

LAB MEETING

국민대학교 지능형 차량 신호 처리 연구실 학부연구생 김지원

2024.08.30(금)



국민대학교
KOOKMIN UNIVERSITY

LQR 최적제어를 활용한 LKAS제어기 발표

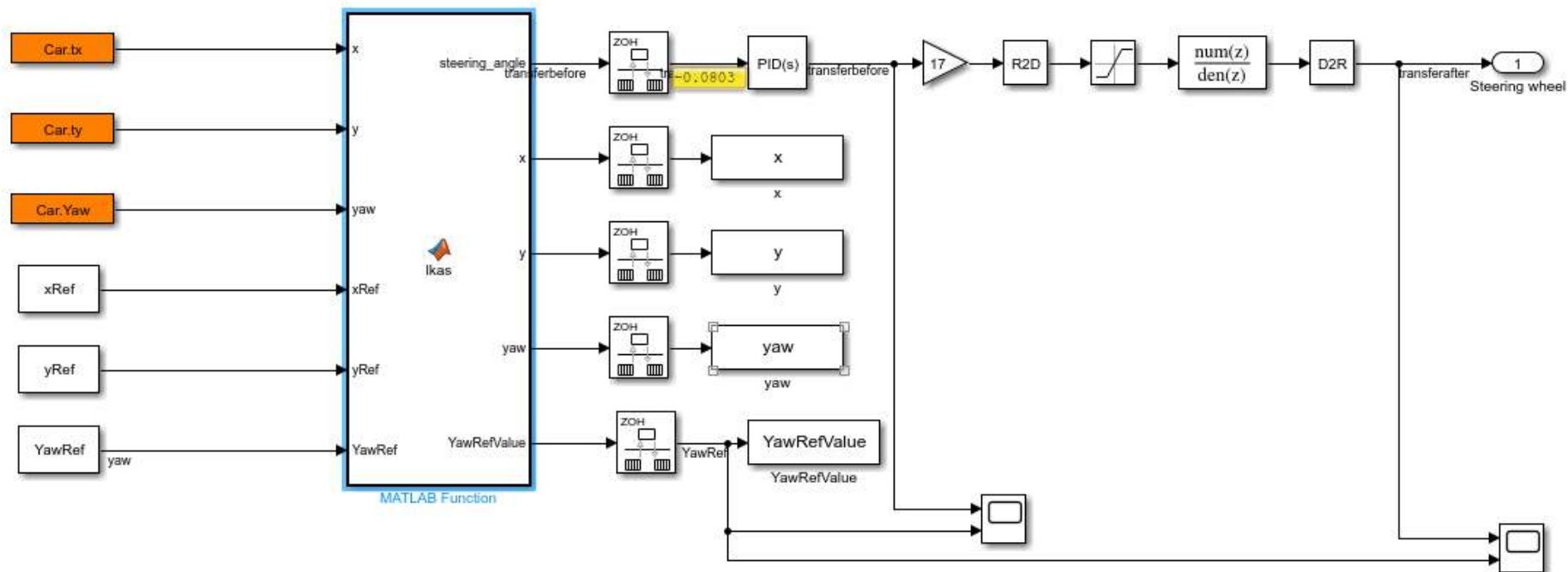


국민대학교
KOOKMIN UNIVERSITY

이전 LKAS제어기 구조도 및 설명

이전 Logic

- 현재 ego차량의 좌표와 최단거리에 위치한 reference 좌표 선별.
- 선별한 reference 좌표를 토대로 desired steering wheel angle 계산.
- PID제어기 사용.



LQR 최적제어를 활용한 LKAS제어기 발표

LQR 최적제어를 활용한 LKAS제어기

LQR 최적제어란

Linear Quadratic Regulator의 약자로, 리카티 미분방정식을 풀어, 상태변수를 0으로 보내는 제어게인 K 를 구하는 제어기.
-> MATLAB의 LQR Tool 사용.

$$\begin{array}{l}
 \dot{X} = AX + BU \\
 \downarrow U = -KX \\
 \dot{X} = (A - BK)X \\
 \downarrow H = A - BK \\
 \dot{X} = HX
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \dot{X}^T P X + X^T P \dot{X} = -X^T X \\
 \downarrow \dot{X} = HX \\
 X^T H^T P X + X^T P H X = -X^T X \\
 \downarrow \\
 H^T P + P H = -I
 \end{array}$$

식은 1개, 미지수는 P, H , 2개이므로
Performance Index에 대입해서 풀면
 P, H 를 찾을 수 있음.

Performance Index

$$J = \int_0^\infty (X^T X) dt \quad J(u) = \int_0^\infty (\underline{x}^T Q \underline{x} + u^T R u + 2 \underline{x}^T N u) dt$$

$$J = \int_0^\infty (Q_1 e_1^2 + Q_2 \dot{e}_1^2 + Q_3 e_2^2 + Q_4 \dot{e}_2^2 + u^2 R) dt$$

- LQR제어기만의 약속된 Performance Index가 존재.
- 각 상태변수의 제곱의 합의 형태로써, 값이 최소화 될수록 좋음.
- 값을 최소화하는 P (Symmetric Matrix가 필요.)

$$\begin{aligned}
 J &= \int_0^\infty (X^T X) dt \quad \leftarrow \frac{d}{dt}(X^T P X) = -X^T X \\
 &\downarrow \\
 J &= \int_0^\infty -\frac{d}{dt}(X^T P X) dt \\
 &= -X^T P X \Big|_0^\infty \\
 &= X^T(0) P X(0)
 \end{aligned}$$

최종 Logic

- 1) Minimize $J = X^T(0) P X(0)$
- 2) Solve $H^T P + P H = -I$

P, H

$H = A - BK$

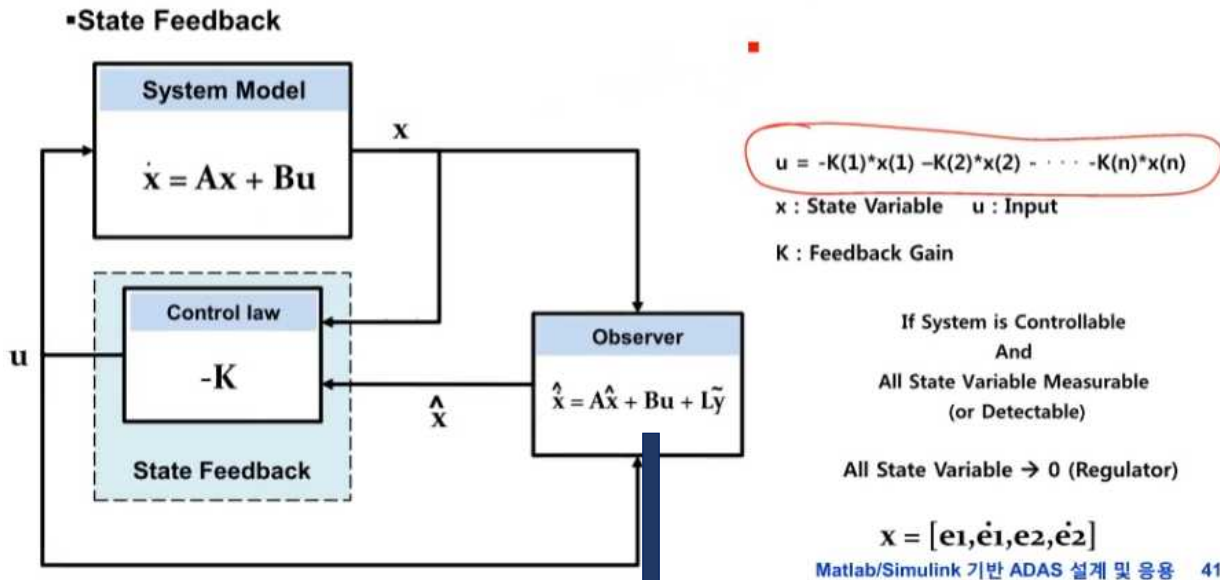
K

$U = -KX$

NGV의 LKAS설계

- LKAS with State Feedback Controller (LQR)

$$J(u) = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u + 2x^T N u) dt$$



상태변수(x) = $[e1, \dot{e1}, e2, \dot{e2}]$.

$e1$ = lateral position error.

$\dot{e1}$ = lateral position error 변화량.

$e2$ = yaw angle error.

$\dot{e2}$ = yaw angle error 변화량.

=> 상태변수를 0으로 보내는 것이 관건.



- Controller와 Observer로 구성.
- System Model로부터 $e1$ 을 측정.
- Controller에서 정의된 SWA와 y_tilda 를 통해, Observer에서 $\hat{e1}, \hat{\dot{e1}}, \hat{e2}, \hat{\dot{e2}}$ 상태변수 예측.
- $y_tilda = e1 - \hat{e1}$.
- $\hat{e1}$ 을 Controller로 Feedback.



u (wheel steering angle)과 $y_tilda(e1 - \hat{e1})$ 이 State-space가 포함된 Observer의 Input이 됨.

