_*  0.00   0.02_*
## 51  -0.08  -0.01    -0.12    0.98_*  0.01   0.00
## 54  -0.05   0.13     0.13    1.02_*  0.01   0.02_*
## 69  -0.01   0.05     0.05    1.02_*  0.00   0.02_*
## 83  -0.01   0.02     0.02    1.02_*  0.00   0.02_*
## 85  -0.03   0.09     0.10    1.02_*  0.01   0.01_*
## 101  0.16  -0.08     0.16    0.97_*  0.01   0.00
## 109 -0.20   0.10    -0.20    0.95_*  0.02   0.00
## 112 -0.13   0.27     0.28_*  1.04_*  0.04   0.05_*
## 113  0.01  -0.03    -0.03    1.02_*  0.00   0.02_*
## 122  0.10  -0.03     0.12    0.98_*  0.01   0.00
## 144 -0.08   0.29     0.31_*  0.98_*  0.05   0.01
## 150 -0.02   0.05     0.06    1.02_*  0.00   0.02_*
## 151  0.00  -0.01    -0.01    1.02_*  0.00   0.02_*
## 158  0.02  -0.06    -0.06    1.02_*  0.00   0.02_*
## 162  0.17  -0.09     0.18    0.97_*  0.02   0.00
## 166 -0.01   0.02     0.02    1.03_*  0.00   0.02_*
## 172 -0.03   0.09     0.09    1.02_*  0.00   0.02_*
## 176 -0.01   0.02     0.03    1.02_*  0.00   0.02_*
## 179 -0.01   0.03     0.03    1.02_*  0.00   0.02_*
## 185 -0.02   0.05     0.05    1.02_*  0.00   0.02_*
## 216  0.21  -0.12     0.21    0.95_*  0.02   0.00
## 222  0.01  -0.04    -0.04    1.02_*  0.00   0.02_*
## 224 -0.04   0.19     0.23_*  0.99    0.03   0.01
## 227  0.01  -0.02    -0.02    1.02_*  0.00   0.02_*
## 228 -0.02   0.05     0.05    1.02_*  0.00   0.02_*
## 245 -0.14   0.31     0.32_*  1.04_*  0.05   0.04_*
## 247 -0.08  -0.01    -0.12    0.98_*  0.01   0.00
## 251 -0.09   0.20     0.21_*  1.03_*  0.02   0.03_*
## 266  0.46  -0.25     0.46_*  0.76_*  0.09   0.00
## 294  0.00   0.01     0.01    1.02_*  0.00   0.02_*
## 308  0.20  -0.10     0.20    0.95_*  0.02   0.00
## 316 -0.01   0.04     0.04    1.02_*  0.00   0.02_*
## 325 -0.02   0.05     0.05    1.02_*  0.00   0.02_*
## 326 -0.09  -0.01    -0.12    0.98_*  0.01   0.00
## 327 -0.01   0.03     0.03    1.03_*  0.00   0.02_*
## 343 -0.13   0.27     0.28_*  1.05_*  0.04   0.05_*
## 375  0.15  -0.08     0.15    0.98_*  0.01   0.00
## 380  0.01  -0.04    -0.04    1.02_*  0.00   0.02_*
## 385  0.14  -0.09     0.14    0.98_*  0.01   0.00
## 390 -0.04   0.11     0.12    1.02_*  0.01   0.02_*
## 405  0.00  -0.01    -0.01    1.02_*  0.00   0.02_*

