

Izpitna vprašanja iz Moderne fizike
(Odgovori temeljijo na knjigi "Quick Modern
Physics: A Self-Teaching Guide")

Pripravljeno za študente Fizikalne merilne tehnike

2. junij 2025

1. Posebna teorija relativnosti

- **Na katerih postulatih temelji Posebna teorija relativnosti?** Posebna teorija relativnosti temelji na dveh osnovnih postulatih (Knjiga, str. 4, Okvir 5):
 1. **Princip relativnosti:** Zakoni fizike so enaki v vseh inercialnih opazovalnih sistemih. Noben inercialni sistem ni preferiran.
 2. **Princip konstantnosti svetlobne hitrosti:** Hitrost svetlobe v vakuumu ima enako vrednost $c \approx 3.00 \times 10^8$ m/s v vseh inercialnih opazovalnih sistemih, ne glede na gibanje svetila ali opazovalca.
- **Kaj je to dogodek, opazovalec, svetovnica, vektor četverec?**
 - **Dogodek (Event):** Točka v prostor-času, določena s tremi prostorskimi koordinatami in eno časovno koordinato (Knjiga, str. 8, Okvir 2; str. 14, Okvir 9).
 - **Opazovalec (Observer):** Opazovalec je ponavadi mišljen kot nekdo, ki se nahaja v inercialnem opazovalnem sistemu in ima na voljo sistem sinhroniziranih ur ter merilnih priprav za določanje koordinat dogodkov (Knjiga, str. 8, Okvir 2).
 - **Svetovnica (Worldline):** Knjiga eksplicitno ne definira svetovnice, vendar je to pot objekta skozi prostor-čas. Predstavlja zaporedje dogodkov, ki označujejo zgodovino objekta.
 - **Vektor četverec (Four-vector):** Knjiga eksplicitno ne definira splošnega vektorja četverca, ampak omenja prostor-časovni interval $\Delta s^2 = (c\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2$, ki je invarianten (Knjiga, str. 14, Okvir 9). Pomemben primer vektorja četverca je vektor gibalne količine-energije $(E/c, p_x, p_y, p_z)$ (Knjiga, Poglavje 4). Splošno je to vektor v štiridimenzionalnem prostor-času.
- **Kakšne so posledice posebne teorije relativnosti?** Glavne posledice posebne teorije relativnosti, obravnavane v knjigi (Poglavje 2, str. 7-11), so:
 - **Relativnost sočasnosti (Relativity of Simultaneity):** Dogodka, ki sta sočasna za enega opazovalca, nista nujno sočasna za drugega opazovalca, ki se giblje relativno na prvega (Knjiga, str. 8, Okvirji 3-5).
 - **Podaljšanje časa (Time Dilation):** Ura, ki se giblje relativno na opazovalca, teče počasneje, kot jo meri opazovalec, v primerjavi

z enako uro, ki miruje glede na opazovalca. $\Delta t = \gamma \Delta t'$, kjer je $\Delta t'$ lastni čas (Knjiga, str. 9-10, Okvirji 6-10).

- **Skrčenje dolžine (Length Contraction):** Dolžina predmeta, merjena v smeri gibanja, je krajša, ko jo meri opazovalec, glede na katerega se predmet giblje, v primerjavi z njegovo lastno dolžino. $L = L_p/\gamma$ (Knjiga, str. 10-11, Okvirji 11-13).
- **Relativistični Dopplerjev premik (Relativistic Doppler Shift):** Sprememba opazovane frekvence (in valovne dolžine) svetlobe zaradi relativnega gibanja med izvorom in opazovalcem (Knjiga, str. 11-12, Okvirji 16-17).

- **Kaj je lastni čas in kaj lastna dolžina?**

- **Lastni čas ($\Delta t'$ ali Δt_p):** To je časovni interval med dvema dogodkoma, merjen z uro, ki miruje glede na dogodka (torej se dogodka zgodita na istem mestu v opazovalnem sistemu, kjer ura miruje). To je najkrajši možni časovni interval med tema dvema dogodkoma (Knjiga, str. 9, Okvir 7).
- **Lastna dolžina (L_p):** To je dolžina predmeta, merjena v opazovalnem sistemu, v katerem predmet miruje (Knjiga, str. 10, Okvir 11). To je najdaljša možna merjena dolžina predmeta.

2. Lorentzova transformacija

- **Primerjaj Lorentzovo in Galilejevo transformacijo!**

- **Galilejeva transformacija** (Knjiga, str. 6, Okvirji 10-11): $x' = x - vt$, $y' = y$, $z' = z$, $t' = t$. Predpostavlja absoluten čas ($t' = t$) in velja za nizke hitrosti ($v \ll c$). Hitrosti se seštevajo aditivno ($u'_x = u_x - v$). Ni skladna z Einsteinovima postulatom, saj ne ohranja hitrosti svetlobe c v vseh inercialnih sistemih.
- **Lorentzova transformacija** (Knjiga, str. 12, Okvir 2): $x' = \gamma(x - vt)$, $y' = y$, $z' = z$, $t' = \gamma(t - vx/c^2)$, kjer je $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$. Velja za vse hitrosti $0 \leq v < c$. Čas ni absoluten ($t' \neq t$) in je odvisen tudi od prostorske koordinate. Ohranja hitrost svetlobe c v vseh inercialnih sistemih. Pri $v \ll c$, $\gamma \approx 1$ in $vx/c^2 \approx 0$, zato Lorentzova transformacija preide v Galilejevo.

- **Kaj je interval prostor-časa?** Interval prostor-časa (Δs^2) je količina, ki je invariantna (enaka) v vseh inercialnih opazovalnih sistemih pri

Lorentzovi transformaciji. Definiran je kot (Knjiga, str. 14, Okvir 9, čeprav tam ni eksplicitno izpeljan, je omenjen kot invariantna količina):

$$\Delta s^2 = (c\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2$$

Kjer so $\Delta t, \Delta x, \Delta y, \Delta z$ razlike v času in prostorskih koordinatah med dvema dogodkoma. Invariantnost tega intervala je temeljna lastnost prostor-časa v posebni relativnosti.

- **Kako se transformira vektor hitrosti?** Transformacija hitrosti po Lorentzovi transformaciji (Knjiga, str. 13, Okvir 6): Če se sistem S' giblje s hitrostjo v glede na S vzdolž osi x , in ima objekt v S komponente hitrosti u_x, u_y, u_z , potem so komponente hitrosti v S' :

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - u_x v / c^2}$$

$$u'_y = \frac{u_y}{\gamma(1 - u_x v / c^2)}$$

$$u'_z = \frac{u_z}{\gamma(1 - u_x v / c^2)}$$

Pomembno je, da če je $u_x = c$, potem je tudi $u'_x = c$ (Knjiga, str. 13, Okvir 7), kar potrjuje konstantnost svetlobne hitrosti.

3. Dopplerjev premik

- **Kakšen je izraz za relativistični Dopplerjev premik?** Knjiga omenja relativistični Dopplerjev premik v Poglavju 2, Okvir 16 (str. 11), vendar ne poda eksplicitne formule. Formula za relativistični Dopplerjev premik za svetlobo, ko se izvor giblje radialno glede na opazovalca, je:

$$f_{opazovana} = f_{izvor} \sqrt{\frac{1 \mp v/c}{1 \pm v/c}}$$

Kjer $f_{opazovana}$ je opazovana frekvenca, f_{izvor} je frekvenca izvora, v je relativna hitrost med izvorom in opazovalcem, c je svetlobna hitrost. Zgornji znak $(-)$ v števcu in spodnji $(+)$ v imenovalcu veljata, ko se izvor in opazovalec približujeta (modri premik), obratno pa, ko se oddaljujeta (rdeči premik).

- **Kako je definiran valovni vektor četverec in kako se transformira?** Knjiga eksplicitno ne definira valovnega vektorja četverca. Vendar pa je valovni vektor četverec $k^\mu = (\omega/c, k_x, k_y, k_z)$, kjer je ω krožna frekvenca in \mathbf{k} je valovni vektor. Transformira se kot vsak drug vektor četverec po Lorentzovi transformaciji. To je povezano z relativističnim Dopplerjevim premikom in aberacijo svetlobe. Energija fotona je $E = \hbar\omega$ in gibalna količina fotona je $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}$, zato je vektor gibalne količine-energije fotona $(E/c, \mathbf{p})$ sorazmeren valovnemu vektorju četvercu.
- **Kaj je transverzalni Dopplerjev premik?** Knjiga eksplicitno ne omenja transverzalnega Dopplerjevega premika. Transverzalni Dopplerjev premik je pojav, pri katerem pride do spremembe opazovane frekvence svetlobe tudi, ko je gibanje izvora pravokotno na smer proti opazovalcu (v trenutku, ko je izvor najbližje). Ta pojav je posledica podaljšanja časa in nima klasičnega analoga za svetlobo. Opazovana frekvenca je nižja od frekvence izvora: $f_{opazovana} = f_{izvor}/\gamma = f_{izvor}\sqrt{1 - v^2/c^2}$.

4. Relativistična gibalna količina in energija

- **Kako je definirana relativistična gibalna količina in kakšna je relativistična enačba gibanja?** Relativistična gibalna količina \mathbf{p} delca z maso m in hitrostjo \mathbf{v} je definirana kot (Knjiga, str. 15, Okvir 3):

$$\mathbf{p} = \gamma m \mathbf{v} = \frac{m \mathbf{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Relativistična oblika Newtonovega drugega zakona (enačba gibanja) je (Knjiga, str. 16, Okvir 6):

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(\gamma m \mathbf{v})$$

Kjer \mathbf{F} je sila, ki deluje na delec. Ker γ odvisen od v , ta enačba ni enostavna kot $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$.

- **Kako pa je definirana relativistična energija?** Relativistična kinetična energija K je (Knjiga, str. 16, Okvir 8):

$$K = \gamma mc^2 - mc^2 = (\gamma - 1)mc^2$$

Mirovna energija E_R delca je (Knjiga, str. 17, Okvir 10):

$$E_R = mc^2$$

Celotna relativistična energija E delca je vsota kinetične in mirovne energije (Knjiga, str. 17, Okvir 10):

$$E = K + mc^2 = \gamma mc^2$$

- **Kaj je mirovna energija?** Mirovna energija $E_R = mc^2$ je energija, ki jo ima delec z maso m že samo zaradi svoje mase, tudi ko miruje ($v = 0$, zato $\gamma = 1$ in $K = 0$) (Knjiga, str. 17, Okvir 10; str. 18, Okvir 1-2). To je ena najbolj znanih enačb fizike in kaže na ekvivalenco mase in energije.
- **Kaj je polna energija?** Polna energija (ali celotna energija) E delca je vsota njegove kinetične energije in njegove mirovne energije: $E = \gamma mc^2$ (Knjiga, str. 17, Okvir 10). Ta energija se ohranja v izoliranih sistemih. Za delec brez mase (npr. foton) je mirovna energija enaka nič, in njegova celotna energija je $E = pc$ (Knjiga, str. 17-18, Okvir 11-12).
- **Kako je definiran vektor četverec gibalne količine in kako se transformira?** Knjiga ne definira eksplicitno vektorja četverca gibalne količine na enem mestu, ampak so njegove komponente implicitne v razpravi o energiji in gibalni količini. Vektor četverec gibalne količine (ali energija-gibalna količina) je $p^\mu = (E/c, p_x, p_y, p_z)$, kjer je $E = \gamma mc^2$ celotna energija in $\mathbf{p} = \gamma m\mathbf{v}$ je relativistična gibalna količina. Transformira se po Lorentzovi transformaciji kot vsak drug vektor četverec. Kvadrirana norma tega vektorja je invariantna: $(E/c)^2 - |\mathbf{p}|^2 = (mc)^2$. Iz tega sledi pomembna relacija $E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$ (Knjiga, str. 17, Okvir 11).

5. Svetloba kot delci in valovanje

- **Kaj je invarianta vektorja četverca gibalne količine?** Kot je omenjeno zgoraj in izhaja iz enačbe $E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$ (Knjiga, str. 17, Okvir 11), je invarianta (količina, ki je enaka v vseh inercialnih sistemih) kvadrirana norma vektorja četverca gibalne količine, ki je enaka $(mc)^2$:

$$(p^0)^2 - (p^1)^2 - (p^2)^2 - (p^3)^2 = (E/c)^2 - |\mathbf{p}|^2 = (mc)^2$$

Za delec brez mase (npr. foton, $m = 0$) je ta invarianta enaka nič, kar vodi do $E = pc$.

- **Naštej in razloži eksperimente, ki kažejo na delčno naravo svetlobe!** Knjiga obravnava naslednje ključne eksperimente:

- **Sevanje črnega telesa (Blackbody Radiation):** Klasična fizika ni mogla pojasniti porazdelitve energije sevanja črnega telesa. Max Planck je leta 1900 predpostavil, da oscilatorji v stenah črnega telesa lahko sevajo ali absorbirajo energijo le v diskretnih količinah (kvantih) $E = nhf$. Ta predpostavka je vodila do pravilne formule za spektralno gostoto sevanja in je bil prvi namig o kvantizaciji energije (Knjiga, Poglavlje 6, str. 21-22, Okvirji 1-6).
- **Fotoelektrični pojav (Photoelectric Effect):** Einstein je leta 1905 pojasnil fotoelektrični pojav s predpostavko, da je svetloba sama sestavljena iz diskretnih energijskih paketov, imenovanih fotoni, z energijo $E = hf$. Elektron absorbira celoten foton. Kinetična energija izsevanega elektrona je $K_{max} = hf - \phi$, kjer je ϕ izstopno delo kovine. Ta model pojasni, zakaj obstaja mejna frekvenca, pod katero fotoefekta ni, zakaj kinetična energija ni odvisna od jakosti svetlobe in zakaj ni časovnega zamika (Knjiga, Poglavlje 6, str. 23-24, Okvirji 8-12).
- **Comptonovo sipanje (Compton Effect):** Arthur Compton je leta 1923 pokazal, da se rentgenski fotoni sipajo na elektronih kot delci, ki imajo energijo $E = hf$ in gibalno količino $p = h/\lambda = hf/c$. Pri trku foton prenese del svoje energije in gibalne količine na elektron, zato ima sipani foton manjšo energijo (daljšo valovno dolžino). Sprememba valovne dolžine je odvisna od kota sipanja $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda_0 = (h/m_e c)(1 - \cos\theta)$ (Knjiga, Poglavlje 7, str. 24-27, Okvirji 1-13).

6. Comptonovo sipanje

- **Kako razložimo spremembo valovne dolžine fotonov, ki se siplejo na prostih elektronih?** Spremembo valovne dolžine fotonov pri Comptonovem sipanju razložimo tako, da trk med fotonom in elektronom obravnavamo kot trk dveh delcev. Foton ima energijo $E = hf$ in gibalno količino $p = h/\lambda$. Elektron je na začetku prost in miruje (ali je šibko vezan). Pri trku foton prenese del svoje energije in gibalne količine na elektron. Zaradi ohranitve energije in gibalne količine (ob

upoštevanju relativističnih izrazov) ima sipani foton manjšo energijo $E' < E$ in posledično daljšo valovno dolžino $\lambda' > \lambda_0$. Compton je izpeljal formulo za spremembo valovne dolžine (Knjiga, str. 27, Okvir 11):

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda_0 = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\theta)$$

kjer je h Planckova konstanta, m_e masa elektrona, c svetlobna hitrost in θ kot sipanja fotona. Količina $h/(m_e c)$ se imenuje Comptonova valovna dolžina elektrona.

7. Bohrov model atoma

- **Naštej Bohrove postulate in opiši Bohrovo idejo kvantizacije!**

Bohrov model atoma (1913) temelji na naslednjih postulatih za vodikov atom (Knjiga, str. 32, Okvir 16):

1. Elektron se giblje po krožnih tirnicah okoli protona pod vplivom Coulombove sile.
2. **Postulat stacionarnih stanj:** Samo določene tirnice so stabilne (imenovane stacionarna stanja). V teh tirnicah elektron ne seva energije, čeprav pospešuje. Klasična mehanika velja za gibanje v teh tirnicah.
3. **Frekvenčni postulat:** Sevanje se odda (ali absorbira), ko elektron preskoči iz enega stacionarnega stanja (z začetno energijo E_i) v drugo (s končno energijo E_f). Frekvenca f oddanega/absorbiranega fotona je dana s Planck-Einsteinovo relacijo:

$$hf = |E_i - E_f|$$

4. **Postulat kvantizacije vrtilne količine:** Velikost dovoljenih elektronskih tirnic (in s tem njihovih energij) je določena s kvantizacijskim pogojem za orbitalno vrtilno količino elektrona $L = m_e v r$. Ta pogoj je (Knjiga, str. 33, Okvir 17):

$$m_e v r = n\hbar$$

kjer je $n = 1, 2, 3, \dots$ glavno kvantno število in $\hbar = h/(2\pi)$. To pomeni, da je vrtilna količina kvantizirana, tj. lahko zavzame le diskretne vrednosti.