NGV의 LKAS 설계

$X = [e1, e1_dot, e2, e2_dot]$ 으로 정의하는 System Model

State Feedback Controller

- LKAS with State Feedback Controller (LQR)

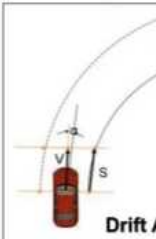
System Model (2DOF Model)

$$\dot{x} = Ax + B_1\delta$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{2C_{of}+2C_{or}}{mV_x} & \frac{2C_{of}+2C_{or}}{m} & -\frac{2C_{of}l_f+2C_{or}l_r}{mV_x} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{2C_{of}l_f-2C_{or}l_r}{I_zV_x} & \frac{2C_{of}l_f-2C_{or}l_r}{I_z} & -\frac{2C_{of}l_f^2-2C_{or}l_r^2}{I_zV_x} \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{2C_{of}}{m} \\ 0 \\ \frac{2C_{of}l_f}{I_z} \end{bmatrix}$$

Symbol	Nomenclature	Equation
x	State space vector	$x = \{e_1, \dot{e}_1, e_2, \dot{e}_2\}^T$ $\dot{x} = Ax + B_1\delta + B_2\dot{\psi}_{des}$
e_1	Lateral position error with respect to road	$\ddot{e}_1 = \ddot{y} + V_x(\dot{\psi} - \dot{\psi}_{des})$
e_2	Yaw angle error with respect to road	$e_2 = (\psi - \psi_{des})$
δ	Front wheel steering angle	
$\dot{\psi}_{des}$	Desired yaw rate determined from road radius R	$\dot{\psi}_{des} = \frac{V_x}{R}$



```

function [K,L] = sfGain(Q1,Q2,R,PL)

global A B

% LKAS State-Space model
C = [1, 0, 0, 0];
D = 0;

% LQR Weighted Matrix
Q = diag([Q1,1,Q2,1]);

% State Feedback Gain
K = lqr(A,B,Q,R);
L = place(A',C',PL);

end
  
```

M파일

%BMW X5 정보

```

Cf = 110000; % 앞바퀴 코너링 강성
Cr = 98000; % 뒷바퀴 코너링 강성
m = 2044.2; % 차량 질량
Vx = 50; % 차량 속도
lf = 1.314; % 차량 무게중심 ~ 앞축거리
lr = 1.786; % 차량 무게중심 ~ 뒷축거리
Ix = 3558.1; % 차량 z축 관성모멘트
GearRatio = 17; % 기어비
  
```

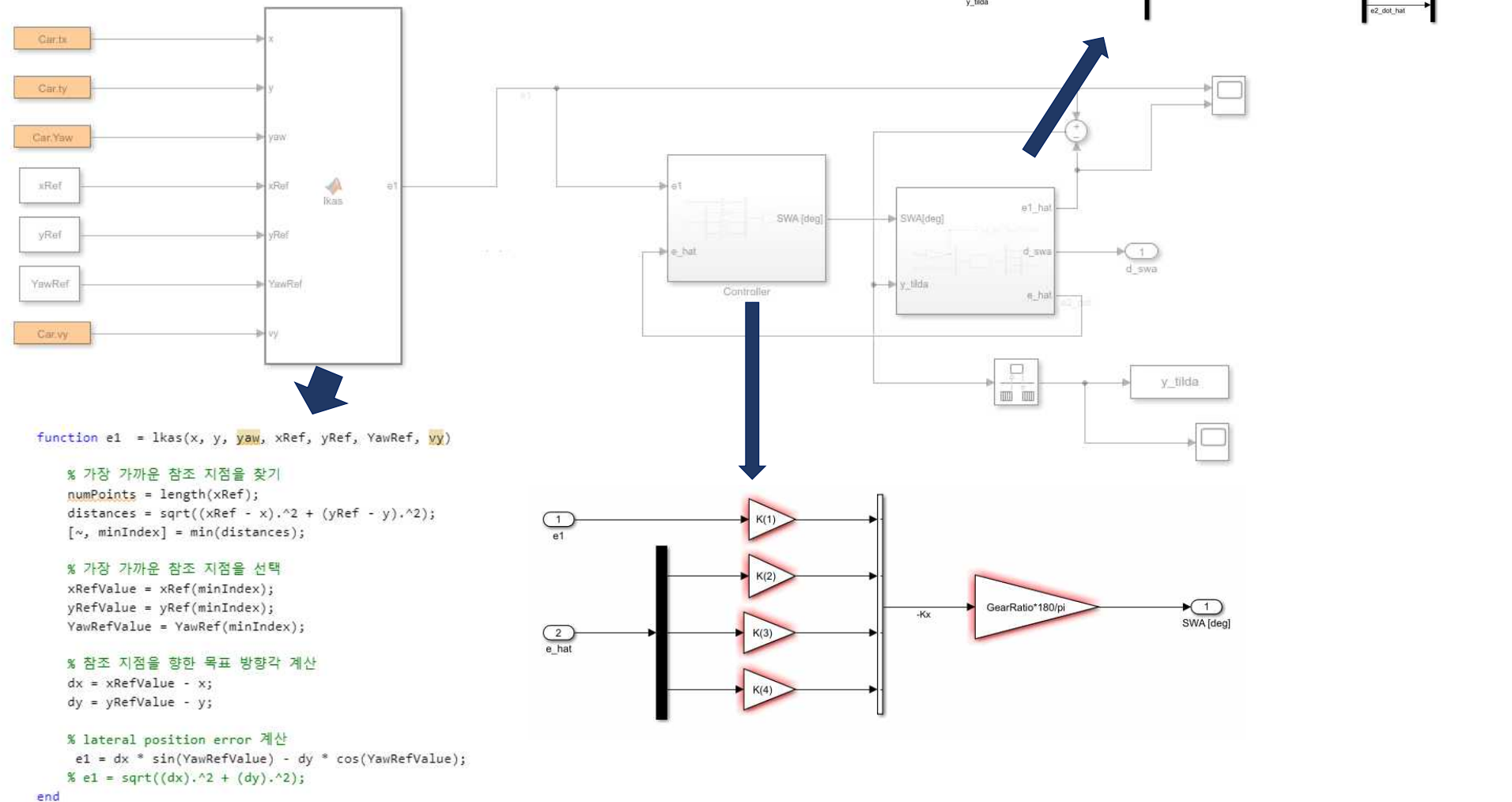
$$A = [0 \ 1 \ 0 \ 0; 0 \ -(2*Cf+2*Cr)/(m*Vx) \ (2*$$

$$B1 = [0; 2*Cf/m; 0; 2*Cf*lf/Ix];$$

```

LQR_Example.m x MainLKAS.m x
1 - clear all
2 - close all
3 - clc
4
5 % Load matfile %
6 - load('Matrix.mat')
7 - load('PathData.mat')
8
9 % 차량의 초기 위치 및 속도 설정 %
10 - X0 = 25; % 초기 X좌표 [m]
11 - Y0 = 0.00138; % 초기 Y좌표 [m]
12 - psi0 = -0.6*pi/180; % 초기 각도 [rad]
13 - Vx0 = 100; % 초기 속도 [km/h]
14 - tf = 30; % 시뮬레이션 시간 [s]
15
16 % 제어기 설정 %
17 - Q1 = 5; % Lateral Offset의 가중치
18 - Q2 = 30; % Drift Angle의 가중치
19 - R = 250; % Steering Angle의 가중치
20 - PL = [-50-50i, -50+50i, -30, -20]; % Observer 극점
21
22 - [K,L] = sfGain(Q1,Q2,R,PL);
  