dfbetas(modelProp)[,2]> 1
```

```
##     1     2     3     4     5     6     7     8     9    10    11
12    13
## FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE
FALSE FALSE
##    14    15    16    17    18    19    20    21    22    23    24
25    26
## FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE
FALSE FALSE
##    27    28    29    30    31    32    33    34    35    36    37
38    39
## FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE
FALSE FALSE
##    40    41    42    43    44    45    46    47    48    49    50
51    52
## FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE
FALSE FALSE
##    53    54    55    56    57    58    59    60    61    62    63
64    65
## FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE
FALSE FALSE
##    66    67    68    69    70    71    72    73    74    75    76
77    78
## FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE
FALSE FALSE
##    79    80    81    82    83    84    85    86    87    88    89
90    91
## FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE
FALSE FALSE
##    92    93    94    95    96    97    98    99   100   101   102
103   104
## FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE
FALSE FALSE
##   105   106   107   108   109   110   111   112   113   114   115
116   117
## FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE
FALSE FALSE
##   118   119   120   121   122   123   124   125   126   127   128
129   130
## FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE
FALSE FALSE
##   131   132   133   134   135   136   137   138   139   140   141
142   143
## FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE
FALSE FALSE
##   144   145   146   147   148   149   150   151   152   153   154
155   156
## FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE
FALSE FALSE
##   157   158   159   160   161   162   163   164   165   166   167
168   169
```

```
## FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE
FALSE FALSE
##   170   171   172   173   174   175   176   177   178   179   180
181   182
## FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE
FALSE FALSE
##   183   184   185   186   187   188   189   190   191   192   193
194   195
## FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE
FALSE FALSE
##   196   197   198   199   200   201   202   203   204   205   206
207   208
## FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE
FALSE FALSE
##   209   210   211   212   213   214   215   216   217   218   219
220   221
## FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE
FALSE FALSE
##   222   223   224   225   226   227   228   229   230   231   232
233   234
## FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE
FALSE FALSE
##   235   236   237   238   239   240   241   242   243   244   245
246   247
## FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE
FALSE FALSE
##   248   249   250   251   252   253   254   255   256   257   258
259   260
## FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE
FALSE FALSE
##   261   262   263   264   265   266   267   268   269   270   271
272   273
## FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE
FALSE FALSE
##   274   275   276   277   278   279   280   281   282   283   284
285   286
## FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE
FALSE FALSE
##   287   288   289   290   291   292   293   294   295   296   297
298   299
## FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE
FALSE FALSE
##   300   301   302   303   304   305   306   307   308   309   310
311   312
## FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE
FALSE FALSE
##   313   314   315   316   317   318   319   320   321   322   323
324   325
## FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE
FALSE FALSE
```

```
##   326   327   328   329   330   331   332   333   334   335   336 
337   338 
## FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE 
FALSE FALSE 
##   339   340   341   342   343   344   345   346   347   348   349 
350   351 
## FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE 
FALSE FALSE 
##   352   353   354   355   356   357   358   359   360   361   362 
363   364 
## FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE 
FALSE FALSE 
##   365   366   367   368   369   370   371   372   373   374   375 
376   377 
## FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE 
FALSE FALSE 
##   378   379   380   381   382   383   384   385   386   387   388 
389   390 
## FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE 
FALSE FALSE 
##   391   392   393   394   395   396   397   398   399   400   401 
402   403 
## FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE 
FALSE FALSE 
##   404   405   406   407   408   409 
## FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE
```

```
which(dfbetas(modelProp)[,2]>1)
```

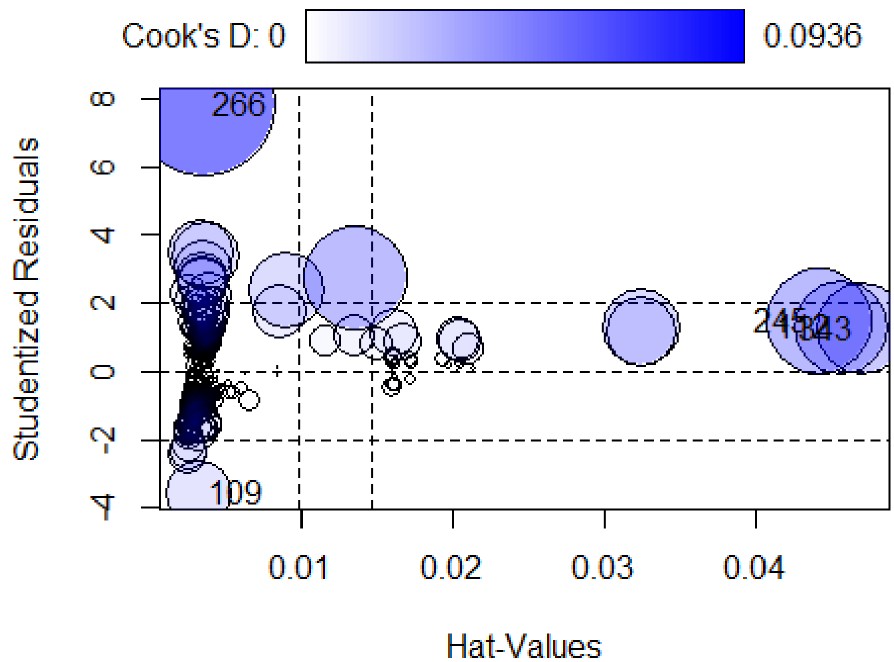
```
## named integer(0)
```

