

【計量ファイナンスA】

13. マクロ計量モデル (時変パラメータモデル) への拡張

中島 上智

(経済研究所)

VAR モデル

- ▶ k 個のマクロ経済変数を $y_t = y_{1:k,t}$ とする.
- ▶ 通常のベクトル自己回帰 (VAR) モデルの構造形は, 次式で表される.

$$A y_t = d + F_1 y_{t-1} + F_p y_{t-p} + \Sigma e_t, \quad e_t \sim N(0, I)$$

ただし, $\Sigma = \text{diag}(\sigma_{1:k,t})$

VAR モデル

- ▶ これを誘導形にすると,

$$y_t = c + B_1 y_{t-1} + B_p y_{t-p} + A^{-1} \Sigma e_t, \quad e_t \sim N(\mathbf{0}, I)$$

ただし, $c = A^{-1}d$, $B_i = A^{-1}F_i$.

- ▶ Sims (1980)

VAR モデル

- ▶ 識別のため, A に制約をおく. ここでは, リカーシブ制約である下三角行列とする.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & 1 & 0 \\ a_{k1} & \cdots & a_{k,k-1} & 1 \end{pmatrix}$$

- ▶ VAR モデルの推定は最小二乗法で行うことができる.

TVP-VAR モデル

- ▶ $(c, B_1, \dots, B_p), A, \Sigma$ の各要素が時間を通じて変化すると仮定したモデルを, 時変パラメータ (TVP-)VAR モデルと呼ぶ.

$$y_t = c_t + B_{1t}y_{t-1} + B_{pt}y_{t-p} + A_t^{-1}\Sigma_t e_t, \quad e_t \sim N(0, I)$$

- ▶ β_t, a_t を $(c_t, B_{1t}, \dots, B_{pt}), A_t$ の各要素を並べたベクトルとする.
- ▶ $h_{it} = \log \sigma_{it}^2$ とおき, $h = h_{1:k,t}$ とする.

TVP-VAR モデル

- ▶ 通常, β_t , a_t , h_t は, それぞれランダム・ウォークにしたがうと仮定される.

$$\beta_{t+1} = \beta_t + u_{\beta t}$$

$$a_{t+1} = a_t + u_{at}$$

$$h_{t+1} = h_t + u_{ht}$$

$$\begin{pmatrix} e_t \\ u_{\beta t} \\ u_{at} \\ u_{ht} \end{pmatrix} \sim N \left(\mathbf{0}, \begin{pmatrix} I & O & O & O \\ O & \Sigma_{\beta} & O & O \\ O & O & \Sigma_a & O \\ O & O & O & \Sigma_h \end{pmatrix} \right)$$

TVP-VAR モデル

- ▶ Cogley and Sargent (2001) は, B のみを時変にするモデルを提案.
- ▶ Sims (2001) は, ショックの分散 (σ_i^2) も時変にしないと, B_t の推計値にバイアスが生じる可能性があると指摘.
- ▶ Cogley and Sargent (2005) は, B と Σ を時変にするモデルを提案.
- ▶ Primiceri (2005) は, 加えて A も時変にするモデルを提案.

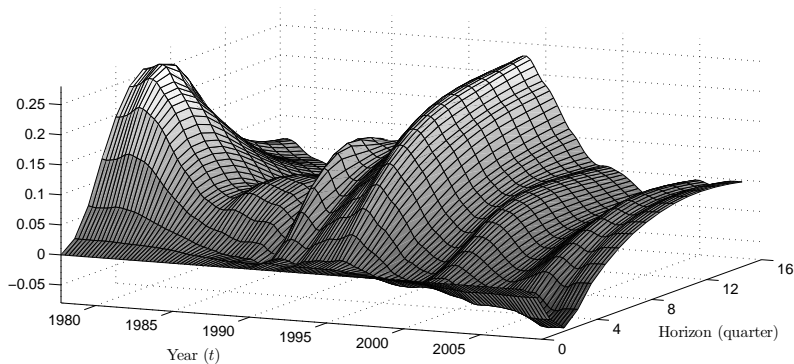
TVP-VAR モデルのベイズ推定

$y = y_{1:T}$, $\beta = \beta_{1:T}$, $a = a_{1:T}$, $h = h_{1:T}$ $\omega = (\Sigma_\beta, \Sigma_a, \Sigma_h)$ と定義する. MCMC アルゴリズムは以下のとおりとなる.

1. (β, a, h, ω) の初期値を設定する.
2. 次のサンプリングを順に繰り返す.
 - 2.1 β を Simulation smoother で発生させる.
 - 2.2 a を Simulation smoother で発生させる.
 - 2.3 h を Stochastic volatility の方法で発生させる.
 - 2.4 ω を $\pi(\omega|\beta, a, h)$ から発生させる.

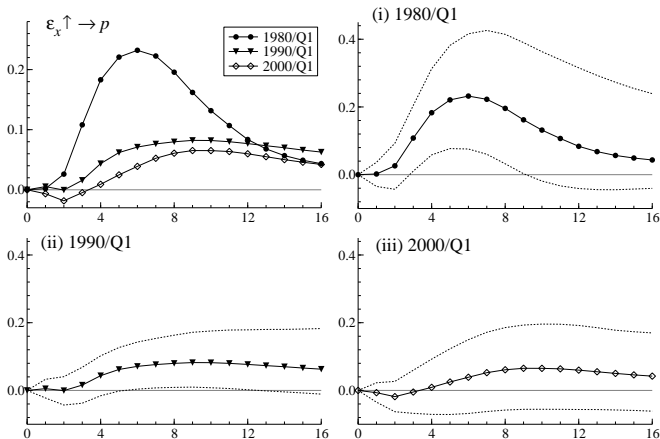
TVP-VAR モデルの実証分析例

- ▶ 日本の GDP ショックに対するインフレ率のインパルス応答関数



TVP-VAR モデルの実証分析例

▶ 日本の GDP ショックに対するインフレ率のインパルス応答関数



参考文献

- ▶ Cogley, T., and T. J. Sargent (2001) Evolving post-world war II US inflation dynamics, *NBER Macroeconomics Annual*, 16, 331-373.
- ▶ Cogley, T., and T. J. Sargent (2005) Drifts and volatilities: Monetary policies and outcomes in the post WWII US, *Review of Economic Dynamics*, 8(2), 262-302.
- ▶ Primiceri, G. E. (2005) Time varying structural vector autoregressions and monetary policy, *Review of Economic Studies*, 72(3), 821-852.

参考文献

- ▶ Sims, C. A. (1980) Macroeconomics and reality. *Econometrica*, 48(1), 1-48.
- ▶ Sims, C. A. (2001) Evolving post-world war II US inflation dynamics: Comment, *NBER Macroeconomics Annual*, 16, 373-379.