

ТЕХНИКУМ ТАУРУНУМ
Висока инжењерска школа струковних студија
Београд – Земун

Мр Бранка Михаиловић

**ЗАДАЦИ ЗА ПРИПРЕМУ ПРИЈЕМНОГ
ИСПИТА ИЗ МАТЕМАТИКЕ**

Београд, 2008.

Уместо предговора

Збирка задатака садржи задатке који су се појављивали на класификационим испитима на Вишој техничкој машинској школи – Београд до школске 2006/2007 и пријемном испиту 2007/2008 на ВИШСС Техникум Таурунум. Задаци са резултатима су груписани по областима, а уз два оригинална теста дата су и решења. Будући студент може самостално радити задатке или збирку задатака користити као основну литературу на припремама за полагање пријемног испита које Школа организује у јуну.
Обновите и допуните своје знање. Не оклевавте!

Успех на студијама!

Захваљујем на откривеним евентуалним грешкама,
позитивним критикама и сугестијама за боље
следеће издање.

Аутор

I Одредити вредност израза:

$$1. \frac{0,2 \cdot 0,4^{-1} \cdot 2^{-3}}{(-2)^3 \cdot 0,1 \cdot \sqrt[3]{8^{-1}}} : \frac{\frac{18}{11} - \frac{1}{2}}{2 + \frac{18}{11}}$$

$$\left[-\frac{1}{2} \right]$$

$$2. \ 27^{\frac{2}{3}} \cdot 9^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{-2} + \left(-3 \frac{3}{8} \right)^{-\frac{2}{3}} - \left(-\frac{1}{2} \right)^{-2} + \left(-\frac{2}{5} \right)^0$$

$$\left[\frac{4}{9} \right]$$

$$3. \ \frac{0,5 \cdot 0,25^{-1} \cdot 5^{-2}}{(-5)^3 \cdot (-25)^{-2} \cdot \sqrt[3]{125^{-1}}} : \frac{\frac{18}{175} - \frac{1}{5}}{\frac{2}{7} + \frac{18}{175}}$$

$$[8]$$

$$4. \ \left(6 \frac{1}{4} \right)^{\frac{-3}{2}} - \left(25^{\frac{3}{2}} \cdot 8^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{-4} \right)^{-1} + \left(\frac{1}{3} \right)^{-3} + \left(\frac{2}{5} \right)^0$$

$$[28]$$

$$5. \ \left(4^{\frac{1}{4}} - (2\sqrt{2})^{\frac{-4}{3}} \right) \cdot \left(4^{0,25} + \left(\left(\frac{1}{2} \right)^{-\frac{3}{2}} \right)^{\frac{4}{3}} \right)$$

$$\left[\frac{31}{16} \right]$$

$$6. \ \left(\frac{\left(\frac{1}{3} : 0,125 + \frac{2}{3} : 5 \frac{4}{5} - \frac{14}{29} \right) \cdot 17}{\left(1,5 - \frac{1}{12} \right) : 1 \frac{4}{25}} \right)^{\frac{1}{5}}$$

$$[2]$$

7. $\left(\left(2^{-1} : \left(\frac{1}{4} \right)^{-3} \right) \cdot 8 \right)^{0,25}$
 $\left[\frac{1}{2} \right]$

8. $\frac{(5\sqrt{3} + \sqrt{50})(5 - \sqrt{24})}{\sqrt{75} - 5\sqrt{2}}$
 $[1]$

9. $2^0 (\sqrt{3})^{\frac{2}{3}} - 3 \left(\frac{1}{2} \right)^{-0,75} \cdot 3^{-\frac{1}{4}} + \sqrt[4]{216}$
 $\left[\sqrt[12]{3} \right]$

10. $\left[\frac{1}{15} : \frac{25}{63} + \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{5}{9} \right)^{-1} + \left(\frac{5}{3} \right)^{-2} \right]^{-\frac{1}{3}} + \sqrt{36^{-1}}$
 $[1]$

II Упрости израз:

1. $\left(\frac{(a-b)^2}{ab} + 3 \right) : \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a} \right)^{-1} \cdot \frac{ab}{a^3 - b^3}$
 $\left[\frac{a+b}{ab} \right]$

2. $\frac{6}{3-x} : \left(\frac{x}{x^3 - 27} - \frac{1}{x^2 + 3x + 9} \right)$
 $[- 2(x^2 + 3x + 9)]$

3. $\left(\frac{a+b}{a} - \frac{2a}{a-b} \right) \cdot \left(\frac{a^2 + b^2}{b-a} \right)^{-1}$
 $\left[\frac{1}{a} \right]$

