

Eksperimentalna fizika delcev in jedra

Skripta po predavanjih

T. Jovanovski

9. oktober 2025

Kazalo

1	Pregled dela	3
1.1	Vrste eksperimentov: Fiksna tarča in trkalniki	3
1.2	Pospeševanje delcev	3
1.3	Energija in luminoznost kot ključna parametra	4
1.3.1	Energija trkov in Livingstonov graf	4
1.3.2	Luminoznost	4
1.4	Detekcija in analiza produktov trka	5
1.5	Osnove detektorjev delcev	6
1.6	Identifikacija delcev (PID) in zmanjšanje ozadja	6
1.7	Metode za identifikacijo delcev	7
1.8	Specifične interakcije in detekcija	8
2	Predavanja 7.10.2025	10
2.1	Interakcija nabitih delcev s snovjo	10
2.1.1	Klasična izpeljava energijskih izgub (Bohrov približek)	10

1 Pregled dela

Osrednji predmet preučevanja eksperimentalne fizike delcev in jedra so osnovni gradniki snovi in interakcije med njimi. Ker teh delcev ne moremo opazovati neposredno, jih preučujemo s pomočjo visokoenergijskih trkov, v katerih nastajajo novi, pogosto kratkoživi delci. V tem poglavju bomo na kratko pregledali osnovne koncepte, ki so temelj za eksperimente v tej veji fizike.

1.1 Vrste eksperimentov: Fiksna tarča in trkalniki

V osnovi ločimo dva glavna pristopa k izvedbi eksperimentov s trki delcev.

- **Eksperimenti s fiksno tarčo:** Pri tej vrsti eksperimenta curek visokoenergijskih delcev (projektilov) usmerimo v mirujočo tarčo. Ta pristop je bil zgodovinsko prvi in se še danes uporablja za specifične meritve.
- **Eksperimenti s trkalniki:** V trkalnikih krožita dva curka delcev v nasprotnih smereh, ki ju na določenih mestih (interakcijskih točkah) križamo, da pride do čelnih trkov med delci. To je danes prevladujoč pristop pri iskanju novih delcev in mejah Standardnega modela.

Ključna razlika med obema pristopoma je v energiji, ki je na voljo za nastanek novih delcev. Energija, ki se lahko pretvori v maso novih delcev ($E = mc^2$), je energija v **težiščnem sistemu** (sistem, v katerem je skupna gibalna količina enaka nič).

Primerjava energij: Pri eksperimentu s **fiksno tarčo** se mora ohraniti gibalna količina. Ker tarča miruje, ima gibajoči se projektil na začetku gibalno količino različno od nič. Zato morajo imeti tudi delci, ki nastanejo po trku, skupno gibalno količino enako začetni. To pomeni, da del začetne kinetične energije ostane v obliki kinetične energije končnih produktov, in je ne moremo porabiti za ustvarjanje mase. Uporabna energija je torej manjša od celotne energije projektila.

Po drugi strani pa v **trkalniku**, če imata delca enaki masi in nasprotno enaki hitrosti, je skupna gibalna količina sistema pred trkom enaka nič. Posledično je lahko tudi po trku enaka nič, kar omogoča, da se **celotna kinetična energija** obeh delcev porabi za nastanek mase novih delcev. S trkalniki zato dosežemo bistveno višje efektivne energije za odkrivanje masivnih delcev, kot sta na primer Higgsov bozon ali bozon Z.

1.2 Pospeševanje delcev

Da delec doseže dovolj visoko energijo za izvedbo opisanih eksperimentov, ga je treba pospešiti. Pospeševalniki so naprave, ki z uporabo močnih električnih in magnetnih polj pospešujejo nabite delce do hitrosti blizu svetlobne.

Princip delovanja: Sodobni pospeševalniki večinoma uporabljajo **izmenična (radiofrekvenčna) električna polja** v posebnih kovinskih komorah, imenovanih resonančne votline.

- Delci potujejo skozi niz takšnih votlin.