```

$$\hat{\dot{x}} = A\hat{x} + Bu + L\tilde{y}$$



LQR 최적제어를 활용한 LKAS제어기 발표

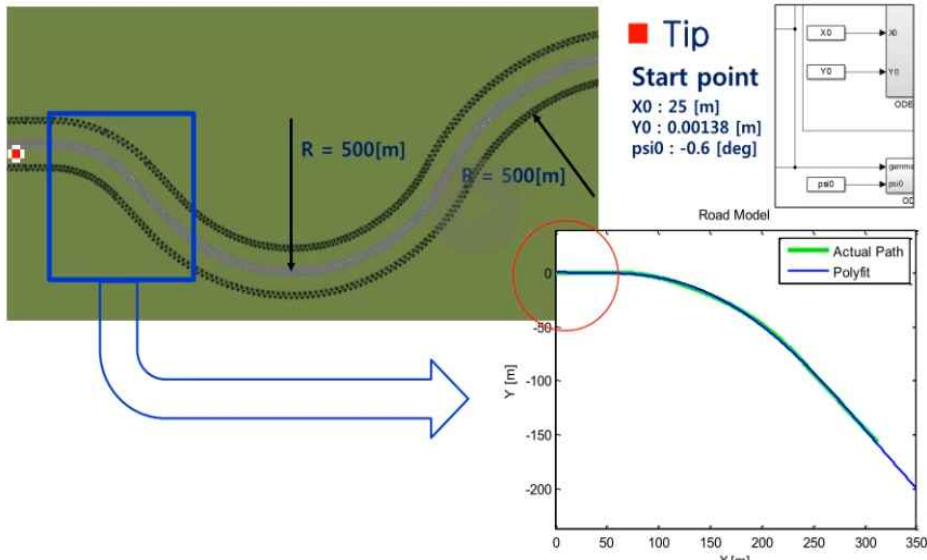
NGV의 LKAS 설계

NGV LKAS의 문제점

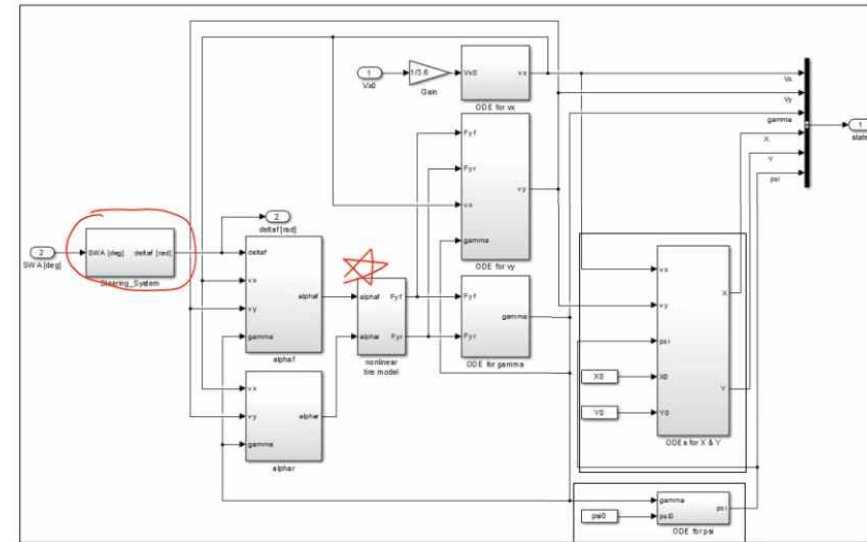
- e1을 제외한 e1_eot, e2, e2_dot을 예측함.
- 예측된 값만을 feedback loop로 사용함.
- 모든 설계가 Simulink내에서만 이루어짐.

Road Model

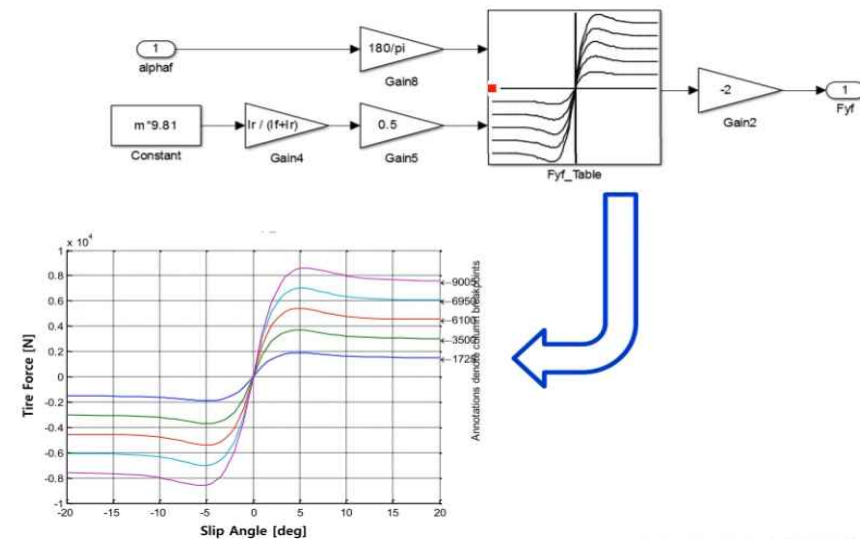
Run → Path_plot.m



Vehicle Model



Vehicle Model (Tire)

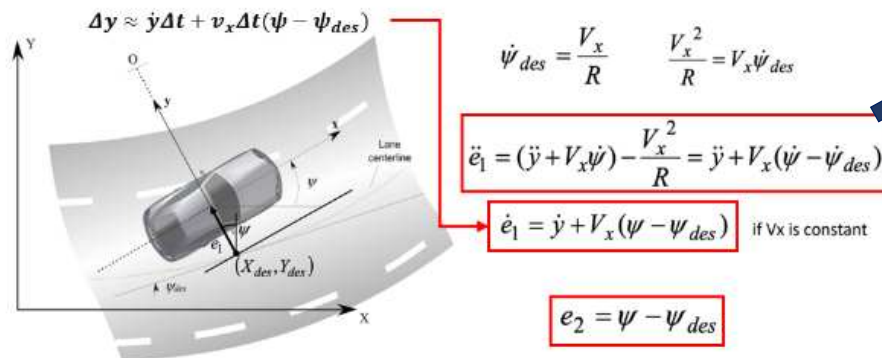


LKAS 설계를 위한 횡방향 차량 동역학 모델

■ 횡방향 차량 동역학 모델

1) Dynamic Model

Dynamics model in terms of errors



e_1 , the distance of the c.g. of the vehicle from the center line of the lane
 e_2 , the orientation error of the vehicle with respect to the road.

e_1 뿐만 아니라 e_1_{dot} , e_2 , e_2_{dot} 을 예측하지 않고 직접 구할 수 있음.

$$m(\ddot{y} + \dot{\psi}^2 R) = F_{yf} + F_{yr}$$

$$I_z \ddot{\psi} = l_f F_{yf} - l_r F_{yr}$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} e_1 \\ \dot{e}_1 \\ e_2 \\ \dot{e}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{2C_{af} + 2C_{ar}}{mV_x} & \frac{2C_{af} + 2C_{ar}}{m} & -\frac{2C_{af}l_f + 2C_{ar}l_r}{mV_x} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{2C_{af}l_f - 2C_{ar}l_r}{I_z V_x} & \frac{2C_{af}l_f - 2C_{ar}l_r}{I_z} & -\frac{2C_{af}l_f^2 + 2C_{ar}l_r^2}{I_z V_x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ \dot{e}_1 \\ e_2 \\ \dot{e}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{2C_{af}}{m} \\ 0 \\ \frac{2C_{af}l_f}{I_z} \end{bmatrix} \delta + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{2C_{af}l_f - 2C_{ar}l_r}{mV_x} - V_x \\ 0 \\ -\frac{2C_{af}l_f^2 + 2C_{ar}l_r^2}{I_z V_x} \end{bmatrix} \dot{\psi}_{des}$$

횡방향 차량 동역학 모델을 기반으로 정확한 상태방정식 B2를 적용할 수 있음.

LQR, 차량 동역학을 기반으로 LKAS 설계

M파일

```

LKAS_ex.m  x  +
1  %BMW X5 정보
2  Cf = 110000; % 앞바퀴 코너링 강성
3  Cr = 98000; % 뒷바퀴 코너링 강성
4  m = 2044.2; % 차량 질량
5  Vx = 60; % 차량 속도
6  lf = 1.314; % 차량 무게중심 ~ 앞축거리
7  lr = 1.786; % 차량 무게중심 ~ 뒷축거리
8  Ix = 3558.1; % 차량 z축 관성모멘트
9  GearRatio = 17; % 기어비
10
11
12  A = [0 1 0 0; 0 -(2*Cf+2*Cr)/(m*Vx) (2*Cf+2*Cr)/m (-2*Cf*lf+2*Cr*lr)/m];
13
14  B1 = [0; 2*Cf/m; 0; 2*Cr*lr/Ix];
15
16  B2 = [0; -(2*Cf*lf-2*Cr*lr)/(m*Vx)-Vx; 0; (-2*Cf*lf^2-2*Cr*lr^2)/Ix];
17
18
19  % Q1: 횡방향 이탈거리에 대한 파라미터
20  % Q2: 드리프트 앵글에 대한 파라미터
21  Q1 = 3000; % Lateral Offset의 가중치
22  Q2 = 1; % Drift Angle의 가중치
23  Q = diag([Q1,1,Q2,1]);
24  R = 70; % Steering Angle의 가중치
25  K = lqr(A, B1, Q, R)

```

차량 동역학 기반의 B2적용.