4. $(x^2 + y^2)^{-1} \cdot (x^2 + xy) \cdot \left(\frac{x}{x-y} - \frac{y}{x+y} \right)$
 $\left[\frac{x}{x-y} \right]$

5. $\left(\frac{x^2}{a} - \frac{x}{a} + 1 \right) \cdot \left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{x}{a} + 1 \right) \left(\frac{x^4 + x^2a^2 + a^4}{a} \right)^{-1}$
 $\left[\frac{1}{a^3} \right]$

6. $\left(\frac{x^2}{a^2} - \frac{a^2}{x^2} \right) : \left(\frac{x}{a} + \frac{a}{x} \right) : \frac{(x^2 - a^2)x^{-1}}{2a}$
 $[2]$

7. $\left(\frac{a+b}{b^2a - a^2b} \right)^{-1} \cdot \left(\frac{1+a}{a^2 - ab} - \frac{1-b}{b^2 - ab} \right)$
 $[-1]$

8. $\frac{3x-6}{x+2} \cdot \left(\frac{3}{x-2} + \frac{3x}{x^3-8} \cdot \frac{x^2+2x+4}{x+2} \right) : \frac{2x+2}{x^2+4x+4}$
 $[9]$

9. $\left(\frac{9a^2+1}{1-6a+9a^2} - \frac{1}{27a^3-9a^2-3a+1} : \frac{1}{27a^3+1} \right) \cdot (27a^3 - 18a^2 + 3a)$
 $[9a^2]$

10. $\left(\frac{3x+6}{2x^3+2x^2+2x+2} + \frac{2x^2-x-10}{2x^3-2x^2+2x-2} \right) : \left(\frac{5}{x^2+1} + \frac{3}{2x+2} - \frac{3}{2x-2} \right)$
 $\left[\frac{x+2}{2} \right]$

11. $(a^3 - 1)^{-1} \left(\left(\left(\frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{a+1}} + \frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{a+1}} \right) : \frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a-1}} \right)^2 \cdot a + 2a + 1 \right)$
 $\left[\frac{1}{a-1} \right]$

III Решити једначину:

1. $\frac{9x+7}{4} - 7x = 1 - \frac{2-x}{9}$ $\left[\frac{1}{5} \right]$

2. $4\left(x + \frac{3}{4}\right) - 3\left(3x - \frac{1}{3}\right) = 19$ $[-3]$

3. $|2x-3| - |x+2| = 3-x$ $[-1;4]$

4. $1 + \frac{5}{(x-3)(x+2)} = -\frac{1}{x+2}$ $[2]$

5. $\frac{3(x-3)}{7} + \frac{7(x-7)}{3} = x$ $[10]$

6. $\|x\| - 2 = 5$ $[\pm 7]$

7. $\frac{2x-1}{3} - \frac{4-x}{2} = x+1 + \frac{x-3}{6}$ $[\text{немогуће}]$

IV Одредити скуп решења неједначине:

1. $\frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 - 4x + 3} > -3$ $\left[(-\infty, -3) \cup \left(\frac{1}{2}, 1\right) \cup (3, +\infty) \right]$

$$2. \frac{x^2 - x - 6}{1-x} \leq 0$$

$[-2,1) \cup [3,+\infty)$

$$3. \frac{x-1}{x+2} > 2$$

$[-2, -5/3)$

$$4. \frac{-x^2 - 2x + 8}{x+1} \leq 0$$

$[-4, -1) \cup [2, +\infty)$

$$5. \frac{x^2 + x - 20}{-x-2} \leq 0$$

$[-5, -2) \cup [4, +\infty)$

$$6. \frac{(x-3)(x+2)}{x-1} \geq 0$$

$[-2,1) \cup [3,+\infty)$

$$7. \frac{5-x}{12x} \leq 2$$

$\left[(-\infty, 0) \cup \left[\frac{1}{5}, +\infty \right) \right]$

$$8. \frac{3 - |x+1|}{(x+1)(x+4)} < 0$$

$(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$

$$9. \frac{|x-2|-2}{x(2-x)} \geq 0$$

$(2,4]$

$$10. |x^2 - 5x| \geq 14$$

$(-\infty, -2] \cup [7, +\infty)$

$$11. 1 < \frac{3x^2 - 7x + 8}{x^2 + 1} < 2$$

$(1,6)$

V Решити једначину:

1. $\sqrt{2x+3} - \sqrt{x-2} = 2$ [11,3]
2. $\sqrt{x+1} + \sqrt{x-2} = 3$ [3]
3. $\sqrt{2a+14} - \sqrt{a+5} = \sqrt{a-7}$ [11]
4. $\sqrt{2x+7} - \sqrt{4x-9} = \sqrt{6x+2}$ [*нема*]
5. $3\sqrt{x^2 - 3x} = x + 2$ $\left[4; -\frac{1}{8}\right]$