- V vsaki votlini je vzpostavljeno nihajoče elektromagnetno valovanje. Frekvence teh valov so tipično v območju radijskih ali mikrovalov (od nekaj sto MHz do nekaj GHz).
- Prehod delcev skozi votline je sinhroniziran z nihanjem polja. Ko delec vstopi v votlino, je polje usmerjeno tako, da ga pospeši. Ko zapušča votlino, polje zaniha v nasprotno smer, tako da delec v vsaki fazi pridobi dodaten sunek energije. Na ta način delec potuje "na vrhu" elektromagnetnega vala in postopoma nabira energijo.

Omeniti velja, da je hitrost širjenja valovanja v takšni votlini (fazna hitrost) manjša od hitrosti svetlobe v vakuumu ($v_f < c_0$). To je ključno, saj se mora hitrost vala ujemati s hitrostjo delca, ki je vedno manjša od c_0 , da lahko pride do efektivnega in kontinuiranega pospeševanja.

1.3 Energija in luminoznost kot ključna parametra

Uspešnost eksperimenta v fiziki delcev ni odvisna le od zasnove detektorja, temveč predvsem od zmožnosti pospeševalnika. Dva najpomembnejša parametra, ki določata doseg in natančnost eksperimentov, sta energija delcev in luminoznost.

1.3.1 Energija trkov in Livingstonov graf

Kot smo že omenili, je energija v težiščnem sistemu (E_{CM}) ključna za ustvarjanje novih, masivnih delcev. Zgodovinski razvoj pospeševalnikov kaže na izjemen, eksponencialen napredek v doseganju visokih energij, kar najlepše ponazarja **Livingstonov graf**. Ta graf prikazuje, kako se je maksimalna energija pospeševalnikov povečevala skozi čas, pri čemer je vsaka nova tehnologija omogočila skokovit porast. Ta napredek nam je omogočil prehod od preučevanja jeder do odkrivanja delcev Standardnega modela.

1.3.2 Luminoznost

Medtem ko energija določa, *katere* delce lahko ustvarimo, pa luminoznost določa, *kako pogosto* se bodo zgodili zanimivi dogodki. Luminoznost (L) je merilo za intenzivnost oziroma svetlost trkov v pospeševalniku. Višja luminoznost pomeni večje število trkov na časovno enoto. Povezavo med luminoznostjo, fizikalnim procesom in številom opazovanih dogodkov podaja temeljna enačba:

$$\frac{dN}{dt} = L \cdot \sigma \quad (1)$$

kjer je $\frac{dN}{dt}$ hitrost dogodkov, L luminoznost, σ pa **sipalni presek** (verjetnost za interakcijo, enota *barn*).

Integrirana luminoznost Ker se luminoznost med delovanjem pospeševalnika spreminja, je za analizo pomembna skupna, nabrana luminoznost. To imenujemo **integrirana luminoznost** (L_{int}):

$$L_{int} = \int L(t) dt \quad (2)$$

Celotno število dogodkov (N) je potem enako $N = L_{int} \cdot \sigma$. Iskanje redkih procesov z majhnim sipalnim presekom zahteva veliko nabrane luminoznosti.

1.4 Detekcija in analiza produktov trka

Ko v pospeševalniku pride do trka, je naslednji ključni korak ugotoviti, kaj je pri tem nastalo. To je naloga detektorja, ki obdaja točko trka. Cilj analize je rekonstruirati dogodek in izmeriti lastnosti vseh nastalih delcev.

Rekonstrukcija dogodka Prvi korak je določitev točke interakcije, t.i. **primarnega temena** (angl. *primary vertex*). Od te točke izhajajo sledi delcev, ki so nastali neposredno v trku. Številni delci so nestabilni in razpadejo zelo hitro, včasih tudi nekaj milimetrov stran od točke nastanka, kar ustvari **sekundarno teme**.

Za določanje lastnosti delcev merimo predvsem njihovo gibalno količino in energijo.

- **Gibalna količina nabitih delcev:** Celoten detektor je potopljen v **močno magnetno polje**. Nabit delec, ki leti skozi to polje, zaradi Lorentzeve sile potuje po ukrivljeni (vijačni) poti. Iz polmera ukrivljenosti (R) lahko natančno določimo gibalno količino delca (p):

$$p = qBR \quad (3)$$

kjer je q naboj delca (poznan), B pa jakost magnetnega polja (poznana). Polmer R izmerimo s pomočjo sledilnikov, ki natančno zabeležijo pot delca. Predznak naboja določi smer ukrivljenosti.