```
n<-length(propiedades$precio)
p<-length(modelProp$coefficients)
which(dffits(modelProp)>2 * sqrt(p / n))
```

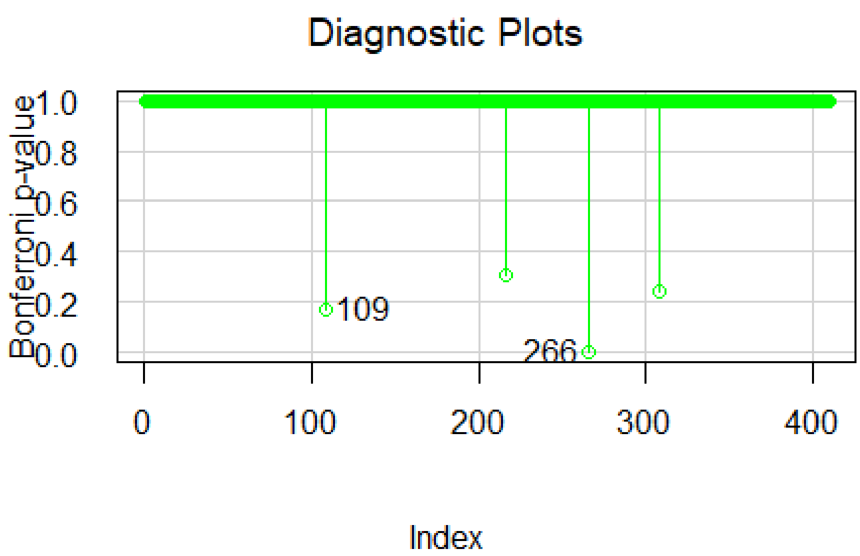
```
##   9  12  31 101 112 144 162 216 224 245 251 266 308 340 343 375 385 
##   9  12  31 101 112 144 162 216 224 245 251 266 308 340 343 375 385
```

Otros puntos influyentes: puntos de alto leverage y distancia de Cook

```
influencePlot(model = modelProp)
```




```
##        StudRes         Hat      CookD
## 109 -3.558753 0.003177114 0.01962043
## 112  1.283280 0.045548798 0.03923255
## 245  1.484990 0.044098196 0.05071549
## 266  7.815835 0.003504965 0.09361073
## 343  1.250954 0.047050778 0.03857867

influenceIndexPlot(modelProp, vars='Bonf', las=1,col='green')
```




```
outlierTest(modelProp)

##     rstudent unadjusted p-value Bonferroni p
## 266 7.815835         4.7349e-14   1.9366e-11

#leverage
hatvalues(modelProp)

##           1           2           3           4           5
6
## 0.003974831 0.003371935 0.002863682 0.002863682 0.003182820
0.004262719
##           7           8           9          10          11
12
## 0.002771089 0.003417695 0.032390368 0.003189045 0.003152046
0.003404584
##          13          14          15          16          17
18
## 0.003269579 0.003231229 0.004168353 0.004610784 0.003438360
0.002560330
##          19          20          21          22          23
24
## 0.003438360 0.003003824 0.002692514 0.003197131 0.003445082
0.002870922
##          25          26          27          28          29
30
## 0.003059588 0.020469150 0.002597597 0.002989363 0.003331769
```

