

# Probabilidad y Estadística para Ingenieros

Jhon Jairo Padilla Aguilar, PhD.

# 1. Por qué este curso?

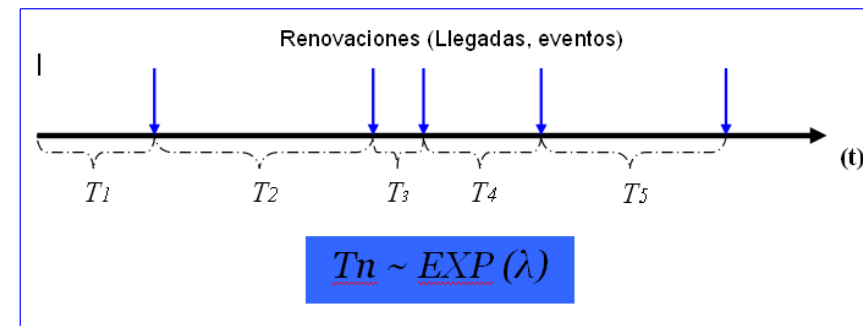
---

- El comportamiento aleatorio sucede en muchas de las variables del mundo real
- Un ingeniero en la actualidad y en cualquier momento futuro, tendrá que vérselas con sistemas que:
  - 1.1. Tienen entradas aleatorias
  - 1.2. Tienen entradas determinísticas pero los sistemas se comportan aleatoriamente
  - 1.3. Son muy complejos para ser descritos cercanamente
  - 1.4. Son una combinación de los anteriores

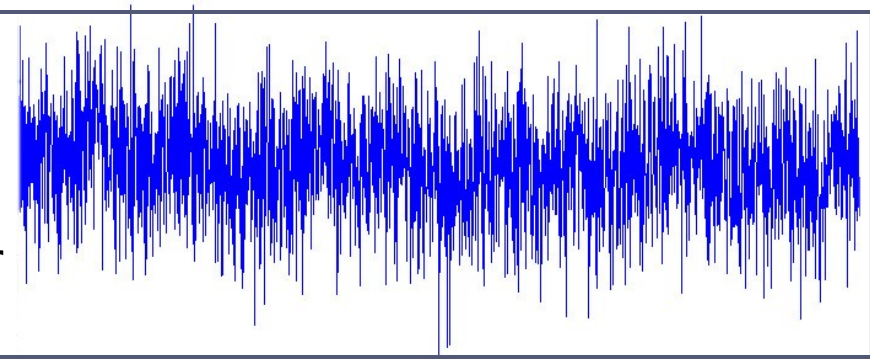


# 1.1. Sistemas con entradas aleatorias

- ▶ **Un conmutador telefónico:** Llegadas de llamadas aleatorias, duración de llamadas aleatoria.
- ▶ **Una CPU (unidad central de procesamiento):** Programas enviados a la CPU (con múltiples usuarios) en instantes aleatorios. Los tiempos de ejecución tampoco pueden ser conocidos con anterioridad.



- ▶ **Filtro procesador de señales:** Señales de entrada tienen distorsiones aleatorias (causadas por ruido e imperfecciones del canal)

