

## 1 JUL 2002

1. Neka je  $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{\sqrt{2 + x - x^2}}$ .
  - a) Odrediti definicioni skup funkcije  $f$ .
  - b) Rešiti nejednačinu  $f(x) < 0$ .
2. Rešiti jednačinu  $\frac{1 + \tan x}{1 - \tan x} = 1 + \sin(2x)$ .
3. Odrediti parametar  $p$  tako da koreni kvadratne jednačine  $px^2 - 5x + 6 = 0$  zadovoljavaju jednakost  $\frac{x_1}{x_2} = \frac{2}{3}$ .
4. U pravouglom trouglu  $ABC$  sa pravim uglom kod temena  $A$  je  $|AB| = 6$  i  $|AC| = 8$ . Izračunati:
  - a) poluprečnik opisanog kruga oko trougla;
  - b) poluprečnik upisanog kruga u trougao;
  - c) rastojanje između centra opisanog i centra upisanog kruga.
5. Četiri bračna para sačinjavaju skup od 8 osoba. Na koliko različitih načina može da se formira tročlana komisija iz tog skupa ako:
  - a) u komisiji mogu da budu bilo koja tri od osam članova;
  - b) u komisiji mogu da budu dve žene i jedan muškarac;
  - c) u komisiji ne mogu istovremeno da budu muž i žena.
6. Napisati program koji od korisnika učitava prirodan broj  $n$ ,  $2 \leq n \leq 50$ , realan broj  $x$  i potom računa i štampa vrednost izraza:

$$\sum_{i=2}^n (-1)^{i+1} \frac{x^{i-1}}{i^2 - 1}.$$

## 2 JUL 2003

1. Data je funkcija  $f(x) = (x-1)(x-3)(x+5)(x+7)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
  - a) Odrediti realna rešenja jednačine  $f(x) = 297$ .
  - b) Odrediti minimum funkcije  $f$ .
2. Data je funkcija  $f(x) = \log_a x + \log_{a^2} x$ , gde je  $a > 0$  realan parametar.
  - a) Rešiti jednačinu  $f(x) = 0$
  - b) Rešiti jednačinu  $f(x + a^2 + a) = 2f(x)$ .
3. Rešiti jednačinu  $\sin x \cos 3x = \frac{1}{2}(1 + \sin 4x)$ .
4. U trouglu  $ABC$  sa ostrim uglovima, kod  $A$  i  $B$  povučena je visina  $CC'$ . Neka je  $D$  podnožje normale iz tačke  $C'$  na pravu  $AC$ . Odrediti površinu trougla  $ABC$  ako se zna da je  $AD = 1$ ,  $CD = 4$  i  $BC' = 2\sqrt{5}$ .

5. Koliko ima desetocifrenih brojeva kojima su sve cifre različite, kojima na prvom mestu stoji parna cifra, a na poslednja dva neparna cifra. (Napomena: Na prvom mestu ne sme stajati nula!)
6. Napisati program koji od korisnika učitava ceo broj  $n$ ,  $1 \leq n \leq 5000$ , potom  $n$  realnih brojeva i odredjuje koliko njih je strogo veće od proseka svih ičitanih realnih brojeva.

### 3 JUL 2004

1. Rešiti sledeću nejednačinu:

$$|x^2 - 3x - 4| > 2(x + 1).$$

2. Rešiti sledeću jednačinu:

$$4^x - 3^{x-1/2} = 3^{x+1/2} - 2^{2x-1}.$$

3. Rešiti sledeću jednačinu:  $\sqrt{3} \sin x + \cos x = 1$ .

4. Rešiti sledeću jednačinu:

$$\log_{x+2}(x^2 - 1) = \log_{x+2}(5 - x).$$

5. Registarski broj automobila u jednoj državi se sastoji iz dva latinična slova engleske abecede iza kojih se nalazi šest cifara. Pri tome, prva cifra ne može biti nula. Koliko različitih registracija se može napraviti?
6. Dat je prirodan broj  $N$ . Napisati proceduru u proizvoljnom programskom jeziku koja će generisati i odštampati niz cifara broja  $N$ , počev od cifre najveće težine.  
(Primer:  $N=2345$ ; NIZC=[2,3,4,5].)

### 4 JUN 2005

1. Rešiti nejednačinu  $(2x + 1)(x - 3) < -5$

2. Rešiti jednačinu

$$\log_{10} 2 + \log_{10}(4^{x-2} + 9) = 1 + \log_{10}(2^{x-2} + 1)$$

3. Rešiti jednačinu

$$\frac{3}{\cos^4 x} + 8 = \frac{10}{\cos^2 x}$$

4. Neka je  $ABCD$  jednakokraki trapez sa osnovicama 1 i 3 čiji uglovi na većoj osnovici iznose  $75^\circ$ . Neka je  $P$  središte duži  $AB$ ,  $Q$  središte duži  $BC$ ,  $R$  središte duži  $CD$  i  $S$  središte duži  $DA$ . Kolika je površina četvorougla  $PQRS$ ?
5. U jednoj komisiji Evropske unije nalazi se 9 Nemaca, 11 Francuza i 8 Belgijanaca. Nemci u ovoj grupi govore i razumeju samo nemački jezik, Francuzi govore i razumeju samo francuski jezik, dok Belgijanci iz ove grupe tečno govore i razumeju i nemački i francuski jezik. Na koliko načina se od ovih 28 ljudi može odabrati radno telo od 12 članova za čiji rad nije potreban prevodilac?
6. Napisati program koji od korisnika učitava realan broj  $x$  i ceo broj  $n \geq 2$  i potom računa i štampa vrednost izraza

