



**VISOKA TEHNIČKA ŠKOLA  
STRUKOVNIH STUDIJA  
POŽAREVAC**

**MILORADOVIĆ MIROLJUB**

**M A T E M A T I K A  
NEREŠENI ZADACI ZA PRIJEMNI ISPIT  
AGRONOMIJA, EKOLOGIJA,  
ELEKTROTEHNIKA, MAŠINSTVO**

**POŽAREVAC 2007**

**OBAVEZNO PROČITATI !**

Izrada zadataka traje 120 minuta.

Rešava se 6 zadataka.

Svaki tačno rešeni zadatak sa obrazloženim koracima donosi 10 bodova.

Maksimalno osvojeni broj bodova je 60.

Pri rešavanju zadataka nije dozvoljena upotreba mobilnih telefona, tablica ili računara.

**S A D R Ž A J**

1. Algebarski izrazi, stepenovanje i korenovanje.....	4
2. Linearne jednačine i nejadnačine.....	6
3. Linearne funkcije.....	8
4. Kvadratne funkcije, jednačine i nejednačine.....	10
5. Eksponencijalne jednačine i funkcije.....	12
6. Logaritam.....	14
7. Iracionalne jednačine i nejednačine.....	16
8. Binomne i bikvadratne jednačine.....	18
9. Trigonometrijske jednačine i nejednačine.....	20
10. Površina i zapremina geometrijskih tela.....	22
11. Aritmetički i geometrijski niz.....	24
12. Analitička geometrija u ravni.....	26

## 1. ALGEBARSKI IZRAZI, STEPENOVARJE I KORENOVANJE

**1.1** Izračunati vrednost izraza

$$\left( (a+a^{-1}) - (b+b^{-1}) \right)^{\frac{1}{2}} \quad \text{za} \quad a = \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}, \quad b = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}.$$

**1.2** Izračunati

$$\frac{a}{b} \left( 1 - \frac{a}{a+b} \right) + \left( \frac{a}{b} \right)^{-1} \left( 1 - \frac{b}{a+b} \right).$$

**1.3** Izračunati

$$\left( \frac{3x-2y}{2x-3y} - \frac{3x+2y}{2x+3y} \right) \left( \frac{2}{y^2} - \frac{9}{2x^2} \right).$$

**1.4** Uprostiti izraz

$$\left( \frac{1}{m - \sqrt{mn}} + \frac{1}{m + \sqrt{mn}} \right) \frac{m^3 - n^3}{m^2 + mn + n^2}.$$

**1.5** Uprostiti izraz

$$\frac{a^3 + b^3}{(a+b)(a^2 - b^2)} + \frac{2b}{a+b} - \frac{ab}{a^2 - b^2}.$$

**1.6** Uprostiti izraz

$$\left[ \left( \frac{(m+n)^2}{mn} - 4 \right) \left( \frac{(m+n)^2}{mn} - 1 \right) \right] : \frac{m^3 - n^3}{mn}.$$

**1.7** Uprostiti izraz

$$\left( \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+1} - \frac{2a-5}{a-1} \right) : \frac{10}{a-1}.$$

**1.8** Izračunati

$$\frac{a}{2} + \frac{\sqrt{a-2}}{\sqrt{a+2} + \sqrt{a-2}} - \frac{\sqrt{a-2}}{\sqrt{a+2} - \sqrt{a-2}}, \quad a > 2.$$

**1.9** Skratiti razlomak

$$\frac{(m-1)\sqrt{m} - (n-1)\sqrt{n}}{\sqrt{m^3n + mn + m^2 - m}}, \quad m > n > 0.$$

**1.10** Uprostiti izraz

$$\left( \frac{1}{\left( \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right)^{-2}} - \left( \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{a^{\frac{3}{2}} - b^{\frac{3}{2}}} \right)^{-1} \right) (ab)^{-\frac{1}{2}}, \quad a > 0, b > 0, a \neq b.$$

**1.11** Obaviti naznačene operacije

$$\left( \frac{3\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} - \frac{2\sqrt{a}}{1-a} - \frac{a}{a-1} \right) \frac{a-1}{\sqrt{a}}, \quad a > 0, |a| \neq 1.$$