LQR, 차량 동역학을 기반으로 LKAS 설계

가중치 Q1, Q2, R에 따른 K Gain 변화

Q1, Q2, R을 1로 설정.

```
Q1 = 1; % Lateral Offset의 가중치
Q2 = 1; % Drift Angle의 가중치
Q = diag([Q1,1,Q2,1]);
R = 1; % Steering Angle의 가중치
K = lqr(A, B1, Q, R)
```

K =

1.0000 0.8458 13.4062 0.6283

Q1을 10으로 변경.

```
Q1 = 10; % Lateral Offset의 가중치
Q2 = 1; % Drift Angle의 가중치
Q = diag([Q1,1,Q2,1]);
R = 1; % Steering Angle의 가중치
K = lqr(A, B1, Q, R)
```

K =

3.1623 0.9695 14.6382 0.4881

Q2를 10으로 변경.

```
Q1 = 1; % Lateral Offset의 가중치
Q2 = 10; % Drift Angle의 가중치
Q = diag([Q1,1,Q2,1]);
R = 1; % Steering Angle의 가중치
K = lqr(A, B1, Q, R)
```

K =

1.0000 0.8427 13.7534 0.6349

R을 10으로 변경.

```
Q1 = 1; % Lateral Offset의 가중치
Q2 = 1; % Drift Angle의 가중치
Q = diag([Q1,1,Q2,1]);
R = 10; % Steering Angle의 가중치
K = lqr(A, B1, Q, R)
```

K =

0.3162 0.2589 5.0665 0.2861

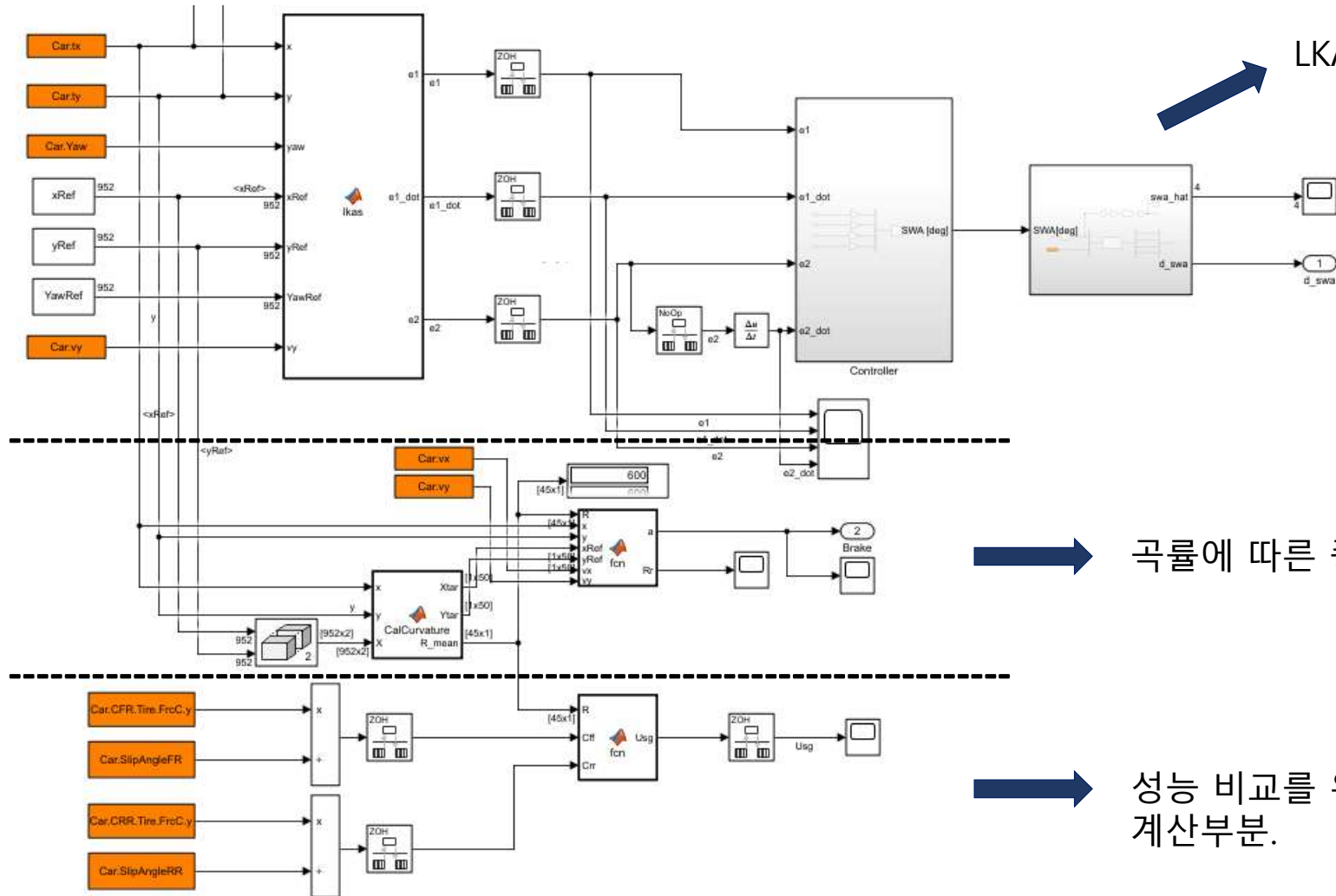
가중치 변화추이 표

	K1	K2	K3	K4
Q1 증가	큰 증가	증가	증가	감소
Q2 증가	변화 없음	약간 증가	약간 증가	약간 증가
R 증가	큰 감소	큰 감소	큰 감소	큰 감소

LQR 최적제어를 활용한 LKAS제어기 발표

LQR, 차량 동역학을 기반으로 LKAS 설계

LKAS 구조도



LKAS 제어기

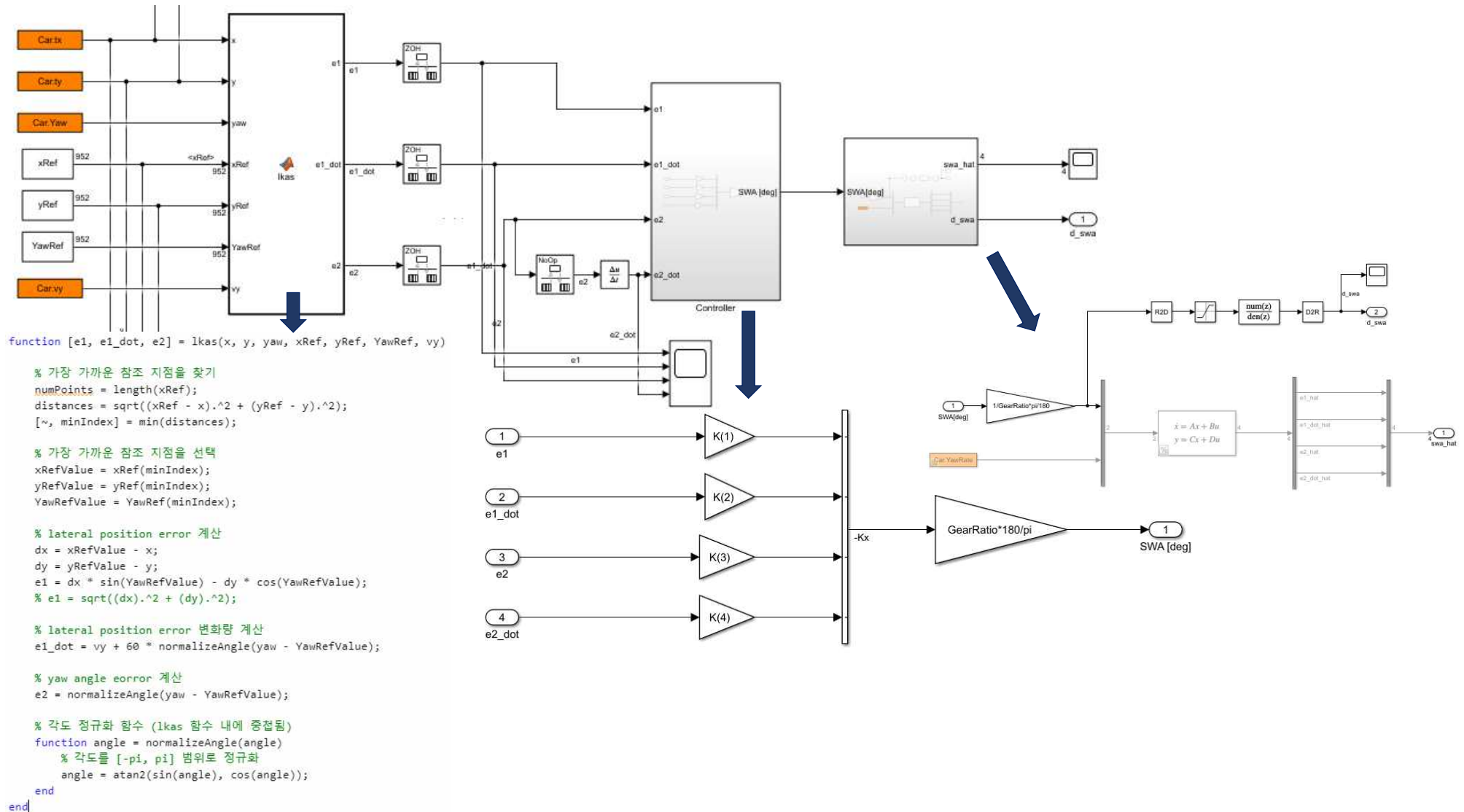
곡률에 따른 종방향 속도 제어기

성능 비교를 위한 Under steer gradient(Usg) 계산부분.