Bohrova ideja kvantizacije je bila, da nekatere fizikalne količine (v tem primeru vrtilna količina in posledično energija ter radiji tirnic) ne morejo zavzeti poljubnih zveznih vrednosti, ampak le določene diskretne vrednosti.

- **Kakšni so dovoljeni elektronski radiji in energije atoma v tem modelu?** Z uporabo Bohrovih postulatov je Bohr izpeljal izraze za dovoljene radije r_n in energije E_n vodikovega atoma:

- **Dovoljeni radiji** (Knjiga, str. 33, Okvir 17):

$$r_n = n^2 \frac{\hbar^2}{m_e k e^2} = n^2 a_0$$

kjer je $a_0 \approx 0.0529$ nm Bohrov radij (radij prve tirnice, $n = 1$).

- **Dovoljene energije** (Knjiga, str. 33, Okvir 17):

$$E_n = -\frac{k e^2}{2 a_0} \frac{1}{n^2} = -\frac{13.6 \text{ eV}}{n^2}$$

Negativni predznak pomeni, da je elektron vezan na proton. $E = 0$ ustreza ionizaciji. Najnižja energija (osnovno stanje, $n = 1$) je $E_1 = -13.6$ eV.

8. Valovna narava snovi

- **Kaj je de Brogliejeva valovna dolžina?** Louis de Broglie je leta 1923 predlagal, da imajo delci (npr. elektroni) poleg delčnih lastnosti tudi valovne lastnosti. Vsakemu delcu z gibalno količino p je pripisal valovno dolžino λ , imenovano de Brogliejeva valovna dolžina (Knjiga, str. 34, Okvir 3):

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

kjer je h Planckova konstanta. Za delec z maso m in hitrostjo v (nereativistično) je $p = mv$.

- **Kaj je valovni paket in kaj valovna funkcija?**

- **Valovni paket (Wave packet ali Wave group):** Posamezen sinusni val snovi ($\lambda = h/p$) je neskončno razširjen v prostoru in času in ne more ustrezno predstavljati lokaliziranega delca. Za predstavitev lokaliziranega delca potrebujemo valovni paket, ki

je superpozicija (seštevek) mnogih valov z rahlo različnimi valovnimi dolžinami. Ti valovi interferirajo konstruktivno v majhnem območju (kjer je delec) in destruktivno drugje (Knjiga, str. 36, Okvir 10). Valovni paket ima omejeno prostorsko razsežnost.

- **Valovna funkcija** ($\Psi(x, y, z, t)$): To je matematična funkcija, ki opisuje val snovi. Sama po sebi ni neposredno merljiva fizikalna količina. Kvadrat absolutne vrednosti valovne funkcije, $|\Psi|^2 = \Psi^* \Psi$, predstavlja gostoto verjetnosti, da najdemo delec na določeni točki v prostoru ob določenem času. Verjetnost, da najdemo delec v majhnem volumnu dV , je $|\Psi|^2 dV$ (Knjiga, str. 40, Okvir 9).

- **Kako z valovno funkcijo opišemo sipanje elektronov na dveh režah?** Poskus z elektroni na dveh režah (Knjiga, str. 40, Okvir 10) kaže na valovno-delčno dualnost:

- Elektroni so vedno zaznani kot posamezni, lokalizirani delci na zaslonu.
- Če sta obe reži odprti, vzorec prihodov elektronov na zaslon čez čas pokaže interferenčni vzorec, ki je značilen za valovanje. Gostota verjetnosti za prihod elektrona na določeno mesto je določena z interferenco valov snovi, ki potujejo skozi obe reži.
- Valovna funkcija Ψ za elektron, ki gre skozi dve reži (ko ne opazujemo, skozi katero režo gre), je superpozicija valovnih funkcij za prehod skozi prvo režo (Ψ_1) in drugo režo (Ψ_2): $\Psi = \Psi_1 + \Psi_2$.
- Gostota verjetnosti je potem $|\Psi|^2 = |\Psi_1 + \Psi_2|^2 = |\Psi_1|^2 + |\Psi_2|^2 +$ interferenčni členi.
- Če poskušamo določiti, skozi katero režo gre elektron (meritev njegove delčne poti), ta meritev neizogibno dovolj zmoti gibalno količino elektrona (zaradi Heisenbergovega načela nedoločenosti), da se poruši koherentna fazna relacija, potrebna za interferenco. Vzorec potem postane preprosto vsota dveh enorežnih vzorcev (Knjiga, str. 40, Okvir 11).

9. Heisenbergovo načelo nedoločenosti

- **Kaj pove Heisenbergovo načelo nedoločenosti?** Heisenbergovo načelo nedoločenosti (1927) je temeljno načelo kvantne mehanike, ki izhaja iz valovne narave delcev. Pravi, da je nemogoče hkrati z neomejeno natančnostjo določiti tako lego kot gibalno količino delca vzdolž

dane smeri. Produkt nedoločenosti lege (Δx) in nedoločenosti gibalne količine (Δp_x) ne more biti nikoli manjši od $\hbar/2$ (Knjiga, str. 38, Okvirji 3-4):

$$\Delta x \Delta p_x \gtrsim \frac{\hbar}{2}$$

Podobna relacija velja med nedoločenostjo energije (ΔE) in časovnim intervalom (Δt), v katerem se ta energija meri (Knjiga, str. 39, Okvirji 5-6):

$$\Delta E \Delta t \gtrsim \frac{\hbar}{2}$$

Ta nedoločenost ni posledica nepopolnosti merilnih instrumentov, ampak je temeljna lastnost narave.

- **Opiši primer uporabe tega načela na delcu s končnim življenjskim časom!** Če ima delec končen (kratek) življenjski čas Δt , potem njegova energija (ali masa, preko $E = mc^2$) ne more biti natančno določena. Nedoločenost v energiji ΔE je povezana z življenjskim časom preko relacije $\Delta E \Delta t \gtrsim \hbar/2$. Torej, krajši kot je življenjski čas delca, večja je nedoločenost (razpršenost) njegove energije ali mase (Knjiga, str. 39, Okvir 6). To se uporablja za oceno življenjskih časov zelo kratkoživih subatomske delcev iz merljive razpršenosti njihovih mas/energij.

10. Valovna funkcija in Schrödingerjeva enačba

- **Kakšen je pomen valovne funkcije?** Valovna funkcija $\Psi(x, y, z, t)$ (ali krajše Ψ) je matematična funkcija, ki v kvantni mehaniki popolnoma opiše stanje delca (npr. elektrona). Sama po sebi Ψ ni neposredno merljiva fizikalna količina in je lahko kompleksna. Fizikalni pomen ima **kvadrat absolutne vrednosti valovne funkcije**, $|\Psi|^2 = \Psi^* \Psi$, ki predstavlja **gostoto verjetnosti**, da najdemo delec na določenem mestu v prostoru ob določenem času. Verjetnost, da delec najdemo v majhnem volumnu dV na mestu \mathbf{r} ob času t , je $P(\mathbf{r}, t)dV = |\Psi(\mathbf{r}, t)|^2 dV$ (Knjiga, str. 40, Okvir 9). Valovna funkcija vsebuje vse informacije o delcu, ki jih je mogoče poznati. Iz nje lahko izračunamo pričakovane vrednosti fizikalnih količin.
- **Zapiši Schrödingerjevo valovno enačbo in komentiraj njen pomen!** Časovno odvisna Schrödingerjeva enačba za delec z maso m , ki se giblje v eni dimenziji pod vplivom potencialne energije $U(x)$, je

(Knjiga, str. 41, Okvir 3):

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi(x, t)}{\partial x^2} + U(x) \Psi(x, t) = i\hbar \frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial t}$$

Kjer:

- $\hbar = h/(2\pi)$ je reducirana Planckova konstanta.
- m je masa delca.
- $U(x)$ je potencialna energija delca.
- $\Psi(x, t)$ je časovno odvisna valovna funkcija delca.
- $i = \sqrt{-1}$ je imaginarna enota.

Pomen Schrödingerjeve enačbe:

- Je temeljna enačba nerelativistične kvantne mehanike, analogna Newtonovim zakonom v klasični mehaniki ali Maxwellovim enačbam v elektromagnetizmu.
 - Opisuje, kako se valovna funkcija delca (in s tem njegovo kvantno stanje) spreminja v času in prostoru pod vplivom sil (ki so opisane s potencialno energijo $U(x)$).
 - Njenih rešitev $\Psi(x, t)$ ne moremo izpeljati iz bolj osnovnih principov; njena veljavnost temelji na tem, da njene napovedi ustrezajo eksperimentalnim rezultatom (Knjiga, str. 42, Okvir 4).
 - Omogoča izračun dovoljenih energijskih stanj sistema (npr. elektrona v atomu) in verjetnosti za različne izide meritev.
- **Kaj so stacionarna (lastna) stanja?** Stacionarna stanja so posebne rešitve Schrödingerjeve enačbe, pri katerih je gostota verjetnosti $|\Psi(x, t)|^2$ neodvisna od časa. To pomeni, da se verjetnostna porazdelitev za lego delca ne spreminja s časom, čeprav se valovna funkcija sama spreminja. Rešitve za stacionarna stanja lahko zapišemo v obliki produkta funkcije, ki je odvisna samo od lege, $\psi(x)$, in funkcije, ki je odvisna samo od časa, $\phi(t)$ (Knjiga, str. 42, Okvirji 4-5):

$$\Psi(x, t) = \psi(x)e^{-iEt/\hbar}$$

Kjer E je konstanta, ki predstavlja celotno energijo delca v tem stacionarnem stanju. Funkcija $\psi(x)$ zadošča **časovno neodvisni Schrödingerjevi enačbi** (Knjiga, str. 42, Okvir 5):

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} + U(x) \psi(x) = E \psi(x)$$

Stacionarna stanja so pomembna, ker predstavljajo stanja z natančno določeno energijo. Lastne vrednosti E te enačbe so edine možne (kvantizirane) energije, ki jih sistem lahko ima.

- **Kakšen je njihov časovni razvoj?** Kot je prikazano v obliki rešitve za stacionarno stanje, $\Psi(x, t) = \psi(x)e^{-iEt/\hbar}$, je časovni razvoj stacionarnega stanja opisan z oscilatornim faktorjem $e^{-iEt/\hbar}$. Ta faktor povzroči, da kompleksna valovna funkcija $\Psi(x, t)$ oscilira v kompleksni ravnini s krožno frekvenco $\omega = E/\hbar$. Vendar, ko izračunamo gostoto verjetnosti:

$$|\Psi(x, t)|^2 = |\psi(x)e^{-iEt/\hbar}|^2 = |\psi(x)|^2 |e^{-iEt/\hbar}|^2$$

Ker je $|e^{-iEt/\hbar}|^2 = (\cos(Et/\hbar) - i \sin(Et/\hbar))(\cos(Et/\hbar) + i \sin(Et/\hbar)) = \cos^2(Et/\hbar) + \sin^2(Et/\hbar) = 1$, dobimo:

$$|\Psi(x, t)|^2 = |\psi(x)|^2$$

To pomeni, da je gostota verjetnosti za stacionarno stanje konstantna v času. Čeprav se faza valovne funkcije spreminja, se opazljive količine, ki so odvisne od $|\Psi|^2$ (kot je verjetnost najdbe delca), ne spreminjajo (Knjiga, str. 42, Okvir 6).

- **Kakšna je rešitev Schrödingerjeve enačbe za prost delec?** Za prost delec je potencialna energija $U(x) = 0$ (ali konstanta, ki jo lahko postavimo na 0). Časovno neodvisna Schrödingerjeva enačba postane (Knjiga, str. 43, Okvir 8, implicitno, saj tam obravnava delec v škatli, kjer je $U(x) = 0$ znotraj škatle):

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi(x)}{dx^2} = E\psi(x)$$

To lahko prepišemo kot:

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} = -k^2\psi(x)$$

kjer je $k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$, torej $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$. To je relacija med energijo in valovnim številom k za prost delec, kar ustreza $E = p^2/(2m)$ z de Brogliejevo relacijo $p = \hbar k$. Splošna rešitev te enačbe je linearna kombinacija ravnih valov:

$$\psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$$

kjer Ae^{ikx} predstavlja val, ki potuje v pozitivni smeri x-osi, in Be^{-ikx} val, ki potuje v negativni smeri x-osi. Za prost delec lahko energija E

(in s tem k) zavzame katerokoli pozitivno vrednost; energijski spekter je zvezen. Časovno odvisna valovna funkcija je potem:

$$\Psi(x, t) = (Ae^{ikx} + Be^{-ikx})e^{-iEt/\hbar} = Ae^{i(kx - \omega t)} + Be^{-i(kx + \omega t)}$$

kjer $\omega = E/\hbar$. To so superpozicije ravnih valov, ki se širijo. Za lokaliziran prost delec bi uporabili valovni paket, ki je superpozicija takšnih ravnih valov z različnimi k .

11. Neskončna globoka potencialna jama

- **Zapiši lastne funkcije in pripadajoče lastne energije delca v neskončno globoki potencialni jami!** Delec z maso m je ujet v neskončno globoki potencialni jami (ali "škatli") dolžine L . Potencial $U(x)$ je: $U(x) = 0$ za $0 < x < L$, $U(x) = \infty$ za $x \leq 0$ ali $x \geq L$. Ker delec ne more biti zunaj jame, mora biti valovna funkcija $\psi(x) = 0$ za $x \leq 0$ in $x \geq L$. Zaradi zveznosti valovne funkcije mora veljati $\psi(0) = 0$ in $\psi(L) = 0$. Znotraj jame ($0 < x < L$) je $U(x) = 0$, zato je časovno neodvisna Schrödingerjeva enačba enaka kot za prost delec:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi(x)}{dx^2} = E\psi(x) \quad \text{ali} \quad \frac{d^2\psi(x)}{dx^2} = -k^2\psi(x), \quad k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$$

Splošna rešitev je $\psi(x) = A \sin(kx) + B \cos(kx)$. Uporaba robnih pogojev (Knjiga, str. 43, Okvir 8):

- $\psi(0) = 0 \Rightarrow A \sin(0) + B \cos(0) = 0 \Rightarrow B = 0$. Torej $\psi(x) = A \sin(kx)$.
- $\psi(L) = 0 \Rightarrow A \sin(kL) = 0$. Ker $A \neq 0$ (sicer ni delca), mora biti $\sin(kL) = 0$.

To pomeni, da $kL = n\pi$, kjer je $n = 1, 2, 3, \dots$ (Knjiga, str. 43, Okvir 9). ($n = 0$ bi dal $\psi(x) = 0$, kar ni fizična rešitev. Negativni n dajo enake fizikalne rešitve). Dovoljena valovna števila so $k_n = \frac{n\pi}{L}$. **Lastne energije** so (Knjiga, str. 43, Okvir 9):

$$E_n = \frac{\hbar^2 k_n^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 = n^2 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} = n^2 \frac{h^2}{8mL^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Energije so kvantizirane in odvisne od n^2 . Najnižja energija (energija osnovnega stanja, $n = 1$) je $E_1 = \frac{h^2}{8mL^2}$ in je različna od nič (energija

ničelne točke) (Knjiga, str. 44, Okvir 10). **Lastne funkcije** so (po normalizaciji $\int_0^L |\psi_n(x)|^2 dx = 1$) (Knjiga, str. 44, Okvir 10):

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right), \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

za $0 < x < L$, in $\psi_n(x) = 0$ drugje.

12. Kvantni harmonski oscilator

- **Zapiši stacionarno Schrödingerjevo enačbo za primer harmonskega oscilatorja in komentiraj, kakšnim pogojem morajo zadoščati lastne funkcije!** Za harmonski oscilator je potencialna energija $U(x) = \frac{1}{2}Kx^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$, kjer je K konstanta vzmeti in $\omega = \sqrt{K/m}$ klasična krožna frekvenca (Knjiga, str. 44-45, Okvirji 1-3). Časovno neodvisna (stacionarna) Schrödingerjeva enačba je (Knjiga, str. 45, Okvir 3):

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 \psi(x) = E\psi(x)$$

Pogoji, ki jim morajo zadoščati lastne funkcije $\psi(x)$:

- **Končnost:** $\psi(x)$ mora biti končna povsod.
- **Enoličnost:** $\psi(x)$ mora biti enolična funkcija (za vsak x ima samo eno vrednost).
- **Zveznost:** $\psi(x)$ mora biti zvezna funkcija. Njen odvod $d\psi/dx$ mora biti prav tako zvezen, razen če je potencial $U(x)$ neskončen (kar tukaj ni primer).
- **Asimptotično obnašanje:** Ker je delec vezan (potencial gre v neskončnost za $x \rightarrow \pm\infty$), mora valovna funkcija $\psi(x) \rightarrow 0$, ko $x \rightarrow \pm\infty$. To zagotavlja, da je delec lokaliziran in da je integral $\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x)|^2 dx$ končen (kar omogoča normalizacijo).

Knjiga omenja, da ima valovna funkcija osnovnega stanja Gaussovo obliko $\psi_0(x) = C_0 e^{-\alpha x^2}$ (Knjiga, str. 45, Okvir 4).