**1.12** Izračunati

$$\frac{a-b}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}} + \frac{a-b}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}}.$$

**1.13** Uprostiti izraz

$$\left( \frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab} \right) \left( \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{a-b} \right)^2, \quad a > 0, \quad b > 0, \quad a \neq b.$$

**1.14** Uprostiti izraz

$$\frac{\left( 1 - \left( \frac{a}{b} \right)^{-2} \right) a^2}{\left( \sqrt{a} - \sqrt{b} \right)^2 + 2\sqrt{ab}}, \quad a > 0, b > 0.$$

**1.15** Uprostiti izraz

$$\frac{\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b}}{\frac{1}{(a+b)^2} - \frac{1}{(a-b)^2}}, \quad ab \neq 0.$$

## 2. LINEARNE JEDNAČINE I NEJEDNAČINE

**2.1** Odrediti, ako postoji, rešenje jednačine

$$\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} = \frac{4x+1}{x^2-1}.$$

**2.2** Rešiti jednačinu

$$\frac{x}{x+2} - \frac{5}{x+3} = \frac{10x}{x^2+5x+6} + \frac{2}{x+2} + \frac{x}{x+3}.$$

**2.3** Rešiti jednačinu

$$\frac{2a-x}{1-2a} - \frac{2a+x}{2a+1} - \frac{2ax}{4a^2-1} = 0.$$

**2.4** Rešiti jednačinu

$$\frac{x+b^2}{a^2-x} - \frac{b^2-x}{x+a^2} = \frac{a^2+b^2}{a^4-x^2}.$$

**2.5** Rešiti jednačinu

$$|x+3| + |x-2| = 2x+3.$$

**2.6** Rešiti jednačinu

$$|x| - |x-2| = 2.$$

**2.7** Rešiti jednačinu

$$3|x-2| - 2|x+1| = 1.$$

**2.8** Rešiti jednačinu

$$\frac{x-6a}{x+6a} + \frac{x+6a}{x-6a} = \frac{2x(x+4a)}{x^2-36a^2}.$$

**2.9** Rešiti jednačinu

$$\frac{2}{x+1} + \frac{3}{x-1} = \frac{3x+5}{x^2-1}.$$

**2.10** Rešiti nejednačinu

$$5(4-2x) - \frac{1-x}{2} + \frac{4-x}{3} \geq 2(5x-1) - \frac{3-7x}{6}.$$

**2.11** Rešiti nejednačinu

$$2|x+1| > x+4.$$

**2.12** Rešiti nejednačinu

$$|x+2| < 2x-1.$$

**2.13** Rešiti nejednačinu

$$\frac{2x+1}{x-5} \leq 3.$$

**2.14** Rešiti nejednačinu

$$|x-3| > |x+2|.$$

**2.15** Rešiti jednačinu

$$7x - 49 + p^2 = px.$$

### 3. LINEARNE FUNKCIJE

**3.1** U funkciji  $y = ax + b$  odrediti realne parametre  $a$  i  $b$  tako da njenom grafiku pripadaju tačke  $A(3, -4)$  i  $B(-2, 1)$ .

**3.2** Data je prava

$$(b-1)x + (b+2)y + b^2 + 2b + 1 = 0.$$

Odrediti vrednost parametra  $b$  za koje prava prolazi kroz koordinatni početak, pa za tu vrednost napisati jednačinu prave.

**3.3** Skicirati grafik funkcije

$$(2+x)^2 - 3(x-2y) = x(x-3).$$

**3.4** Odrediti parametar  $k$  tako da funkcija

$$y = \frac{3k-1}{k-2}x + 2k-1$$

bude rastuća.

**3.5** U skupu funkcija

$$y = (a-4)x - (3a-10), \quad a \in R,$$

odrediti parametar  $a$  tako da tačka  $M(1, 2)$  pripada grafiku funkcije. Za nadjenu vrednost parametra  $a$  ispitati funkciju i skicirati njen grafik.

**3.6** Odrediti parametar  $k$  tako da funkcija

$$y = \frac{-k+1}{2k-3}x - k - 1$$

bude opadajuća.