VI Процентни рачун

1. Ако се страница квадрата повећа 5%, како ће се променити његов обим, а како површина? [5%;10,25%]
2. Ако се полупречник круга смањи за 3%, за колико ће се смањити његова површина? [5,91%]
3. Ако се дијагонала коцке смањи за 2%, за колико процената ће се смањити њена запремина? [5,88%]
4. Ако се једна од дијагонала ромба смањи за 2% за колико ће се процената смањити његова површина? [2%]

5. Ако се обим кружнице повећа за 3%, за колико ће се повећати површина одговарајућег круга?
[6,09%]
6. Неки посао I група радника обави за 36 дана, II група за 48 дана, а III група за 72 дана. За колико дана ће исти посао бити завршен, ако посао раде све три групе заједно?
[16]
7. Цена књиге је повећана за 150%. За колико процената треба да појевтини књига да би коштала исто као и пре поступљења?
[60%]
8. Након снижења за 10%, а затим повећања за 20% цена артикла је 270 дин. Одредити цену артикла пре ових промена.
[250дин.]
9. Једна пумпа пуни базен за два сата, а друга за четири сата. Колико процената запремине базена напуне обе пумпе за један сат, када раде истовремено?
[75%]
10. Свеже печурке садрже 90% воде, а суве 12%. Колико килограма сувих печурака се може добити од 22 кг свежих?
[2,5kg]

VII Бројеви, прогресије

1. Ако је $m = 0,1333\dots$ израчунати вредност израза

$$\left(0,05 + \left(\frac{2}{3} : m\right)^{-1}\right)^{-0,5} + \sqrt{(-2)^2}$$

[4]

2. Претворити у обичан разломак:

a) $\frac{6,077\dots}{0,22\dots}$

$\left[\frac{547}{20}\right]$

- b) $\frac{2,33....}{1,44....}$ $\left[\frac{21}{13} \right]$
- c) 0,5252..... $\left[\frac{52}{99} \right]$
- d) $\frac{3,022....}{2,011....}$ $\left[\frac{272}{181} \right]$

VIII A Израчунати:

$$1. \log_3 81 \cdot \log_3 \frac{1}{27} \cdot \log_{\frac{1}{2}} 16 \cdot \log_2 8$$

[144]

$$2. 3 \log_5 25 + 2 \log_3 27 - 4 \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{8} + 2 \log_{\frac{1}{5}} 125$$

[-6]

$$3. 4^{\log_2 3 + \log_4 \left(\frac{5}{11} \right)}$$

$\left[\frac{45}{11} \right]$

$$4. \left(\frac{1}{3} \right)^{\log_9 2 - 3}$$

$\left[\frac{27}{\sqrt{2}} \right]$

$$5. \left(\frac{\sqrt{10}}{10} \right)^{\log 9 - 2}$$

$\left[\frac{10}{3} \right]$

6. $\log_3 5$, ako je $\log_6 2 = a$, $\log_6 5 = b$

$$\left[\frac{b}{1-a} \right]$$

7. $\log_{35} 28$, ako je $\log_{14} 7 = a$, $\log_{14} 5 = b$

$$\left[\frac{2-a}{a+b} \right]$$

8. $(0,01)^{\log 0,2-1/2}$

[250]

VIII Б Решити једначину:

1. $\log(4 + 2^{x+2}) = \log 4 + \log(5 \cdot 2^{4-x} - 1)$

[3]

2. $\log_2^2 x - 3\log_2 x + 2 = 0$

[4;2]

3. $5\log x + \frac{4}{\log x} = 12$

$[100; \sqrt[5]{100}]$

4. $9\log_x 2 - \log_2 x = 0$

$$\left[8; \frac{1}{8} \right]$$

5. $\frac{\log 2x}{\log(4x-15)} = 2$

$$\left[\frac{9}{2} \right]$$

6. $\frac{1}{5-\log x} + \frac{2}{1+\log x} = 1$

[100;1000]

7. $\log_2(2x^2) \cdot \log_2(16x) = \frac{9}{2} \log_2^2 x$
 $\left[16; 2^{-\frac{2}{5}} \right]$

8. $\log_3(3 - 2 \cdot 3^{x+1}) = 2 + 2x$
 $[-1]$

9. $2^{2x+1} - 33 \cdot 2^{x-1} + 4 = 0$
 $[3;-2]$

10. $20^x - 6 \cdot 5^x + 10^x = 0$
 $[1]$

IX A Одредити решења једначине:

1. $\sin^2 x + \frac{1}{2} \sin 2x = 1$
 $\left[\frac{\pi}{4} + \kappa\pi; \frac{\pi}{2} + \kappa\pi \right]$