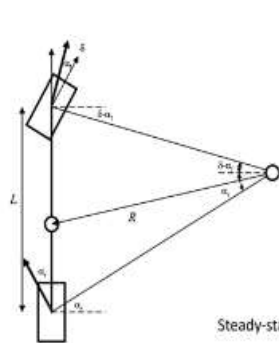
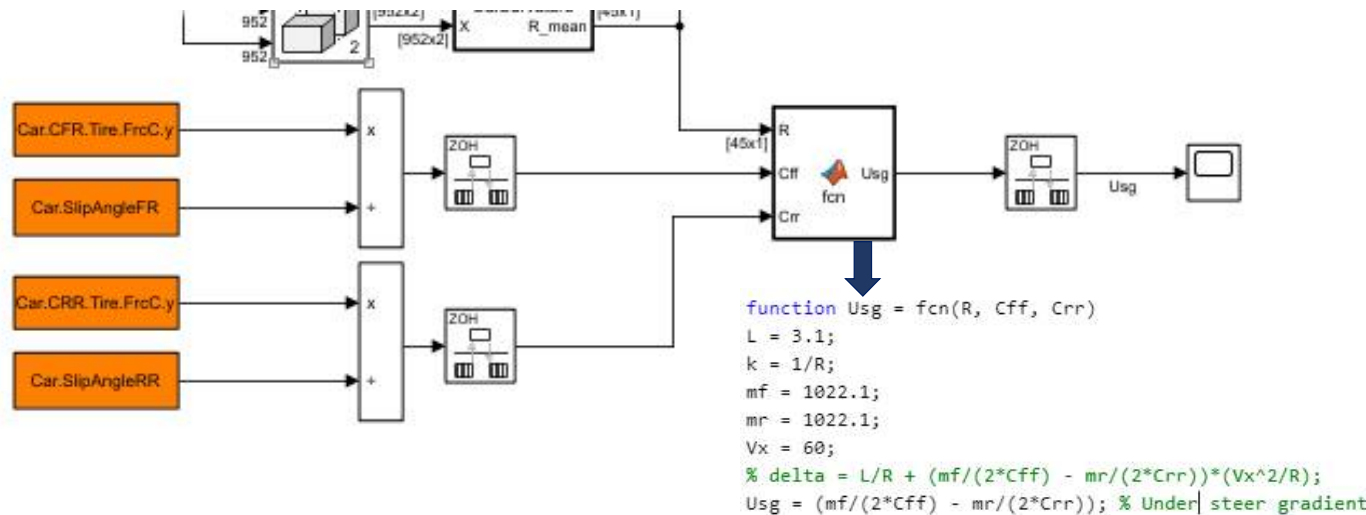
LQR 최적제어를 활용한 LKAS제어기 발표

LQR, 차량 동역학을 기반으로 LKAS 설계

LKAS제어기 구조도



Under Steer gradient 계산부분 구조도



δ : front steering angle
 α_f : front slip angle
 α_r : rear slip angle
O: instantaneous center of rotation: intersection point from normals to each tire velocity vector
R: radius of curvature
C: Center of Gravity (CG)
L: wheelbase ($L = l_f + l_r$)
 α_f : front slip angle
 α_r : rear slip angle

$$\delta - \alpha_f + \alpha_r \approx \frac{L}{R}$$

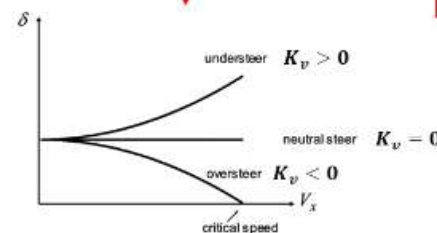
Steady-state Steering angle: $\delta = \frac{L}{R} + \alpha_f - \alpha_r$

$$\sum F_y = F_{yf} + F_{yr} = m \frac{V_x^2}{R}$$

$$\sum M_{CG} = F_{yf} l_f - F_{yr} l_r = 0$$

$$\left(\begin{array}{l} F_{yf} = C_{af} \alpha_f \\ F_{yr} = C_{ar} \alpha_r \end{array} \right) \rightarrow \delta = \frac{L}{R} + \left(\frac{m_f}{2C_{af}} - \frac{m_r}{2C_{ar}} \right) \frac{V_x^2}{R} a_y$$

Understeer gradient K_v

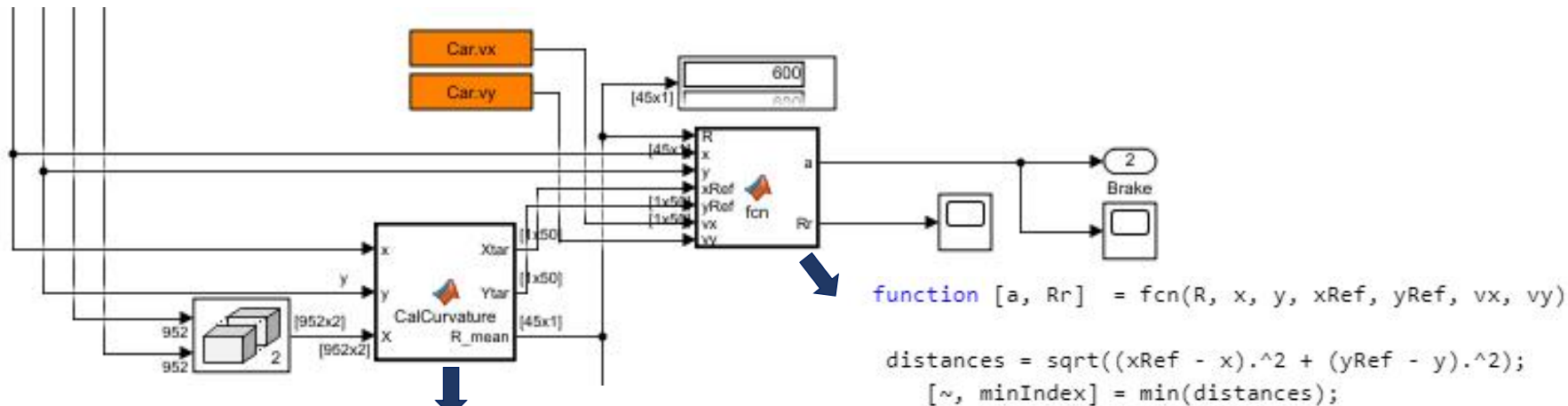


Understeer를 예로 들어 생각해 보면, 자동차의 하중배분이 앞으로 쏠려 있을 때, error를 줄이기 위해 더 많은 핸들 조향을 필요로 한다. 이는 실제 조향이 입력된 조향에 미치지 못했다는 의미이기도 하다. 상용차량은 보통 승객의 안전을 위해 의도적으로 understeer가 발생하도록 설계된다.

LQR 최적제어를 활용한 LKAS제어기 발표

LQR, 차량 동역학을 기반으로 LKAS 설계

곡률에 따른 종방향 속도 제어기 구조도



직선도로에선 곡률반경이 무한대이기에 600m로 제한

#법선-접선 좌표계 (n-t 좌표계)

: 곡선운동 표현에 사용되는 여러 좌표계 중 하나인 n-t 좌표계는 질점이 이동하는 경로를 따라서 법선(normal)과 접선(tengential)이 정의된다.



질점의 운동에 따라 법선과 접선이 정의된다.

각각의 가속도 성분

$$a_t = \dot{v}, \quad a_n = \frac{v^2}{\rho}$$

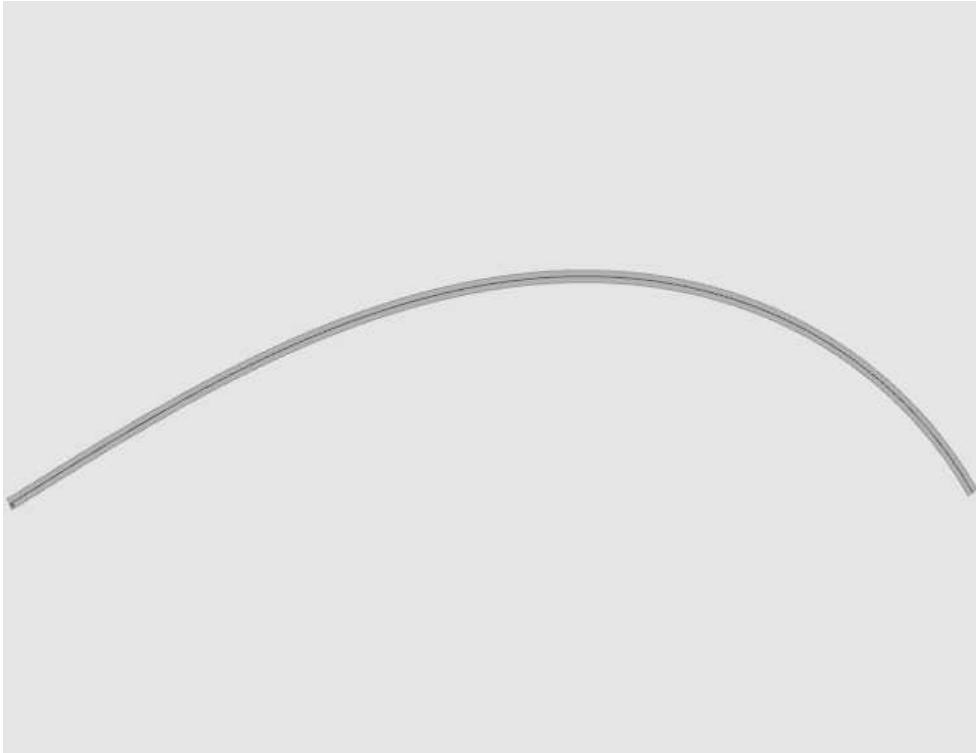
곡률 반경 감소(곡률 증가) -> a_n 증가 -> a_n 을 Brake에 입력.
(곡률이 큰 구간에서 큰 Brake가 입력되도록 설계)

