

ПРИЈЕМНИ ИСПИТ ЗА УПИС НА МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ

Београд, 26.06.2019.

Решени задаци.

1. Нека су a и b произвољни реални бројеви. Колико је од следећих тврђења увек тачно?

- (I) ако је $a < b$ и $ab \neq 0$, онда је $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$;
(II) ако је $a < b$, онда је $a^2 < b^2$;
(III) ако је $a < b$, онда је $2a < a + b$;
(IV) ако је $a < b$, онда је $-a > -b$.

A) ниједно B) једно C) два D) три E) четири N) не знам

2. Вредност израза $\frac{(2019x^2 + 1)(x^2 - y - 1)(x^2 - y^2)}{(x - y)(2019x - 1260y)(2x^2 - 3y)}$ за $x = \sqrt{3}$ и $y = 2$:

A) мања је од 0 B) једнака је 0 C) припада интервалу $(0, 1]$
D) већа је од 1 E) није дефинисана N) не знам

3. Систем једначина $2x + ay = 3$, $(a + 2)x + 4y = -3$ има бесконачно много решења ако и само ако за параметар a важи:

A) $a = 4$ B) $a = 2$ C) $a \in \{-4, 2\}$ D) $a = -4$ E) такво a не постоји N) не знам

4. Ако квадратна једначина $x^2 - ax + 4 = 0$ има реална решења x_1 и x_2 , при чему је $x_1 < x_2$, а квадратна једначина $x^2 - 9x + b = 0$ има решења x_1 и $2x_2$, тада је производ abx_1x_2 једнак:

A) 20 B) 40 C) 80 D) 160 E) 272 N) не знам

5. Теме параболе $y = kx^2 - 7x + 4k$, $k \neq 0$, лежи у другом квадранту ако и само ако је:

A) $k \in (-\frac{7}{4}, 0)$ B) $k < -\frac{7}{4}$ C) $|k| > \frac{7}{4}$ D) $k \in (-\frac{7}{4}, 0) \cup (0, \frac{7}{4})$ E) $k < 0$ N) не знам

6. Ако је (x, y) решење система једначина $2^x + 3 \cdot 2^y = 2$, $4^x - 9 \cdot 4^y = 1$, онда је $x - y$ једнако:

A) $\log_2 3$ B) $\log_2 5$ C) 2 D) $\log_2 5 - 2$ E) $\log_2 7 - 2$ N) не знам

7. Вредност израза $\log_2(\log_{\sqrt{2}} 9 \cdot \log_{\sqrt{3}} 2)$ је:

A) -1 B) 3 C) 4 D) 2 E) $\frac{3}{2}$ N) не знам

8. Тетива једнака полупречнику круга дели круг на два дела. Однос површине већег дела према површини мањег је:

A) $32 : 1$ B) $(6\pi + 2\sqrt{3}) : (3\pi - 2\sqrt{3})$ C) $(10\pi + 3\sqrt{3}) : (2\pi - 3\sqrt{3})$ D) $(5\pi + \sqrt{3}) : (\pi - \sqrt{3})$ E) $16 : 1$ N) не знам

9. Површина основе правилне тростране пирамиде је 180 cm^2 , а површина пресека те пирамиде са равни која је паралелна основи и удаљена је 6 см од врха пирамиде износи 45 cm^2 . Запремина те пирамиде је:

A) 480 cm^3 B) 600 cm^3 C) 720 cm^3 D) 960 cm^3 E) 1440 cm^3 N) не знам

10. Број решења једначине $\sin(2 \cos x + 2) = 0$ у интервалу $[0, 2\pi]$ је:

A) већи од 4 B) 1 C) 2 D) 4 E) 3 N) не знам

11. Функција $f : (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}$, таква да за све $x \neq k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ важи $\frac{\sin 4x}{\sin x} = f(\cos x)$, дата је изразом:
- (A) $f(t) = 4t(2t^2 - 1)$ (B) $f(t) = 4t(t^2 - 1)$ (C) $f(t) = 2t(1 - t^4)$
 (D) $f(t) = 4t(1 + 2t^2)$ (E) $f(t) = 2t(2t^2 - 1)$ (N) не знам
12. Нека је $ABCD$ паралелограм у xOy равни, S пресек његових дијагонала и E средиште странице CD . Ако је $A(1, 1)$, $S(6, 4)$, $E(4, 2)$, $B(x_1, y_1)$ и $D(x_2, y_2)$, тада је $x_1 + 2y_1 + 3x_2 + 4y_2$ једнако:
- A) -24 B) -16 C) 0 D) 16 E) 10 N) не знам
13. Парабола $y = (x - 1)^2$ и права $y = kx$ имају бар једну заједничку тачку ако и само ако за реални параметар k важи:
- A) $k \geq 0$ B) $k \leq -4$ C) $k \geq 0$ или $k \leq -4$ D) $-4 \leq k \leq 0$ E) $k \geq -4$ N) не знам
14. Низ (a_n) одређен је условима $a_1 = 3$, $a_2 = 15$ и $a_{n+2} = \frac{a_{n+1}}{a_n}$ за $n \in \mathbb{N}$. Члан a_{2019} тог низа једнак је:
- A) 3 (B) 5 C) 15 D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{5}$ N) не знам
15. Ако за аритметички низ (a_n) важи $a_1 + a_7 = 22$ и $a_3a_4 = 88$, онда је a_7 једнако:
- A) 17 B) 18 C) 19 (D) 20 E) 21 N) не знам
16. Ако је комплексан број z решење једначине $|z| + z = 2 + i$, онда је $\operatorname{Re} z$ једнако:
- A) $\frac{2}{5}$ (B) $\frac{3}{4}$ C) $-\frac{2}{5}$ D) $-\frac{3}{5}$ E) такво z не постоји N) не знам
17. Ако полином $(3x^2 + 4x - 5)(ax - 2)$ при дељењу са $x + 1$ даје остатак 36, вредност параметра a је:
- A) -8 B) -4 C) -2 D) 1 (E) 4 N) не знам
18. Функција $f : \mathbb{R} \setminus \{-2\} \rightarrow \mathbb{R}$ дата је помоћу $f(x) = \frac{x+1}{x+2}$. Збир свих реалних бројева x за које важи $f(f(x)) = -x - 1$ једнак је:
- A) $\frac{4}{3}$ B) $-\frac{10}{3}$ (C) $-\frac{4}{3}$ D) $-\frac{8}{3}$ E) такво x не постоји N) не знам
19. Петоцифрених бројева облика $\overline{a3cd2}$ који су деливи са 4 и чије су све цифре различите има:
- A) 210 B) 180 C) 168 (D) 144 E) 120 N) не знам
20. Збир $\binom{34}{32} + \binom{33}{31}$ једнак је:
- A) $\binom{34}{31}^2$ B) $\frac{1}{2}\binom{33}{32}^2$ C) $\binom{34}{33}^2$ D) $\frac{1}{2}\binom{32}{31}^2$ (E) $\binom{33}{32}^2$ N) не знам