$$\frac{1 + 2x + 3x^2 + \dots + nx^{n-1}}{1 + 2 + 3 + \dots + n}.$$

## 5 JUN 2006

1. U skupu realnih brojeva rešiti jednačinu

$$\sqrt{3x^2 - x - 2} + 1 = x.$$

2. U skupu realnih brojeva rešiti jednačinu

$$\frac{1}{2 + \log x} + \frac{2}{4 - \log x} = 1.$$

3. U skupu realnih brojeva rešiti jednačinu

$$2 \cos 2x = \operatorname{ctg} x - \operatorname{tg} x.$$

4. Dijagonale četvorougla  $ABCD$  seku se pod pravim uglom u tački  $E$ . Oko četvorougla  $ABCD$  opisan je krug sa centrom u tački  $O$  i poluprečnikom  $R$ . Krug upisan u trougao  $BCE$  ima takođe centar u tački  $O$ , a poluprečnik mu je  $r$ . Odrediti odnos  $\frac{r}{R}$ .
5. Koliko ima prirodnih brojeva u čijem decimalnom zapisu nema jednakih cifara i čije cifre pripadaju skupu  $\{1, 3, 5, 7\}$ ?
6. Napisati program koji od korisnika učitava ceo broj  $n \geq 3$ , potom  $n$  realnih brojeva  $a_1, \dots, a_n$ , i utvrđuje i štampa najveći od tih brojeva, kao i koliko puta se on pojavio. Na primer, za  $n = 8$  i niz

1.13, 2.56, 2.01, 2.56, -4.9, -3.8, 2.56, 2.56

program ispisuje brojeve 2.56 i 4 zato što je 2.56 najveći broj u nizu i pojavljuje se četiri puta.

## Prijemni ispit

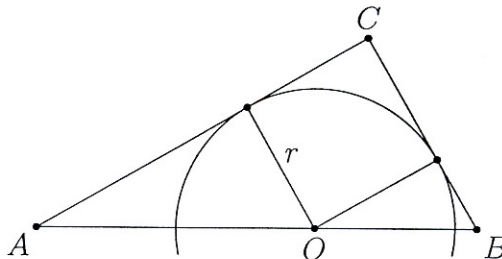
28.6.2007.

- a) Odrediti koeficijente  $a, b$  i  $c$ , tako da nule  $x_1$  i  $x_2$  polinoma  $ax^2 + bx + c$  zadovoljavaju uslove  $x_1 + x_2 = \frac{5}{4}$  i  $x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{4}$ .

b) Odrediti koeficijente  $a, b$  i  $c$  tako da polinom  $ax^4 + bx^2 + c$  ima nule  $x_1 = \frac{1}{2}$  i  $x_2 = 1$ .
- Data je jednačina  $2 \log 2 + \left(1 + \frac{1}{2x}\right) \log 3 - \log(\sqrt[3]{3} + 27) = 0$ .

a) Pokazati da se data jednačina može zapisati kao  $2^2 3^{(1+\frac{1}{2x})} = \sqrt[3]{3} + 27$ .

b) Rešiti jednačinu pod a).
- Rešiti jednačinu  $\cos x \cdot \cos 2x = \cos 3x$ .
- Neka je  $ABC$  trougao kod koga je  $\angle A = 30^\circ$ ,  $\angle B = 60^\circ$  i  $|AB| = 1$ . Neka je  $k$  krug čiji centar  $O$  je na stranici  $AB$  ovog trougla i koji dodiruje druge dve stranice trougla. Izračunati poluprečnik  $r$  kruga  $k$ , kao i odnos u kome tačka  $O$  deli duž  $AB$ .



- Registarske tablice u Bosni i Hercegovini se sastoje od tri cifre, jednog slova i još tri cifre, pri čemu prva cifra nije nula, a kao slovo se može pojaviti samo jedno od sledećih slova: A, E, J, K, M, O, T. Na primer, 103-T-010 je dobra registarska oznaka, dok 099-A-731 i 103-C-010 to nisu. Koliko različitih registarskih oznaka se može formirati na ovaj način?
- Niz Fibonačijevih brojeva je definisan ovako:

$$F_1 = 1, \quad F_2 = 1, \quad F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \text{ za } n \geq 3.$$

Napisati program koji od korisnika učitava ceo broj  $n$ ,  $1 \leq n \leq 1000$ , i potom računa i štampa vrednost sledećeg izraza:

$$\frac{1}{F_1} - \frac{1}{F_2} + \frac{1}{F_3} - \frac{1}{F_4} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{F_n}$$

- Kandidati rade prva četiri zadatka, i, po izboru, 5. ili 6. zadatak.
- Vreme predviđeno za rad je 120 minuta.