- **Energija nenabitih delcev:** Delci brez naboja (npr. fotoni, nevtroni) v magnetnem polju ne spreminjajo smeri in ne puščajo sledi v sledilnikih. Njihovo energijo merimo s kalorimetri, v katerih se delec absorbira in odloži vso svojo energijo.

Celoten sistem detektorjev, ki omogoča merjenje gibalne količine, energije in drugih lastnosti, s čimer lahko določimo **identiteto delca** (ali je elektron, mion, proton...), deluje kot kompleksen **spektrometer**.

Identifikacija razpadlih delcev Kako vemo, da je v trku nastal nek nestabilen delec (npr. bozon Z), če pa ga ne vidimo neposredno? Odgovor je v rekonstrukciji njegove mase iz delcev, na katere je razpadel. Iz izmerjenih energij (E_i) in gibalnih količin (\vec{p}_i) vseh razpadnih produktov izračunamo t.i. **invariantno maso** sistema (m_{inv}):

$$m_{inv}^2 c^4 = \left(\sum_i E_i \right)^2 - \left(\sum_i \vec{p}_i c \right)^2 \quad (4)$$

Ta invariantna masa je enaka masi delca, ki je razpadel.

Če v velikem številu trkov računamo invariantno maso izbranih produktov (npr. para elektron-pozitron) in jo narišemo na histogram, bomo opazili naslednje:

- **Signal:** Če je v trkih res nastajal določen delec (npr. Z z maso $\approx 91 \text{ GeV } c_0^{-2}$), se bo na histogramu pri tej vrednosti mase pojavil vrh (resonančni vrh).
- **Ozadje:** Vrh ni ostra črta (delta funkcija) zaradi **merilne nedoločenosti** pri merjenju gibalnih količin in energij. Širši kot je vrh, slabša je ločljivost detektorja. Pod vrhom in okoli njega pa se nahaja gladko porazdeljeno ozadje, ki izvira iz naključnih kombinacij delcev (angl. *random coincidences*), ki niso nastali pri razpadu iskanega delca.

Statistično značilen vrh nad pričakovanim ozadjem je dokaz za obstoj novega delca.

1.5 Osnove detektorjev delcev

Detektorji v fiziki delcev so kompleksne naprave, zasnovane z namenom, da zajamejo in izmerijo lastnosti vseh delcev, ki nastanejo v trku. Njihova zasnova temelji na osnovnih fizikalnih principih, kot je ohranitev gibalne količine, ki narekuje, da morajo biti produkti trka v splošnem porazdeljeni v vse smeri.

Zgradba in oblika Zaradi potrebe po zajetju čim večjega deleža produktov je večina sodobnih detektorjev zgrajena v **sodčasti obliki** okoli cevi, po kateri potujeta curka. Takšna zasnova, ki pokrije skoraj celoten prostorski kot (4π), zagotavlja, da nam uide čim manj delcev. Celotna struktura je pogosto ogromna, dolga tudi do 20 metrov, in je sestavljena iz več plasti, pri čemer je vsaka specializirana za merjenje določenih lastnosti delcev. Obstajajo tudi **asimetrični detektorji** (npr. pri nekaterih trkalnikih elektronov in pozitronov), ki so prilagojeni specifičnim pogojem trkov, kjer težiščni sistem ni v mirovanju glede na laboratorij.

Princip detekcije: Interakcija s snovjo Temeljni princip, na katerem delujejo vsi detektorji, je, da delec ob prehodu skozi snov z njo interagira. Za nabite delce je prevladujoč proces ionizacija – delec vzdolž svoje poti izbija elektrone iz atomov snovi, s čimer izgublja energijo.

- Količino izgubljene energije na enoto poti (dE/dx) opisuje Bethe-Blochova formula. Kot grobo pravilo velja, da delec z visoko energijo v trdni snovi izgubi približno 2 MeV cm^{-1} na enoto gostote (g cm^{-3}).
- V redkejših snoveh, kot so tekočine in plini, je izguba energije ustrezno manjša.