LQR 최적제어를 활용한 LKAS제어기 발표

LQR, 차량 동역학을 기반으로 LKAS 설계

Scenario / Road

1번 시나리오(828m)

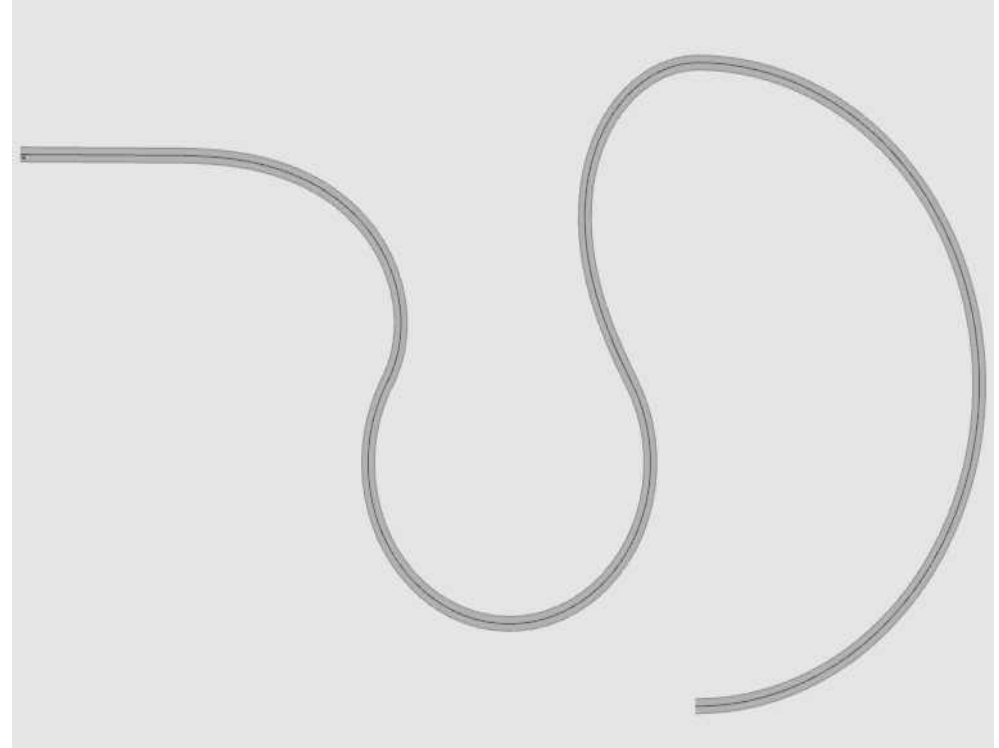


LKAS제어기 사용을 고정.

1. 60km
2. 120km

1번, 2번 성능비교.

2번 시나리오(1500m)



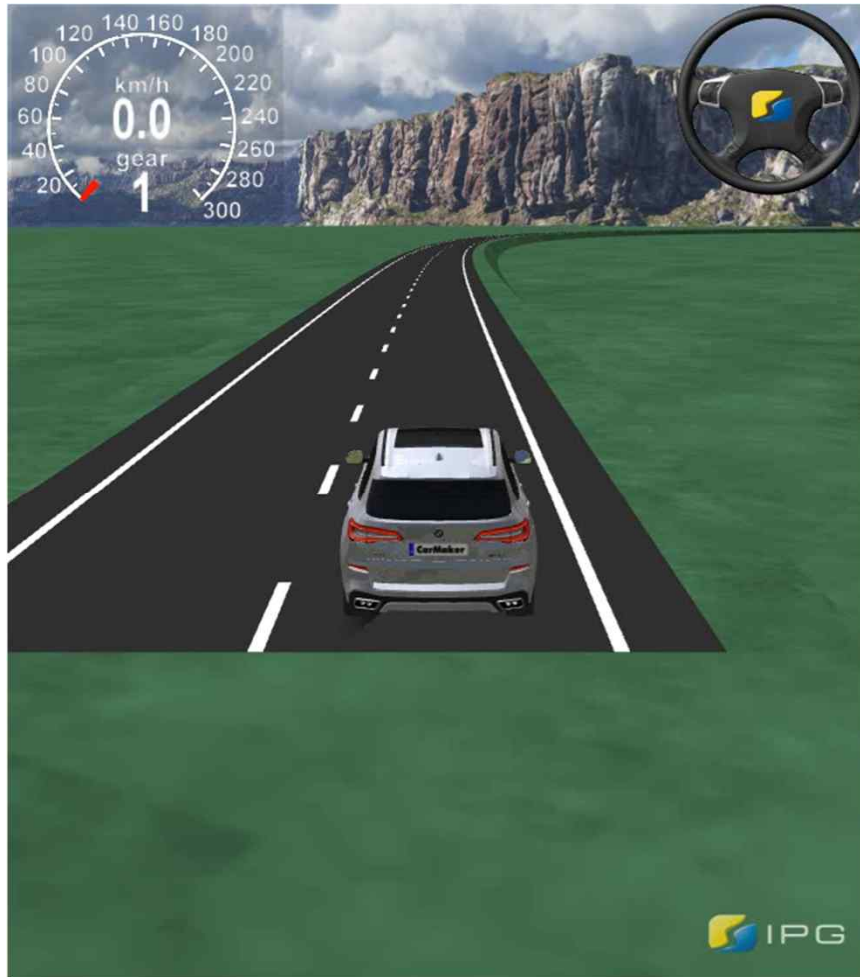
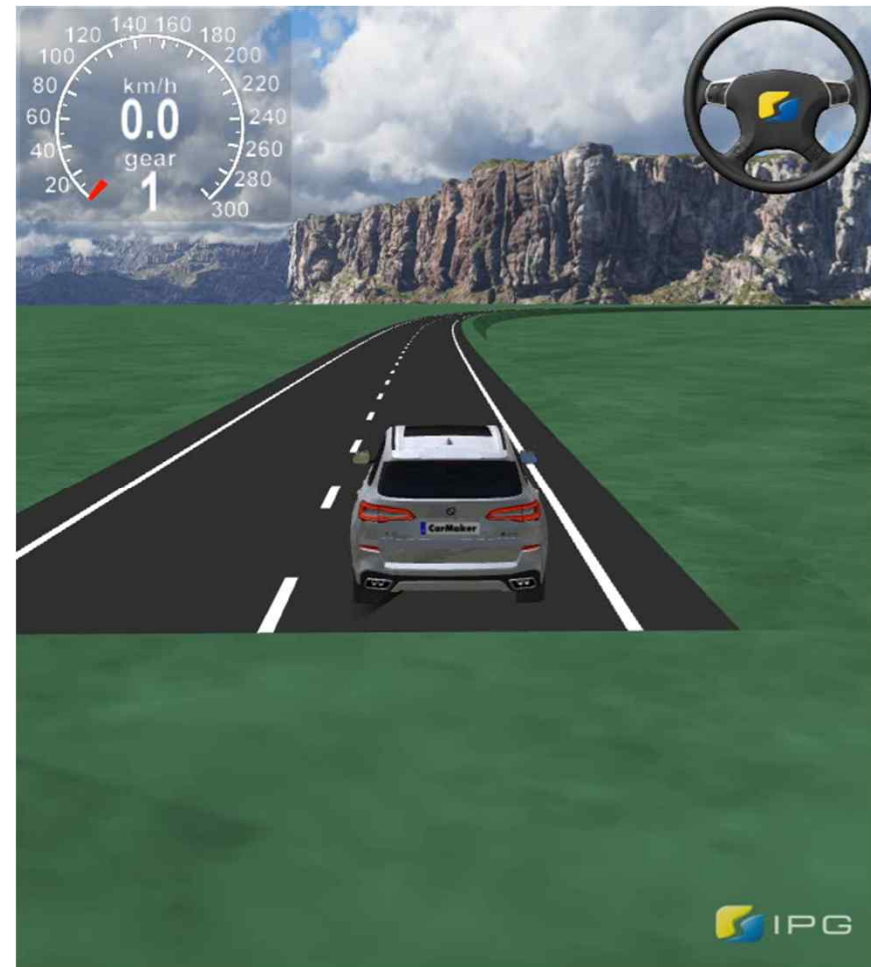
속도를 60km로 고정.