- **Zapiši lastno funkcijo osnovnega stanja in pripadajočo energijo!** Lastna funkcija osnovnega stanja ($n = 0$) kvantnega harmonskega oscilatorja je (Knjiga, str. 45, Okvir 5, čeprav eksplicitna normalizirana oblika ni podana tam, je pa $\alpha = m\omega/(2\hbar)$):

$$\psi_0(x) = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{1/4} e^{-\frac{m\omega}{2\hbar} x^2}$$

Pripadajoča energija osnovnega stanja je (Knjiga, str. 45, Okvir 5):

$$E_0 = \frac{1}{2}\hbar\omega$$

To je energija ničelne točke za harmonski oscilator; oscilator ne more imeti ničelne energije.

- **Kako so kvantizirane energije vzbujenih stanj?** Energije vzbujenih stanj kvantnega harmonskega oscilatorja so kvantizirane in podane z (Knjiga, str. 46, Okvir 6):

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

kjer je n kvantno število oscilatorja. Pomembna lastnost je, da so energijski nivoji **enakomerno razporejeni**, z razliko $\Delta E = E_{n+1} - E_n = \hbar\omega$ med sosednjimi nivoji (Knjiga, str. 46, Okvir 7). To je bila ključna predpostavka Plancka pri razlagi sevanja črnega telesa.

13. Povprečne vrednosti opazljivk in operatorji

- **Kako izračunamo povprečno vrednosti lege in gibalne količine delca v nekem stanju $\Psi(x, t)$?**
 - **Povprečna vrednost lege $\langle x \rangle$ (pričakovana vrednost lege):** Če je delec opisan z valovno funkcijo $\Psi(x, t)$, je povprečna vrednost njegove lege dana z (Knjiga, str. 47, Okvir 2):

$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x |\Psi(x, t)|^2 dx$$

Za stacionarna stanja, kjer $|\Psi(x, t)|^2 = |\psi(x)|^2$, je:

$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x |\psi(x)|^2 dx$$

To je v bistvu tehtano povprečje lege, kjer je utež gostota verjetnosti $|\Psi(x, t)|^2$.

- **Povprečna vrednost gibalne količine $\langle p_x \rangle$ (pričakovana vrednost gibalne količine):** Obstajata dva načina za izračun. Eden,

omenjen v knjigi (str. 48, Okvir 5), povezuje povprečno gibalno količino s časovnim odvodom povprečne lege:

$$\langle p_x \rangle = m \frac{d\langle x \rangle}{dt}$$

Za stacionarno stanje je $\langle x \rangle$ neodvisen od časa, zato je $d\langle x \rangle/dt = 0$, kar pomeni $\langle p_x \rangle = 0$ za vezana stacionarna stanja (kot je delec v škatli). To je smiselno, saj se delec v povprečju giblje enako v obe smeri.

Bolj splošen (in temeljen) način uporablja **operator gibalne količine** $\hat{p}_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$ (ali $\frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x}$ kot v knjigi, str. 49, Okvir 8). Povprečna vrednost gibalne količine je potem (Knjiga, str. 49, Okvir 7, splošna oblika):

$$\langle p_x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^*(x, t) \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \right) \Psi(x, t) dx$$

Ali za stacionarna stanja z realno $\psi(x)$ (kar ni vedno primer) in uporabo operatorja:

$$\langle p_x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \psi^*(x) \left(-i\hbar \frac{d}{dx} \right) \psi(x) dx$$

- **Kaj v kvantni mehaniki predstavljajo operatorji?** V kvantni mehaniki je vsaki merljivi fizikalni količini (opazljivki, angl. observable), kot so lega, gibalna količina, energija, vrtilna količina itd., prirejen **operator**. Operator je matematična instrukcija (pravilo), ki deluje na valovno funkcijo, ki mu sledi (operand, običajno Ψ ali ψ), in jo transformira v drugo funkcijo (Knjiga, str. 48, Okvir 7). Primeri operatorjev (Knjiga, str. 49, Okvir 8):

- Operator lege \hat{x} : množenje z x . (Npr. $\hat{x}\Psi(x, t) = x\Psi(x, t)$)
- Operator potencialne energije $\hat{U}(x)$: množenje z $U(x)$.
- Operator gibalne količine (v smeri x) \hat{p}_x : $-i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$.
- Operator kinetične energije \hat{K} : $-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2}$.
- Operator celotne energije (Hamiltonov operator) \hat{H} : $\hat{K} + \hat{U}(x) = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + U(x)$.
- Operator celotne energije (iz časovno odvisne Schrödingerjeve enačbe) \hat{E} : $i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$.

Operatorji so ključni za izračun pričakovanih vrednosti opazljivk in za določanje možnih izidov meritev (lastnih vrednosti).

- Zapiši operatorje za lego delca, njegovo gibalno količino ter kinetično in polno energijo (hamiltonko)! Kot je navedeno zgoraj (Knjiga, str. 49, Okvir 8):

- Operator lege (v eni dimenziji):

$$\hat{x} = x \quad (\text{množenje z } x)$$

- Operator gibalne količine (komponenta x):

$$\hat{p}_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \quad (\text{ali } \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x})$$

- Operator kinetične energije (v eni dimenziji):

$$\hat{K} = \frac{\hat{p}_x^2}{2m} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2}$$

- Operator polne energije (Hamiltonov operator ali hamiltonka, v eni dimenziji):

$$\hat{H} = \hat{K} + \hat{U}(x) = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + U(x)$$

Časovno neodvisna Schrödingerjeva enačba se lahko zapiše kot enačba lastnih vrednosti za Hamiltonov operator: $\hat{H}\psi(x) = E\psi(x)$.

14. Razvoj po lastnih funkcijah

- Kakšni so koeficienti v razvoju poljubne funkcije v bazi lastnih funkcij neke hamiltonke? To vprašanje se nanaša na splošno načelo kvantne mehanike, da se lahko poljubno stanje (valovna funkcija) $\Psi(x, t)$ razvije po ortonormirani bazi lastnih funkcij $\psi_n(x)$ Hamiltonovega operatorja \hat{H} (če spekter ni zvezen). Knjiga tega eksplicitno ne obravnava na ta način v tem poglavju. Vendar, če predpostavimo, da je $\Psi(x, 0)$ valovna funkcija ob času $t = 0$, in so $\psi_n(x)$ lastne funkcije hamiltonke $\hat{H}\psi_n(x) = E_n\psi_n(x)$, potem lahko $\Psi(x, 0)$ zapišemo kot:

$$\Psi(x, 0) = \sum_n c_n \psi_n(x)$$

Koeficienti c_n so dani s skalarnim produktom:

$$c_n = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_n^*(x) \Psi(x, 0) dx$$

Časovni razvoj takšne superpozicije je potem:

$$\Psi(x, t) = \sum_n c_n \psi_n(x) e^{-iE_n t/\hbar}$$

Verjetnost, da pri meritvi energije sistema, ki je v stanju $\Psi(x, t)$, dobimo lastno vrednost E_n , je $|c_n|^2$. Vsota vseh teh verjetnosti mora biti 1: $\sum_n |c_n|^2 = 1$.

- **Kako se povprečna energija takšne funkcije (stanja) izraža z lastnimi energijami?** Povprečna energija (pričakovana vrednost energije) sistema v stanju $\Psi(x, t) = \sum_n c_n \psi_n(x) e^{-iE_n t/\hbar}$ je:

$$\langle E \rangle = \int \Psi^*(x, t) \hat{H} \Psi(x, t) dx$$

Ker $\hat{H} \psi_n(x) = E_n \psi_n(x)$ in ob upoštevanju ortonormalnosti lastnih funkcij ($\int \psi_m^*(x) \psi_n(x) dx = \delta_{mn}$), dobimo:

$$\langle E \rangle = \sum_n |c_n|^2 E_n$$

Povprečna energija je torej tehtana vsota lastnih energij, kjer so uteži verjetnosti $|c_n|^2$, da se sistem nahaja v ustreznem lastnem stanju z energijo E_n .

- **Kakšen je časovni razvoj te funkcije?** Kot je bilo omenjeno zgoraj, če je $\Psi(x, 0) = \sum_n c_n \psi_n(x)$, potem je časovni razvoj te funkcije:

$$\Psi(x, t) = \sum_n c_n \psi_n(x) e^{-iE_n t/\hbar}$$

Vsaka komponenta $c_n \psi_n(x)$ v superpoziciji se časovno razvija s svojim lastnim faznim faktorjem $e^{-iE_n t/\hbar}$, ki je odvisen od njene lastne energije E_n .

15. Potencialna stopnica in potencialna plast

- **Kakšna sta koeficienta prepustnosti in odbojnosti za potencialno stopnico?** Potencialna stopnica je definirana kot: $U(x) = 0$ za $x < 0$ (Območje I) $U(x) = U_0$ (konstantna pozitivna vrednost) za $x \geq 0$ (Območje II) Delec z energijo E vpada z leve ($x < 0$). Knjiga "Quick Modern Physics" v Poglavlju 14 obravnava **potencialno**

pregrado (square barrier), ne pa eksplicitno izolirane potencialne stopnice. Vendar pa je analiza prehoda čez pregrado zelo sorodna. Koeficient prepustnosti T in odbojnosti R sta definirana kot razmerje gostote toka verjetnosti prepuščenega/odbitega vala proti gostoti toka verjetnosti vpadnega vala. Za **potencialno stopnico**:

- **Primer 1:** $E > U_0$ (Energija delca je večja od višine stopnice) V tem primeru delec klasično vedno preide stopnico, le njegova hitrost se zmanjša. Kvantnomehansko pa obstaja določena verjetnost odboja. Valovni funkciji: $\psi_I(x) = Ae^{ik_1x} + Be^{-ik_1x}$, kjer $k_1 = \sqrt{2mE}/\hbar$ $\psi_{II}(x) = Ce^{ik_2x}$, kjer $k_2 = \sqrt{2m(E - U_0)}/\hbar$ Koeficient odbojnosti R in prepustnosti T sta:

$$R = \left(\frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} \right)^2$$

$$T = \frac{4k_1k_2}{(k_1 + k_2)^2}$$

Vedno velja $R + T = 1$. Opazimo, da je $R > 0$, kar pomeni, da se del vala odbije, čeprav je $E > U_0$.

- **Primer 2:** $E < U_0$ (Energija delca je manjša od višine stopnice) Klasično bi se delec vedno odbil. Kvantnomehansko valovna funkcija prodre v območje II, vendar eksponentno pojema: $\psi_{II}(x) = Ce^{-\alpha x}$, kjer $\alpha = \sqrt{2m(U_0 - E)}/\hbar$. Ker val v območju II eksponentno upada in se ne širi, ni prepuščenega toka. V tem primeru je **koeficient prepustnosti** $T = 0$ in **koeficient odbojnosti** $R = 1$. Ves val se odbije.

Knjiga se osredotoča na **potencialno pregrado/plast** širine L (str. 50-52), kjer je potencial U_0 le med $0 \leq x \leq L$, drugje pa 0. Tam je za $E < U_0$ možen prehod skozi pregrado (tuneliranje).

- **Kako nastavimo reševanje problema potencialne plasti?** Potencialna plast (ali pregrada) je definirana kot: $U(x) = 0$ za $x < 0$ (Območje I) $U(x) = U_0$ za $0 \leq x \leq L$ (Območje II, pregrada) $U(x) = 0$ za $x > L$ (Območje III) (Knjiga, str. 50, Okvir 2) Reševanje problema poteka v naslednjih korakih:

1. **Zapis valovnih funkcij v vsakem območju:** V vsakem od treh območij zapišemo splošno rešitev časovno neodvisne Schrödingerjeve enačbe.

- Območje I ($x < 0, U(x) = 0$): $\psi_I(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$ (vpadni in odbiti val), $k = \sqrt{2mE}/\hbar$.
- Območje II ($0 \leq x \leq L, U(x) = U_0$):
 - * Če $E > U_0$: $\psi_{II}(x) = Ce^{ik'x} + De^{-ik'x}$ (valovi v obe smeri znotraj pregrade), $k' = \sqrt{2m(E - U_0)}/\hbar$.
 - * Če $E < U_0$: $\psi_{II}(x) = Ce^{\alpha x} + De^{-\alpha x}$ (eksponentno naraščajoča in pojemajoča rešitev), $\alpha = \sqrt{2m(U_0 - E)}/\hbar$. (Knjiga, str. 51, Okvir 8)
- Območje III ($x > L, U(x) = 0$): $\psi_{III}(x) = Fe^{ikx}$ (samo prepuščen val, ki potuje v desno; predpostavimo, da ni vpadnega vala z desne, zato $G = 0$) (Knjiga, str. 51, Okvirji 6-7).

2. **Uporaba robnih pogojev (zveznosti):** Valovna funkcija $\psi(x)$ in njen prvi odvod $d\psi/dx$ morata biti zvezna na mejah med območji, tj. pri $x = 0$ in $x = L$. (Knjiga, str. 51, konec Okvirja 8). To nam da štiri enačbe:

- $\psi_I(0) = \psi_{II}(0)$
- $\psi'_I(0) = \psi'_{II}(0)$
- $\psi_{II}(L) = \psi_{III}(L)$
- $\psi'_{II}(L) = \psi'_{III}(L)$

3. **Reševanje sistema enačb:** Sistem štirih enačb z (običajno) petimi neznanimi amplitudami (A, B, C, D, F) rešimo tako, da izrazimo amplitude B, C, D, F glede na A (amplitudo vpadnega vala).

4. **Izračun koeficientov odbojnosti in prepustnosti:** Koeficient odbojnosti $R = |B/A|^2$. Koeficient prepustnosti $T = |F/A|^2$. (Knjiga, str. 52, Okvir 9) Preverimo, ali velja $R + T = 1$.

- **Kaj je kvantno tuneliranje in kdaj pride do njega?** Kvantno tuneliranje je pojav, pri katerem delec preide skozi potencialno pregrado (območje, kjer je njegova potencialna energija U_0 večja od njegove celotne energije E), čeprav klasično ne bi imel dovolj energije za to (Knjiga, str. 50, Okvir 4; str. 51, Okvir 5). Do njega pride, ko je energija delca $E < U_0$. Klasično bi se delec od pregrade odbil. Kvantnomehansko pa ima valovna funkcija delca tudi znotraj pregrade neničelno amplitudo (čeprav eksponentno pojemajoča za dovolj široke pregrade) in tudi na drugi strani pregrade. To pomeni, da obstaja določena, neničelna verjetnost, da delec "tunelira" skozi pregrado in se pojavi na drugi strani. Verjetnost tuneliranja (koeficient prepustnosti T) je močno odvisna od:

- **Širine pregrade L :** T eksponentno pada z večanjem L .
- **Višine pregrade U_0 glede na energijo delca E :** T eksponentno pada z večanjem razlike $(U_0 - E)$.
- **Mase delca m :** T eksponentno pada z večanjem mase delca.

Približen izraz za T pri $E < U_0$ in $\alpha L \gg 1$ je (Knjiga, str. 52, Okvir 11):

$$T(E) \approx \frac{16E(U_0 - E)}{U_0^2} e^{-2\alpha L} \quad \text{kjer } \alpha = \frac{\sqrt{2m(U_0 - E)}}{\hbar}$$

Tuneliranje je čisto kvantnomehanski pojav brez klasičnega analoga.

- **Naštej nekaj primerov kvantnega tuneliranja!** Knjiga omenja naslednje primere (str. 53, Okvir 12):
 - **Poljsko sevanje (Field Emission):** Elektroni tunelirajo iz kovinske površine pod vplivom močnega zunanega električnega polja, ki učinkovito zniža in stanjša potencialno pregrado na površini.
 - **Razpad α (Alpha Decay):** Alfa delci tunelirajo iz jedra, čeprav so vezani s potencialno pregrado, ki jo ustvarjata močna jedrska sila in Coulombova odbojna sila. (Podrobneje obdelano v Poglavju 45 knjige, str. 178).
 - **Inverzija amoniaka (Ammonia Inversion):** Dušikov atom v molekuli NH_3 lahko tunelira skozi potencialno pregrado, ki jo predstavlja ravnina treh vodikovih atomov, kar povzroči inverzijo konfiguracije molekule. To je osnova za amonijačne maserje.
 - **Vrstični tunelski mikroskop (Scanning Tunneling Microscope - STM):** Uporablja tuneliranje elektronov med ostro prevodno konico in površino vzorca za slikanje topografije površine z atomsko ločljivostjo. (Obdelano v eseju v knjigi, str. 53-55).