**3.7** U funkciji  $f(x) = (a-3)x + 2a + 5$  odrediti parametar  $a$  tako da grafik funkcije seče  $Oy$  osu u tački čija je ordinata  $y=5$ , pa za nadjeno  $a$  skicirati grafik funkcije.

**3.8** Nacrtati grafik funkcije  $y = |2x+4| - 2$ .

**3.9** Nacrtati grafik funkcije  $y = |x+1| - |x-2|$ .

**3.10** Nacrtati grafik funkcije  $y = \sqrt{x^2 - 2x + 1} - \sqrt{x^2 + 6x + 9}$ .

**3.11** Ispitati promene funkcije  $y = x + \frac{|x|}{x}$  i konstruisati njen grafik.

**3.12** Odrediti  $f(x)$  i  $f^{-1}(x)$  ako je  $f(x+1) = 3x+4$ .

**3.13** U funkciji  $y = (2m-3)x + m-1$  odrediti parametar  $m$  tako da grafik funkcije sa  $Ox$  osom gradi nula ugao, pa za nadjeno  $m$  konstruisati grafik funkcije.

**3.14** Dat je skup funkcija  $y = (4m-6)x - (3m-2)$ ,  $m \in R$ . Odrediti  $m$  tako da funkcija ima nulu  $x=2$ , pa za nadjeno  $m$  konstruisati grafik funkcije.

**3.15** Neka je  $f(x) = \frac{1}{3}x + 1$ . Odrediti  $f^{-1}(x)$  i skicirati grafike funkcija  $f(x)$  i  $f^{-1}(x)$ .

**4. KVADRATNE FUNKCIJE, JEDNAČINE I NEJEDNAČINE**

**4.1 U skupu funkcija**

$$y = (m-1)x^2 + (m-4)x - (m+1)$$

odrediti parametar  $m \in R$  tako da funkcija postiže najmanju vrednost za  $x=1$ . Za nadjeno  $m$  odrediti  $y_{\min}$  i nule funkcije.

**4.2 Skicirati grafik funkcije  $y = -x^2 + 3x - 2$ .**

**4.3 Odrediti parametar  $a \in R$  tako da jedan od korena jednačine  $x^2 - \frac{15}{4}x + a = 0$  bude kvadrat drugog korena.**

**4.4 Odrediti kvadratnu jednačinu čija rešenja  $x_1$  i  $x_2$  zadovoljavaju relacije**

$$4x_1x_2 - 5(x_1 + x_2) + 4 = 0 \text{ i } (x_1 - 1)(x_2 - 1) = \frac{1}{6}.$$

**4.5 Data je jednačina  $5x^2 - (m+6)x + (m+1) = 0$ . Sastaviti kvadratnu jednačinu čija su rešenja  $z_1 = 1 - \frac{4}{x_1}$ ,  $z_2 = 1 - \frac{4}{x_2}$ .**

**4.6 Odrediti vrednost parametra  $p \in R$  tako da jednačina**

$$9x^2 - 2x - p = 6 + px$$

ima kompleksne korene.

**4.7 Data je funkcija**

$$y = (r^2 - 1)x^2 + 2(r-1)x + 2.$$

Odrediti realan parametar  $r$  tako da funkcija bude pozitivna za svako realno  $x$ .

**4.8** Rešiti nejednačinu

$$|x^2 - 4x - 5| \leq x + 1.$$

**4.9** Odrediti  $a \in R$  tako da jednačina

$$x^2 + (3-a)x + a^2 = 0$$

ima negativna rešenja.