1. LKAS제어기
 2. LKAS + 곡률에 따른 종방향 속도 제어기
- 1번, 2번 성능비교.

LQR 최적제어를 활용한 LKAS제어기 발표

LQR, 차량 동역학을 기반으로 LKAS 설계

1번 시나리오) Simulation

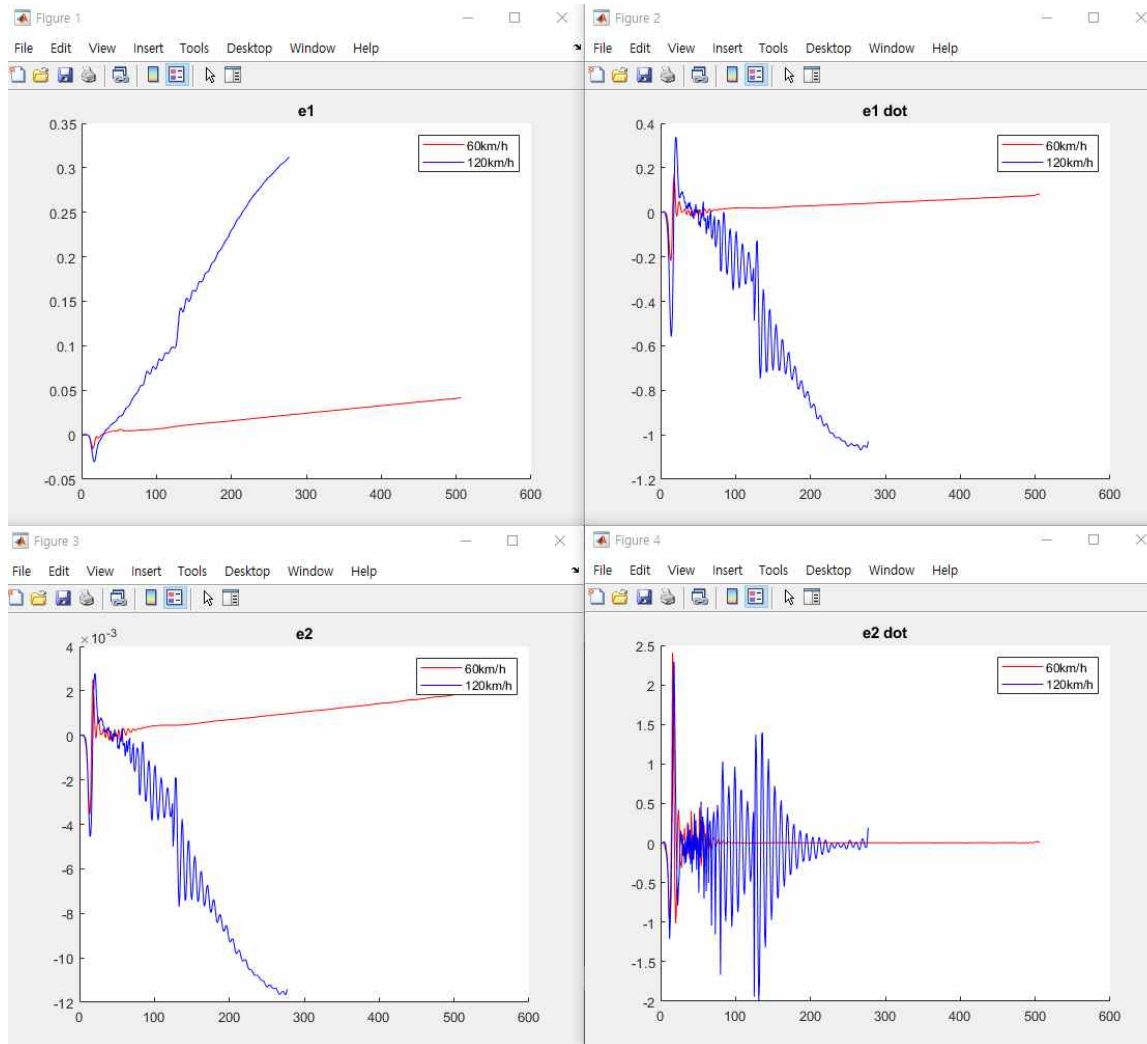
60km ($Q1 = 100$, $Q2 = 1$, $R = 2$)120km ($Q1 = 1100$, $Q2 = 1$, $R = 150$)

LQR 최적제어를 활용한 LKAS제어기 발표

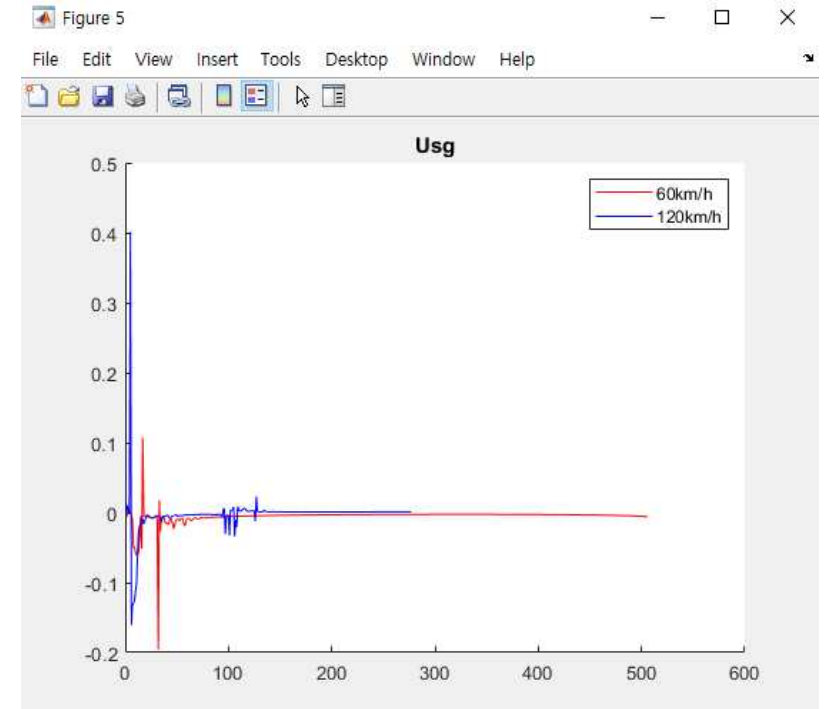
LQR, 차량 동역학을 기반으로 LKAS 설계

1번 시나리오) 60km, 120km 성능비교 분석

상태변수 성능비교 분석



Usg 성능비교 분석



LQR 최적제어를 활용한 LKAS제어기 발표

LQR, 차량 동역학을 기반으로 LKAS 설계

2번 시나리오) Simulation

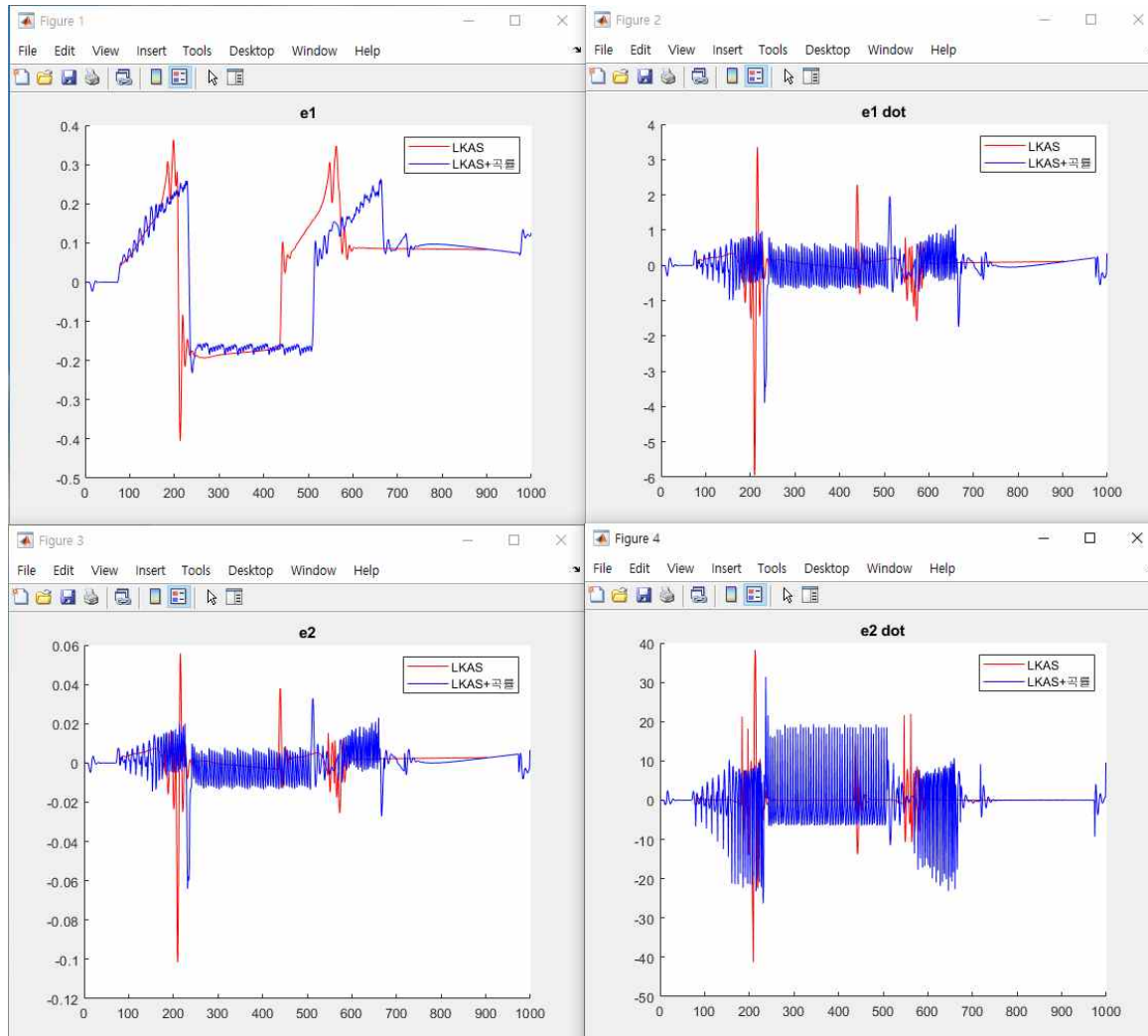
LKAS($Q1 = 3000$, $Q2 = 1$, $R = 70$)LKAS + 곡률 종방향 속도 제어 ($Q1 = 3000$, $Q2 = 1$, $R = 70$)

