

MATEMATIKA

1) Rešiti nejednačinu: $(x - 2)^2 - 9 < 0$.

$$(x - 2)^2 < 9 \iff \sqrt{(x - 2)^2} < 3 \iff |x - 2| < 3 \iff -1 < x < 5.$$

2) Rešiti jednačinu: $(x + 1)^2 - 16 = 0$.

$$(x + 1)^2 = 16 \iff |x + 1| = 4 \iff x = 3 \vee x = -5.$$

3) Izračunati $\left(x^n \cdot x^{\frac{-1}{n+1}}\right) : (x^n)^{\frac{1}{n+1}}$.

$$(x^{n+\frac{-1}{n+1}}) : x^{\frac{n}{n+1}} = (x^{\frac{n^2+n-1}{n+1}}) : x^{\frac{n}{n+1}} = x^{\frac{n^2+n-1-n}{n+1}} = x^{n-1}, \quad n \neq -1.$$

4) Rešiti iracionalnu jednačinu: $x - \sqrt{(x+6)(x-10)} = 6$.

Uslov $x - 6 \geq 0 \wedge x - 10 \geq 0 \iff x \geq 10$.

$$x - 6 = \sqrt{x^2 - 4x - 60} \iff x^2 - 12x + 36 = x^2 - 4x - 60 \iff x = 12.$$

5) Rešiti jednačinu: $\frac{3x-5}{4} - \frac{4-x}{2} = \frac{9-2x}{6}$.

Množenjem jednačine sa 12 dobija se

$$3(3x-5) - 6(4-x) = 2(9-2x) \iff 19x = 57 \iff x = 3.$$

6) Rešiti sistem jednačina:

$$\frac{x+1}{3} + \frac{y-1}{4} = 4 \quad \wedge \quad \frac{x-2}{3} - \frac{y+7}{3} = -2.$$

Množenjem prve jednačine sa 12 a druge sa 3, dobija se sistem

$$4x + 3y = 47 \quad \wedge \quad x - y = 3 \iff x = 8 \quad \wedge \quad y = 5.$$

7) Rešiti jednačinu: $4x^4 - 17x^2 + 18 = 0$.

Smenom $x^2 = t$ data jednačina se svodi na kvadratnu jednačinu $4t^2 - 17t + 18 = 0$, čija rešenja su $t = 2 \vee t = \frac{9}{4}$. Rešenje polazne jednačine je $x \in \{\sqrt{2}, -\sqrt{2}, \frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\}$.

8) Odrediti linearnu funkciju $y = f(x)$ tako da je $f(1) = 12$ i $f(-5) = 0$.

Linearna funkcija je oblika $y = ax + b$. Iz datih uslova sledi sistem jednačina

$$a + b = 12 \quad \wedge \quad -5a + b = 0.$$

Odatle se dobija linearna funkcija $y = 2x + 10$.

9) Rešiti nejednačinu: $\frac{13}{6} - \frac{x-3}{2} - \frac{7-x}{3} > 0$.

Množenjem nejednačine sa 6 dobija se $x < 8$.

10) Rešiti jednačinu: $4^{x+1} + 4^4 = 320$.

$$4^{x+1} = 320 - 4^4 = 320 - 256 = 64 = 4^3 \implies x + 1 = 3 \iff x = 2.$$

11) Izračunati vrednost izraza $I = 3 \log_5 25 + 2 \log_3 27 - 4 \log_2 8$.

$$I = 3 \log_5 5^2 + 2 \log_3 3^3 - 4 \log_2 2^3 = 3 \cdot 2 + 2 \cdot 3 - 2 \cdot 3 = 0.$$

12) Rastaviti na faktore polinom $81x^3 - 3$.

$$81x^3 - 3 = 3(27x^3 - 1) = 3((3x)^3 - 1) = 3(3x - 1)(9x^2 + 3x + 1).$$

13) Odrediti oblast definisanosti funkcije $\log \frac{2x-1}{3+x}$.

Uslov je $\frac{2x-1}{3+x} > 0 \iff x \in (-\infty, -3) \cup (\frac{1}{2}, +\infty)$.

14) Za koju vrednost parametra $m \in R$ kvadratna jednačina $x^2 + 6x + m = 0$ ima realna rešenja?

Uslov je $D = b^2 - 4ac \geq 0 \iff 36 - 4m \geq 0 \iff m \leq 9$.

15) Odrediti tačke preseka krivih $f(x) = -2x^2 + x - 1$ i $g(x) = -x - 5$.

Uslov preseka je $f(x) = g(x) \iff -2x^2 + x - 1 = -x - 5 \iff x \in \{-1, 2\}$.

Tačke preseka su $A(-1, -4)$ i $B(2, -7)$.