```
0.003628557
##          31          32          33          34          35
36
## 0.016144009 0.003548076 0.002560330 0.002838512 0.003413500
0.016167784
##          37          38          39          40          41
42
## 0.016026844 0.002934474 0.002946087 0.002910532 0.002988913
0.003035183
##          43          44          45          46          47
48
## 0.002747167 0.021383797 0.020371339 0.002946505 0.003137148
0.002635597
##          49          50          51          52          53
54
## 0.002982710 0.003413500 0.002453635 0.003224419 0.004062927
0.020371339
##          55          56          57          58          59
60
## 0.003303138 0.003538226 0.003487023 0.004262209 0.002910532
0.002457272
##          61          62          63          64          65
66
## 0.003858290 0.003660461 0.003914487 0.003034688 0.002863682
0.003957823
##          67          68          69          70          71
72
## 0.002747167 0.003112429 0.016167784 0.003206390 0.002560330
0.002781151
##          73          74          75          76          77
78
## 0.004293173 0.002879095 0.002610831 0.002910532 0.003210196
0.003779496
##          79          80          81          82          83
84
## 0.006465443 0.003198379 0.003296475 0.002654637 0.016026844
0.002602474
##          85          86          87          88          89
90
## 0.014967319 0.003451111 0.002598173 0.005373201 0.002450659
0.003732325
##          91          92          93          94          95
96
## 0.003914487 0.003957823 0.002779659 0.003413500 0.003957823
0.002467238
##          97          98          99         100         101
102
## 0.003725238 0.003660461 0.003620438 0.003178839 0.003404584
0.003671571
##         103         104         105         106         107
```

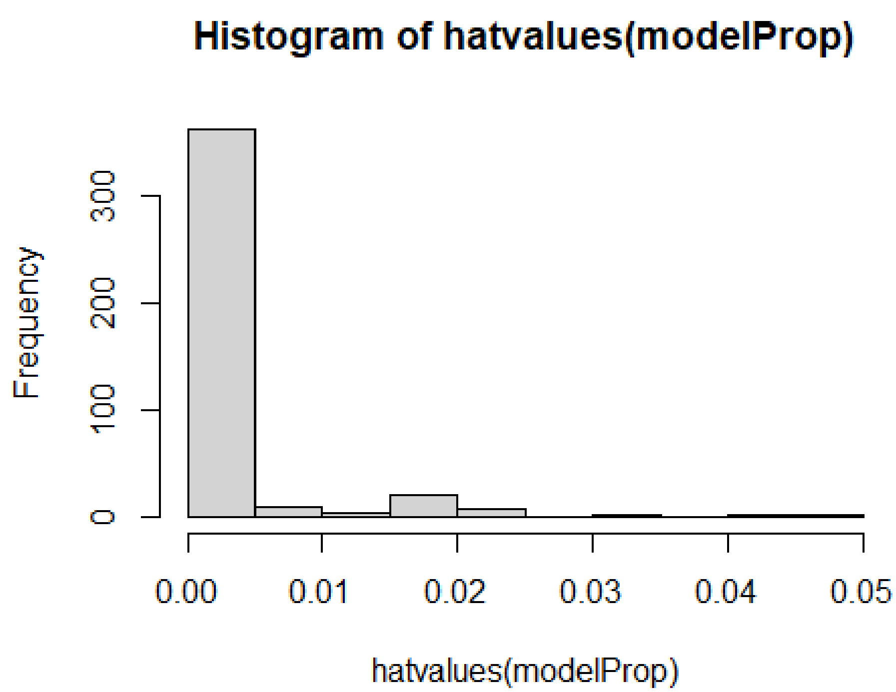
```
108
## 0.002560330 0.002816285 0.004168459 0.003914487 0.003652209
0.004025650
##         109         110         111         112         113
114
## 0.003177114 0.003799842 0.002629524 0.045548798 0.017244445
0.002824463
##         115         116         117         118         119
120
## 0.003413500 0.002982710 0.002982710 0.003131954 0.003682792
0.003438360
##         121         122         123         124         125
126
## 0.003660461 0.002565418 0.003197131 0.003854624 0.003597917
0.002907079
##         127         128         129         130         131
132
## 0.004168459 0.003000022 0.003219746 0.003678562 0.002453856
0.003182820
##         133         134         135         136         137
138
## 0.003342475 0.002476214 0.002982710 0.003413500 0.002788943
0.002747347
##         139         140         141         142         143
144
## 0.002982710 0.002560330 0.003059588 0.003682792 0.002986977
0.013545911
##         145         146         147         148         149
150
## 0.003699284 0.003723554 0.003188771 0.002560330 0.003213714
0.016026844
##         151         152         153         154         155
156
## 0.016167784 0.002494128 0.002555966 0.003182820 0.002555966
0.004084424
##         157         158         159         160         161
162
## 0.002781151 0.016026844 0.003914487 0.003682792 0.002479903
0.003404584
##         163         164         165         166         167
168
## 0.003316861 0.002942026 0.003620961 0.020553189 0.003197131
0.003957823
##         169         170         171         172         173
174
## 0.003158992 0.003097377 0.003019688 0.021041373 0.003694795
0.002450312
##         175         176         177         178         179
180
## 0.003083843 0.019737556 0.003637917 0.004168459 0.016167784
```

