P1/ ¿CI de un chileno es superior a 100?

⇝ X: CI de un chileno elegido aleatoriamente

$X \sim N(\mu, \sigma^2)$, μ desconocido, $\sigma^2 = 16$

muestra aleatoria $n = 16$ habitantes.

$H_0: \mu = 100$ hipótesis nula

$H_A: \mu \geq 100$ hipótesis alternativa.

$\alpha = 0.05$

a) x_i observaciones.
enunciar el Z-test
determinar región crítica. } Enunciado.

Como dice el enunciado, se quiere evaluar si, en prom, el CI promedio chileno es superior a 100. Para esto, se propone las hipótesis alternativa H_A, y la hipótesis nula H_0:

$$H_A: \mu \geq 100, \quad H_0: \mu = 100.$$

Y para comprobar nuestra Hip., se tendrá que falsear H_0.
Y para esto, supongamos que H_0 es cierta, ie, $\mu = 100$, y con esto, $X \sim (X_1, \ldots, X_n) \sim N(\mu, \sigma^2)$, con $n = 16$, $\mu = 100$, $\sigma^2 = 4^2$.

La media de los datos está dado por

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

Y a partir de éste, construimos el pivote:

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0, 1).$$

De aqui, determinamos el p-valor:

$$\mathbb{P}(\bar{X} \geq \bar{x}) = \mathbb{P}\left(Z \geq \frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right).$$

Y a través de scipy, calculamos la región crítica, el cual es $[1.644, \infty)$. Finalmente, rechazamos si el p-valor está en la región crítica.

La región crítica se calcula encontrando el valor para el cual

$$\mathbb{P}(Z \leq r) = 1 - \frac{\alpha}{2}$$

$i \in [1..I]$ tiendas monitoreadas.
$j \in [1..n]$ semanas.

$x_{ij} | \theta_i \sim Poiss(\theta_i)$ i.i.d.

$Ga(x; \alpha, \beta) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\beta x}$

$\theta_i | \mu \sim Gamma(a, \mu a)$

a) Calcular $p(x | \vec{\theta}, \mu)$

$p(\{x_{ij}\}_{j=1}^n | \theta_i, \mu) = \prod_{j=1}^n p(x_{ij} | \theta_i)$

Como x_{ij} son cond. indep. de μ dado θ_i, entonces $\forall i$:

$$p(\{x_{ij}\}_{j=1}^n | \theta_i, \mu) = \prod_{j=1}^n p(x_{ij} | \theta_i)$$, luego:

$$p(x | \vec{\theta}, \mu) = \prod_{i=1}^I p(\{x_{i,j}\}_{j=1}^n | \theta_i, \mu) = \prod_{i=1}^I \left(\prod_{j=1}^n p(x_{ij} | \theta_i) \right)$$

$$\mathbb{P}(x_{ij}, \mu | \theta_i) = \mathbb{P}(x_{ij} | \theta_i) \mathbb{P}(\mu | \theta_i)$$