【計量ファイナンスA】

13. マクロ計量モデル (時変パラメータモデル) への拡張

中島 上智 (経済研究所)

VAR モデル

- \blacktriangleright k 個のマクロ経済変数を $y_t = y_{1:k,t}$ とする.
- ▶ 通常のベクトル自己回帰 (VAR) モデルの構造形は、次式 で表される。

$$m{Ay}_t = m{d} + m{F}_1 m{y}_{t-1} + \cdots + m{F}_p m{y}_{t-p} + m{\Sigma} m{e}_t, \quad m{e}_t \sim m{N}(m{0}, m{I})$$
ただし、 $m{\Sigma} = \mathrm{diag}(\sigma_{1:k,t})$

VAR モデル

▶ これを誘導形にすると,

$$egin{aligned} oldsymbol{y}_t &= oldsymbol{c} + oldsymbol{B}_1 oldsymbol{y}_{t-1} + \cdots + oldsymbol{B}_{
ho} oldsymbol{y}_{t-
ho} + oldsymbol{A}^{-1} oldsymbol{\Sigma} oldsymbol{e}_t, \quad oldsymbol{e}_t \sim oldsymbol{N}(oldsymbol{0}, oldsymbol{I}) \ \end{split}$$
ただし、 $oldsymbol{c} c &= oldsymbol{A}^{-1} oldsymbol{d}_i, oldsymbol{B}_i &= oldsymbol{A}^{-1} oldsymbol{F}_i. \end{aligned}$

► Sims (1980)

VAR モデル

▶ 識別のため, A に制約をおく. ここでは, リカーシブ制約 である下三角行列とする.

$$m{A} = \left(egin{array}{cccc} 1 & 0 & \cdots & 0 \ a_{21} & \ddots & & dots \ dots & \ddots & 1 & 0 \ a_{k1} & \cdots & a_{k,k-1} & 1 \end{array}
ight)$$

▶ VAR モデルの推定は最小二乗法で行うことができる.

TVP-VAR モデル

 $(c, B_1, ..., B_p)$, A, Σ の各要素が時間を通じて変化すると仮定したモデルを、時変パラメータ (TVP-)VAR モデルと呼ぶ.

$$oldsymbol{y}_t = oldsymbol{c}_t + oldsymbol{B}_{1t} oldsymbol{y}_{t-1} + \cdots + oldsymbol{B}_{pt} oldsymbol{y}_{t-p} + oldsymbol{A}_t^{-1} oldsymbol{\Sigma}_t oldsymbol{e}_t, \ oldsymbol{e}_t \sim \mathcal{N}(oldsymbol{0}, oldsymbol{I})$$

- $m{\beta}_t$, a_t を $(c_t, B_{1t}, \ldots, B_{pt})$, A_t の各要素を並べたベクトルとする.
- $ightharpoonup h_{it} = \log \sigma_{it}^2$ とおき, $h = h_{1:k,t}$ とする.

TVP-VAR モデル

▶ 通常, β_t , a_t , h_t は, それぞれランダム・ウォークにしたがうと仮定される.

$$egin{array}{lcl} eta_{t+1} & = & eta_t + oldsymbol{u}_{eta t} \ oldsymbol{a}_{t+1} & = & oldsymbol{a}_t + oldsymbol{u}_{at} \ oldsymbol{h}_{t+1} & = & oldsymbol{h}_t + oldsymbol{u}_{ht} \ egin{array}{lcl} oldsymbol{e}_t & O & O & O & O \ oldsymbol{o}_t & oldsymbol{\Sigma}_{eta} & O & O & O \ O & oldsymbol{\Sigma}_{eta} & O & O & O \ O & O & oldsymbol{\Sigma}_{a} & O & O \ O & O & O & oldsymbol{\Sigma}_{h} \ \end{array}
ight) \end{array}$$

TVP-VAR モデル

- ► Cogley and Sargent (2001) は, B のみを時変にするモデルを提案.
- Sims (2001) は、ショックの分散 (σ_i^2) も時変にしないと、 B_t の推計値にバイアスが生じる可能性があると指摘.
- ► Cogley and Sargent (2005) は、Bと∑を時変にするモデルを提案.
- Primiceri (2005) は、加えて A も時変にするモデルを提案.

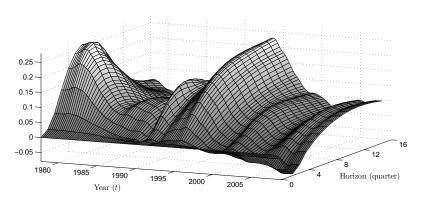
TVP-VAR モデルのベイズ推定

 $y = y_{1:T}$, $\beta = \beta_{1:T}$, $a = a_{1:T}$, $h = h_{1:T}$ $\omega = (\Sigma_{\beta}, \Sigma_{a}, \Sigma_{h})$ と定義する. MCMC アルゴリズムは以下のとおりとなる.

- 1. (β, a, h, ω) の初期値を設定する.
- 2. 次のサンプリングを順に繰り返す.
 - 2.1β を Simulation smoother で発生させる.
 - 2.2 a を Simulation smoother で発生させる.
 - 2.3 **h** を Stochastic volatility の方法で発生させる.
 - 2.4 ω を $\pi(\omega|\beta, a, h)$ から発生させる.

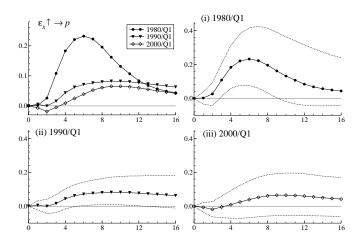
TVP-VAR モデルの実証分析例

► 日本の GDP ショックに対するインフレ率のインパルス 応答関数



TVP-VAR モデルの実証分析例

► 日本の GDP ショックに対するインフレ率のインパルス 応答関数



参考文献

- Cogley, T., and T. J. Sargent (2001) Evolving post-world war II US inflation dynamics, NBER Macroeconomics Annual, 16, 331-373.
- Cogley, T., and T. J. Sargent (2005) Drifts and volatilities: Monetary policies and outcomes in the post WWII US, Review of Economic Dynamics, 8(2), 262-302.
- Primiceri, G. E. (2005) Time varying structural vector autoregressions and monetary policy, *Review of Economic* Studies, 72(3), 821-852.

参考文献

- ➤ Sims, C. A. (1980) Macroeconomics and reality. *Econometrica*, 48(1), 1-48.
- Sims, C. A. (2001) Evolving post-world war II US inflation dynamics: Comment, NBER Macroeconomics Annual, 16, 373-379.