16. Kvantni rotator

- **Kako rešujemo stacionarno Schrödingerjevo enačbo v primeru centralnega potenciala v 3D?** Knjiga obravnava centralne sile in vrtilno količino v Poglavju 16 (str. 56). Za centralni potencial $U(r)$ (ki je odvisen samo od razdalje r od izvora) je najbolj naravno uporabiti

sferične koordinate (r, θ, ϕ) . Schrödingerjeva časovno neodvisna enačba v 3D je:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi(r, \theta, \phi) + U(r)\psi(r, \theta, \phi) = E\psi(r, \theta, \phi)$$

Rešitev iščemo z metodo separacije spremenljivk, tako da valovno funkcijo zapišemo kot produkt treh funkcij, od katerih je vsaka odvisna le od ene koordinate (Knjiga, str. 57, Okvir 8):

$$\psi(r, \theta, \phi) = R(r)\Theta(\theta)\Phi(\phi)$$

Postopek separacije (Knjiga, str. 57-58, Okvirji 9-11):

1. Enačbo najprej ločimo na del, ki je odvisen samo od ϕ , in del, ki je odvisen od r in θ . Oba dela morata biti enaka konstanti, ki jo označimo z $-m_l^2$. To vodi do diferencialne enačbe za $\Phi(\phi)$:

$$\frac{d^2\Phi(\phi)}{d\phi^2} = -m_l^2\Phi(\phi)$$

Rešitev je $\Phi(\phi) = Ce^{im_l\phi}$. Da je funkcija enolična ($\Phi(\phi + 2\pi) = \Phi(\phi)$), mora biti m_l celo število ($0, \pm 1, \pm 2, \dots$). m_l je magnetno kvantno število.

2. Preostali del enačbe nato ločimo na del, ki je odvisen samo od θ , in del, ki je odvisen samo od r . Ta dva dela morata biti enaka konstanti, ki jo označimo z $l(l+1)$. To vodi do enačbe za $\Theta(\theta)$:

$$\frac{1}{\sin\theta}\frac{d}{d\theta}\left(\sin\theta\frac{d\Theta}{d\theta}\right) + \left[l(l+1) - \frac{m_l^2}{\sin^2\theta}\right]\Theta(\theta) = 0$$

Da so rešitve fizikalno sprejemljive (omejene, enolične), mora biti l nenegativno celo število ($0, 1, 2, \dots$) in $|m_l| \leq l$. l je orbitalno (ali azimutalno) kvantno število. Rešitve $\Theta(\theta)$ so povezane z asociiranimi Legendrovimi polinomi $P_l^{|m_l|}(\cos\theta)$. Produkt $\Theta(\theta)\Phi(\phi)$ tvori sferične harmonike $Y_l^{m_l}(\theta, \phi)$.

3. Končno dobimo radialno enačbo za $R(r)$ (Knjiga, str. 59, Okvir 15):

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{d^2R}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{dR}{dr}\right) + \left[U(r) + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2mr^2}\right]R(r) = ER(r)$$

Člen $\frac{l(l+1)\hbar^2}{2mr^2}$ deluje kot "centrifugalna potencialna pregrada". Rešitev te enačbe je odvisna od specifične oblike $U(r)$ in določa dovoljene energije E .

Za kvantni rotator (npr. toga dvoatomna molekula, ki se vrti okoli svojega masnega središča) je razdalja med atomi fiksna, $r = R_0$, zato $U(r)$ ni relevanten na enak način in ni radialnega gibanja. V tem primeru je moment vztrajnosti $I = \mu R_0^2$ konstanten. Energija je samo rotacijska kinetična energija $E = L^2/(2I)$. Ker je velikost vrtilne količine $L^2 = l(l+1)\hbar^2$, so energije kvantnega rotatorja:

$$E_l = \frac{l(l+1)\hbar^2}{2I}, \quad l = 0, 1, 2, \dots$$

(To je obravnavano v knjigi v Poglavju 25 "Molecular Structure (Adapted Sections)", str. 86, Okvir 13, kjer se uporablja ℓ namesto l).

17. Atom vodika

- **Kakšna je Schrödingerjeva enačba za primer atoma vodika in kako postupamo pri njenem reševanju?** V atomu vodika imamo elektron (masa m_e , naboj $-e$), ki se giblje v Coulombovem potencialu protona (naboj $+e$). Ker je proton veliko masivnejši od elektrona, lahko privzamemo, da proton miruje v izhodišču. Potencialna energija elektrona je:

$$U(r) = -\frac{ke^2}{r}$$

kjer je $k = 1/(4\pi\epsilon_0)$ Coulombova konstanta, e osnovni naboj in r razdalja med elektronom in protonom. To je centralni potencial. Schrödingerjeva časovno neodvisna enačba za elektron v atomu vodika je (splošna oblika iz Knjige, str. 57, Okvir 8, z ustreznim $U(r)$):

$$-\frac{\hbar^2}{2m_e}\nabla^2\psi(r, \theta, \phi) - \frac{ke^2}{r}\psi(r, \theta, \phi) = E\psi(r, \theta, \phi)$$

Postopek reševanja je enak kot za splošni centralni potencial, opisan v prejšnjem poglavju (Knjiga, str. 57-59):

1. Uporabimo sferične koordinate (r, θ, ϕ) .
2. Separiramo spremenljivke: $\psi(r, \theta, \phi) = R(r)\Theta(\theta)\Phi(\phi)$.
3. Rešimo kotni del $(\Theta(\theta)\Phi(\phi))$, kar privede do sferičnih harmonik $Y_l^{m_l}(\theta, \phi)$ in kvantnih števil l (orbitalno kvantno število) in m_l (magnetno kvantno število) z znanimi omejitvami: $l = 0, 1, 2, \dots$
 $m_l = -l, -l+1, \dots, 0, \dots, l-1, l$.

4. Rešimo radialno enačbo za $R(r)$, ki za Coulombov potencial postane:

$$-\frac{\hbar^2}{2m_e} \left(\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dR}{dr} \right) + \left[-\frac{ke^2}{r} + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2m_e r^2} \right] R(r) = ER(r)$$

Rešitev te enačbe (ki vključuje asociirane Laguerrove polinome) je mogoča le za določene, diskretne (negativne) vrednosti energije E , kar privede do glavnega kvantnega števila n .

Knjiga eksplicitno ne izpeljuje rešitev radialne enačbe, ampak se sklicuje na rezultate Bohrovega modela za energije (Knjiga, str. 33, Okvir 17), ki se izkažejo za pravilne.

• **Kakšne so lastne valovne funkcije in kakšne pripadajoče energije?**

- **Pripadajoče energije** so enake kot pri Bohrovem modelu in so odvisne samo od glavnega kvantnega števila n (Knjiga, str. 33, Okvir 17, čeprav je tam izpeljano iz Bohrovih postulatov):

$$E_n = -\frac{m_e(ke^2)^2}{2\hbar^2} \frac{1}{n^2} = -\frac{13.6 \text{ eV}}{n^2}$$

kjer je $n = 1, 2, 3, \dots$ glavno kvantno število. Glavno kvantno število n mora biti večje ali enako $l + 1$, torej l lahko zavzame vrednosti od 0 do $n - 1$. Energije so degenerirane glede na l in m_l . Za dani n je degeneracija $\sum_{l=0}^{n-1} (2l+1) = n^2$. Če upoštevamo še spin elektrona, je degeneracija $2n^2$.

- **Lastne valovne funkcije** so produkt radialnega dela $R_{nl}(r)$ in kotnega dela (sferičnih harmonik) $Y_l^{m_l}(\theta, \phi)$:

$$\psi_{nlm_l}(r, \theta, \phi) = R_{nl}(r)Y_l^{m_l}(\theta, \phi)$$

Knjiga eksplicitno ne navaja splošnih izrazov za $R_{nl}(r)$ ali $Y_l^{m_l}(\theta, \phi)$, ampak jih omenja (npr. sferične harmonike, str. 59, Okvir 12). Za osnovno stanje ($n = 1, l = 0, m_l = 0$) je radialna funkcija:

$$R_{10}(r) = \frac{2}{a_0^{3/2}} e^{-r/a_0}$$

in sferična harmonika $Y_0^0(\theta, \phi) = 1/\sqrt{4\pi}$. Tako je valovna funkcija osnovnega stanja:

$$\psi_{100}(r, \theta, \phi) = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} e^{-r/a_0}$$

(Primer valovne funkcije ψ_{100} je podan v Knjigi, Poglavje 24 "Atomic Structure and Interactions", str. 75, Okvir 2, kjer je sicer za He ion, ampak oblika je enaka z $Z = 1$).

- **Katera so pripadajoča kvantna števila in kaj določajo le-teh?**
Stanje elektrona v atomu vodika (brez upoštevanja spina za zdaj) je določeno s tremi kvantnimi števili:

1. **Glavno kvantno število n :** Lahko zavzame vrednosti $n = 1, 2, 3, \dots$. Primarno določa energijo elektrona $E_n = -13.6 \text{ eV}/n^2$ (Knjiga, str. 33, Okvir 17). Določa tudi povprečno razdaljo elektrona od jedra (večji n , večja razdalja). Elektroni z enakim n tvorijo "lupino".
2. **Orbitalno (ali azimutalno) kvantno število l :** Za dani n lahko l zavzame vrednosti $l = 0, 1, 2, \dots, n-1$. Določa velikost (magnitudo) orbitalne vrtilne količine elektrona: $L = \sqrt{l(l+1)}\hbar$ (Knjiga, str. 59, Okvir 13). Določa tudi "obliko" verjetnostne porazdelitve elektrona (orbitalo). Stanja z $l = 0, 1, 2, 3, \dots$ se označujejo s črkami s, p, d, f, Elektroni z enakim n in l tvorijo "podlupino".
3. **Magnetno kvantno število m_l :** Za dani l lahko m_l zavzame $2l+1$ vrednosti: $m_l = -l, -l+1, \dots, 0, \dots, l-1, l$. Določa projekcijo orbitalne vrtilne količine na izbrano os (običajno z-os): $L_z = m_l\hbar$ (Knjiga, str. 59, Okvir 13). Določa orientacijo orbitale v prostoru glede na zunanjo (npr. magnetno) polje. V odsotnosti zunanjega polja so stanja z različnimi m_l (za dani n in l) energijsko degenerirana.

Če upoštevamo še **spin elektrona**, potrebujemo četrto kvantno število:

- **Spinsko magnetno kvantno število m_s :** Za elektron je spinsko kvantno število $s = 1/2$. m_s lahko zavzame dve vrednosti: $m_s = +1/2$ (spin gor) ali $m_s = -1/2$ (spin dol). Določa projekcijo spinske vrtilne količine na izbrano os: $S_z = m_s\hbar$. (Knjiga, str. 69, Okvir 29).
- **Kakšna je degeneracija posamezne elektronske lupine in podlupine?**
 - **Degeneracija podlupine (dani n in l):** Za dani l obstaja $2l+1$ možnih vrednosti m_l . Če ne upoštevamo spina, je vsako (n, l) stanje $(2l+1)$ -krat degenerirano. Če upoštevamo spin, ima vsako (n, l, m_l) stanje dve možni spinski stanji ($m_s = \pm 1/2$). Zato je degeneracija podlupine (upoštevajoč spin) $2(2l+1)$.

- **Degeneracija lupine (dani n):** Energija elektrona v atomu vodika (v nerelativistični Schrödingerjevi teoriji) je odvisna samo od n . Za dani n lahko l zavzame vrednosti od 0 do $n - 1$. Degeneracija g_n lupine z glavnim kvantnim številom n (upoštevajoč spin) je vsota degeneracij vseh podlupin:

$$g_n = \sum_{l=0}^{n-1} 2(2l+1)$$

Ta vsota je enaka $2n^2$. Primer: Za $n = 1$: $l = 0$. Degeneracija $2(2(0) + 1) = 2$. ($1s$) Za $n = 2$: $l = 0, 1$. Degeneracija $2(2(0) + 1) + 2(2(1) + 1) = 2 + 6 = 8 = 2(2^2)$. ($2s, 2p$) Za $n = 3$: $l = 0, 1, 2$. Degeneracija $2(1) + 2(3) + 2(5) = 2 + 6 + 10 = 18 = 2(3^2)$. ($3s, 3p, 3d$)

(Degeneracija je omenjena v Knjigi, str. 59, Okvir 15, v kontekstu neodvisnosti energije od m_l).

- **Kaj pa je drugače v primeru vodiku podobnih atomov z Z protoni in enim samim elektronom?** Vodiku podobni atomi (ali ioni) so tisti, ki imajo jedro z nabojem $+Ze$ in samo en elektron (npr. He^+ , Li^{2+} , itd.). Glavna razlika je v potencialni energiji, ki je zdaj:

$$U(r) = -\frac{k(Ze)e}{r} = -\frac{Zke^2}{r}$$

To pomeni, da se v vseh izrazih, kjer nastopa ke^2 (ali e^2), ta člen zamenja z Zke^2 (ali Ze^2). Posledice:

- **Energije** (Knjiga, str. 33, konec Okvirja 18, implicitno):

$$E_n = -Z^2 \frac{13.6 \text{ eV}}{n^2}$$

Energije so Z^2 -krat globlje (bolj negativne), ker je privlak jedra močnejši.

- **Bohrov radij** a_0 se v formulah za radije zamenja z a_0/Z . Dovoljeni radiji so:

$$r_n = n^2 \frac{a_0}{Z}$$

Orbitale so Z -krat manjše, ker je elektron močnejše privlečen k jedru.

- **Valovne funkcije** so podobne, le da se v radialnem delu povsod pojavi faktor Z (npr. v eksponentu e^{-Zr/a_0}).
- Kvantna števila (n, l, m_l, m_s) in njihove dovoljene vrednosti ter degeneracije ostanejo enake.

18. Atomski magnetizem

- **Kolikšna je tirni magnetni moment atoma in kaj je Bohrov magneton?** Elektron, ki kroži okoli jedra, ustvarja ekvivalent električnega toka in s tem magnetni dipolni moment, imenovan **tirni (orbitalni) magnetni moment** $\vec{\mu}_L$. Povezan je z orbitalno vrtilno količino \vec{L} elektrona preko (Knjiga, str. 64, Okvir 8):

$$\vec{\mu}_L = -\frac{e}{2m_e}\vec{L}$$

kjer je $-e$ naboj elektrona in m_e njegova masa. Negativni predznak pomeni, da sta vektorja $\vec{\mu}_L$ in \vec{L} nasprotno usmerjena. Velikost orbitalnega magnetnega momenta je kvantizirana, ker je kvantiziran \vec{L} . **Bohrov magneton** μ_B je naravna enota za atomske magnetne momente. Definiran je kot (Knjiga, str. 64, Okvir 10):

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$$

Njegova vrednost je približno 9.274×10^{-24} J/T. Komponenta orbitalnega magnetnega momenta v smeri z-osi je (Knjiga, str. 65, Okvir 11):

$$\mu_{Lz} = -m_l\mu_B$$

- **Kolikšna je magnetna energija atoma v zunanjem magnetnem polju?** Ko je atom z magnetnim momentom $\vec{\mu}$ postavljen v zunanje magnetno polje \vec{B} , je njegova potencialna magnetna energija U dana z (Knjiga, str. 65, Okvir 15):

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

Če polje \vec{B} usmerimo vzdolž osi z ($\vec{B} = B\hat{k}$), potem je energija odvisna od z -komponente magnetnega momenta: $U = -\mu_z B$. Za orbitalni magnetni moment $\mu_z = \mu_{Lz} = -m_l\mu_B$, je magnetna energija zaradi orbitalnega gibanja (Knjiga, str. 65, konec Okvirja 15 in str. 66, Okvir 16):

$$U = -(-m_l\mu_B)B = m_l\mu_B B$$

Ta energija povzroči razcep energijskih nivojev, ki so bili sicer degenerirani glede na m_l .

- **Kaj je normalni Zeemanov efekt?** Normalni Zeemanov efekt je pojav razcepa spektralnih črt atoma, ko je ta postavljen v zunanje magnetno polje, **kadar se upošteva le orbitalni magnetni moment**

elektrona (in se zanemari spin elektrona). Zaradi magnetne energije $U = m_l \mu_B B$ se vsak energijski nivo z danim l razcepi na $2l + 1$ podnivojev, ki ustrezajo različnim vrednostim m_l . Pri prehodih med temi razcepljenimi nivoji veljajo izbirna pravila $\Delta m_l = 0, \pm 1$. To pomeni, da se ena spektralna črta (brez polja) razcepi na **tri komponente** (Knjiga, str. 66, Okvir 18):

- Ena črta pri prvotni frekvenci ω_0 (za prehode $\Delta m_l = 0$).
- Dve satelitski črti pri frekvencah $\omega_0 \pm \omega_L$, kjer je $\omega_L = \mu_B B / \hbar$ Larmorjeva frekvenca (za prehode $\Delta m_l = \pm 1$).

Normalni Zeemanov efekt se opazuje le pri atomih, kjer je skupni spin elektronov enak nič.

19. Spin elektrona

- **Kaj pokaže Stern-Gerlachov eksperiment?** Stern-Gerlachov eksperiment (1921) je bil prvotno namenjen preverjanju prostorske kvantizacije orbitalne vrtilne količine. V eksperimentu so skozi **nehomogeno magnetno polje** poslali curek atomov (npr. srebra) (Knjiga, str. 68, Okvir 23).