2. $2 \sin^2 x - \sqrt{3} \cos x - 2 = 0$
 $\left[\frac{\pi}{2} + \kappa\pi; \frac{5\pi}{6} + 2\kappa\pi; \frac{7\pi}{6} + 2\kappa\pi \right]$

3. $\sin \frac{x}{2} + \cos x = 1$
 $\left[2\kappa\pi; \frac{\pi}{3} + 4\kappa\pi; \frac{5\pi}{3} + 4\kappa\pi \right]$

4. $3 - 4 \sin^2 3x = 0, \quad \text{на интервалу} \quad \left(0, \frac{2\pi}{3} \right)$
 $\left[\frac{\pi}{9}; \frac{2\pi}{9}; \frac{4\pi}{9}; \frac{5\pi}{9} \right]$

5. $\frac{1}{\sin x} = \sin x + \cos x$
 $\left[\frac{\pi}{4} + \kappa\pi; (2\kappa + 1)\frac{\pi}{2} \right]$

6. $2\sin^2 x + 7\cos x + 2 = 0$

$$\left[\frac{\pi}{2} + \kappa\pi \right]$$

7. $\sqrt{3}\sin x - \cos x = \sqrt{2}$

$$\left[\frac{5\pi}{12} + 2\kappa\pi; \frac{11\pi}{12} + 2\kappa\pi \right]$$

8. $4\cos^2 2x - 1 = 0$ на интервалу $(0, \pi)$

$$\left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}; \frac{5\pi}{6} \right]$$

IX Б Израчунати вредност израза:

1. $\frac{\sin 270^\circ \operatorname{tg}(-225^\circ) \cos 1000^\circ}{\operatorname{ctg} 300^\circ \sin 170^\circ}$

$$[-\sqrt{3}]$$

2. $\sin 20^\circ \sin 40^\circ \sin 80^\circ$

$$\left[\frac{\sqrt{3}}{8} \right]$$

3. $\frac{2\cos 40^\circ - \cos 20^\circ}{\sin 20^\circ}$

$$[\sqrt{3}]$$

4. $\operatorname{tg} 9^\circ + \operatorname{tg} 81^\circ + \operatorname{tg} 117^\circ + \operatorname{tg} 153^\circ$

$$[4]$$

5. $\cos 15^\circ + \sqrt{3} \sin 15^\circ$

$$[\sqrt{2}]$$

X Аналитичка геометрија

1. Кроз тачку $A(1,1)$ пролази права која је наормална на праву $x - y + 3 = 0$. Одредити координате тачке P у којој се ове праве секу.
 $\left[(-1/2, 5/2)\right]$
2. Права a пролази кроз тачку $M(1,1)$ и нормална је на праву $b: x - y + 3 = 0$. Одредити површину троугла ABS , ако је S тачка пресека правих a и b , а A и B пресечне тачке a и b и x осе.
 $[25/4]$
3. Координате средина страница троугла су $(1,1), (2,2), (4,0)$. Одредити координате темена тог троугла и његову површину.
 $\left[(3,-1); (-1,3); (5,1); 8\right]$
4. У којој тачки права кроз тачку $A(3,2)$ паралелна правој $2x - y + 4 = 0$ сече $0y$ осу?
 $\left[(0,-4)\right]$
5. Дата су темена троугла $A(1,2), B(0,-1)$ и средиште $S(-1,0)$ странице AC . Одредити координате темена C и дужину висине троугла из тог темена.
 $\left[(-3,-2); 4\sqrt{10}/5\right]$
6. Одредити једначину праве која пролази кроз тачку $A(2,1)$, а са координатним осама гради троугао површине 4.
 $\left[2y + x - 4 = 0\right]$
7. Теме квадрата је $A(-1,1)$, а пресек његових дијагонала $E(0,3)$. Одредити координате осталих темена квадрата.
 $\left[(1,5); (2,2); (-2,4)\right]$
8. Одредити једначину праве која пролази кроз координатни почетак и пресечну тачку правих $x + 2y - 3 = 0$ и $2x - y + 4 = 0$.
 $\left[y = -2x\right]$
9. Одредити теме A троугла који је задат теменима $B(2,0), C(2,-6)$ и тежиштем $T(-1,1)$. Колика је површина тог троугла?
 $\left[A(-7,9); 27\right]$
10. Одредити коефицијент правца праве нормалне на праву која пролази кроз тачке $A(-2,-1)$ и $B(2,2)$.
 $\left[-\frac{4}{3}\right]$

11. Написати једначину кружнице која садржи тачку $A(5,2)$, додирује апсцисну осу и има полупречник $r = 5$.