Sled, ki jo za seboj pusti delec, je v resnici sled elektronov in ionov, ki so nastali ob prehodu.

Sledilniki in ojačanje signala Plasti detektorja, ki so najbližje točki trka, so namenjene natančnemu določanju poti delcev.

- **Silicijevi detektorji:** Tik ob cevi s curkom se nahajajo detektorji iz polprevodniškega silicija. Ob prehodu nabitega delca v siliciju nastanejo pari elektron-vrzel. Ti detektorji omogočajo izjemno prostorsko ločljivost, reda velikosti nekaj μm , kar je ključno za natančno določitev primarnega in sekundarnih temen.
- **Plinski detektorji:** V plinskih detektorjih (npr. v žičnih komorah) je število primarnih elektron-ion parov, ki jih ustvari delec, zelo majhno in samo po sebi nezaznavno. Zato je signal treba ojačati. To dosežemo z močnim električnim poljem (npr. okoli tanke žice v valjasti komori). Elektroni, ki nastanejo pri ionizaciji, so v tem polju pospešeni do te mere, da imajo dovolj energije za nadaljnjo ionizacijo atomov plina. Sproži se proces, imenovan **ionski plaz** (angl. *avalanche*), ki prvotni signal ojača za več redov velikosti v merljiv električni pulz.

1.6 Identifikacija delcev (PID) in zmanjšanje ozadja

Merjenje gibalne količine in energije nam omogoči rekonstrukcijo invariantne mase, s katero iščemo razpade novih delcev. Vendar pa se v realnih eksperimentih soočamo z

ogromnim številom delcev, ki nastanejo v vsakem trku, in večina teh ni povezana z iskanim razpadom. To vodi do problema t.i. **kombinatoričnega ozadja**.

Predpostavimo, da želimo opazovati razpad mezona D^0 preko kanala:

$$D^0 \rightarrow K^- \pi^+ \quad (5)$$

Brez dodatnih informacij bi morali vzeti vsako sled z negativnim nabojem in jo združiti z vsako sledjo s pozitivnim nabojem ter za vsak tak par izračunati invariantno maso ob predpostavki, da je prva kaon, druga pa pion. Ker v trkih nastane ogromno število pionov, bi večina teh parov predstavljala naključne kombinacije, ki nimajo ničesar skupnega z razpadom delca D^0 . Signal, ki ga iščemo, bi bil popolnoma skrit pod tem ogromnim ozadjem.

Tu nastopi ključna vloga **identifikacije delcev** (angl. *Particle Identification* - PID). To so specializirani sistemi detektorjev, ki omogočajo ločevanje med različnimi vrstami delcev (npr. med pioni, kaoni in protoni). Delujejo na podlagi različnih fizikalnih principov, kot so:

- merjenje specifične izgube energije (dE/dx),
- merjenje časa preleta (Time of Flight - ToF),
- detekcija Čerenkovovega sevanja.

Z uporabo PID lahko za vsako sled z določeno verjetnostjo rečemo: "Ta delec je najverjetneje kaon" in "Ta delec je najverjetneje pion". S tem lahko iz analize izločimo ogromno večino napačnih kombinacij. To drastično zmanjša naključno ozadje na histogramu invariantne mase in omogoči, da signal postane viden kot vrh.

Dober primer, kjer je PID nujen, je tudi rekonstrukcija delca $\phi \rightarrow K^+ K^-$. Brez identifikacije delcev bi bil signal ϕ mezona popolnoma prekrit z ozadjem iz veliko pogostejših pionov. Skratka, v mnogih primerih se na porazdelitvi invariantne mase brez uporabe PID signal sploh ne bi videl – izstopil bi šele po tem, ko s selekcijo odstranimo večino ozadja.