- Klasično bi pričakovali, da se bo curek na zaslonu zvezno razpršil, ker bi lahko imeli magnetni momenti poljubne orientacije.
- Če bi bila prostorska kvantizacija posledica orbitalne vrtilne količine l , bi pričakovali $2l + 1$ ločenih sledi. Za srebrov atom v osnovnem stanju je $l = 0$, zato bi pričakovali le eno nerazcepljeno sled (ali pa če bi bil $l = 1/2$, kar ni dovoljeno za orbitalno kv. število, bi dobili 2 sledi).

Presenetljiv rezultat eksperimenta je bil, da se je curek srebrovih atomov razcepil na **dve diskretni komponenti** (Knjiga, str. 68, Okvir 26). To je pokazalo:

1. Da imajo elektroni (ali atomi) intrinzični magnetni moment, ki ni povezan z orbitalnim gibanjem.
2. Da je ta intrinzični magnetni moment prostorsko kvantiziran in ima le dve možni orientaciji v magnetnem polju.

Ta intrinzična lastnost je bila kasneje poimenovana **spin elektrona**.

- **Kolikšen je spin elektrona in kolikšen spinski magnetni moment?**

- **Spin elektrona:** Elektronu pripisujemo spinsko kvantno število $s = 1/2$ (Knjiga, str. 69, Okvir 28). Velikost (magnituda) spinske vrtilne količine \vec{S} je:

$$|\vec{S}| = \sqrt{s(s+1)}\hbar = \sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} + 1\right)}\hbar = \frac{\sqrt{3}}{2}\hbar$$

(Knjiga, str. 70, Okvir 30). Projekcija spinske vrtilne količine na izbrano os (npr. z-os) je kvantizirana in je $S_z = m_s\hbar$, kjer je spinsko magnetno kvantno število $m_s = \pm 1/2$ (Knjiga, str. 69, Okvir 29).

- **Spinski magnetni moment $\vec{\mu}_s$:** Povezan je s spinsko vrtilno količino \vec{S} preko:

$$\vec{\mu}_s = -g_s \frac{e}{2m_e} \vec{S}$$

kjer je g_s spinski g-faktor. Eksperimentalno je bilo ugotovljeno, da je za elektron $g_s \approx 2$ (natančneje 2.00232) (Knjiga, str. 70, Okvir 31). Torej:

$$\vec{\mu}_s \approx -2 \frac{e}{2m_e} \vec{S} = -\frac{e}{m_e} \vec{S} = -2 \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{S}$$

Projekcija spinskega magnetnega momenta na z-os je:

$$\mu_{sz} = -g_s m_s \mu_B \approx -2 m_s \mu_B$$

Ker je $m_s = \pm 1/2$, je $\mu_{sz} \approx \mp \mu_B$.

- **Kolikšen je skupni magnetni moment elektrona v atomu?** Skupni magnetni moment elektrona v atomu je vektorska vsota njegovega orbitalnega magnetnega momenta $\vec{\mu}_L$ in njegovega spinskega magnetnega momenta $\vec{\mu}_s$ (Knjiga, str. 70, Okvir 32):

$$\vec{\mu}_{total} = \vec{\mu}_L + \vec{\mu}_s = -\frac{e}{2m_e}(\vec{L} + g_s \vec{S}) \approx -\frac{e}{2m_e}(\vec{L} + 2\vec{S})$$

Ker $g_s \neq 1$, skupni magnetni moment $\vec{\mu}_{total}$ v splošnem **ni** kolinearen s skupno vrtilno količino $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ (Knjiga, str. 70, Okvir 32).

20. Sklopitev LS in Zeemanov razcep

- **Zakaj pride do sklopitve med spinsko in tirno vrtilno količino in kakšne so posledice te sklopitve?** Sklopitev med spinsko (\vec{S}) in tirno (\vec{L}) vrtilno količino elektrona se imenuje **spinsko-tirna sklopitev** ali interakcija spin-orbita (Knjiga, str. 70, Okvir 33). **Zakaj pride do sklopitve:** Z vidika elektrona, ki kroži okoli jedra, se zdi, kot da se jedro giblje okoli njega. Gibajoče se nabito jedro ustvarja magnetno polje $\vec{B}_{internal}$ na mestu elektrona. Spinski magnetni moment elektrona $\vec{\mu}_s$ interagira s tem notranjim magnetnim poljem, kar vodi do dodatne potencialne energije $U_{SO} = -\vec{\mu}_s \cdot \vec{B}_{internal}$ (Knjiga, str. 71, Okvir 34). Ta energija je odvisna od relativne orientacije \vec{L} in \vec{S} , saj je $\vec{B}_{internal}$ sorazmeren z \vec{L} . **Posledice sklopitve:**
 1. \vec{L} in \vec{S} nista več neodvisno ohranjeni količini. Ohranja se le njuna vsota, **skupna vrtilna količina** $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ (Knjiga, str. 71, Okvir 36).
 2. Energijski nivoji atoma, ki bi bili sicer degenerirani (npr. stanja z istim n in l , a različno orientacijo \vec{L} in \vec{S}), se razcepijo. Ta razcep se imenuje **finna struktura** spektralnih črt (Knjiga, str. 71, Okvir 35). Na primer, 2p nivo vodika se razcepi na dva podnivoja ($2P_{1/2}$ in $2P_{3/2}$).
 3. Velikost skupne vrtilne količine $|\vec{J}| = \sqrt{j(j+1)}\hbar$ je kvantizirana, kjer je j kvantno število skupne vrtilne količine. Za dani l in $s = 1/2$ (za en elektron) so možne vrednosti $j = l + 1/2$ in $j = |l - 1/2|$ (če $l > 0$). Če je $l = 0$, je $j = 1/2$ (Knjiga, str. 71, Okvir 37).
 4. Projekcija skupne vrtilne količine $J_z = m_j\hbar$ je kvantizirana, kjer $m_j = -j, -j + 1, \dots, j$.
- **Kolikšen je Zeemanov razcep energijskih nivojev za primer šibkega in močnega zunanjskega polja?** Zeemanov efekt je razcep atomskih energijskih nivojev (in posledično spektralnih črt) v zunanjem magnetnem polju. Razlikujemo med:
 - **Normalni Zeemanov efekt:** Obravnavan prej, ko spin ni upoštevan ali ko je skupni spin enak nič. Razcep je na tri komponente.
 - **Anomalni Zeemanov efekt:** Pojavi se, ko ima atom neničelen skupni spin in je spinsko-tirna sklopitev pomembna. Knjiga "Quick Modern Physics" eksplicitno ne ločuje med šibkim in močnim poljem v kontekstu anomalnega Zeemana, ampak ga na splošno pri-

pisuje prisotnosti spina (str. 67, Okvir 20). V splošnem je razcep bolj kompleksen kot na tri črte.

- * **Šibko zunanje polje:** Če je zunanje magnetno polje \vec{B}_{ext} šibko v primerjavi z notranjim poljem $\vec{B}_{internal}$ (ki povzroča spinsko-tirno sklopitev), potem \vec{L} in \vec{S} ostaneta sklopljena v \vec{J} . Zunanje polje povzroči, da \vec{J} precesira okoli smeri \vec{B}_{ext} . Energijski razcep je odvisen od kvantnega števila m_j in Landéjevega g-faktorja g_J :

$$\Delta E = g_J m_j \mu_B B_{ext}$$

Ker g_J ni enak za vse nivoje, so razcepi bolj zapleteni in število črt je lahko večje od treh.

- * **Močno zunanje polje (Paschen-Backov efekt):** Če je zunanje polje \vec{B}_{ext} veliko močnejše od notranjega polja spinsko-tirne sklopitve, se sklopitev med \vec{L} in \vec{S} poruši. \vec{L} in \vec{S} precesirata neodvisno okoli \vec{B}_{ext} . Energijski razcep je potem vsota prispevkov od orbitalnega in spinskega magnetnega momenta:

$$\Delta E = (m_l + g_s m_s) \mu_B B_{ext} \approx (m_l + 2m_s) \mu_B B_{ext}$$

To spet vodi do razcepa na več komponent, ki se v limitnem primeru zelo močnega polja lahko približa vzorcu normalnega Zeemanovega efekta (če upoštevamo izbirna pravila za m_l in m_s).

Knjiga omenja, da anomalni Zeemanov efekt (in fina struktura) pripisujemo novemu magnetnemu momentu, ki izvira iz spina elektrona (Knjiga, str. 67, Okvir 20).

21. Atomi z več elektroni

- **Kakšne omejitve postavlja Paulijevo izključitveno načelo?** Paulijevo izključitveno načelo, ki ga je formuliral Wolfgang Pauli leta 1925, postavlja temeljno omejitev za sisteme z več identičnimi fermioni (delci s polovičnim spinom), kot so elektroni. Načelo pravi (Knjiga, str. 72, Okvir 3): **Nobena dva elektrona v atomu ne moreta imeti popolnoma enakega nabora vseh štirih kvantnih števil.** Ta štiri kvantna števila so:

1. Glavno kvantno število (n)
2. Orbitalno kvantno število (l)

3. Magnetno kvantno število (m_l)
4. Spinsko magnetno kvantno število (m_s)

Če sta dva elektrona v isti orbitali (imata enaka n, l, m_l), morata imeti nasprotna spina ($m_s = +1/2$ za enega in $m_s = -1/2$ za drugega). To načelo je ključno za razumevanje zgradbe atomov z več elektroni, periodnega sistema elementov in kemijskih lastnosti elementov. Brez njega bi vsi elektroni v atomu zasedli najnižje energijsko stanje (1s), kar bi vodilo do popolnoma drugačne narave (Knjiga, str. 72, Okvir 4).

- **Na čem temelji to načelo?** Paulijevo izključitveno načelo temelji na globljem konceptu kvantne mehanike, ki se nanaša na **identične (nerazločljive) delce** in **simetrijo izmenjave** (Knjiga, str. 72, Okvir 5; str. 73, Okvirji 6-7).

- **Identical Particles:** Elektroni so identični delci; nemogoče je ločiti en elektron od drugega.
- **Exchange Symmetry:** Če v matematičnem opisu zamenjamo dva identična delca, se nobena opazljiva fizikalna količina ne sme spremeniti. To pomeni, da mora biti kvadrat absolutne vrednosti skupne valovne funkcije $|\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2$ nespremenjen pri zamenjavi delcev: $|\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2 = |\psi(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1)|^2$.
- To implicira dve možnosti za samo valovno funkcijo pri zamenjavi delcev:
 1. $\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = +\psi(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1)$ (Simetrična valovna funkcija - velja za bozone, delce s celim spinom, npr. fotone).
 2. $\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = -\psi(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1)$ (Antisimetrična valovna funkcija - velja za fermione, delce s polovičnim spinom, npr. elektrone).
- Paulijevo izključitveno načelo je neposredna posledica zahteve po antisimetrični skupni valovni funkciji za fermione (elektrone). Če bi dva elektrona imela enaka vsa štiri kvantna števila (bila v istem kvantnem stanju 'a'), bi bila antisimetrična kombinacija njunih valovnih funkcij (Knjiga, str. 74, Okvir 11):

$$\Psi_{aa}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{1}{\sqrt{2}}[\psi_a(\mathbf{r}_1)\psi_a(\mathbf{r}_2) - \psi_a(\mathbf{r}_2)\psi_a(\mathbf{r}_1)] = 0$$

Valovna funkcija je identično enaka nič, kar pomeni, da takšno stanje ne more obstajati (verjetnost, da ga najdemo, je nič) (Knjiga, str. 74, Okvir 12).

- **Kakšno simetrijo ima elektronska valovna funkcija dveh delcev?** Kot je navedeno zgoraj, mora biti skupna valovna funkcija za sistem dveh (ali več) elektronov (ki so fermioni) **antisimetrična** glede na zamenjavo katerihkoli dveh elektronov (Knjiga, str. 73, Okvir 8). Če $\psi(\mathbf{r}_1\sigma_1, \mathbf{r}_2\sigma_2)$ predstavlja skupno valovno funkcijo dveh elektronov (kjer \mathbf{r} so prostorske koordinate in σ spinske koordinate), potem velja:

$$\psi(\mathbf{r}_1\sigma_1, \mathbf{r}_2\sigma_2) = -\psi(\mathbf{r}_2\sigma_2, \mathbf{r}_1\sigma_1)$$

- **Kako interakcije med elektroni vplivajo na energijo atoma?** Interakcije med elektroni v atomih z več elektroni bistveno vplivajo na energijo atoma. Glavni učinki so:

1. **Elektrostatska odbojna sila med elektroni:** Elektroni se med seboj odbijajo. Ta odbojna sila zmanjšuje privlak jedra na posamezen elektron in povečuje skupno energijo atoma (manjša vezavna energija).
2. **Zaslanjanje (Screening):** Notranji elektroni delno zaslanjajo naboj jedra, tako da zunanji (valenčni) elektroni čutijo manjši efektivni naboj jedra ($Z_{eff} < Z$). To povzroči, da so energijski nivoji zunanjih elektronov višji (manj negativni), kot bi bili sicer. Stopnja zaslanjanja je odvisna od tega, kako globoko orbitala elektrona prodre proti jedru (npr. s-elektroni prodrejo bolj in so manj zaslonjeni kot p-elektroni iste lupine) (Knjiga, str. 77, Okvirji 8-9).
3. **Odvisnost energije od orbitalnega kvantnega števila l :** Zaradi zaslanjanja in medelektronskih odbojev energija elektrona v atomih z več elektroni ni odvisna samo od glavnega kvantnega števila n (kot pri vodiku), ampak tudi od orbitalnega kvantnega števila l . Za dani n imajo stanja z manjšim l (ki bolj prodirajo k jedru in so manj zaslonjena) nižjo energijo (npr. $E_{ns} < E_{np} < E_{nd} < \dots$) (Knjiga, str. 78, Okvir 14; str. 79, Okvir 16).
4. **Izmenjalna interakcija (Exchange Interaction):** To je čisto kvantnomehanski pojav, povezan z nerazločljivostjo elektronov in simetrijo valovne funkcije. Vpliva na energijo stanj z več elektroni, še posebej na relativno energijo stanj z različno orientacijo spinov (npr. Hundovo pravilo). Knjiga tega ne obravnava podrobno v teh poglavjih, ampak je pomembno za razumevanje spektrov.

Zaradi teh interakcij je izračun energijskih nivojev za atome z več elektroni veliko bolj zapleten kot za vodik in pogosto zahteva aproksima-

tivne metode, kot sta Hartreejeva ali Hartree-Fockova metoda (Knjiga, str. 78, Okvir 12).

- **Kaj je elektronska konfiguracija atoma?** Elektronska konfiguracija atoma je **specifikacija glavnega kvantnega števila (n) in orbitalnega kvantnega števila (l) za vsak elektron v atomu** (Knjiga, str. 79, Okvir 15). Pove nam, kako so elektroni porazdeljeni po različnih atomskih orbitalah (podlupinah). Običajno se zapiše v obliki, kot je na primer:

- Vodik (1 elektron): $1s^1$ (en elektron v 1s podlupini)
- Helij (2 elektrona): $1s^2$ (dva elektrona v 1s podlupini)
- Litij (3 elektroni): $1s^2 2s^1$ (dva elektrona v 1s, en v 2s)
- Neon (10 elektronov): $1s^2 2s^2 2p^6$

Eksponent označuje število elektronov v dani podlupini (definirani z n in l). Polnjenje podlupin sledi Paulijevemu izključitvenemu načelu in načelu minimalne energije (elektroni zasedajo najprej najnižja prosta energijska stanja) ter Hundovim pravilom (za porazdelitev elektronov znotraj podlupine). Elektronska konfiguracija določa kemijske lastnosti elementa.

22. Vezava molekul & 23. Vzbujena stanja molekul

- **Kakšne oblike je potencial v molekuli?** Potencialna energija $U(r)$ med dvema atomoma v dvoatomni molekuli kot funkcija medatomske razdalje r ima značilno obliko (Knjiga, str. 81, Okvir 24 in Slika 11.1):
 - Za velike razdalje r je sila med atomi zanemarljiva ($U(r) \approx 0$).
 - Ko se atoma približujeta, prevladajo privlačne sile (različni tipi vezave), zato potencialna energija pada in doseže **minimum pri ravnovesni razdalji** r_{eq} .
 - Pri zelo majhnih razdaljah ($r < r_{eq}$) prevladajo močne odbojne sile (zaradi odboja med jedri in odboja med elektronskimi oblaki zaradi Paulijevega načela), zato potencialna energija strmo narašča.

Pogosto se ta potencial aproksimira z empiričnimi funkcijami, kot je Lennard-Jonesov potencial ali Morsejev potencial (Knjiga omenja splošno

obliko $U(r) = -A/r^n + B/r^m$, str. 81, Okvir 24). Globina potencialne jame pri r_{eq} ustreza disociacijski energiji molekule.