$$\left[(x-1)^2 + (y-5)^2 = 25; (x-9)^2 + (y-5)^2 = 25 \right]$$

12. Написати једначину тетиве кружнице $x^2 + y^2 - 8x - 4 = 0$ која садржи тачку $A(1,1)$ и да том тачком буде преполовљена.

$$\left[y = 3x - 2 \right]$$

13. Израчунати дужину тетиве елипсе $x^2 + 2y^2 = 18$ која полови угао између координатних оса.

$$\left[4\sqrt{3} \right]$$

14. У параболу $y^2 = 6x$ уписан је једнакостранични троугао, тако да се једно теме троугла поклапа са теменом параболе. Колика је дужина странице троугла?

$$\left[12\sqrt{3} \right]$$

15. Кроз жижу параболе $y^2 = 10x$ конструисана је тетива нормална на њену осу. Одредити дужину тетиве.

$$\left[10 \right]$$

XI Планиметрија и стереометрија

1. Основица троугла је 10, а висина 4. Одредити површину трапеза висине 2, чија се једна основица поклапа са основицом троугла, а краци му леже на страницама троугла.

$$\left[15 \right]$$

2. У једнакокраком трапезу, коме су дијагонале нормалне, основице су 12 и 6. Колика је површина тог трапеза?

$$\left[81 \right]$$

3. Одредити висину ромба чије су дијагонале 4 и 5.

$$\left[\frac{20}{\sqrt{41}} \right]$$

4. У троугао основице 8 и висине 6 уписан је правоугаоник чија је једна страница 4, а друга лежи на основици троугла. Израчунати површину тог правоугаоника.

$$\left[8/3 \right]$$

5. У троуглу површине $6\sqrt{3}$ странице $a = 3$ и $b = 7$ заклапају туп угао. Колика је трећа страница c ?

[8]

6. У праву правилну тространу пирамиду висине 45 и основне ивице 30 уписана је једнакоивична призма тако да јој три темена леже у равни основе, а остала на бочним ивицама пирамиде. Колика је запремина призме?

 $[1458\sqrt{3}]$

7. Ивице тростране пирамиде које излазе из истог темена заклапају међусобно праве углове. Израчунати запремину и површину пирамиде, ако дужине тих ивица износе 3,4 и 4.

 $[8;20 + 2\sqrt{34}]$

8. У лопту полупречника 5 уписана је права кружна купа полупречника основе 3. Израчунати запремину купе.

 $[27\pi]$

9. Око лопте полупречника 3 описана је права кружне купе висине 9. Израчунати запремину купе.

 $[81\pi]$

10. Висина праве кружне купе је $\sqrt{3}$, а њена изводница са равни основе заклапа угао 60° . Одредити запремину ваљка висине $1/\sqrt{3}$ који је уписан у купу.

 $\left[\frac{4\pi\sqrt{3}}{27}\right]$

11. Када се развије омотач праве кружне купе добија се четвртина круга полупречника 5. Одредити запремину такве купе.

 $\left[\frac{125\sqrt{15}}{192}\pi\right]$

12. У праву купу полупречника основе 5 и висине 12 уписана је лопта. Одредити запремину лопте.

 $\left[\frac{4000\pi}{81}\right]$

13. Бочна ивица праве правилне четворостране пирамиде има дужину 3 и заклапа са равни основе угао 45° . Одредити запремину пирамиде.

 $\left[\frac{9\sqrt{2}}{2}\right]$

14. Основна ивица праве правилне четворострране пирамиде има дужину 10, а бочне стране са равни основе образују угао од 45° . Одредити површину пирамиде.

$$[100 + 100\sqrt{2}]$$

15. Правоугли трапез основица $a = 10$, $b = 2$ и висине 15 ротира око мањег крака. Израчунати површину тако насталог тела.

$$[308\pi]$$

Задаци са пријемног испита јун 2007/2008.

1. Одредити вредност израза:

$$\frac{0,5 \cdot 0,25^{-1} \cdot 5^{-2}}{(-5)^3 \cdot 25^{-2} \cdot \sqrt[3]{125^{-1}}} \cdot \frac{\frac{2}{7} + \frac{18}{175}}{\frac{18}{175} - \frac{1}{5}} + (-\frac{3}{2})^0$$

2. Израчунати

$$\frac{6}{3-x} : \left(\frac{x}{x^3 - 27} - \frac{1}{x^2 + 3x + 9} \right)$$

3. Решити једначину:

$$7 - \frac{1-3x}{7} = 2 + 2x - \frac{2x-1}{3}$$

4. Одредити скуп решења неједначине:

$$\frac{-x^2 + 2x - 3}{x^2 - 4x + 3} > 3$$

5. а) Израчунати вредност израза

$$3 \log_5 25 + 2 \log_3 27 - 4 \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{8} + 2 \log_{\frac{1}{5}} 125$$