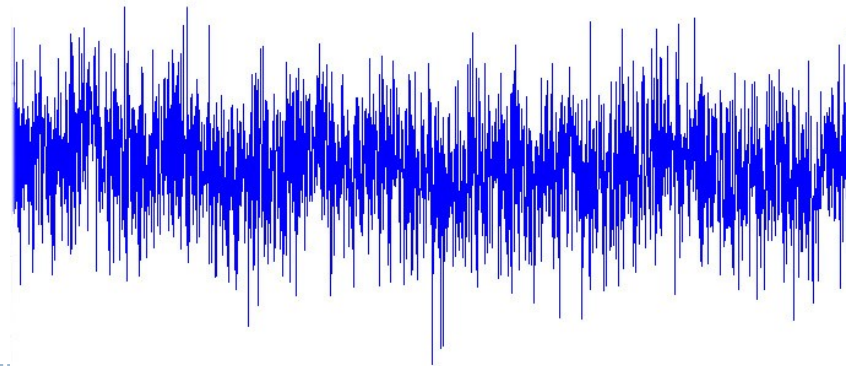


# 1.1. Sistemas con entradas aleatorias

---



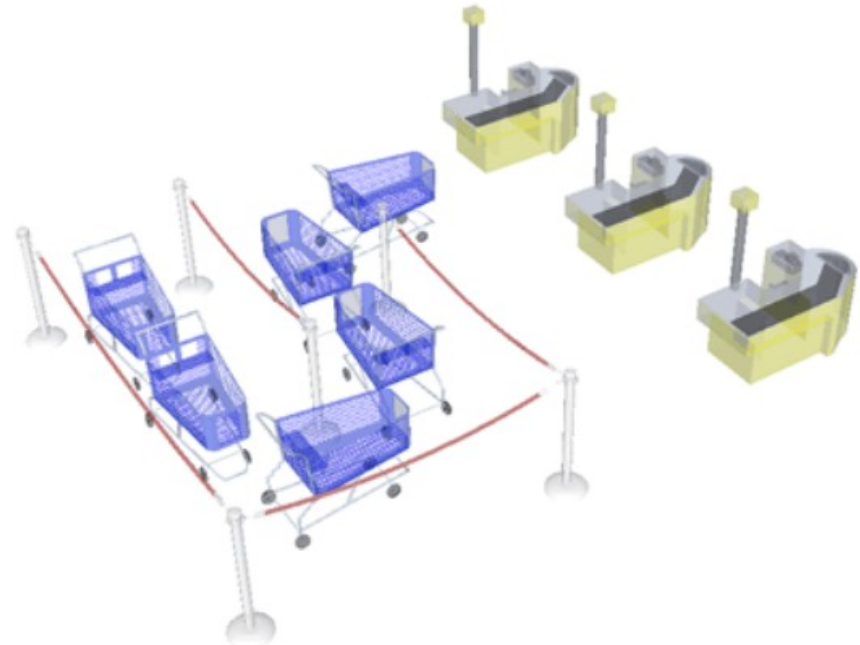
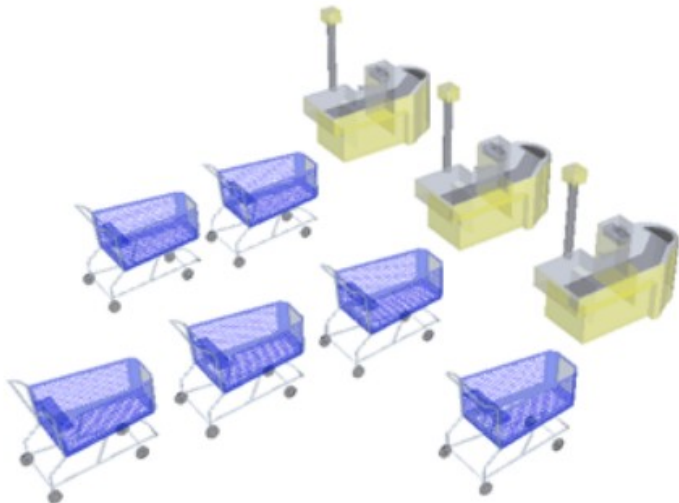
► **Vibraciones en un puente o una máquina:** Las vibraciones