• **Katere tipe molekulskih vezi poznaš in kakšne so njihove značilnosti?**

Knjiga obravnava naslednje glavne tipe molekulskih vezi (Knjiga, str. 82-83, Okvirji 26-33):

1. **Ionska vez:** Nastane s prenosom enega ali več elektronov z enega atoma na drugega, kar ustvari nasprotno nabite ione (kation in anion), ki se elektrostatsko privlačijo. Primer: NaCl. **Značilnosti:** Močne vezi, visoka disociacijska energija, značilno za spojine med elementi z zelo različno elektronegativnostjo (npr. alkalijske kovine in halogeni).
2. **Kovalentna vez:** Nastane z delitvijo enega ali več elektronskih parov med dvema atomoma. Elektroni so lokalizirani pretežno med jedroma in jih privlačita obe jedri. Primer: H_2 , CH_4 , diamant. **Značilnosti:** Močne in usmerjene vezi, visoka disociacijska energija. Značilno za vezi med nekovinami. Elektroni, ki tvorijo vez, morajo imeti antiparalelne spine (Paulijevo načelo).
3. **Van der Waalsova vez:** Šibkejše vezi, ki nastanejo med nevtralnimi molekulami ali atomi, ki ne tvorijo ionskih ali kovalentnih vezi. Obstajajo trije tipi (Knjiga, str. 83, Okvir 31):
 - **Dipol-dipol sile:** Med molekulami s permanentnim električnim dipolnim momentom (npr. HCl , H_2O).
 - **Dipol-induciran dipol sile:** Polarna molekula inducira začasni dipol v bližnji nepolarni molekuli.
 - **Disperzijske (Londonske) sile:** Posledica trenutnih fluktuacij v porazdelitvi naboja znotraj nepolarnih molekul, ki inducirajo korelirane dipole v sosednjih molekulah. Prisotne med vsemi atomi/molekulami.

Značilnosti: Šibke, neusmerjene, kratkega dosega (običajno $1/r^7$). Pomembne za kondenzacijo žlahtnih plinov.

4. **Vodikova vez:** Poseben tip dipol-dipol interakcije, kjer vodikov atom, kovalentno vezan na močno elektronegativnega atom (kot O, N, F), tvori šibko vez z drugim elektronegativnim atomom v bližini. Proton (H^+) deluje kot most. Primer: H_2O , DNA. **Značilnosti:** Močnejša od van der Waalsovih vezi, a šibkejša od kovalentnih/ionskih. Usmerjena. Ključna v bioloških sistemih (Knjiga, str. 83, Okvirji 33-34).

Knjiga v kontekstu trdnih snovi omenja še **kovinsko vez** (str. 124, Okvir 18), kjer valenčni elektroni tvorijo "morje" delokaliziranih elektronov, ki vežejo pozitivne ionske mreže.

- **Razloži še kvantnomehanski opis molekul H_2^+ in H_2 !**

- **Molekularni ion H_2^+** (en elektron, dva protona) (Knjiga, str. 91-93, Okvirji 29-37): Elektron se giblje v potencialu dveh protonov. Valovno funkcijo elektrona dobimo kot linearno kombinacijo atomskih orbital (LCAO) vodikovih atomov, centriranih na vsakem protonu ($\psi_a(\mathbf{r})$ in $\psi_a(\mathbf{r} - \mathbf{R})$). Obstajata dve osnovni kombinaciji:

1. **Simetrična (vezna) kombinacija:** $\psi_+ = \psi_a(\mathbf{r}) + \psi_a(\mathbf{r} - \mathbf{R})$. Elektronska gostota $|\psi_+|^2$ je povečana med protonoma. To vodi do privlaka in znižanja energije sistema. Ta orbitala se imenuje **vezna molekularna orbitala** (σ).
2. **Antisimetrična (protivezna) kombinacija:** $\psi_- = \psi_a(\mathbf{r}) - \psi_a(\mathbf{r} - \mathbf{R})$. Elektronska gostota $|\psi_-|^2$ ima vozlišče (je nič) med protonoma. Elektron je bolj odrinjen od medjedrnega prostora, kar vodi do višje energije. Ta orbitala se imenuje **protivezna molekularna orbitala** (σ^*).

V osnovnem stanju H_2^+ elektron zaseda vezno orbitalo, kar vodi do stabilne molekule z vezavno energijo okoli 2.65 eV.

- **Molekula H_2** (dva elektrona, dva protona) (Knjiga, str. 93, Okvirji 38-41): Drugi elektron dodamo v sistem H_2^+ . Če oba elektrona zasedeta **vezno molekularno orbitalo** (σ), morata imeti po Paulijevem izključitvenem načelu **antiparalelna spina**. To vodi do močnejše vezi in krajše medatomske razdalje kot pri H_2^+ . Vezavna energija H_2 je okoli 4.5 eV. Če bi imela elektrona paralelna spina, bi moral eden od njiju zasedati višjeenergijsko **protivezno orbitalo** (σ^*). Ta konfiguracija ne vodi do stabilne vezi; skupna energija je višja kot energija dveh ločenih H atomov.

- **Katere so nizkoenergijske vzbuditve molekul in kakšni so njihovi absorpcijsko-emisijski spektri?** Poleg elektronskih vzbuditvev (ki imajo običajno visoke energije, podobno kot pri atomih) imajo molekule še dodatne načine shranjevanja/oddajanja energije pri nižjih energijah (Knjiga, str. 81, Okvir 22; str. 85, Okvirji 7-8):

1. **Rotacijska vzbujanja:** Molekule se lahko vrtijo okoli svojega masnega središča. Rotacijske energije so kvantizirane. Za dvoato-

mno molekulo (obravnavano kot tog rotator) so energije (Knjiga, str. 86, Okvir 13):

$$E_{rot} = \frac{\hbar^2}{2I} \ell(\ell + 1)$$

kjer je I vztrajnostni moment in $\ell = 0, 1, 2, \dots$ rotacijsko kvantno število. Prehodi med rotacijskimi nivoji ($\Delta\ell = \pm 1$) povzročijo absorpcijo ali emisijo fotonov v **mikrovalovnem območju** spektra. Energijski nivoji niso enakomerno razporejeni; razlika ΔE narašča z ℓ (Knjiga, str. 87, Okvir 14).

2. **Vibracijska vzbujaanja:** Atomi v molekuli lahko nihajo okoli svojih ravnovesnih leg. Za majhne odklone lahko nihanje aproksimiramo s harmonskim oscilatorjem. Vibracijske energije so kvantizirane (Knjiga, str. 87, Okvir 16):

$$E_{vib} = \left(v + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega$$

kjer je ω klasična krožna frekvenca nihanja in $v = 0, 1, 2, \dots$ vibracijsko kvantno število. Prehodi med vibracijskimi nivoji ($\Delta v = \pm 1$ za harmonski oscilator) povzročijo absorpcijo ali emisijo fotonov v **infrardečem območju** spektra. Energijski nivoji so enakomerno razporejeni z razliko $\hbar\omega$ (Knjiga, str. 88, Okvir 17). Realne molekule imajo anharmonični potencial (npr. Morsejev), kjer razmiki med nivoji padajo z višjim v (Knjiga, str. 88, Okvir 19).

Absorpcijsko-emisijski spektri: Molekula običajno rotira in vibrira hkrati. Skupna rotacijsko-vibracijska energija je (približno) vsota obeh (Knjiga, str. 88, Okvir 20):

$$E_{rot-vib} = \frac{\hbar^2}{2I} \ell(\ell + 1) + \left(v + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega$$

Pri prehodih veljajo izbirna pravila, npr. za dvoatomne molekule v harmonični aproksimaciji: $\Delta v = \pm 1$ in $\Delta\ell = \pm 1$. To pomeni, da ima vibracijski prehod (npr. $v = 0 \rightarrow v = 1$) fino strukturo zaradi hkratnih rotacijskih prehodov. Absorpcijski spekter v IR območju kaže dve veji (P-veja za $\Delta\ell = -1$ in R-veja za $\Delta\ell = +1$) okoli "manjkajočecentralne frekvence, ki bi ustrezala $\Delta\ell = 0$ (ta prehod je za dvoatomne molekule pogosto prepovedan za IR fotone) (Knjiga, str. 89, Okvir 22). Poleg absorpcije/emisije obstaja še **Ramanovo sipanje**, kjer foton neelastično sipa na molekuli in spremeni svojo energijo za znesek, ki ustreza rotacijski ali vibracijski energiji molekule. Izbirna pravila za Ramanove

prehode so drugačna (npr. $\Delta\ell = 0, \pm 2$ za rotacijski Raman) (Knjiga, str. 89, Okvir 23). **Fluorescenca in fosforescenca** vključujeta elektronske prehode, kjer molekula po absorpciji fotona in neradiativni izgubi dela vibracijske energije nato emitira foton nižje energije (Stokesov premik) (Knjiga, str. 90, Okvirji 25-26).

24. Maxwell-Boltzmannova porazdelitev

- **Katere so osnovne predpostavke MB statistike?** Maxwell-Boltzmannova (MB) statistika opisuje porazdelitev delcev po energijskih stanjih v klasičnih sistemih. Osnovne predpostavke so (Knjiga, str. 95, Okvir 5):
 1. **Delci so identični po fizikalnih lastnostih, vendar razločljivi.** To pomeni, da lahko (vsaj v principu) sledimo posameznemu delcu ali ga označimo. To velja, ko je povprečna razdalja med delci velika v primerjavi z njihovo de Brogliejevo valovno dolžino (tj. kvantni efekti prekrivanja valovnih funkcij so zanemarljivi).
 2. **Ravnovesna porazdelitev je najverjetnejša porazdelitev** delcev po dovoljenih energijskih stanjih pri danem skupnem številu delcev in dani skupni energiji.
 3. **Ni teoretične omejitve, koliko delcev je lahko v danem energijskem stanju.** Vendar pa je pri nizkih gostotah in visokih temperaturah (tipično za klasične pline) verjetnost, da več kot en delec zaseda isto specifično stanje, majhna.
- **Kakšna je oblika Maxwell-Boltzmannove porazdelitvene funkcije?** Maxwell-Boltzmannova porazdelitvena funkcija $f_{MB}(E_i)$ podaja verjetnost, da delec zaseda stanje z energijo E_i (ali povprečno število delcev v tem stanju, če upoštevamo degeneracijo). Ima eksponentno obliko (Knjiga, str. 97, Okvir 9):

$$f_{MB}(E_i) = Ae^{-E_i/k_B T}$$

kjer:

- A je normalizacijska konstanta, ki je odvisna od sistema.
- E_i je energija i -tega stanja.
- k_B je Boltzmannova konstanta.
- T je absolutna temperatura sistema.

Če je g_i število stanj z enako energijo E_i (degeneracija ali statistična utež), potem je število delcev n_i z energijo E_i :

$$n_i = g_i f_{MB}(E_i) = g_i A e^{-E_i/k_B T}$$

Funkcija kaže, da je verjetnost zasedbe stanj z višjo energijo eksponentno manjša.

• **Kako izračunamo število stanj pri neki energiji za diskretne in za zvezne porazdelitve?**

- **Diskretne porazdelitve:** Za sistem z diskretnimi energijskimi nivoji E_i je g_i število kvantnih stanj, ki imajo natančno to energijo E_i . To je **degeneracija** nivoja E_i . Primer: za vodikov atom je energijski nivo E_n $2n^2$ -krat degeneriran (upoštevajoč spin). Pri izračunu števila mikrostanj N_{MB} za dano razporeditev $\{n_i\}$ delcev po diskretnih energijskih nivojih (kjer n_i je število delcev na nivoju E_i in g_i je degeneracija tega nivoja) se uporablja formula (ki je posplošitev formule iz Knjige, str. 96, Okvir 6, če bi upoštevali še degeneracijo g_i):

$$N_{MB} = N! \prod_i \frac{g_i^{n_i}}{n_i!}$$

(Ta formula sicer ni eksplicitno v tem delu knjige, je pa standardna). Knjiga se osredotoča na $f_{MB}(E_i)$ in gostoto stanj $g(E)$ za zvezne primere.

- **Zvezne porazdelitve:** Ko so energijska stanja zelo številna in gosto skupaj, lahko uporabimo zvezne funkcije. Uvedemo **gostoto stanj** $g(E)$, ki je definirana tako, da je $g(E)dE$ število energijskih stanj na enoto volumna (ali na delec, odvisno od definicije) v energijskem intervalu med E in $E + dE$ (Knjiga, str. 97, Okvir 10). Število delcev $n(E)dE$ na enoto volumna z energijami med E in $E + dE$ je potem:

$$n(E)dE = g(E)f_{MB}(E)dE = g(E)Ae^{-E/k_B T}dE$$

Oblika $g(E)$ je odvisna od sistema. Na primer, za idealni plin prostih delcev v 3D je $g(E) \propto \sqrt{E}$. Za fotone v votlini je $g(E) \propto E^2$ (Knjiga, str. 109, Okvir 11).

- **Komentiraj uporabo MB statistike na primeru porazdelitve hitrosti molekul v plinu!** Maxwell je izpeljal porazdelitev hitrosti molekul $n(v)dv$ v idealnem plinu, ki je število molekul na enoto volumna

s hitrostmi med v in $v + dv$. Ta porazdelitev je poseben primer MB statistike, kjer je energija zgolj translacijska kinetična energija $E = \frac{1}{2}mv^2$. Maxwelllova porazdelitev hitrosti je (Knjiga, str. 98, Okvir 11):

$$n(v)dv = \frac{N}{V} \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} 4\pi v^2 e^{-mv^2/(2k_B T)} dv$$

Komentar:

- Faktor v^2 izvira iz volumna kroglaste lupine v "prostoru hitrosti" ($g(v)dv \propto 4\pi v^2 dv$, kar ustreza gostoti stanj). Pomeni, da je malo molekul z zelo nizkimi hitrostmi.
- Eksponentni faktor $e^{-mv^2/(2k_B T)}$ (Boltzmannov faktor) povzroči, da je malo molekul z zelo visokimi hitrostmi, saj je verjetnost za visoke energije majhna.
- Porazdelitev ima maksimum pri **najverjetnejši hitrosti** $v_{mp} = \sqrt{2k_B T/m}$.
- **Povprečna hitrost** $\bar{v} = \sqrt{8k_B T/(\pi m)}$ je nekoliko višja od v_{mp} .
- **Kvadratni koren povprečja kvadratov hitrosti (efektivna hitrost)** $v_{rms} = \sqrt{3k_B T/m}$ je še višja.
- Ta porazdelitev je bila ključna za razumevanje kinetične teorije plinov in povezave med mikroskopskim gibanjem molekul ter makroskopskimi lastnostmi, kot sta temperatura in tlak.
- Uporaba MB statistike je tu upravičena, ker so molekule v plinu pri običajnih pogojih dovolj narazen, da so razločljive in kvantni efekti niso dominantni.

(Knjiga, str. 98, Okvirji 12-13).

25. Kvantna statistika

- **Kdaj klasična MB statistika odpove?** Klasična Maxwell-Boltzmannova (MB) statistika odpove, ko kvantni učinki postanejo pomembni. To se zgodi, kadar (Knjiga, str. 100, Okvirji 2-4; str. 101, Okvir 7):
 1. **Delci postanejo nerazločljivi:** Ko se valovne funkcije delcev začnejo prekrivati, jih ne moremo več obravnavati kot individualno razločljive. Prekrivanje je pomembno, ko je povprečna razdalja med delci d primerljiva ali manjša od njihove de Brogliejeve valovne dolžine $\lambda = h/p$, oziroma ko je nedoločenost lege Δx primerljiva z d .

2. **Visoke gostote delcev (N/V):** Pri visokih gostotah so delci bližje skupaj, zato je prekrivanje valovnih funkcij bolj verjetno.
3. **Nizke temperature (T):** Pri nizkih temperaturah imajo delci manjšo povprečno gibalno količino $p \approx \sqrt{mk_B T}$ in s tem večjo de Brogliejevo valovno dolžino λ , kar spet vodi do večjega prekrivanja.
4. **Majhna masa delcev (m):** Delci z manjšo maso imajo pri dani temperaturi večjo de Brogliejevo valovno dolžino.

Kriterij, kdaj MB statistika velja, je $\Delta x \ll d$, kar se lahko preoblikuje v pogoj (Knjiga, str. 102, Okvir 11):

$$\left(\frac{N}{V}\right) \frac{h^3}{(8(mk_B T))^{3/2}} \ll 1$$

Če ta pogoj ni izpolnjen, je treba uporabiti kvantno statistiko. Primeri, kjer MB odpove, so elektroni v kovinah (visoka gostota, majhna masa) in fotoni v votlini črnega telesa (Knjiga, str. 101, Okvir 6; str. 103-104, Okvirji 15-18).