**4.10** Izračunati  $p$  i  $q$  tako da  $p$  i  $q$  budu rešenja jednačine

$$x^2 + px + q = 0.$$

**4.11** Ako su  $x_1$  i  $x_2$  rešenja jednačine  $x^2 + kx + 1 = 0$ , naći one vrednosti  $k \in R$  za koje važi nejednakost

$$\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2 > 2.$$

**4.12** U zavisnosti od  $a \in R$  po  $x$  rešiti nejednačinu

$$\frac{x}{x-a} - \frac{2a}{x+a} > \frac{8a^2}{x^2 - a^2}.$$

**4.13** Odrediti  $a \in R$  tako da jednačina

$$4x^2 = (3-a)(2x-1)$$

ima realna i različita rešenja  $x_1$  i  $x_2$  za koja važi

$$\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} \leq 3.$$

**4.14** Odrediti  $m \in R$  tako da za svako  $x \in R$  važi

$$(2m-1)x^2 + (m+2)x + m - 1 < 0.$$

**4.15** Rešiti nejednačinu

$$\frac{2}{1+2x} + \frac{1}{1-2x} \geq 1.$$

## 5. EKSPONENCIJALNE JEDNAČINE I FUNKCIJE

**5.1** Rešiti jednačinu

$$\left(\sqrt{4+\sqrt{15}}\right)^x + \left(\sqrt{4-\sqrt{15}}\right)^x = 8.$$

**5.2** Rešiti jednačinu

$$9^x + 6^x = 2 \cdot 4^x.$$

**5.3** Rešiti jednačinu

$$3^{\frac{x-1}{2}} - 2^{\frac{x+1}{3}} = 2^{\frac{x-2}{3}} + 3^{\frac{x-3}{2}}.$$

**5.4** Rešiti jednačinu

$$2^{\sqrt[3]{x}} + 3 \cdot 2^{\sqrt[3]{x}-1} = 20.$$

**5.5** Rešiti jednačinu

$$2^{3x} \cdot 3^x - 2^{3x-1} \cdot 3^{x+1} = -288.$$

**5.6** Rešiti jednačinu

$$4^x - 3^{\frac{x-1}{2}} = 3^{\frac{x+1}{2}} - 2^{2x-1}.$$

**5.7** Rešiti jednačinu

$$0.125^{2x-3} = \left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^{-x}.$$

**5.8** Rešiti jednačinu

$$4^{x+\sqrt{x^2-2}} - 5 \cdot 2^{x-1+\sqrt{x^2-2}} = 6.$$

**5.9** Rešiti jednačinu

$$2^{x^2-3} \cdot 5^{x^2-3} = 0,01 \cdot (10^{x-1})^3.$$

**5.10** Rešiti jednačinu

$$10^{\frac{2}{x}} + 25^{\frac{1}{x}} = 4,25 \cdot 50^{\frac{1}{x}}.$$

**5.11** Rešiti jednačinu

$$3 \cdot \sqrt[x]{10} = 5 \left( 50 + \sqrt[2x]{10} \right).$$

**5.12** Rešiti jednačinu

$$0,5^{x^2-20x+61,5} = \frac{8}{\sqrt{2}}.$$

**5.13** Rešiti jednačinu

$$20^x - 6 \cdot 5^x + 10^x = 0.$$

**5.14** Rešiti jednačinu

$$2^{2x+1} - 33 \cdot 2^{x-1} = -4.$$

**5.15** Rešiti jednačinu

$$3 \cdot 4^x + \frac{1}{3} \cdot 9^{x+2} = 6 \cdot 4^{x+1} - \frac{1}{2} \cdot 9^{x+1}.$$