1.7 Metode za identifikacijo delcev

Identifikacija vrste delca temelji na dveh glavnih principih: na določanju njegove **mase** in na opazovanju njegovega specifičnega **načina interakcije** z detektorskim materialom. Spodaj je seznam najpogostejših nabitih delcev, ki jih opazujemo v detektorjih, in njihove približne mirovne mase:

- Elektroni/pozitroni (e^\pm): $\approx 0.511 \text{ MeV } c_0^{-2}$
- Mioni (μ^\pm): $\approx 106 \text{ MeV } c_0^{-2}$
- Pioni (π^\pm): $\approx 140 \text{ MeV } c_0^{-2}$
- Kaoni (K^\pm): $\approx 494 \text{ MeV } c_0^{-2}$
- Protoni/antiprotoni (p, \bar{p}): $\approx 938 \text{ MeV } c_0^{-2}$

Osnovna kinematična relacija, ki povezuje gibalno količino (p), maso (m) in hitrost delca, je:

$$p = \gamma m v = (\gamma \beta) m c \quad (6)$$

kjer sta $\beta = v/c$ in $\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2}$ Lorentzova faktorja. Izraz lahko preoblikujemo v:

$$m c = \frac{p}{\gamma \beta} \quad (7)$$

Ta enačba je temelj za identifikacijo delcev. Sledilni sistem v magnetnem polju nam natančno izmeri gibalno količino p . Če lahko z dodatnimi detektorji izmerimo še hitrost delca (oziroma β ali $\gamma\beta$), lahko neposredno izračunamo njegovo maso m in ga tako identificiramo.

Dve najpogostejši metodi za merjenje faktorja $\gamma\beta$ sta:

Energijske izgube (dE/dx) Kot smo omenili, nabiti delci ob prehodu skozi snov izgubljajo energijo, kar opisuje Bethe-Blochova formula. Količina izgubljene energije je odvisna od hitrosti delca, natančneje od faktorja $\gamma\beta$. Pri isti gibalni količini p bodo imeli delci z različnimi masami različne hitrosti, saj velja:

$$\gamma\beta = \frac{p}{m c}$$

To pomeni, da bodo pri enaki gibalni količini težji delci (npr. protoni) počasnejši (manjši $\gamma\beta$) in bodo zato drugače izgubljali energijo kot lažji delci (npr. pioni). Z merjenjem energijskih izgub v plinskih ali polprevodniških detektorjih lahko torej ločimo med različnimi vrstami delcev, še posebej učinkovito pri nižjih gibalnih količinah.

Kot Čerenkovega sevanja Ko nabit delec potuje skozi snov s hitrostjo v , ki je večja od fazne hitrosti svetlobe v tej snovi (c/n , kjer je n lomni količnik), oddaja t.i. Čerenkovovo sevanje. To sevanje se oddaja pod točno določenim kotom θ_C glede na smer gibanja delca:

$$\cos \theta_C = \frac{1}{n\beta} \quad (8)$$

Z merjenjem kota θ_C lahko neposredno določimo hitrost delca β . Ta metoda je izjemno uporabna pri višjih energijah, kjer metoda energijskih izgub izgubi svojo moč ločevanja.

1.8 Specifične interakcije in detekcija

Poleg splošnih metod za merjenje gibalne količine in energije obstajajo tudi bolj specializirani detektorji in tehnike, ki izkoriščajo edinstvene lastnosti interakcij različnih delcev s snovjo.

Uporaba Čerenkovega in prehodnega sevanja Kot smo omenili, je Čerenkovo sevanje ključno za merjenje hitrosti delcev. Sevanje nastane le, če je hitrost delca v večja od hitrosti svetlobe v snovi, c/n . To postavlja pragovno hitrost $\beta_t = 1/n$.

- Če je $\beta < \beta_t$, delec ne seva.
- Če je $\beta > \beta_t$, delec seva pod kotom $\cos \theta_C = 1/(n\beta)$.

Z izbiro materiala z ustreznim lomnim količnikom n lahko detektor zasnujemo tako, da ločuje med delci z različnimi masami. Lažji delec bo pri isti gibalni količini prej presegel pragovno hitrost kot težji.

Druga sorodna tehnika uporablja **prehodno sevanje** (angl. *Transition Radiation*). To sevanje nastane, ko ultra-relativističen nabiti delec prečka mejo med dvema sredstvom z različnima dielektričnima konstantama. Intenziteta sevanja je močno odvisna od Lorenzovega faktorja γ , zato so ti detektorji izjemno učinkoviti pri ločevanju visokoenergijskih elektronov (γ je velik) od težjih delcev, kot so pioni.