al pasar carros por un puente, al



# 1.1. Sistemas con entradas aleatorias

---

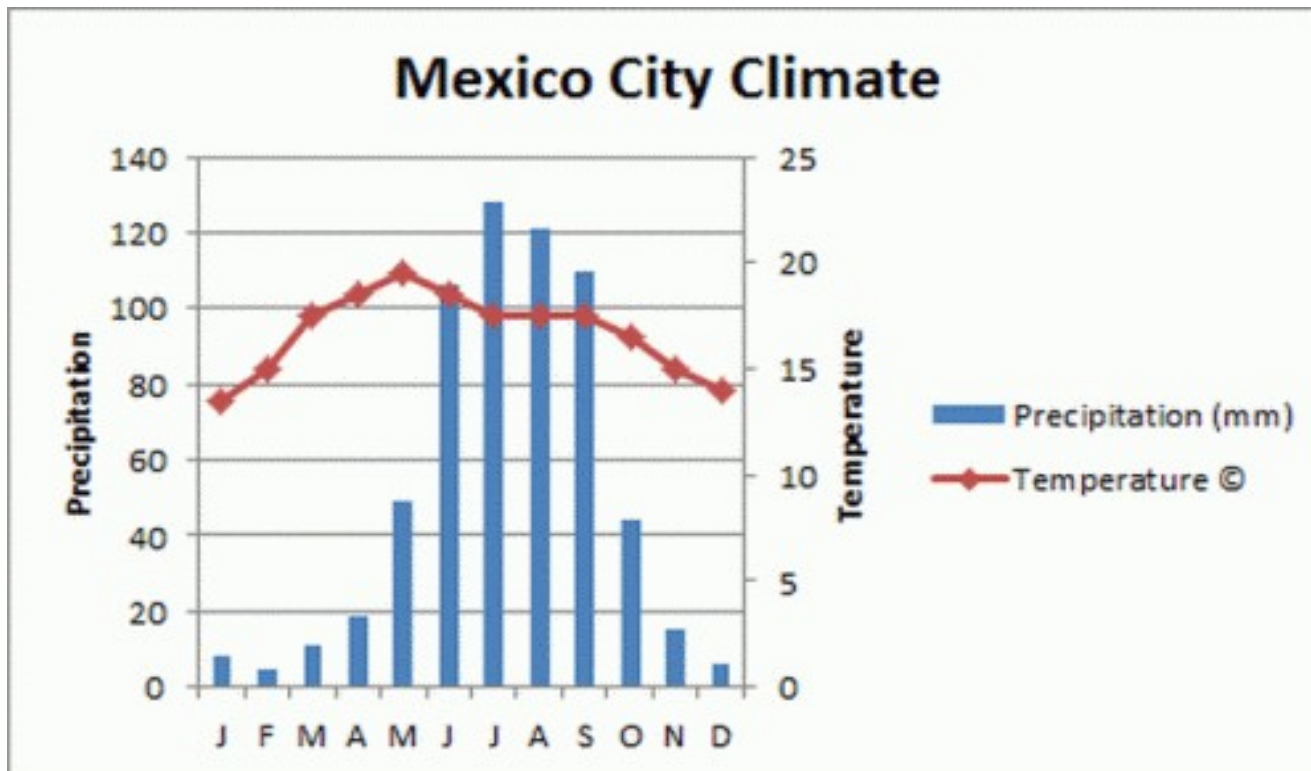
**Un sistema de atención a usuarios:** Llegadas aleatorias de clientes, duración de la atención aleatoria.