## 6. LOGARITAM OSOBINE, JEDNAČINE I NEJEDNAČINE

**6.1** Rešiti jednačinu

$$\log_{10} \sqrt{75 + 5^{\sqrt[3]{x-1}}} = 1.$$

**6.2** Rešiti jednačinu

$$\log_2 (9 - 2^x) = 3 - x.$$

**6.3** Rešiti jednačinu

$$\log_3 [1 + \log_3 (2^x - 7)] = 1.$$

**6.4** Rešiti jednačinu

$$\log_5 x + \log_{25} x = \log_{\frac{1}{5}} \sqrt{3}.$$

**6.6** Izračunati vrednost izraza

$$x = 2 \log_5 125 \cdot 2^{1+\log_2 4} - 3^{2 \log_3 9-1}.$$

**6.7** Izračunati vrednost izraza

$$x = 10^{1-\log 5} + 10^{2-\log 20} - 10^{3-\log 500}.$$

**6.8** Izračunati vrednost izraza

$$x = -\log_2 \left( \log_2 \sqrt[4]{2} \right).$$

**6.9** Izračunati vrednost izraza

$$x = \log_3 \left( \log_3 \sqrt[3]{\sqrt[3]{3}} \right).$$

**6.10** Izračunati vrednost izraza

$$0,8 \cdot \left( 1 + 9^{\log_3 8} \right)^{\log_{65} 5}.$$

**6.11** Rešiti nejednačinu

$$\log_3^2(5-x) + 5 \log_{\frac{1}{3}}(5-x) + 6 \geq 0.$$

**6.12** Rešiti nejednačinu

$$\log_2^2(3-x) + \log_{\sqrt{2}}(3-x) \geq 4.$$

**6.13** Rešiti nejednačinu

$$(1 + \log x)(2 + \log x) \leq 6.$$

**6.14** Rešiti nejednačinu

$$\log x + \log(4x+3) \leq 2 \log(3-2x).$$

**6.15** Rešiti nejednačinu

$$\log_5 x \geq \log_{25}(3x-2).$$

## 7. IRACIONALNE JEDNAČINE I NEJEDNAČINE

**7.1** Rešiti jednačinu

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{2x-3} = 1.$$

**7.2** Rešiti jednačinu

$$\sqrt{2x+14} - \sqrt{x-7} = \sqrt{x+5}.$$

**7.3** Rešiti jednačinu

$$\sqrt{x-2} + |x-2| = 4.$$

**7.4** Rešiti nejednačinu

$$\sqrt{x^2 - 2} > 2.$$

**7.5** Rešiti jednačinu

$$\sqrt{|x|+1} - |x| = \frac{1}{2}.$$

**7.6** Rešiti nejednačinu

$$\sqrt{x+3} < x-2.$$

**7.7** Rešiti nejednačinu

$$\sqrt{x-2} < 4-x.$$

**7.8** Rešiti nejednačinu

$$\sqrt{6-|x|} < x.$$

**7.9** Rešiti jednačinu

$$\sqrt{2x+3} - \sqrt{x-2} = \sqrt{x+1}.$$

**7.10** Rešiti jednačinu

$$\sqrt{4x+6} + \sqrt{4x-6} = \sqrt{12x+6} .$$

**7.11** Rešiti nejednačinu

$$6x - 1 > \sqrt{5 - 2x} .$$

**7.12** Rešiti nejednačinu

$$\sqrt{-x^2 + x + 6} + x - 1 > 0 .$$

**7.13** Rešiti nejednačinu

$$x + 4 > 2\sqrt{4 - x^2} .$$

**7.14** Rešiti jednačinu

$$\sqrt{25 - x^2} = 7 - x .$$

**7.15** Rešiti jednačinu

$$\sqrt{4 + x\sqrt{x^2 - 7}} = 4, \quad x \in R .$$

## 8. BINOMNE I BIKVADRATNE JEDNAČINE

**8.1** Rešiti jednačinu

$$(x^2 - 4x + 3)^2 - 8(x^2 - 4x) - 9 = 0.$$

**8.2** Rešiti jednačinu

$$x^3 - 2x + 1 = 0.$$

**8.3** Po  $x$  rešiti jednačinu

$$x^4 - 2(a^2 + b^2)x^2 + 4a^2b^2 = 0.$$

**8.4** Rešiti jednačinu

$$x^2 + x + x^{-1} + x^{-2} = 4.$$

**8.5** Rešiti jednačinu

$$4x^2 + 12x + 12x^{-1} + 4x^{-2} = 47.$$

**8.6** Odrediti sva rešenja jednačine

$$x^3(8x^3 + 1) - 1 = 8x^3.$$

**8.7** Rešiti jednačinu

$$(x + a)^2 + \frac{1}{(x + a)^2} = b^2.$$

**8.8** Naći sva rešenja jednačine

$$x^3 - 3x^2 + x - 3 = 0.$$

**8.19** Rešiti simetričnu jednačinu

$$6x^4 + 5x^3 - 38x^2 + 5x + 6 = 0.$$

**8.10** Rešiti jednačinu

$$(x^2 + 2)^2 + 5(x^2 + 2) + 4 = 0.$$

**8.11** Rešiti simetričnu jednačinu

$$x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1 = 0.$$

**8.12** Po  $x$  rešiti jednačinu

$$x^8 - 10a^2x^4 + 9a^4 = 0.$$

**8.13** Skratiti razlomak

$$\frac{x^2 - 4}{x^4 - 13x^2 + 36}.$$

**8.14** Odrediti  $a \in R$  tako da jednačina

$$a^2x^2 - 16x + 3a^2 + 4 = 0$$

ima jednakta rešenja.