```
0.006022633
##         181         182         183         184         185
186
## 0.002645112 0.004293173 0.008513692 0.003670144 0.016026844
0.002780903
##         187         188         189         190         191
192
## 0.002616841 0.004059421 0.003118635 0.013474401 0.003040629
0.002662774
##         193         194         195         196         197
198
## 0.003849528 0.003760512 0.003058817 0.002457272 0.002863682
0.002744510
##         199         200         201         202         203
204
## 0.003413500 0.002610831 0.002647815 0.003206390 0.002715012
0.002560330
##         205         206         207         208         209
210
## 0.003709896 0.003182820 0.003451111 0.003237771 0.003957823
0.003189045
##         211         212         213         214         215
216
## 0.003197452 0.002818656 0.003221421 0.002982710 0.002916793
0.003679821
##         217         218         219         220         221
222
## 0.002598173 0.003099230 0.002598173 0.003328776 0.003660461
0.016167784
##         223         224         225         226         227
228
## 0.003473438 0.009094324 0.002452692 0.004168459 0.016101197
0.019364270
##         229         230         231         232         233
234
## 0.003309300 0.004400512 0.003509937 0.003218777 0.002634941
0.002634941
##         235         236         237         238         239
240
## 0.002538743 0.003046195 0.003509937 0.003948782 0.003631777
0.002788943
##         241         242         243         244         245
246
## 0.002748690 0.003184407 0.002446395 0.002453856 0.044098196
0.003112088
##         247         248         249         250         251
252
## 0.002453366 0.003957823 0.003091022 0.003317117 0.032390368
0.003295880
##         253         254         255         256         257
```