# 1.1. Sistemas con entradas aleatorias

---

Aleatoriedad de las lluvias y la temperatura

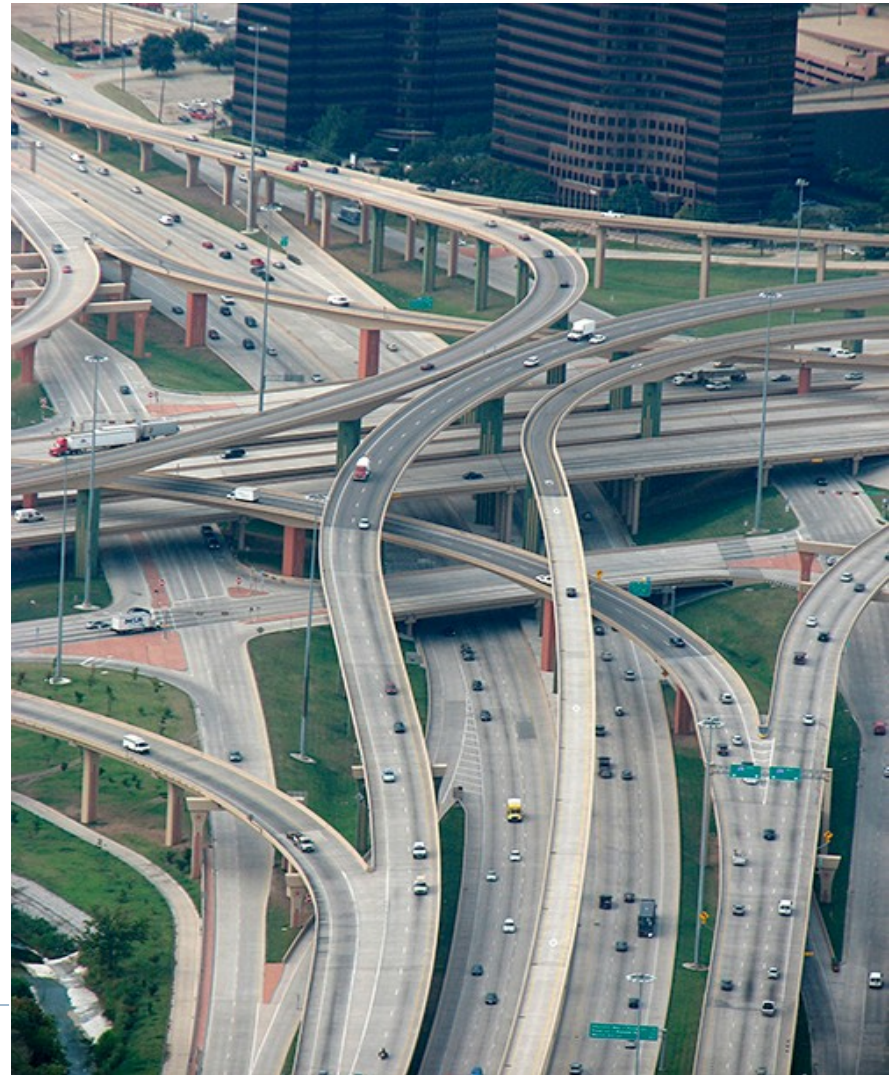




# 1.1. Sistemas con entradas aleatorias

---

## Aleatoriedad en carreteras

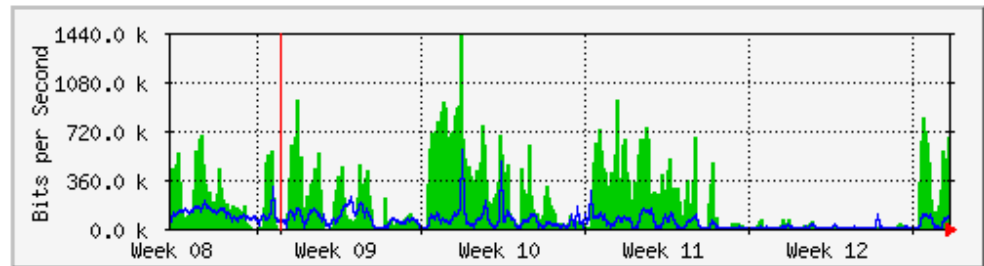


# 1.1. Sistemas con entradas aleatorias

---

- ▶ **Un servidor de archivos:** Las solicitudes de envío de archivos llegan en instantes aleatorios. La duración de la descarga de los archivos es aleatoria.
- ▶ Un computador aceptando paquetes transferidos mediante el protocolo FTP

Gráfico mensual (2 horas : Promedio)

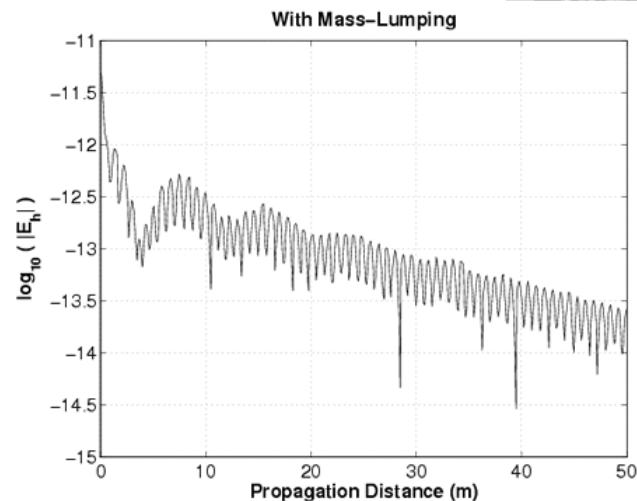
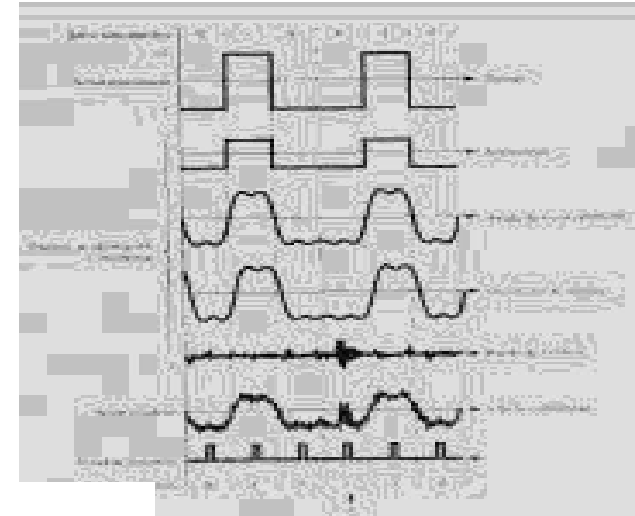


Máx **Entrante**:1429.3 kb/s (1.4%) Promedio **Entrante**:219.5 kb/s (0.2%) Actual **Entrante**:680.5 kb/s (0.7%)  
Máx **Saliente**:581.1 kb/s (0.6%) Promedio **Saliente**:64.2 kb/s (0.1%) Actual **Saliente**:114.3 kb/s (0.1%)



## 1.2. Sistemas con entradas determinísticas pero respuesta aleatoria

- ▶ **Línea de comunicación con ruido:** La respuesta a una misma entrada no es siempre la misma (debido al ruido y a interferencias).