- **Kaj velja za valovno funkcijo bozonov in kaj za valovno funkcijo fermionov?** Glede na simetrijo pri zamenjavi dveh identičnih delcev (Knjiga, str. 105, Okvir 20; str. 106, Okvir 2):

- **Bozoni (delci s celim spinom, npr. fotoni, fononi, atomi ^4He):** Njihova skupna valovna funkcija mora biti **simetrična** pri zamenjavi katerihkoli dveh bozonov. Če $\Psi_B(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ opisuje dva bozona, potem velja:

$$\Psi_B(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = +\Psi_B(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1)$$

- **Fermioni (delci s polovičnim spinom, npr. elektroni, protoni, nevtroni, atomi ^3He):** Njihova skupna valovna funkcija mora biti **antisimetrična** pri zamenjavi katerihkoli dveh fermionov. Če $\Psi_F(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ opisuje dva fermiona, potem velja:

$$\Psi_F(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = -\Psi_F(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1)$$

Ta osnovna razlika v simetriji vodi do bistveno drugačnih statističnih porazdelitev.

- **Zapiši izraz za Bose-Einsteinovo in Fermi-Diracovo porazdelitev in komentiraj njune primere!** Porazdelitveni funkciji podajata povprečno število delcev (ali verjetnost zasedbe) v kvantnem stanju z energijo E pri temperaturi T .

- **Bose-Einsteinova (BE) porazdelitev** (za bozone) (Knjiga, str. 107, Okvir 5):

$$f_{BE}(E) = \frac{1}{Be^{E/k_B T} - 1}$$

Parameter B je odvisen od temperature in gostote delcev. Za sisteme, kjer število bozonov ni ohranjeno (npr. fotoni, fononi), je $B = 1$ (Knjiga, str. 108, Okvir 6):

$$f_{BE}(E)_{\text{fotoni/fononi}} = \frac{1}{e^{E/k_B T} - 1}$$

Komentar in primeri:

- * Ni omejitve, koliko bozonov je lahko v istem kvantnem stanju.
- * Pri nizkih temperaturah imajo bozoni tendenco, da se zbirajo v najnižjem energijskem stanju, kar lahko vodi do **Bose-Einsteinove kondenzacije (BEC)** (Knjiga, str. 106, Okvir 22; str. 113-114, Okvirji 8-11). To je makroskopski kvantni pojav.
- * Primeri uporabe: sevanje črnega telesa (plinski fotoni), specifična toplota trdnih snovi (fononi), supertekočnost ^4He .
- **Fermi-Diracova (FD) porazdelitev** (za fermione) (Knjiga, str. 108, Okvir 7):

$$f_{FD}(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/k_B T} + 1}$$

(Knjiga uporablja $H = e^{-E_F/k_B T}$ v splošni obliki, $f_{FD}(E) = 1/(He^{E/k_B T} + 1)$, nato pa uvede Fermijevo energijo E_F). E_F je **Fermijeva energija**, ki je energijski nivo, pri katerem je verjetnost zasedbe stanja natančno $1/2$ pri katerikoli temperaturi $T > 0$ (Knjiga, str. 108, Okvir 8). **Komentar in primeri:**

- * Zaradi Paulijevega izključitvenega načela je lahko v danem kvantnem stanju največ en fermion (ali dva, če upoštevamo spin $\pm 1/2$ za isto prostorsko stanje).
- * Pri $T = 0$ K so vsa energijska stanja pod Fermijevo energijo E_F popolnoma zasedena ($f_{FD}(E) = 1$ za $E < E_F$), vsa stanja nad E_F pa popolnoma prazna ($f_{FD}(E) = 0$ za $E > E_F$) (Knjiga, str. 109, Okvir 9).

- * Pri $T > 0$ K se porazdelitev žaobli” okoli E_F ; elektroni znotraj $\approx k_B T$ pod E_F se lahko termično vzbudijo v stanja nad E_F .
- * Primeri uporabe: elektroni v kovinah (prosti elektronski plin), elektroni in vrzeli v polprevodnikih, nevtroni v nevtronskih zvezdah, protoni in nevtroni v jedrih.

26. Primeri uporabe kvantne statistike

- Pokaži, kako kvantna statistika razloži elektronski plin v kovinah (Fermijev plin) in sevanje črnega telesa!

- **Elektronski plin v kovinah (Fermijev plin)** (Knjiga, str. 109-111, Okvirji 12-15): Valenčni elektroni v kovinah so šibko vezani in se lahko obravnavajo kot plin fermionov (elektronov), ujetih znotraj kovine.
 1. **Porazdelitev:** Uporabimo Fermi-Diracovo porazdelitev. Število elektronov $n(E)dE$ z energijo med E in $E + dE$ je $n(E)dE = g(E)f_{FD}(E)dE$.
 2. **Gostota stanj $g(E)$:** Za proste nerelativistične elektrone v 3D (upoštevajoč dva spina na prostorsko stanje) je $g(E) = DE^{1/2}$, kjer je $D = \frac{8\sqrt{2}\pi m_e^{3/2}}{h^3}$ (Knjiga, str. 110, Okvir 13).
 3. **Fermijeva energija E_F :** Pri $T = 0$ K so vsa stanja do $E_F(0)$ zapolnjena. $E_F(0)$ je določena s skupno gostoto elektronov N/V : $\frac{N}{V} = \int_0^{E_F(0)} g(E)dE = \frac{2}{3}DE_F(0)^{3/2}$. E_F je tipično nekaj eV, kar ustreza zelo visokim Fermijevim temperaturam $T_F = E_F/k_B \sim 10^4 - 10^5$ K.
 4. **Specifična toplota:** Klasično bi pričakovali, da vsak elektron prispeva $(3/2)k_B$ k specifični toploti. Vendar pa lahko zaradi Paulijevega načela energijo absorbirajo le elektroni v območju $\approx k_B T$ okoli E_F . Delež teh elektronov je $\approx k_B T/E_F = T/T_F$. Zato je elektronski prispevek k specifični toploti veliko manjši od klasične napovedi in sorazmeren s T : $C_{el} \propto (T/T_F)R$. To je razrešilo dolgoletno uganko klasične fizike (Knjiga, str. 111, Okvir 15).
- **Sevanje črnega telesa** (Knjiga, str. 109, Okvir 11; str. 111-112, Okvirji 1-3): Elektromagnetno sevanje v votlini v termičnem ravnovesju obravnavamo kot plin fotonov. Fotoni so bozoni.
 1. **Porazdelitev:** Uporabimo Bose-Einsteinovo porazdelitev. Ker

število fotonov ni ohranjeno (lahko se absorbirajo in emitirajo), je parameter $B = 1$. $f_{BE}(E) = 1/(e^{E/k_B T} - 1)$.

2. **Gostota stanj $g(E)$:** Za fotone v 3D votlini (upoštevajoč dve polarizaciji) je $g(E) = \frac{8\pi E^2}{(hc)^3}$ (Knjiga, str. 109, Okvir 11).
3. **Spektralna gostota energije $u(E)dE$:** Energija na enoto volumna fotonov z energijami med E in $E + dE$ je $u(E)dE = E \cdot g(E)f_{BE}(E)dE$. Ko vstavimo $g(E)$ in $f_{BE}(E)$, dobimo (Knjiga, str. 112, Okvir 2):

$$u(E)dE = \frac{8\pi}{(hc)^3} \frac{E^3 dE}{e^{E/k_B T} - 1}$$

4. **Planckov zakon:** Če pretvorimo iz energije $E = hf$ v frekvenco f (in $dE = hdf$), dobimo Planckov zakon za spektralno gostoto sevanja črnega telesa:

$$u(f, T) = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{f^3}{e^{hf/k_B T} - 1}$$

(Knjiga, str. 112, Okvir 3). To kaže, da Planckov zakon neposredno sledi iz Bose-Einsteinove statistike za fotone.

- **Kaj je Bose-Einsteinova kondenzacija?** Bose-Einsteinova kondenzacija (BEC) je fazni prehod, ki se pojavi v sistemu bozonov pri dovolj nizkih temperaturah in/ali visokih gostotah (Knjiga, str. 106, Okvir 22; str. 113-114, Okvirji 8-9).

- Pod kritično temperaturo T_c začne **makroskopsko število bozonov zasedati najnižje energijsko kvantno stanje** (osnovno stanje) sistema.
- Gre za čisto kvantnomehanski pojav, ki je posledica simetrične narave valovnih funkcij bozonov (bozoni "radižasedajo isto stanje").
- Kondenzat (delci v osnovnem stanju) tvori koherentno snovno valovanje, kjer so valovne funkcije posameznih delcev v fazi.
- Prvič sta jo teoretično napovedala Bose (za fotone) in Einstein (za masivne bozone) v 20. letih 20. stoletja.
- Eksperimentalno je bila prvič potrjena leta 1995 v ohlajenih atomskih plinih (rubidij, natrij) s strani skupin Erica Cornella, Carla Wiemana in Wolfganga Ketterleja, ki so za to prejeli Nobelovo nagrado.

- Doseganje BEC v atomskih plinih zahteva ekstremno nizke temperature (nanokelvini) in tehnike laserskega hlajenja ter magnetnega lovljenja.
- Potencialne aplikacije vključujejo atomske laserje, precizne meritve in kvantno računanje.

27. Laserji

- **Kako opišemo absorpcijo, spontano in stimulirano emisijo fotona?** Interakcijo svetlobe z atomi (ki imajo vsaj dva energijska nivoja, E_1 - nižji, E_2 - višji) lahko opišemo s tremi osnovnimi procesi, ki jih je predlagal Einstein (Knjiga, str. 115, Okvirji 2-8):

1. **Absorpcija (Absorption):** Atom v nižjem energijskem stanju E_1 absorbira foton z energijo $hf = E_2 - E_1$ in preide v višje energijsko stanje E_2 . Verjetnost absorpcije na časovno enoto na atom je sorazmerna z gostoto energije sevanja $u(f, T)$ pri frekvenci f : $P_{abs} = B_{12}u(f, T)$. B_{12} je Einsteinov koeficient absorpcije.
2. **Spontana emisija (Spontaneous Emission):** Atom v vzbujenem stanju E_2 lahko spontano (brez zunanje spodbude) preide v nižje stanje E_1 in pri tem odda foton z energijo $hf = E_2 - E_1$. Smer in faza emitiranega fotona sta naključni. Hitrost spontane emisije (prehodov na časovno enoto) je določena z Einsteinovim koeficientom A_{21} . Povprečni življenjski čas atoma v stanju E_2 je $t_s = 1/A_{21}$. Ta proces ne odvisen od $u(f, T)$.
3. **Stimulirana (inducirana) emisija (Stimulated Emission):** Če foton z energijo $hf = E_2 - E_1$ interagira z atomom, ki je že v vzbujenem stanju E_2 , lahko ta foton spodbudi (stimulira) atom, da preide v nižje stanje E_1 in pri tem odda **drugi foton**. Ta drugi, stimulirani foton ima **enako energijo, enako smer, enako fazo in enako polarizacijo** kot vpadni (stimulirajoči) foton. Oba fotona sta koherentna. Verjetnost stimulirane emisije na časovno enoto na atom je $P_{stim} = B_{21}u(f, T)$. B_{21} je Einsteinov koeficient stimulirane emisije.

Einstein je pokazal, da velja $B_{12} = B_{21}$ in $A_{21}/B_{21} = 8\pi hf^3/c^3$ (Knjiga, str. 117, Okvir 12).

- **Opiši osnovne komponente in princip delovanja laserja! Katero vrsto laserjev poznaš?** LASER je akronim za "Light Ampli-

fication by Stimulated Emission of Radiation” (ojačanje svetlobe s stimulirano emisijo sevanja). Osnovne komponente in princip delovanja so (Knjiga, str. 118-119, Okvirji 16-20): **Osnovne komponente:**

1. **Energijski vir (črpalka - Pump):** Zagotavlja energijo za doseganje populacijske inverzije. Primeri: električna razelektritev (plinski laserji), intenzivni svetlobni bliski (optično črpanje, npr. rubinov laser), injekcija toka (polprevodniški laserji).
2. **Aktivni (laserski) medij z ustreznimi energijskimi nivoji:** Snov (plin, tekočina, trdna snov, polprevodnik), katere atomi/molekule/ioni imajo energijske nivoje, ki omogočajo populacijsko inverzijo in stimulirano emisijo pri želeni valovni dolžini. Običajno potrebuje vsaj tri (ali štiri) nivojski sistem:
 - E_0 : Osnovno stanje.
 - E_2 : Visokoenergijsko ”črpalno” stanje.
 - E_1 : Vmesno ”metastabilno” stanje z relativno dolgim življenjskim časom t_s . Laserski prehod poteka iz $E_1 \rightarrow E_0$.
3. **Optični resonator (Photon Containment):** Običajno sestavljen iz dveh zrcal, postavljenih na koncih aktivnega medija. Eno zrcalo je popolnoma odbojno, drugo pa delno prepustno, da omogoči izhod laserskega žarka.

Princip delovanja:

1. **Črpanje:** Energijski vir vzbudi atome iz osnovnega stanja E_0 v črpalno stanje E_2 .
2. **Populacijska inverzija:** Atomi iz E_2 hitro (neradiativno ali radiativno) preidejo v metastabilno stanje E_1 . Ker je E_1 metastabilno (dolg t_s), se atomi tam ”kopičijo”, tako da število atomov v stanju E_1 (N_1) postane večje od števila atomov v nižjem stanju E_0 (N_0), tj. $N_1 > N_0$. To je populacijska inverzija, pogoj za ojačanje svetlobe (Knjiga, str. 118, Okvir 14).
3. **Stimulirana emisija in ojačanje:** Spontano emitirani foton (iz prehoda $E_1 \rightarrow E_0$) lahko sproži stimulirano emisijo na drugih atomih v stanju E_1 . Stimulirani fotoni so koherentni z vpadnim. Zrcala v optičnem resonatorju odbijajo fotone nazaj skozi aktivni medij, kar povzroči plaz stimuliranih emisij in ojačanje svetlobe. Nastanejo stoječi valovi v resonatorju.
4. **Laserski žarek:** Del ojačane, koherentne svetlobe izstopi skozi delno prepustno zrcalo kot laserski žarek.

Laserska svetloba ima edinstvene lastnosti: visoka monokromatičnost (ena valovna dolžina), visoka jakost, prostorska koherenca (valovi so usklajeni v prostoru) in majhna divergenca žarka.

Vrste laserjev (Knjiga omenja nekatere primere):

- **Plinski laserji:** Npr. He-Ne laser (Knjiga, str. 118, Okvir 16). Aktivni medij je mešanica plinov.
- **Laserji na trdni snovi (Solid-state lasers):** Npr. rubinov laser (aktivni ion Cr^{3+} v kristalu Al_2O_3) (Knjiga, str. 118, Okvir 16), Nd:YAG laser.
- **Polprevodniški laserji (Semiconductor lasers / Laser diodes):** Aktivni medij je p-n spoj polprevodnika. Populacijska inverzija se doseže z injekcijo toka (Knjiga, str. 119-120, Okvirji 21-24). Zelo pogosti v CD/DVD predvajalnikih, optičnih komunikacijah.
- Drugi tipi vključujejo barvne laserje (dye lasers), kemične laserje, laserje na prostih elektronih.

28. Kristali

- **Katere tipe vezi atomov v trdni snovi poznaš? Opisi jih!** Tipi vezi v trdnih snoveh so podobni tistim v molekulah (Knjiga, str. 121, Okvir 2):
 1. **Ionska vez (Ionic Bonding):** Nastane zaradi elektrostatskega privlaka med pozitivno in negativno nabitimi ioni, ki nastanejo s prenosom elektronov. Primer: NaCl. Kristali so običajno trdi, krhki, imajo visoka tališča in so slabi električni prevodniki (Knjiga, str. 121-123, Okvirji 3-12).
 2. **Kovalentna vez (Covalent Bonding):** Nastane z delitvijo valenčnih elektronov med sosednjimi atomi. Vezi so močne in usmerjene. Primer: diamant (C), silicij (Si), germanij (Ge). Kristali so zelo trdi, imajo visoka tališča in so običajno slabi električni prevodniki ali polprevodniki (Knjiga, str. 123, Okvirji 14-17).
 3. **Kovinska vez (Metallic Bonding):** Valenčni elektroni so delokalizirani in tvorijo "elektronski plin" ali "morje elektronov", ki se prosto giblje med pozitivno nabitimi ionskimi sredicami. Privlak med elektronskim plinom in ionsko mrežo drži kovino skupaj. Primer: Cu, Ag, Au, Na. Kovine so dobri električni in toplotni

prevodniki, kovne in imajo značilen sijaj (Knjiga, str. 124, Okvirji 18-21).

4. **Molekularna vez (Molecular Bonding):** Molekule z zaprtimi elektronskimi lupinami (ki že imajo močne notranje kovalentne ali ionske vezi) med seboj interagirajo s šibkejšimi medmolekularnimi silami:

- **Van der Waalove sile** (disperzijske, dipol-dipol, dipol-induciran dipol).
- **Vodikove vezi** (poseben tip dipol-dipol).

Primeri: led (H_2O), suhi led (CO_2), trdni žlahtni plini (Ar). Kristali so mehki, imajo nizka tališča in vrelišča, so slabi prevodniki (Knjiga, str. 125, Okvirji 22-24).

