设单位负反馈系统开环传递函数如下，请画出对应的根轨迹图.

1. $G(s)=\frac{k}{s(0.25s+1)(0.5s+1)}$　　2. $G(s)=\frac{k(s+1)}{s(2s+1)}$　　3. $G(s)=\frac{k(s+5)}{s(s+2)(s+3)}$

解: 1. $G(s)=\frac{10k}{s(s+5)(s+2)}$ 无零点. 有3个开环极点: $p_1=0$　$p_2=-5$　$p_3=-2$.

实轴上, $[-2,0]$ 为根轨迹. $(-\infty,-5]$ 为根轨迹.

求分离点: $k=-s(0.25s+1)(0.5s+1)=-0.1s^3-0.7s^2-s$

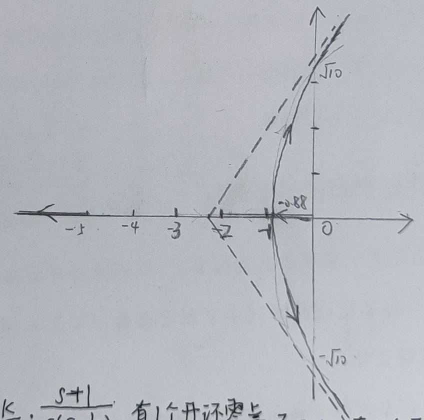
$\frac{dk}{ds}=-0.3s^2-1.4s-1=0 \Rightarrow s_1=-3.79$ (舍去)　$s_2=-0.88$.

故分离点为 $(-0.88,0)$

渐近线: $\varphi=\frac{(2k+1)\pi}{3}=\pm\frac{\pi}{3}$　　$\sigma=\frac{-7-0}{3}=-\frac{7}{3}$

故与虚轴交点: $j\omega(j\omega+5)(j\omega+2)+10k=0 \Rightarrow k=7$　$\omega=\pm\sqrt{10}$

故根轨迹画为:



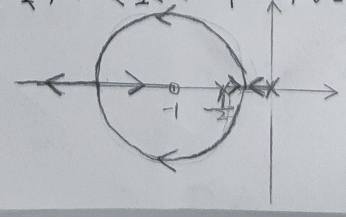
2. $G(s)=\frac{k(s+1)}{s(2s+1)}=\frac{k}{2}\cdot\frac{s+1}{s(s+\frac{1}{2})}$ 有1个开环零点 $z_1=-1$　有2个开环极点 $p_1=0$　$p_2=-\frac{1}{2}$

实轴上, $[-\frac{1}{2},0]$ 为根轨迹, $(-\infty,-1]$ 处为根轨迹.

求分离点/会合点: $k=-\frac{s(2s+1)}{(s+1)}$　　$\frac{dk}{ds}=-\frac{2s^2+4s+1}{(s+1)^2}=0 \Rightarrow s_1=-0.293$　$s_2=-1.707$

渐近线: $\cancel{\varphi=\pm\frac{\pi}{2}}$, $\cancel{\sigma=\frac{\frac{1}{2}+1}{2}}$　$\varphi=\pi$, $\sigma=\frac{1}{2}$

根轨迹画为:



3. $G(s)=\dfrac{k(s+5)}{s(s+2)(s+3)}$ 有开环零点为-5，有开环极点为 0，-2，-3.

实轴上，$[-2,0]$，$[-5,-3]$ 为根轨迹.

求分离点，$k=-\dfrac{s(s+2)(s+3)}{s+5}$，$\dfrac{dk}{ds}=\dfrac{2s^3+20s^2+50s+30}{-(s+5)^2}=0 \Rightarrow$ $s_1=-0.887$

$s_2=-2.596$（舍去）

$s_3=-6.517$（舍去）

渐近线：$\varphi=\dfrac{\pi}{2},-\dfrac{\pi}{2}$.　$\sigma=0$.

与虚轴交点：$(jw)^3+5(jw)^2+(6+k)jw+5k=0 \Rightarrow \begin{cases} k=w^2 \\ w=0 \end{cases}$ 已经包含在开环极点中. 故根轨迹与虚轴无其他交点.

根轨迹画为：