LQR 최적제어를 활용한 LKAS제어기 발표

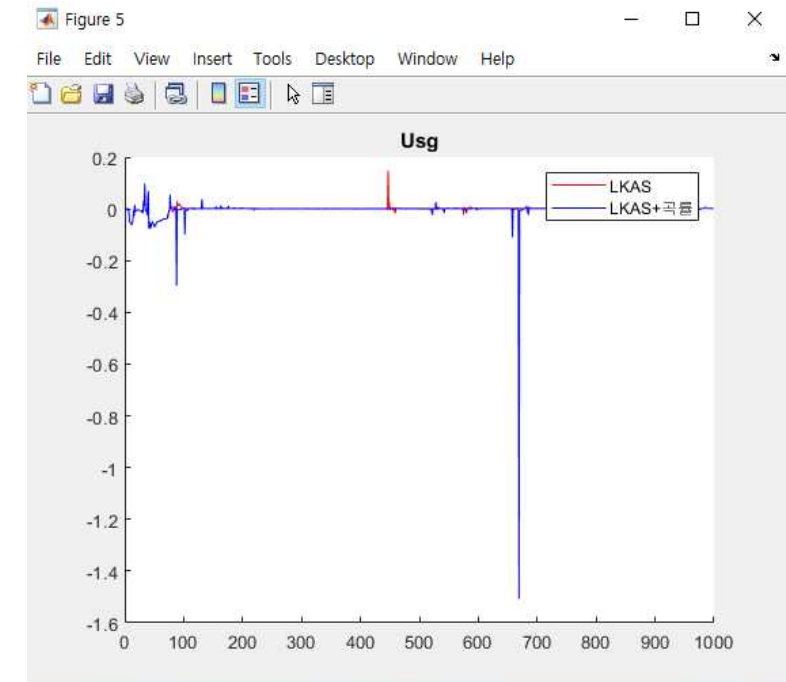
LQR, 차량 동역학을 기반으로 LKAS 설계

2번 시나리오) LKAS, LKAS + 곡률 종방향 속도 제어 성능비교 분석

상태변수 성능비교 분석



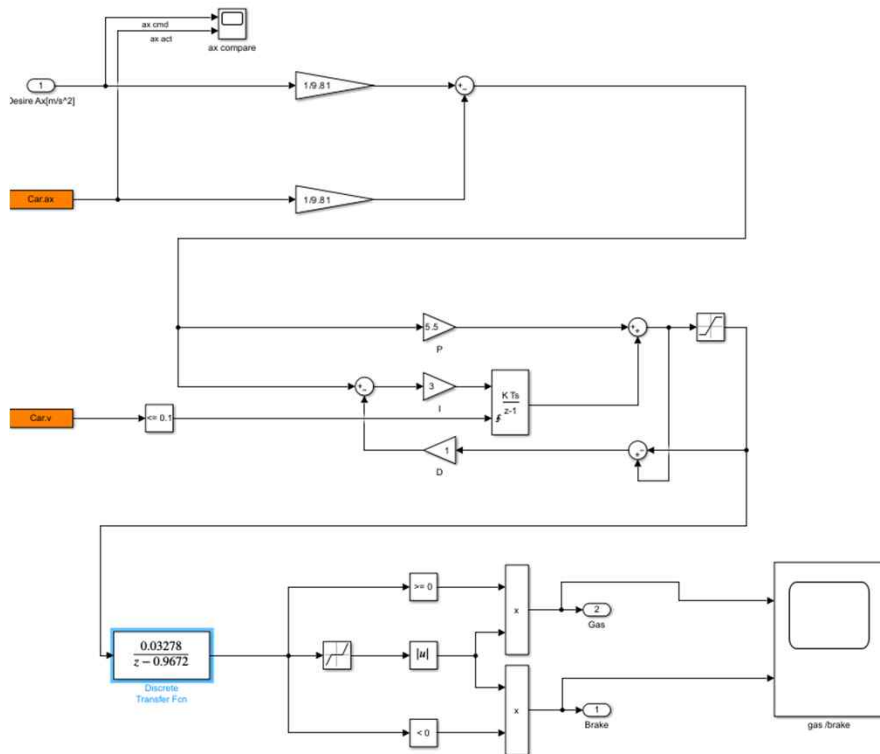
Usg 성능비교 분석



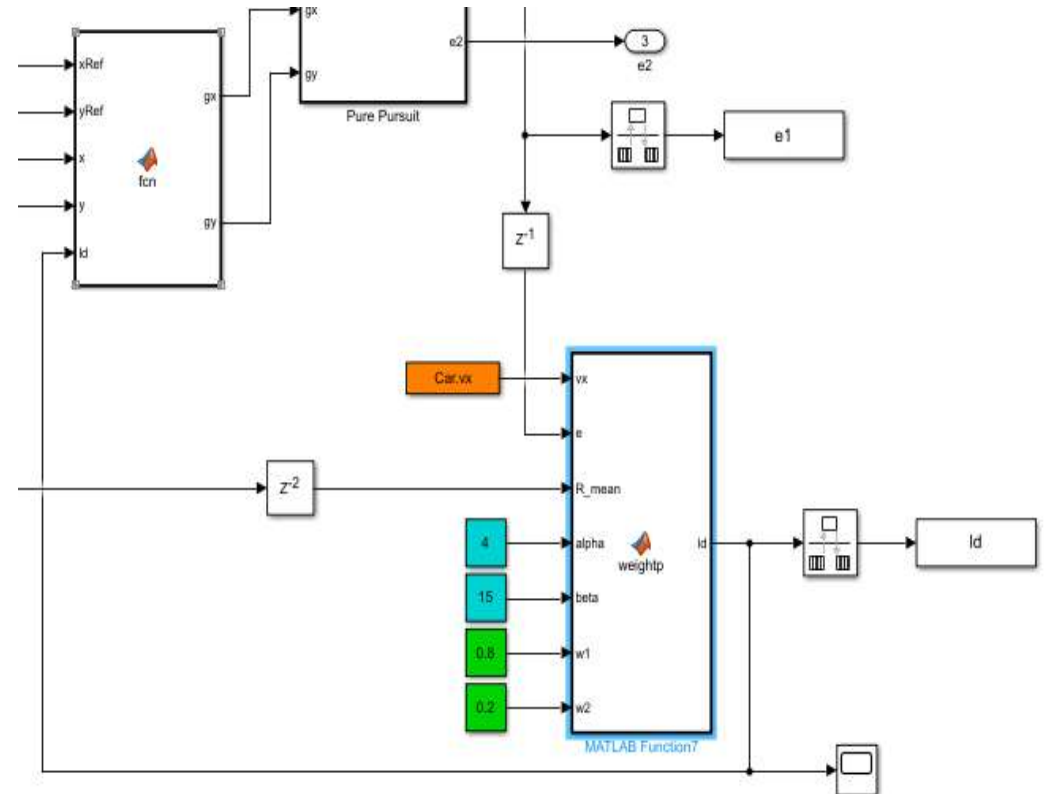
LQR, 차량 동역학을 기반으로 LKAS 설계

다음 목표

LKAS 고도화.



곡률에 따른 종방향 속도 제어기 고도화.



감사합니다.

국민대학교 지능형 차량 신호 처리 연구실 학부연구생 김지원

2024.08.02(금)



국민대학교
KOOKMIN UNIVERSITY