

P1 ¿el CI de un chileno es superior a 100?

→ X : CI de un chileno elegido aleatoriamente

$X \sim N(\mu, \sigma^2)$, μ desconocido, $\sigma^2 = 16$

muestra aleatoria $n = 16$ habitantes.

$H_0: \mu = 100$ hipótesis nula

$H_A: \mu \geq 100$ hipótesis alternativa.

$\alpha = 0.05$

a) X_i observaciones. } Enunciado.
enunciar el Z-test
determinar región crítica.

Como dice el enunciado, se quiere evaluar si, en prom., el CI promedio chileno es superior a 100. Para esto, se propone las hipótesis alternativa H_A , y la hipótesis nula H_0 :

$H_A: \mu \geq 100$, $H_0: \mu = 100$.

Y para comprobar nuestra Hip., se tendrá que falsear H_0 .

Y para esto, supongamos que H_0 es cierta, i.e. $\mu = 100$, y con esto, $X \sim (X_1, \dots, X_n) \sim N(\mu, \sigma^2)$, con $n = 16$, $\mu = 100$, $\sigma^2 = 4^2$.

La media de los datos está dado por

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

Y a partir de éste, construimos el pivote:

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1).$$

¿p-valor no es $\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$?

Hay que formalizarlo.

De aquí, determinamos el p-valor:

$$P(\bar{X} \geq \bar{x}) = P(Z \geq \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}})$$

Y a través de scipy, calculamos la región crítica, el cual es $[1.645, \infty)$. Finalmente, rechazamos si el p-valor está en la región crítica.

b) Hecho en Jupyter

c)

$$Ga(x; \alpha, \beta) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\beta x}$$

$$p(\{x_{ij}\}_{j=1}^n | \theta_i, \mu) = \prod_{j=1}^n p(x_{ij} | \theta_i)$$

$i \in \{1..I\}$ tiendas monitoreadas.

$j \in \{1..n\}$ semanas.

$$x_{ij} | \theta_i \sim \text{Pois}(\theta_i) \text{ i.i.d.}$$

$$\theta_i | \mu \sim \text{Gamma}(a, \mu a)$$

a) Calcular $p(x | \vec{\theta}, \mu)$

Como x_{ij} son cond. indep. de μ dado θ_i , entonces $\forall i$:

$$p(\{x_{ij}\}_{j=1}^n | \theta_i, \mu) = \prod_{j=1}^n p(x_{ij} | \theta_i), \text{ luego:}$$

$$p(x | \vec{\theta}, \mu) = \prod_{i=1}^I p(\{x_{ij}\}_{j=1}^n | \theta_i, \mu) = \prod_{i=1}^I \left(\prod_{j=1}^n p(x_{ij} | \theta_i) \right)$$

$$P(x_{ij}, \mu | \theta_i) = P(x_{ij} | \theta_i) P(\mu | \theta_i)$$