б) Одредити x из једначине: $\log_2 x + \log_x 2 = \frac{5}{2}$

6. Израчунати:

$$\frac{\sin 270^\circ \tan(-225^\circ) \cos 1000^\circ}{\cot 300^\circ \sin 170^\circ \cos 900^\circ}$$

7. Кроз тачку $M(-2,3)$ конструисана је права нормална на праву $y + x = 5$. Одредити површину троугла одређеног пресеком ових правих и тачкама пресека правих и x осе.
8. У лопту полупречника 9 cm уписана је коцка, у коцку лопта, а у лопту опет коцка. Колика је површина мање коцке?
9. У једнакокраком трапезу, коме су дијагонале нормалне основице су 8cm и 4cm. Колика је површина трапеза?
10. Претворити у обичан разломак: $\frac{6,077...}{0,22.....}$

Задаци са класификационог испита јун 2006/2007.

1. Одредити вредност израза:

$$\frac{\frac{2}{14} - \frac{1}{6}}{3} : \frac{0,3 \cdot 0,9^{-1} \cdot 3^{-3}}{(-3)^3 \cdot 9^{-2} \sqrt[3]{27^{-1}}}$$

2. Израчунати:

$$\left(\frac{a^2 + b^2}{b} - a \right) \cdot \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right)^{-1} \cdot \frac{a^2 - b^2}{a^3 + b^3}$$

3. Решити једначину:

$$7 - 2x - \frac{1-3x}{7} = 2 - \frac{2x-1}{3}$$

4. Одредити скуп решења неједначине:

$$\frac{-x^2 + 2x - 5}{2x^2 - x - 1} > -1$$

5. Решити једначину:

$$\log_2(9^{x-1} + 7) = 2 + \log_2(3^{x-1} + 1)$$

6. Израчунати:

$$\frac{\sin 408^0 \operatorname{tg}(-1125^0) \sin 242^0}{\cos 222^0 \operatorname{ctg}(-210^0) \cos(-692^0)}$$

7. Права a пролази кроз тачку $M(3,3)$ и нормална је на праву b : $x+2y-3=0$.

Одредити површину троугла ABC , ако је C тачка пресека правих a и b , а A и B пресечне тачке правих a и b осе.

8. У лопту полупречника 3cm уписана је коцка. Израчунати површину коцке.

9. Хипотенуза правоуглог троугла је 7cm, а угао 30^0 . Одредити запремину тела које настаје ротацијом троугла око хипотенузе.

10. Претворити у обичан разломак:

$$\frac{3,022...}{2,011...}$$

Решења:

$$1. \quad \frac{2}{\frac{14}{3} - \frac{1}{6}} : \frac{0,3 \cdot 0,9^{-1} \cdot 3^{-3}}{(-3)^3 \cdot 9^{-2} \sqrt[3]{27^{-1}}} = \frac{2}{\frac{28-1}{6}} : \frac{\frac{3}{10} \cdot \frac{10}{9} \cdot \frac{1}{27}}{-27 \cdot \frac{1}{81} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{12}{27} \cdot \frac{-\frac{1}{9}}{\frac{1}{81}} = \frac{12}{27} \cdot (-9) = -4$$

$$2. \quad \left(\frac{a^2 + b^2}{b} - a \right) \cdot \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right)^{-1} \cdot \frac{a^2 - b^2}{a^3 + b^3} = \frac{a^2 + b^2 - ab}{b} \cdot \frac{ab}{a-b} \cdot \frac{(a-b)(a+b)}{(a+b)(a^2 - ab + b^2)} = a$$

$$3. \quad 7 - 2x - \frac{1-3x}{7} = 2 - \frac{2x-1}{3}$$

$$147 - 42x - 3 + 9x = 42 - 14x + 7$$

$$17x = 95$$

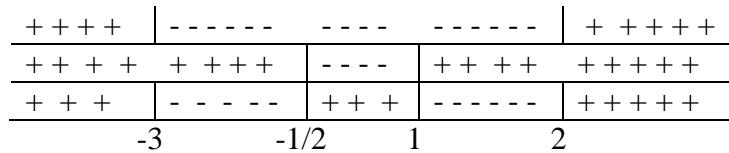
$$x = 5$$

$$4. \quad \frac{-x^2 + 2x - 5}{2x^2 - x - 1} > -1 \quad \frac{-x^2 + 2x - 5 + 2x^2 - x - 1}{2x^2 - x - 1} > 0$$