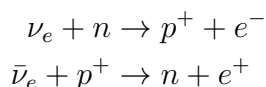
Razlike v interakcijah s snovjo Način, kako delec interagira z detektorjem, je neposredno povezan s fundamentalnimi interakcijami, ki jih občuti.

- **Mion (μ^\pm):** Kot lepton mion občuti le **elektromagnetno in šibko interakcijo**. Ker ne interagira močno, je izjemno prodoren. V detektorju pušča čisto sled v sledilnikih in kalorimetrih, ne da bi povzročil obsežen plaz delcev. Pogosto prebije celoten detektor.
- **Pion (π^\pm):** Kot mezon je sestavljen iz kvarkov in zato občuti **močno interakcijo** (poleg EM in šibke). Ko pion zadene gost material kalorimetra, interagira z atomskimi jedri, kar sproži t.i. **hadronski plaz** – kaskado novih hadronov. Ta plaz je po obliki zelo drugačen od čistega EM plazmu, ki ga povzroči elektron.

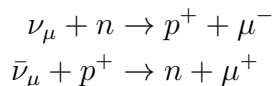
Te razlike v "podpisu", ki ga delci pustijo v detektorju, so osnova za njihovo identifikacijo.

Izziv: Detekcija nevtrinov Nevtrini so posebni, saj občutijo **samo šibko interakcijo**. Posledično je njihov sipalni presek za interakcijo s snovjo izjemno majhen. Verjetnost, da nevtrino interagira med prehodom skozi Zemljo, je praktično nič. Za njihovo detekcijo so zato potrebni ogromni detektorji z maso več tisoč ton (npr. velikanske posode z ultra-čisto vodo ali tekočim scintilatorjem), da se poveča verjetnost za vsaj nekaj interakcij.

Nevtrina ne detektiramo neposredno, ampak preko produktov njene interakcije z jedri. Tipični reakciji sta (preko nabitega toka):



Podobno velja za mionske nevtrine, ki v reakciji proizvedejo mion:



Pri višjih energijah sipalni presek sicer narašča, a ostaja izredno majhen. Ključno je, da v teh reakcijah nastane **nabit lepton** (elektron, mion). Ta lepton, če ima dovolj energije, v mediju (npr. vodi) potuje hitreje od svetlobe in pri tem oddaja **Čerenkovo sevanje**. Ob stene detektorja so nameščeni izjemno občutljivi svetlobni senzorji (fotopomnoževalke), ki zaznajo ta svetlobni blisk in iz oblike svetlobnega stožca rekonstruirajo smer in energijo prvotnega nevtrina.

2 Predavanja 7.10.2025

2.1 Interakcija nabitih delcev s snovjo

Ko nabit delec potuje skozi snov, interagira z atomi preko elektromagnetne interakcije. Posledica teh interakcij je, da delec postopoma izgublja svojo kinetično energijo, dokler se na koncu ne ustavi. Način interakcije je odvisen od mase vpadnega delca (M) v primerjavi z maso elektrona (m_e). Ločimo dva glavna primera:

1. **Težki nabiti delci:** V to kategorijo spadajo vsi delci, katerih masa je bistveno večja od mase elektrona ($M \gg m_e$), na primer protoni, mioni ($m_\mu \approx 200 m_e$), delci alfa, in težji ioni.
2. **Elektroni in pozitroni:** Tu je masa vpadnega delca enaka masi delcev v snovi, s katerimi interagira ($M = m_e$). To vodi do pomembnih razlik v obravnavi.