**8.15** Po  $x$  rešiti jednačinu

$$\frac{x^2}{x^2 - 2a^2} = \frac{6a^2}{x^2 - a^2}.$$

## 9. TRIGONOMETRIJSKE JEDNAČINE I NEJEDNAČINE

**9.1** Rešiti jednačinu

$$\sin 13x + \cos 13x = \sqrt{2} \sin 17x .$$

**9.2** Odrediti rešenja jednačine

$$\sin 2x = -\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right).$$

**9.3** Rešiti jednačinu

$$\sqrt{2} \sin^2 x + \cos x = 0 .$$

**9.4** Rešiti jednačinu

$$\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0 .$$

**9.5** Rešiti jednačinu

$$\cos x = \cos 3x + 2 \sin 2x .$$

**9.6** Rešiti jednačinu

$$2 \sin^2 x + \cos^2 x = \frac{3}{2} \sin 2x .$$

**9.7** Rešiti jednačinu

$$\sin^4 x - \cos^4 x = \frac{1}{2} .$$

**9.8** Rešiti jednačinu

$$2 \cos 2x + 2 \sin^2 x - 3 \cos x = -1 .$$

**9.9** Rešiti nejednačinu

$$\sqrt{3} \cos 4x + \sin 4x > \sqrt{2} .$$

**9.10** Rešiti nejednačinu

$$\sin x + \sqrt{3} \cos x < -\sqrt{2} .$$

**9.11** Rešiti nejednačinu

$$\sqrt{3} \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) - \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) > \sqrt{3} .$$

**9.12** Rešiti jednačinu

$$\cos^2 x + 3 \sin^2 x + 2\sqrt{3} \sin x \cos x = 1 .$$

**9.13** Rešiti jednačinu

$$4 \cos^2(2 - 6x) + 16 \cos^2(1 - 3x) = 13 .$$

**9.14** Rešiti nejednačinu

$$\sin x + \cos x < \sqrt{2} .$$

**9.15** Rešiti jednačinu

$$\sin^2 x - 3 \cos^2 x + 2 \sin 2x = 1 .$$

## 10. POVRŠINA I ZAPREMINA GEOMETRIJSKIH TELA

- 10.1** Visine dva valjka jednakih osnova odnose se kao  $1:3$ . Zapremina prvog valjka je  $36\pi \text{ cm}^3$ . Kolika je zapremina drugog valjka?
- 10.2** Izvodnica kupe je  $10 \text{ cm}$ , a površina kupe je  $96\pi \text{ cm}^2$ . Naći omotač i zapreminu kupe.
- 10.3** Izračunati zapreminu kupe čija je površina  $90\pi$ , a izvodnica je za 3 duža od prečnika osnove.
- 10.4** Poluprečnici osnova zarubljene kupe su 7 i 2, a izvodnica je 13. Naći površinu i zapreminu zarubljene kupe.
- 10.5** Površina zarubljene kupe je  $308\pi$ , izvodnica 17 a poluprečnik veće osnove 10. Izračunati zapreminu zarubljene kupe.
- 10.6** Izračunati površinu i zapreminu prave trostrane prizme čije su osnovne ivice 13, 14 i 15, a visina 10.
- 10.7** Kod pravilne šestostrane prizme je  $a$  osnovna ivica i  $H$  visina. Naći površinu prizme ako je  $a:H = 1:2$  i zapremina je  $24\sqrt{3}$ .
- 10.8** Površina valjka je  $180\pi \text{ cm}^2$ , a razlika visine i poluprečnika osnove je  $3 \text{ cm}$ . Izračunati zapreminu valjka.