## 1.3. Sistemas muy complejos para ser descritos de forma aproximada

---

- ▶ Movimiento de las moléculas de gas o los electrones
- ▶ Los movimientos de los usuarios de una celda de telefonía celular
- ▶ La generación de paquetes de todos los usuarios de una red de computadores



## 2. Este curso le ayudará a:

---

- Entender la operación de los sistemas con aleatoriedades; se adquirirán los conceptos apropiados (variables aleatorias, procesos aleatorios, promedios, correlaciones, convergencia estocástica, etc)
- Analizar y diseñar tales sistemas. Se aprenderán:
  - Los teoremas apropiados (p.ej. Teorema central del límite, leyes de los grandes números, etc)
  - Los modelos clásicos (p.ej. Funciones de distribución Gaussiana y de Poisson)
  - Las técnicas (p.ej. Estimación, predicción)



### 3. Por qué una teoría abstracta?

---

- Hay múltiples aplicaciones...entonces habría que estudiar cada una por aparte?
- Pero todas ellas tienen elementos en común...
- Una teoría abstracta permite estudiar todos estos elementos comunes y permite hacer posteriores estudios detallados de cada caso o aplicación
  - Ej: Cadenas de Markov: 1907- Lingüística, 60 años después se usaron para estudiar el rendimiento de sistemas de computación y redes de comunicación



## 4. Por qué la Teoría de Probabilidades?

---

- Porque cuando no se tiene certeza de lo que puede pasar....se debe trabajar con la probabilidad de que algo ocurra para tomar decisiones de diseño para que el sistema responda ante tales eventualidades
- Es la herramienta natural para describir y analizar la aleatoriedad inherente de una gran variedad de sistemas de ingeniería
- Puede ser usada para diseñar y controlar tales sistemas





# 4.1. Aplicación en Áreas de la Ing. Electrónica

---

- Procesamiento de señales en diferentes áreas:
  - Filtrado, estimación, detección, predicción
- Comunicaciones:
  - Señales y perturbaciones (Densidad espectral de potencia, Tasa de error de bits, ruido blanco)
  - Transmisores y receptores (modulación en AM, FM, PM; codificación de bits; Filtrado; Sincronización)
  - Canales de comunicación
    - Canales Guiados
    - Canales no guiados: Desvanecimiento, Multi-trayecto. Entornos: Espacio libre, Radio-enlaces micro-ondas, enlaces en redes móviles (celulares, redes WLAN, redes WMAN)
  - Redes de Datos: Teoría de Colas y Teletráfico (Dimensionamiento de redes de comunicaciones)
    - Diseño y análisis de protocolos de comunicación
    - Métodos de Acceso al medio
    - Métodos de Multiplexación
    - Diseño de Conmutadores
- Simulación:
  - Generación de números aleatorios, Generación de eventos aleatorios
- Computadores:
  - Diseño y análisis de sistemas de servidores, planificadores, CPUs
  - Diseño y análisis de algoritmos (p.ej. Algoritmos de Búsquedas).



## 4.2. Aplicación transversal a todas las disciplinas:

---

- ▶ Modelamiento de Sistemas y Señales
- ▶ Teoría de la estimación
- ▶ Teoría de Decisiones
- ▶ Teoría de Colas
- ▶ Simulación por computadora



## 5. Componentes de la teoría

---

- **Eventos:** elementos estructurales más simples. Experimentos simples. Se utiliza la teoría de conjuntos.
- **Variable aleatoria y función de densidad de probabilidad:** Permiten introducir herramientas de cálculo y análisis.
- **Vector de variables aleatorias:** Extensión del concepto de variable aleatoria. Ambos conceptos son más utilizados en Ingeniería Electrónica que el concepto de evento.
- **Proceso aleatorio:** Permite introducir el concepto de tiempo en las variables aleatorias. Esto es muy importante en las aplicaciones de Ingeniería Electrónica.



# 6. Herramientas de Modelado y Modelos

## Herramientas de Modelado

Herramienta	Característica
Funciones de distribución y densidad de probabilidad	Ambientes estáticos en tiempo
Secuencias infinitas de variables aleatorias	Dinámica en tiempo, No tiene memoria
Cadenas de Markov	Dinámica en tiempo, posee memoria

## Modelos Clásicos

Modelo	Utilidad
V.A. Gaussiana	Ruido en Comunicaciones
V.A. Exponencial	Modelo de tiempo de servicio en teoría de colas
V.A. Poisson	Modelo de llegadas en teoría de colas
V.A. Chi cuadrado	Pruebas estadísticas
V.A. t de student	Pruebas estadísticas
Proceso aleatorio Gaussiano	Modelo de proceso de ruido
Proc. Aleatorio de Poisson	Modelo de proceso de llegadas