$$\frac{x^2 + x - 6}{2x^2 - x - 1} > 0$$

$$x^2 + x - 6 = 0, x_1 = -3, x_2 = 2$$

$$2x^2 - x - 1 = 0, x_1 = 1, x_2 = -1/2$$



$$x \in (-\infty, -3) \cup (-1/2, 1) \cup (2, +\infty)$$

$$5. \quad \log_2(9^{x-1} + 7) = 2 + \log_2(3^{x-1} + 1)$$

$$\log_2(9^{x-1} + 7) = \log_2 4 + \log_2(3^{x-1} + 1)$$

$$9^{x-1} + 7 = 4 \cdot (3^{x-1} + 1)$$

$$3^{2x} - 12 \cdot 3^x + 27 = 0$$

$$3^x = t, t^2 - 12t + 27 = 0 \dots t_1 = 9, t_2 = 3$$

$$3^x = 9, x = 2, \dots 3^x = 3, \dots x = 1$$

$$6. \quad \frac{\sin 408^\circ \operatorname{tg}(-1125^\circ) \sin 242^\circ}{\cos 222^\circ \operatorname{ctg}(-210^\circ) \cos(-692^\circ)}$$

$$\frac{\sin 48^\circ (-\operatorname{tg} 45^\circ)(-\sin 62^\circ)}{(-\cos 42^\circ)(-\operatorname{ctg} 30^\circ) \cos 28^\circ}$$

$$\frac{\sin 48^\circ \cdot 1 \cdot \sin 62^\circ}{\sin 48^\circ \cdot \sqrt{3} \cdot \sin 62^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

7.

$$x + 2y - 3 = 0$$

$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

$$k = -\frac{1}{2}$$

$$a : \dots k_1 = 2$$

$$M(3,3)$$

$$y - 3 = 2(x - 3)$$

$$y = 2x - 3$$

$$x + 2y - 3 = 0$$

$$2x - y - 3 = 0$$

$$5x - 9 = 0, \dots x = \frac{9}{5}, \dots y = \frac{18}{5} - 3 = \frac{3}{5}$$

$$C\left(\frac{9}{5}, \frac{3}{5}\right), \dots A(0, -3), \dots B\left(0, \frac{3}{2}\right)$$

$$P = \frac{1}{2} \left(3 + \frac{3}{2} \right) \cdot \frac{3}{5} = \frac{27}{20}$$

8.

$$D = a\sqrt{3} = 2R = 6, \dots a = \frac{6}{\sqrt{3}}$$

$$P = 6a^2 = 6 \cdot \left(\frac{6}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{6 \cdot 36}{3} = 72 \text{ cm}^2$$

9.

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 H_1 + \frac{1}{3}\pi r^2 H_2 = \frac{1}{3}\pi r^2 (H_1 + H_2) = \frac{1}{3}\pi r^2 c = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{7\sqrt{3}}{4}\right)^2 \cdot 7 = \frac{343\pi}{16}$$

10.

$$\frac{3,022....}{2,011....} = \frac{3\frac{2}{90}}{2\frac{1}{90}} = \frac{272}{181}$$

Задаци са класификационог испита јун 2005/2006.

1. Одредити вредност израза:

$$\frac{0,4 \cdot 0,16^{-1} \cdot 4^{-2}}{(-4)^3 \cdot 16^{-2} \cdot \sqrt[4]{16^{-1}}} : \frac{\frac{2}{15} - \frac{1}{3}}{\frac{2}{3} + \frac{2}{15}}$$

2. Израчунати:

$$\left(\frac{x}{x^3 - 1} - \frac{1}{x^2 + x + 1} \right) : \frac{1}{1-x}$$

3. Решити једначину:

$$5\left(\frac{2}{5} + x\right) - 2\left(3x - \frac{1}{2}\right) = 6$$

4. Одредити скуп решења неједначине;

$$\frac{5 - 4x - x^2}{x - 3} \geq 0$$

5. а) Израчунати вредност израза:

$$\frac{5}{4} \log_3 81 + 3 \log_{\frac{1}{2}} 16 - 2 \log_2 \frac{1}{32} + \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{27}$$

б) Одредити x из једначине:

$$\log_2^2 x - 3 \log_2 x + 2 = 0$$

6. Ако се странице једнакостраничног троугла смањи 5% како ће се променити његов обим, а како површина?

7. Одредити сва решења $2 \cos^2 x - \sqrt{2} \sin x = 2$.

8. Кроз тачку $A(3,3)$ пролази права која је нормална на праву $x+2y-3=0$. Одредити кординате тачке P у којој се ове праве секу.

9. У једнакокраком трапезу коме су дијагонале нормалне, основице су 8 см и 4 см. Колика је површина тог трапеза?

10. Хипотенуза правоуглог троугла је 3 cm, а угао 60° . Колика је запремина тела које настаје ротацијом троугла око хипотенузе?