```
258
## 0.003073447 0.003404584 0.002538743 0.002689117 0.004655159
0.003413500
##         259         260         261         262         263
264
## 0.004168459 0.002980128 0.002555966 0.003189045 0.003000022
0.003182820
##         265         266         267         268         269
270
## 0.002538743 0.003504965 0.003058817 0.002982710 0.003725238
0.003175514
##         271         272         273         274         275
276
## 0.004168668 0.003040629 0.004293173 0.003620438 0.002780903
0.003685818
##         277         278         279         280         281
282
## 0.003188771 0.002654637 0.003664368 0.003198379 0.002650954
0.003957823
##         283         284         285         286         287
288
## 0.003040629 0.003331685 0.003413500 0.002986136 0.004062927
0.003172016
##         289         290         291         292         293
294
## 0.003198379 0.003304343 0.004274605 0.002450312 0.002855641
0.016167784
##         295         296         297         298         299
300
## 0.003864224 0.003764375 0.003039326 0.004655159 0.003082146
0.002891724
##         301         302         303         304         305
306
## 0.003413500 0.003725653 0.008524136 0.003413500 0.002494128
0.002920967
##         307         308         309         310         311
312
## 0.002903271 0.003343744 0.003914487 0.002838512 0.003133051
0.003509937
##         313         314         315         316         317
318
## 0.002614089 0.003206390 0.003454427 0.017244445 0.002467238
0.003677152
##         319         320         321         322         323
324
## 0.003650806 0.003046195 0.002988913 0.004062927 0.002609473
0.002704772
##         325         326         327         328         329
330
## 0.017244445 0.002452771 0.020469150 0.002779272 0.003914487
```

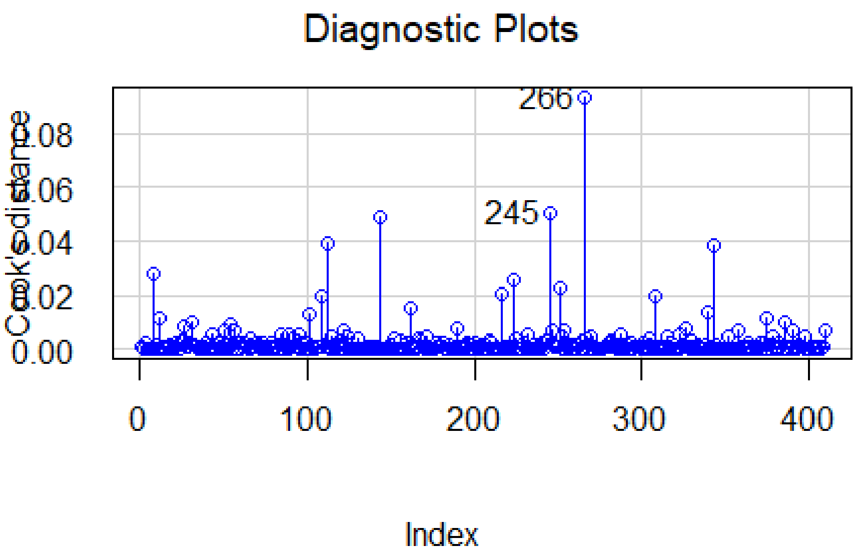
```
0.002452926
##         331         332         333         334         335
336
## 0.003299595 0.003379100 0.002803797 0.003490748 0.003317117
0.003458876
##         337         338         339         340         341
342
## 0.002616841 0.003957823 0.002861603 0.008556365 0.003682792
0.003046195
##         343         344         345         346         347
348
## 0.047050778 0.003487023 0.003914487 0.002982710 0.004276796
0.006306275
##         349         350         351         352         353
354
## 0.004168459 0.002560330 0.003197131 0.003612259 0.003296475
0.003660461
##         355         356         357         358         359
360
## 0.005122216 0.003967429 0.003433358 0.002466271 0.003899136
0.002784400
##         361         362         363         364         365
366
## 0.004558544 0.003228725 0.003288426 0.003269579 0.004293173
0.003413500
##         367         368         369         370         371
372
## 0.003356995 0.003760512 0.003451111 0.003182820 0.002453037
0.003054971
##         373         374         375         376         377
378
## 0.004084424 0.002823267 0.003404584 0.003413500 0.003832532
0.011574354
##         379         380         381         382         383
384
## 0.002957834 0.016026844 0.003980930 0.003682792 0.004029158
0.004524556
##         385         386         387         388         389
390
## 0.003862353 0.003210121 0.003560419 0.003074097 0.002466271
0.016669208
##         391         392         393         394         395
396
## 0.002946505 0.002487494 0.002454629 0.003054971 0.003725238
0.003000022
##         397         398         399         400         401
402
## 0.004259387 0.003677152 0.003748243 0.003413500 0.003837056
0.003222480
##         403         404         405         406         407
```

