

ПРИЈЕМНИ ИСПИТ ЗА УПИС НА МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ

Београд, 27.06.2018.

Време за рад је 180 минута.

1. Колико има рационалних међу следећа четири броја:

$$a = \sqrt{485} + 1, \quad b = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}, \quad c = 1 - \sqrt{2} - \frac{1}{1 - \sqrt{2}}, \quad d = \sqrt{27} - \sqrt{3}?$$

- A) ниједан **(B)** један C) два D) три E) четири N) не знам

2. Ако су a и b цели бројеви, тада је вредност израза $\frac{6^{a+b} \cdot 12^{a-b}}{8^a \cdot 9^{a+2b}}$ цео број ако и само ако је:

- (A)** $b \leq 0$ B) $b \geq 0$ C) $b = 0$ D) $a \geq b$ E) $a \leq b$ N) не знам

3. Систем једначина $2x + ky = 4$, $x + y = k$, где је k реалан параметар, има тачно једно реално решење (x, y) ако и само ако је:

- A) $k \in \mathbb{R}$ B) $k > -2$ C) $k = 2$ **(D)** $k \neq 2$ E) такво k не постоји N) не знам

4. Ако тачка $(-1, 1)$ припада графику функције $f(x) = \frac{20}{x^2 - 6x + a}$, где је a реалан број, онда је највећа вредност те функције:

- A) 3 B) 4 **(C)** 5 D) 13 E) функција није ограничена N) не знам

5. Збир свих целобројних решења неједначине $(1-x)(x^2+x-12) \geq 0$ која припадају интервалу $[-2, 10]$ је:

- A) 52 B) 2 C) 50 **(D)** 6 E) 5 N) не знам

6. Скуп свих реалних решења неједначине $\sqrt{5+x} \leq 1-x$ је:

- (A)** $[-5, -1]$ B) $[-5, 1]$ C) $[-5, -1] \cup [4, +\infty)$ D) $[-1, 4]$ E) $[4, +\infty)$ N) не знам

7. Производ свих реалних решења једначине $2^x = \left(\frac{1}{4}\right)^{\sqrt{x+3}}$ једнак је:

- A) -12 B) $-\frac{3}{4}$ **(C)** -2 D) -3 E) 3 N) не знам

8. Најмањи од бројева $\log_{10} \pi$, $\sqrt{\log_{10}(\pi^2)}$, $\left(\frac{1}{\log_{10} \pi}\right)^2$, $\frac{1}{\log_{10} \sqrt{\pi}}$, 1 је:

- (A)** $\log_{10} \pi$ B) $\sqrt{\log_{10}(\pi^2)}$ C) $\left(\frac{1}{\log_{10} \pi}\right)^2$ D) $\frac{1}{\log_{10} \sqrt{\pi}}$ E) 1 N) не знам

9. Конвексан четвороугао $ABCD$ уписан је у круг полупречника 2. Ако је дужина дијагонале $AC = 4$, а $\angle BDC = 30^\circ$ и $\angle ACD = 45^\circ$, онда је производ дужина страница четвороугла $ABCD$ једнак:

- A) $32\sqrt{2}$ B) $16\sqrt{3}$ C) 64 D) $16\sqrt{6}$ **(E)** $32\sqrt{3}$ N) не знам

10. Висина праве тростране призме је 5 cm, а површине њених бочних страна су једнаке 85 cm^2 , 125 cm^2 и 140 cm^2 . Запремина те призме је:

- A) 250 cm^3 B) 350 cm^3 C) 750 cm^3 D) 950 cm^3 **(E)** 1050 cm^3 N) не знам

11. Нека је $\alpha = 20^\circ$. Колико од следећих тврђења је тачно: (а) $\cos 2\alpha < \sin 6\alpha$; (б) $\cos 8\alpha < \sin 3\alpha$; (в) $\sin 2\alpha < \sin 7\alpha$; (г) $\cos 4\alpha < \cos 5\alpha$?

- A) ниједно B) 1 C) 2 D) 3 E) 4 N) не знам

12. Број решења једначине $\cos x \cos \frac{\pi}{5} + \sin x \sin \frac{\pi}{5} = \frac{1}{2}$ која припадају интервалу $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ је:

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4 N) не знам

13. Дужина дела осе Ox који је унутар круга $x^2 - mx + y^2 - ny = 0$ је 6, а дужина дела осе Oy који је унутар круга је 8. Полупречник тог круга је:

- A) 7 B) 14 C) 5 D) 10 E) 25 N) не знам

14. Ако права $x + y = 2018$ додирује параболу $y = x^2 - x + n$, онда је n једнако:

- A) 0 B) 1009 C) -2018 D) 2018 E) 2019 N) не знам

15. У аритметичком низу са различитим члановима, први, трећи и седми члан образују геометријски низ. Ако је збир другог и шестог члана аритметичког низа једнак 70, десети члан тог низа је:

- A) 56 B) 63 C) 70 D) 77 E) 84 N) не знам

16. Ако је $z \neq 0$ комплексан број, такав да је $\operatorname{Re} z = 4 \operatorname{Im} z$ и $\operatorname{Re}(z^2) = \alpha \operatorname{Im}(z^2)$, онда је α једнако:

- A) 4 B) 16 C) $\frac{17}{8}$ D) $\frac{8}{15}$ E) $\frac{15}{8}$ N) не знам

17. Нека су a и b реални бројеви такви да је $2 + i\sqrt{3}$ једно решење једначине $x^3 - 3x^2 + ax + b = 0$. Тада је b једнако:

- A) 1 B) -1 C) 3 D) -3 E) 7 N) не знам

18. Нека су $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ функције и нека је A скуп свих реалних бројева x за које је $f(x) = 0$, B скуп свих реалних бројева x за које је $g(x) = 0$ и C скуп свих реалних бројева x за које је $f(x)g(x) = 0$. Тада увек важи:

- A) $C = A \cap B$ B) $C = A \cup B$ C) $C = A \setminus B$ D) $C = B \setminus A$ E) $C = A \times B$ N) не знам

19. У равни је дато n тачака ($n \geq 3$) тако да никоје три нису колинеарне. Ако је разлика броја троуглова и броја дужи одређених овим тачкама једнака $2n$, тада је n једнако:

- A) 5 B) 6 C) 7 D) не постоји такво n E) n није једнозначно одређено N) не знам

20. Коефицијент уз x^{20} у развоју степена бинома $(x^2 + 2x)^{11}$ је:

- A) 110 B) 220 C) 330 D) 440 E) 55 N) не знам