Решења:

$$1. \quad \frac{0,4 \cdot 0,16^{-1} \cdot 4^{-2}}{(-4)^3 \cdot 16^{-2} \cdot \sqrt[4]{16^{-1}}} : \frac{\frac{2}{15} - \frac{1}{3}}{\frac{2}{3} + \frac{2}{15}} = \frac{\frac{4}{10} \cdot \frac{100}{16} \cdot \frac{1}{16}}{-4^3 \frac{1}{4^4} \cdot \frac{1}{2}} : \frac{\frac{2-15}{15}}{\frac{10+2}{15}} = \frac{\frac{10}{64}}{-\frac{1}{8}} \cdot \frac{12}{-3} = \frac{10}{8} \cdot 4 = 5$$

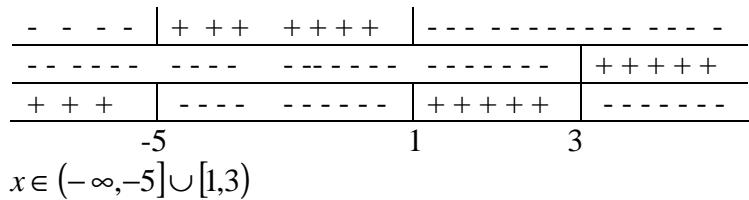
$$2. \quad \left(\frac{x}{x^3-1} - \frac{1}{x^2+x+1} \right) : \frac{1}{1-x} = \frac{x-(x-1)}{(x-1)(x^2+x+1)} \cdot \frac{1-x}{1} = \frac{-1}{x^2+x+1}$$

$$3. \quad 5\left(\frac{2}{5} + x\right) - 2\left(3x - \frac{1}{2}\right) = 6$$

$$2 + 5x - 6x + 1 = 6 \dots\dots x = -3$$

$$4. \quad \frac{5-4x-x^2}{x-3} \geq 0 \dots \dots \dots -x^2 - 4x + 5 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{16+20}}{-2} \dots x_1 = -5 \dots x_2 = 1 \dots x - 3 = 0 \dots x = 3$$



5. a)

$$\frac{5}{4} \log_3 81 + 3 \log_{\frac{1}{2}} 16 - 2 \log_2 \frac{1}{32} + \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{27} = \frac{5}{4} \cdot 4 + 3(-4) - 2(-5) + 3 = 5 - 12 + 10 + 3 = 6$$

b)

$$\log_2 x - 3\log_2 x + 2 = 0 \dots \log_2 x = t, \dots t^2 - 3t + 2 = 0 \dots t_1 = 2, \dots t_2 = 1$$

$$\log_2 x = 2, \dots \log_2 x = 1 \dots x = 4 \dots x = 2$$

6.

$$a_1 = 0,95a$$

$$o_1 = 3a_1 = 3 \cdot 0,95a = 0,95(3a) = 0,95o$$

obim...se...smanji...za 5%

$$P_1 = \frac{a_1^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{(0,95a)^2 \sqrt{3}}{4} = 0,95^2 \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = 0,9025P$$

površina...se...smanji...za..9,75%

7.

$$2\cos^2 x - \sqrt{2}\sin x = 2$$

$$2(1 - \sin^2 x) - \sqrt{2}\sin x = 2$$

$$2\sin^2 x + \sqrt{2}\sin x = 0$$

$$\sin x(2\sin x + \sqrt{2}) = 0$$

$$\sin x = 0 \dots \dots x = k\pi \dots \dots$$

$$2\sin x + \sqrt{2} = 0, \dots \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \dots \dots x = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi \dots \dots x = \frac{7\pi}{4} + 2k\pi$$

8.

$$x + 2y - 3 = 0$$

$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

$$k = -\frac{1}{2}$$

$$k_1 = 2 \dots A(3,3) \dots y - 3 = 2(x - 3) \dots \dots y = 2x - 3$$

$$x + 2y - 3 = 0$$

$$2x - y - 3 = 0$$

$$5x - 9 = 0, \dots x = \frac{9}{5}, \dots y = \frac{18}{5} - 3 = \frac{3}{5}$$

$$P\left(\frac{9}{5}, \frac{3}{5}\right)$$

9.

$$a = 8, b = 4$$

$$h = \frac{a}{2} + \frac{b}{2} = 6$$

$$P = \frac{a+b}{2}h = \frac{8+4}{2}6 = 36 \text{ cm}^2$$

10.

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 H_1 + \frac{1}{3}\pi r^2 H_2 = \frac{1}{3}\pi r^2 (H_1 + H_2) = \frac{1}{3}\pi r^2 c = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{3\sqrt{3}}{4}\right)^2 3 = \frac{27\pi}{16}$$