```
408
## 0.005122216 0.004261766 0.016167784 0.003957823 0.003181969
0.003914487
##         409
## 0.003957823

hist(hatvalues(modelProp))
```

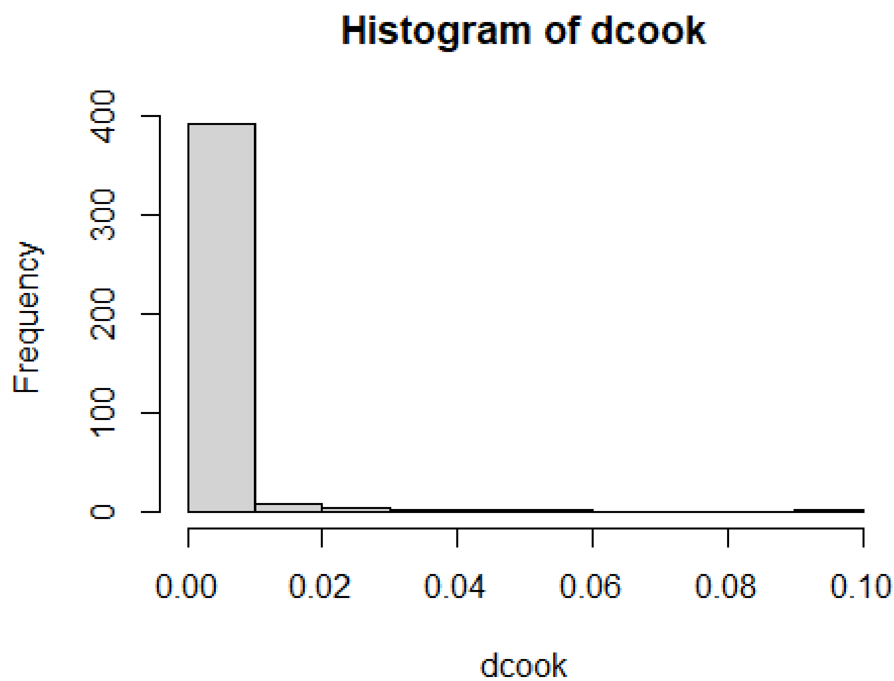



```
lev<-hatvalues(modelProp)

#un criterio (mayores que 0.2)

which(lev>0.2)

## named integer(0)

#un criterio mas exigente
n<-length(propiedades$precio)
p<-length(modelProp$coefficients)
which(lev>2*p/n)

##   9  26  31  36  37  44  45  54  69  83  85 112 113 144 150 151 158
166 172 176
##   9  26  31  36  37  44  45  54  69  83  85 112 113 144 150 151 158
166 172 176
## 179 185 190 222 227 228 245 251 294 316 325 327 343 378 380 390 405
## 179 185 190 222 227 228 245 251 294 316 325 327 343 378 380 390 405
```

```r
#distancias de cook
dcook<-cooks.distance(modelProp)
influenceIndexPlot(modelProp, vars='Cook', las=1,col='blue')
```




```r
which(dcook>4/n)

##   9  12  31 101 109 112 144 162 216 224 245 251 266 308 340 343 375
385
##   9  12  31 101 109 112 144 162 216 224 245 251 266 308 340 343 375
385

hist(dcook)
```




```
#punto de corte
corted<-qf(0.5,2,n-2)
which(dcook>corted)

## named integer(0)
```

Se observa que el punto outlier que a su vez es punto influyente es el 266 y los puntos influyentes del conjunto de datos son 109, 112, 245 y 343.

1.5. Cuadrados Mínimos Ponderados

Ejercicio 1.6.

En la base estudio.xlsx se encuentran registradas las horas de estudios referidas por un conjunto de estudiantes y su calificación en la evaluación final.

(a)

Ajuste un modelo de regresión simple para estimar la nota final en función de las horas dedicadas al estudio.

(b)

Estudie el cumplimiento de los supuestos del modelo, gráfica y analíticamente.

(c)

Ajuste un modelo de mínimos cuadrados ponderados definiendo los pesos de tal manera que las observaciones con menor varianza tengan más peso.

(d)

Realice el análisis diagnóstico del segundo modelo ajustado.

(e)

Compare ambos ajustes realizados y concluya.