

1) Izračunati $\left(x^n \cdot x^{\frac{1}{n+1}}\right) : \left(x^{n^2}\right)^{\frac{1}{n+1}}$.

$$x^{n+\frac{1}{n+1}} : x^{\frac{n^2}{n+1}} = x^{\frac{n^2+n+1}{n+1} - \frac{n^2}{n+1}} = x$$

2) Rešiti iracionalnu jednačinu $\sqrt{x+1} = \sqrt{4x-3} - \sqrt{x-2}$.

$$x+1 = 4x-3 - 2\sqrt{(4x-3)(x-2)} + x-2 \Rightarrow$$

$$\sqrt{(4x-3)(x-2)} = 2x-3 \Rightarrow$$

$$(4x-3)(x-2) = (2x-3)^2 \Rightarrow x=3.$$

3) Rešiti jednačinu $\frac{3x-5}{4} - \frac{4-x}{2} = \frac{9-2x}{6}$.

Množenjem sa 12 dobija se

$$3(3x-5) - 6(4-x) = 2(9-2x) \Rightarrow 19x = 57 \Rightarrow x = 3.$$

4) Rešiti sistem jednačina

$$\frac{x+1}{3} + \frac{y-1}{4} = 4 \quad \wedge \quad \frac{x-2}{3} - \frac{y+7}{3} = -2.$$

Množenjem prve sa 12 a druge sa 3 dobija se sistem

$$4x+1+3y-1=48 \quad \wedge \quad x-2-y-7=-6 \text{ čije rešenje je } x=8, y=5.$$

5) Rešiti jednačinu $(x+1)^2 - 25 = 0$.

$$(x+1)^2 = 25 \Rightarrow x+1 = \pm 5 \Rightarrow x = 4 \vee x = -6.$$

6) Rešiti jednačinu $4x^4 - 17x^2 + 18 = 0$.

Smena $x^2 = t$.

Jednačina $4t^2 - 17t + 18 = 0$ ima rešenja $t = 2 \vee t = 9/4$.

Dakle, $x \in \{\sqrt{2}, -\sqrt{2}, 3/2, -3/2\}$.

7) Odrediti linearnu funkciju $y = f(x)$ tako da je $f(2) = 4$ i $f(-2) = 0$.

Neka je linearna funkcija oblika $y = kx + n$. Zamenom uslova dobijamo sistem $4 = 2k + n \quad \wedge \quad 0 = -2k + n$, čije rešenje je $k = 1$, $n = 2$. Dakle linearna funkcija glasi $y = x + 2$.

8) Rešiti nejednačinu $(x-1)^2 - 4 < 0$.

$(x-1)^2 - 2^2 < 0 \Rightarrow (x-1-2)(x-1+2) < 0 \Rightarrow (x-3)(x+1) < 0$. Rešenje poslednje nejednačine je $x \in (-1, 3)$.

9) Rešiti nejednačinu $\frac{3x-1}{12} - \frac{3}{4} < 2x - \frac{5(1-2x)}{6}$.

Množenjem sa 12 dobijamo

$$3x-1-9 < 24x-10+20x \Rightarrow x \in (0, \infty).$$

10) Rešiti jednačinu $4^{x+1} + 4^4 = 320$.

$$4^{x+1} + 4^4 = 5 \cdot 4^3 \Rightarrow 4^{x+1} = 4^3 \Rightarrow x+1 = 3 \Rightarrow x = 2.$$

11) Rešiti jednačinu $\log_3(2x+3) = 2$.

$$\log_3(2x+3) = \log_3 9 \Rightarrow 2x+3 = 9 \Rightarrow x = 3.$$

12) Skratiti razlomak $\frac{x^2 - 4xy + 3y^2}{x^2 - y^2}$.

$$\frac{x^2 - 4xy + 3y^2}{x^2 - y^2} = \frac{x^2 - 4xy + 4y^2 - y^2}{x^2 - y^2}$$

$$\frac{(x-2y)^2 - y^2}{(x-y)(x+y)} = \frac{(x-3y)(x-y)}{(x-y)(x+y)}$$

$$= \frac{x-3y}{x+y}, \quad x-y \neq 0.$$

13) Odrediti oblast definisanosti funkcije $\log \frac{x-5}{x+3}$.

$$\frac{x-5}{x+3} > 0 \Rightarrow x \in (-\infty, -1) \cup (5, +\infty).$$

14) Rešiti jednačinu $2007^{x^2-5x+4} = 1$.

$$x^2 - 5x + 4 = 0 \Rightarrow x \in \{1, 4\},$$

15) Odrediti tačke preseka krivih $f(x) = 3x^2 + 9x - 4$ i $g(x) = 2x^2 + 14x + 2$.

Uslov preseka je $f(x) = g(x)$ odakle se dobija jednačina $x^2 - 5x - 6 = 0$, čija rešenja su $x \in \{-1, 6\}$. Koordinate tačka su $A(-1, -10)$, $B(6, 158)$.