**10.9** Kod pravilne četverostrane piramide je  $a$  osnovna ivica,  $h$  apotema (visina bočne strane),  $H$  visina,  $P$  površina i  $V$  zapremina. Naći ove veličine ako važi

$$P = V, \quad a:h:H = 6:5:4.$$

**10.10** Kod pravilne šestostrane piramide je osnovna ivica 10, bočna ivica 13. Naći površinu i zapreminu piramide.

**10.11** Površina pravilne trostrane piramide je  $18\sqrt{3}$ , a visina piramide je dva puta duža od osnovne ivice. Naći osnovnu ivicu i zapreminu piramide.

**10.12** Površine osnova pravilne četverostrane zarubljene piramide odnose se kao 9:1, zapremina joj je 156, a visina 4. Izračunati površinu piramide.

**10.13** Apotema  $h$  i osnovne ivice  $a_1$  i  $a_2$  pravilne četverostrane zarubljene piramide se odnose kao 5:8:2, a njena zapremina je 112. Naći površinu zarubljene piramide.

**10.14** Kod pravilne zarubljene trostrane piramide su osnovne ivice 9 i 3, a visina bočne strane (apotema) je 8. Naći zapreminu piramide.

**10.15** Izračunati visinu pravilne trostrane prizme površine  $20\sqrt{3}$  i osnovne ivice  $a = 4$ .

## 11. ARITMETIČKI I GEOMETRIJSKI NIZ

**11.1** Ivice pravouglog paralelepипeda чија је просторна дигонала 6, а површина 72, чине геометријски низ. Израчунати ivice.

**11.2** Пети члан аритметичког низа је 13, а девети члан 19. Одредити низ.

**11.3** Израчунати збир првих  $n$  природних бројева.

**11.4** Код аритметичког низа је  $a_1 = 2$  и  $a_8 = 23$ . Наћи  $a_{15}$ .

**11.5** Код аритметичког низа је  $a_3 + a_9 = 8$ . Наћи  $S_{11}$ .

**11.6** Колико бројева треба уметнути између бројева 16 и 250 да би се добио аритметички низ чији је збир чланова 1995?

**11.7** Одредити геометријски низ код кога је збир другог и трећег члана 6, а четврти члан је за 24 већ од другог члана.

**11.8** У геометријском низу је збир прва два члана 25, а збир прва три члана 105. Наћи први члан који одговара позитивном количнику.

**11.9** Обим правougлог trougla je  $3h$ , a njegove stranice образују аритметички низ. Колике су stranice?

**11.10** Tri броја, чији је збир 65, образују геометријски низ. Ако се средњи члан увећа за 10 низ постаје аритметички. Одреди та три броја.

**11.11** Tri broja čiji je zbir 30, čine aritmetički niz. Ako se drugom doda 2 a trećem 10 dobija se geometrijski niz. Izračunati te brojeve.

**11.12** Tri broja zbira 57 čine geometrijski niz. Srednji član je  $\frac{6}{13}$  od zbira susednih. Odrediti te brojeve.

**11.13** Izračunati zbir prvih 6 članova geometrijskog niza ako je

$$a_n = 3 \cdot 2^{n-1}.$$

**11.14** Izmedju brojeva 4 i 1024 umetnuti (interpolirati) tri broja koji sa datim brojevima čine geometrijski niz.

**11.15** Razlika četvrtog i prvog člana geometrijskog niza je 52, a zbir prva tri člana tog niza je 26. Naći zbir prvih šest članova tog niza.

## 12. ANALITIČKA GEOMETRIJA U RAVNI

**12.1** Data su dva susedna temena  $A(-4,4)$  i  $B(2,8)$  i presek dijagonala  $S(2,2)$  paralelograma  $ABCD$ . Izračunaj koordinate temena  $C$  i  $D$ .

**12.2** Odredi jednačinu prave koja sadrži tačku  $M(-1,4)$  i čije je rastojanje od tačke  $N(-2,-1)$  jednako 5.

**12.3** Odredi  $m$  tako da se prave

$$5x + my - 5m = 0 \text{ i } x + 3y + 10 = 0$$

seku pod uglom od  $\frac{\pi}{4}$ .