Interakcije lahko v osnovi razdelimo na dva procesa:

- **Neelastično sipanje na atomskih elektronih:** To je daleč najpomembnejši proces za izgubo energije. Vpadni delec preda del svoje energije elektronom v atomih snovi, kar povzroči njihovo **vzbujanje** (ekscitacijo) na višja energijska stanja ali pa **ionizacijo** (elektron se odcepi od atoma). Sipalni presek za ta proces je relativno velik, reda velikosti $\sigma \approx 10^{-17} \text{ cm}^2 - 10^{-16} \text{ cm}^2$, kar pomeni, da se na poti delca zgodi ogromno število takšnih trkov. Posledica je, da delec izgublja energijo skoraj zvezno. Na primer, proton z energijo 10 MeV se v bakru (Cu) popolnoma ustavi na razdalji le 250 μm .
- **Elastično sipanje na atomskem jedru:** Pri tem procesu se delec siplje na precej težjem jedru. Ker je jedro masivno, delec izgubi zanemarljivo malo energije, spremeni pa svojo smer. Ta proces je znan kot Rutherfordovo sipanje in je pomemben predvsem pri nizkih energijah.

2.1.1 Klasična izpeljava energijskih izgub (Bohrov približek)

Oglejmo si klasičen izračun energije, ki jo težak nabit delec (z nabojem ze in maso M) prenese na en sam elektron v snovi. Pri tem bomo uporabili nekaj poenostavljajočih predpostavk:

- Elektron (z nabojem $-e$ in maso m_e) je prost in na začetku miruje.
- Vpadni delec se giblje s konstantno hitrostjo v po premici. Zaradi velike mase ($M \gg m_e$) predpostavimo, da se njegova smer med interakcijo ne spremeni.
- Razdalja med mirovno lego elektrona in potjo delca se imenuje **parameter trka** (b).

Na elektron deluje Coulombova sila s strani težkega delca. Zaradi simetrije bo rezultanta sile v smeri gibanja delca (longitudinalna komponenta) po celotni poti enaka nič. Spremembo gibalne količine elektrona povzroči le komponenta sile, ki je pravokotna na pot delca (F_T).

Celotna sprememba gibalne količine elektrona (Δp_e) je enaka sunku sile:

$$\Delta p_e = \int_{-\infty}^{\infty} F_T(t) dt \quad (9)$$

Ker je $F_T = eE_T$ (kjer je E_T prečna komponenta električnega polja) in čas lahko izrazimo s potjo $dt = dx/v$, dobimo:

$$\Delta p_e = \int_{-\infty}^{\infty} eE_T \frac{dx}{v} = \frac{e}{v} \int_{-\infty}^{\infty} E_T dx \quad (10)$$

Integral prečne komponente električnega polja vzdolž celotne poti lahko elegantno izračunamo z uporabo **Gaussovega zakona**. Ob poti delca si zamislimo neskončno dolg valj s polmerom b . Celoten električni pretok skozi plašč valja je:

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int_{-\infty}^{\infty} E_T \cdot (2\pi b) dx \quad (11)$$

Po Gaussovem zakonu je ta pretok enak skupnemu naboju v notranjosti, deljenim z ϵ_0 . Naboj v notranjosti je kar naboj delca, ze .

$$\int_{-\infty}^{\infty} E_T(2\pi b) dx = \frac{ze}{\epsilon_0} \quad (12)$$

Iz tega neposredno sledi vrednost integrala, ki ga potrebujemo:

$$\int_{-\infty}^{\infty} E_T dx = \frac{ze}{2\pi b\epsilon_0} \quad (13)$$

Ko to vstavimo nazaj v izraz za spremembo gibalne količine, dobimo:

$$\Delta p_e = \frac{e}{v} \left(\frac{ze}{2\pi b\epsilon_0} \right) = \frac{ze^2}{2\pi\epsilon_0 vb} \quad (14)$$

Energija, ki jo pri tem trku prejme elektron, je enaka njegovi končni kinetični energiji:

$$\Delta E(b) = \frac{(\Delta p_e)^2}{2m_e} = \frac{1}{2m_e} \left(\frac{ze^2}{2\pi\epsilon_0 vb} \right)^2 = \frac{z^2 e^4}{8\pi^2 \epsilon_0^2 m_e v^2 b^2} \quad (15)$$

Ta enačba nam podaja energijo, ki jo težak delec izgubi v enem samem trku z elektronom na razdalji b . Celotno izgubo energije na enoto poti (dE/dx) dobimo tako, da ta izraz integriramo po vseh možnih parametrih trka b in upoštevamo število elektronov v snovi.