**12.4** Dat je trougao sa temenima  $A(-1,3)$ ,  $B(0,4)$  i  $C(-2,-2)$ . Odredi jednačinu visine trougla iz temena  $C$ .

**12.5** Odredi  $k$  tako da prava

$$y = kx + 3$$

buda tangenta kružnice

$$x^2 + y^2 = 1.$$

**12.6** Odrediti jednačinu elipse čija je mala osa 3, a sadrži tačku  $A(3,2)$ .

**12.7** Odredi tangente elipse

$$x^2 + 2y^2 = 12$$

paralelne pravoj

$$x + y - 2 = 0.$$

**12.8** Sastaviti jednačinu elipse

$$b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$$

koja dodiruje prave

$$x + 3y + 16 = 0 \text{ i } x + y - 8 = 0.$$

**12.9** Odredi jednačinu hiperbole koja ima asimptotu  $y = \pm 0.5x$  i prolazi kroz tačku  $M(5, 2)$ .

**12.10** Odredi tangentu hiperbole

$$9x^2 - 4y^2 = 36$$

koja je paralelna pravoj  $y = 2x - 4$ .

**12.11** Odredi dužinu tetine parabole

$$y^2 = 4x$$

koja prolazi kroz njenu žiju i ima koeficijent pravca  $k = 2$ .

**12.12** Odrediti jednačinu tangente parabole

$$y^2 = 3x$$

koja je paralelna pravoj  $3x - y - 1 = 0$ .

**12.13** Odrediti tačku C na  $Oy$ -osi tako da je površina trougla ABC, gde je A(-1,2) i B(2,3), jednaka 10.

**12.14** Odredi centar i poluprečnik kružnice

$$x^2 + y^2 - x - 2y = 0.$$

**12.15** Odrediti jednačinu kružnice sa centrom u C(-3,2) i koja prolazi kroz tačku M(0,6).

- [1] Bogoslavov T. V., Zbirka rešenih zadataka iz matematike 1, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd, 1997.
- [2] Bogoslavov T. V., Zbirka rešenih zadataka iz matematike 2, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd, 1996.
- [3] Bogoslavov T. V., Zbirka rešenih zadataka iz matematike 4, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd, 1983.
- [4] Djoković Ž. D., Mitrinović O., Tošić DJ. D., Matematički priručnik za takmičenje srednjoškolaca i prijemne ispite na fakultetima, "Gradjevinska knjiga", Beograd, 1966.
- [5] Georgijević D., Obradović M., Matematika sa zbirkom zadataka za III razred srednje škole, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd, 1996.
- [6] Georgijević D., Obradović M., Matematiskop 4, "Nauka", Beograd, 1991.
- [7] Herceg D., Matematičke formule, "Zmaj", Novi Sad, 2001.
- [8] Herceg D., Lužanin Z., Pripremni zadaci za prijemni ispit iz matematike, "Symbol", Novi Sad, 2002.
- [9] Ivanović Ž., Ognjanović S., Matematika 1, "Krug", Beograd, 1999.
- [10] Mintaković S., Zbirka zadataka iz stereometrije, Zavod za izdavanje udžbenika, Sarajevo, 1968.
- [11] Mićić V., Ivanović Ž., Ognjanović S., Zbirka zadataka iz matematike za II razred srednje škole, Naučna knjiga, Beograd, Zavod za izdavanje udžbenika, Novi Sad, 1991.
- [12] Ognjanović S., Kadelburg V., Matematika 4<sup>+</sup>, "Krug", Beograd, 1995.
- [13] Srećković S., Perišić P., Zbirka rešenih zadataka sa klasifikacionih ispita iz matematike, Požarevac, 1997.
- [14] Srećković S., Viša matematika – metodička zbirka zadataka, Požarevac, 1998.
- [15] Vasić M. P., Janić R. R., Bogoslavov T. V., Zbirka zadataka iz matematike za II razred zajedničke osnove srednjeg usmerenog obrazovanja, "Naučna Knjiga", Beograd, 1980.