- **Kako določamo strukturo kristalov?** Strukturo kristalov (razporeditev atomov) določamo z **difrakcijskimi metodami** (Knjiga, str. 126-127, Okvirji 27-30). Valovanje z valovno dolžino, primerljivo z medatomske razdaljami v kristalu (reda velikosti 10^{-10} m ali Å), bo na periodični strukturi kristalne mreže sipano (uklonjeno) na specifičen način. Najpogostejše metode:

1. **Rentgenska difrakcija (X-ray diffraction):** Rentgenski žarki imajo ustrezne valovne dolžine. Ko vpadejo na kristal, se sipajo na elektronskih oblakih atomov. Zaradi periodičnosti pride do konstruktivne interference v določenih smereh, ki jih opisuje **Braggov zakon**: $2d \sin \theta = n\lambda$. Iz kotov θ , pri katerih se pojavijo ojačani (difrakcijski) vrhovi, lahko določimo medploskovne razdalje d in s tem kristalno strukturo.
2. **Nevtronska difrakcija (Neutron diffraction):** Termični nevtroni imajo prav tako ustrezne de Brogliejeve valovne dolžine. Sipajo se na jedrih atomov. Posebej uporabna za določanje položajev lahkih atomov (kot je vodik) in za preučevanje magnetnih struktur (ker imajo nevtroni magnetni moment).
3. **Elektronska difrakcija (Electron diffraction):** Elektroni z energijami reda keV imajo prav tako ustrezne de Brogliejeve valovne dolžine. Močno interagirajo s snovjo, zato je metoda primerna za preučevanje površin in tankih plasti.

Izmerjeni difrakcijski vzorec (intenziteta sipanega valovanja kot funkcija kota sipanja) vsebuje informacije o atomski razporeditvi. Z matematično analizo (npr. Fourierovo transformacijo) sipanih podatkov

dobimo **radialno porazdelitveno funkcijo (RDF)** $\rho(r)$, ki podaja verjetnost, da najdemo sosednji atom na razdalji r od izbranega atoma. Za kristale RDF kaže ostre vrhove pri diskretnih razdaljah, ki ustrezajo koordinacijskim sferam.

29. Pasovna struktura elektronskih stanj v kristalu

- **Zakaj pride do pasovne strukture elektronskih stanj v kristalu?** Pasovna struktura elektronskih stanj v kristalu nastane, ko se veliko število identičnih atomov združi v periodično mrežo in tvori trdno snov (Knjiga, str. 128-129, Okvirji 1-8).
 1. **Izolirani atomi:** Posamezen izoliran atom ima diskretne energijske nivoje za svoje elektrone (npr. 1s, 2s, 2p, ...).
 2. **Dva atoma:** Ko se dva identična atoma približata, njuni valovni funkciji začneta prekrivati. Zaradi interakcije (in Paulijevega načela) se vsak prvotno degeneriran atomski energijski nivo razcepi na dva rahlo različna energijska nivoja (en vezni z nižjo energijo in en protivezni z višjo energijo).
 3. **N atomov (kristal):** Ko se veliko število N atomov (npr. 10^{23}) združi v kristal, se vsak prvotni atomski energijski nivo razcepi na N zelo gosto ležečih, diskretnih energijskih nivojev. Ta skupek zelo bližnjih nivojev tvori **energijski pas (energy band)**.
 4. **Energijske vrzeli (Energy gaps):** Med temi energijskimi pasovi lahko obstajajo območja energij, ki jih elektroni v kristalu ne morejo imeti. To so **prepovedani pasovi ali energijske vrzeli**.

Širina energijskih pasov in vrzeli je odvisna od jakosti interakcije med atomi (tj. od medatomske razdalje) in od tipa atomskih orbital, iz katerih pasovi izvirajo. Notranje elektronske lupine tvorijo ozke pasove, medtem ko valenčne lupine tvorijo širše pasove, ki se lahko tudi prekrivajo. Obstoj energijskih pasov in vrzeli lahko razložimo tudi z obravnavo gibanja elektronskih valov v periodičnem potencialu kristalne mreže (Blochovi valovi). Pri določenih valovnih dolžinah (blizu Braggovega pogoja) pride do močnega sipanja elektronov, kar vodi do nastanka energijskih vrzeli (Knjiga, str. 131-132, Okvirji 21-25).

- **Kakšna je razlika med kovinami, izolatorji in polprevodniki?** Razlika med kovinami, izolatorji in polprevodniki temelji na njihovi ele-

ktronski pasovni strukturi, še posebej na zasedenosti najvišjih energijskih pasov z elektroni in na velikosti energijske vrzeli med njimi (Knjiga, str. 130-131, Okvirji 13-20).

- **Kovine (Conductors):** Najvišji energijski pas, ki vsebuje elektrone (imenovan **prevodni pas**), je **delno zaseden** z elektroni. To pomeni, da je tik nad najvišje zasedenimi stanji (Fermijevo energijo E_F) veliko prostih stanj z le malo višjo energijo. Elektroni lahko zlahka pridobijo majhno količino energije iz zunanega električnega polja in preidejo v ta prosta stanja ter tako prispevajo k električnemu toku. Druga možnost je, da je najvišji polni pas (**valenčni pas**) prekrit s praznim prevodnim pasom, tako da ni energijske vrzeli. Posledica: Kovine so dobri električni prevodniki.
- **Izolatorji (Insulators):** Najvišji energijski pas, ki vsebuje elektrone (**valenčni pas**), je **popolnoma zaseden** z elektroni. Naslednji višji pas (**prevodni pas**) je popolnoma prazen. Med valenčnim in prevodnim pasom je **velika energijska vrzel** E_g (tipično $E_g > 3 - 5$ eV). Elektroni v polnem valenčnem pasu ne morejo prispevati k toku, ker ni prostih stanj, v katera bi lahko prešli z majhnim dodatkom energije. Da bi elektron preskočil v prevodni pas, potrebuje energijo $\geq E_g$, kar je pri sobni temperaturi (kjer je $k_B T \approx 0.025$ eV) zelo malo verjetno. Posledica: Izolatorji so zelo slabi električni prevodniki.
- **Polprevodniki (Semiconductors):** Podobno kot izolatorji imajo polno zaseden valenčni pas in prazen prevodni pas, vendar je med njima **relativno majhna energijska vrzel** E_g (tipično $E_g \approx 0.5 - 3$ eV). Pri $T = 0$ K se polprevodniki obnašajo kot izolatorji. Pri sobni temperaturi pa lahko že termična energija vzbudi določeno število elektronov iz valenčnega pasu v prevodni pas. Ti elektroni v prevodnem pasu in "vrzeli" (prazna mesta), ki ostanejo v valenčnem pasu, lahko prispevajo k električnemu toku. Prevodnost polprevodnikov močno narašča s temperaturo.
- **Pri katerih valovnih vektorjih se odprejo energijske vrzeli?** Energijske vrzeli v $E(k)$ diagramu (energija kot funkcija valovnega vektorja k) se odprejo pri tistih vrednostih valovnega vektorja k , kjer elektronski valovi zadoščajo **Braggovemu pogoju za sipanje** na periodični kristalni mreži (Knjiga, str. 132, Okvir 22). Za enodimenzionalno mrežo z mrežno konstanto a je Braggov pogoj (za normalno vpadanje valov, ki se odbijajo nazaj) $n\lambda = 2a$. Ker je $k = 2\pi/\lambda$, to

ustreza:

$$k = \frac{n\pi}{a}, \quad \text{kjer je } n = \pm 1, \pm 2, \dots$$

Pri teh vrednostih k (meje Brillouinove cone) se vpadni in sipani val močno interferirata, kar vodi do nastanka stoječih valov (ψ_+ in ψ_-). Ti dve vrsti stoječih valov imata različne energije zaradi različne interakcije z ionskimi sredicami, razlika med njunima energijama pa tvori energijsko vrzel (Knjiga, str. 132, Okvirji 23-25). Elektroni ne morejo imeti energij znotraj teh vrzeli, če se želijo širiti skozi kristal.

30. Elektroni v kovini

- **Opiši klasični Drudejev model elektronov v kovini!** Klasični Drudejev model (razvit okoli leta 1900 s strani Paula Drudeja, kasneje razširjen s strani Lorentza) obravnava kovino kot (Knjiga, str. 133-134, Okvirji 1-5):
 - Fiksno mrežo pozitivnih ionov (ionskih sredic).
 - Plin **prostih valenčnih elektronov**, ki se gibljejo med ioni podobno kot molekule v klasičnem plinu.
 - Elektroni se med seboj ne interagirajo (razen posredno preko Paulijevega načela v kvantni verziji).
 - Elektroni doživljajo trke z ioni v mreži. Med trki se gibljejo prosto.
 - Predpostavlja se, da elektroni dosežejo termično ravnovesje z mrežo, zato imajo povprečno kinetično energijo, ki ustreza klasični ekviparticijski teoriji: $\frac{1}{2}m_e v_{rms}^2 = \frac{3}{2}k_B T$.
 - V odsotnosti zunanega električnega polja je gibanje elektronov naključno in ni neto toka.
 - V prisotnosti električnega polja \vec{E} elektroni med trki pospešujejo v smeri, nasprotni polju (zaradi negativnega naboja). To povzroči majhno povprečno **driftno hitrost** \vec{v}_d v smeri, nasprotni \vec{E} .
 - Driftna hitrost je sorazmerna z električnim poljem: $\vec{v}_d = -\mu_e \vec{E}$ (kjer je μ_e mobilnost elektronov, ki je povezana s povprečnim časom med trki τ : $\vec{v}_d = -\frac{e\vec{E}}{m_e}\tau$).
 - Ta driftna hitrost povzroči električni tok $\vec{J} = ne\vec{v}_d = \frac{ne^2\tau}{m_e}\vec{E}$. Iz tega sledi Ohmov zakon $\vec{J} = \sigma\vec{E}$ z električno prevodnostjo $\sigma = \frac{ne^2\tau}{m_e}$ (Knjiga, str. 135, Okvirji 9-11).

Model je bil uspešen pri razlagi Ohmovega zakona in Wiedemann-Franzovega zakona (povezava med električno in toplotno prevodnostjo), vendar je imel pomanjkljivosti (npr. napačna napoved temperature odvisnosti upornosti, prevelik prispevek elektronov k specifični toploti, nerazložljivo dolga prosta pot) (Knjiga, str. 136, Okvirji 13-15).

- **Katere so osnovne predpostavke in katere so njegove napovedi? Osnovne predpostavke Drudejevega modela** (povzeto iz zgoraj):

1. Valenčni elektroni so prosti in tvorijo klasičen plin.
2. Elektroni se gibljejo po Newtonovih zakonih.
3. Elektroni trkajo zgolj z ioni v mreži; trki so trenutni in po vsakem trku elektron izgubi spomin na prejšnjo hitrost (naključna porazdelitev hitrosti po trku, v skladu s temperaturo mreže).
4. Povprečni čas med trki τ je konstanta.

Napovedi Drudejevega modela:

1. **Ohmov zakon:** Električni tok \vec{J} je sorazmeren z električnim poljem \vec{E} ($\vec{J} = \sigma \vec{E}$).
2. **Električna prevodnost σ :** $\sigma = \frac{ne^2\tau}{m_e}$.
3. **Temperaturna odvisnost upornosti $\rho = 1/\sigma$:** Ker je $v_{rms} \propto \sqrt{T}$ in $\tau \approx L/v_{rms}$, bi bila $\sigma \propto 1/\sqrt{T}$, torej $\rho \propto \sqrt{T}$. Eksperimentalno pa je $\rho \propto T$ pri običajnih temperaturah (Knjiga, str. 136, Okvir 12).
4. **Wiedemann-Franzov zakon:** Razmerje med toplotno prevodnostjo K in električno prevodnostjo σ je sorazmerno s temperaturo: $K/\sigma = LT$, kjer je L Lorentzovo število. Ta napoved se je presenetljivo dobro ujemala z eksperimenti, čeprav so bile napovedi za σ in K posamično napačne (Knjiga, str. 136, Okvirji 13-14).
5. **Elektronski prispevek k specifični toploti:** Po ekviparticijskem teoremu bi vsak prosti elektron prispeval $(3/2)k_B$ k notranji energiji, kar bi vodilo do molarne specifične toplote $(3/2)R$. Eksperimentalno je ta prispevek veliko manjši.

Pomanjkljivosti modela so bile kasneje odpravljene z uvedbo kvantne mehanike (Fermi-Diracova statistika, valovna narava elektronov) (Knjiga, str. 136, Okvir 15).

- **Po čem pa se od tega modela razlikuje kvantni model Fermijevega plina?** Kvantni model Fermijevega plina (Sommerfeldov model) se od klasičnega Drudejevega modela razlikuje v dveh ključnih vidikih (Knjiga, str. 136, Okvir 15):

1. Statistika elektronov:

- **Drude:** Elektroni ubogajo klasično Maxwell-Boltzmannovo statistiko.
- **Fermijev plin:** Elektroni so fermioni in ubogajo **Fermi-Diracovo statistiko** ter Paulijevo izključitveno načelo. To pomeni, da elektroni zasedajo kvantna stanja od najnižje energije navzgor, do Fermijeve energije E_F . Pri običajnih temperaturah je večina stanj pod E_F polno zasedenih. Samo elektroni v ozkem energijskem pasu $\approx k_B T$ okoli E_F lahko sodelujejo v procesih, kot so prevajanje toplote, električnega toka ali absorpcija energije.

2. Gibanje elektronov in prosta pot:

- **Drude:** Elektroni trkajo z vsakim ionom. Povprečna prosta pot L je reda velikosti medatomske razdalje. Ustrezna hitrost je termična hitrost v_{rms} .
- **Fermijev plin:** Elektroni so valovi (Blochovi valovi). V **popolnoma periodični kristalni mreži** se elektroni gibljejo brez sipanja, kar pomeni, da bi bila njihova prosta pot L neskončna. Sipanje (in s tem končna prosta pot ter električna upornost) se pojavi le zaradi **odstopanj od popolne periodičnosti mreže**, kot so:
 - * **Termična nihanja ionov (fononi):** Ta povzročajo temperaturno odvisen del upornosti ($\rho \propto T$).
 - * **Nečistoče in defekti v mreži:** Ti povzročajo preostalo upornost, ki je prisotna tudi pri $T = 0$ K.

Ustrezna hitrost za elektrone blizu Fermijeve energije je **Fermijeva hitrost** v_F , ki je definirana z $E_F = \frac{1}{2}m_e v_F^2$. v_F je tipično veliko večja od v_{rms} in je skoraj neodvisna od temperature.

Te kvantnomehanske izboljšave so pripeljale do veliko boljšega ujemanja s eksperimentalnimi rezultati, npr. pravilna napoved elektronske specifične toplote ($\propto T$), temperaturne odvisnosti upornosti in pravilne vrednosti Lorentzovega števila (Knjiga, str. 137, Okvir 16).

31. Polprevodniki

- Opiši energijske nivoje čistega polprevodnika in dopiranih polprevodnikov tipa p in tipa n!

- **Čisti (intrinzični) polprevodnik** (Knjiga, str. 131, Okvir 17; str. 140-141, Okvirji 1-5): Ima polno zaseden **valenčni pas** in prazen **prevodni pas**, ločena z relativno majhno **energijsko vrzeljo** E_g (npr. ≈ 1.1 eV za Si, ≈ 0.7 eV za Ge). Pri $T = 0$ K je polprevodnik izolator. Pri $T > 0$ K lahko termična energija vzbudi elektrone iz valenčnega pasu v prevodni pas. Vsak tak elektron pusti za sabo **vrzel** v valenčnem pasu. Tako elektroni v prevodnem pasu kot vrzeli v valenčnem pasu prispevajo k prevodnosti. Število elektronov (n_e) je enako številu vrzeli (n_h): $n_e = n_h = n_i$ (intrinzična koncentracija nosilcev). Fermijev nivo E_F leži približno na sredini energijske vrzeli.
- **Dopirani polprevodniki (ekstrinzični)**: Z dodajanjem majhnih količin specifičnih nečistoč (dopantov) lahko močno povečamo koncentracijo enega tipa nosilcev naboja.

* **Polprevodnik tipa n (n-type)** (Knjiga, str. 133, Okvir 27; str. 137-139, Okvirji 1-9; str. 144-145, Okvirji 4-6): Nastane z dopiranjem osnovnega polprevodnika (npr. Si, skupina IV) z atomi iz skupine V (npr. As, P), ki imajo en valenčni elektron več. Ti dodatni elektroni so šibko vezani na svoje dopantne atome in tvorijo diskretne energijske nivoje, imenovane **donorski nivoji** E_d , ki ležijo tik **pod dnem prevodnega pasu** (tipično $E_c - E_d \approx 0.01 - 0.05$ eV). Pri sobni temperaturi so ti donorski elektroni zlahka termično vzbujeni v prevodni pas in postanejo prosti nosilci naboja. V n-tipu polprevodnika so **elektroni večinski (majoritetni) nosilci naboja**, vrzeli pa manjšinski (minoritetni). Fermijev nivo E_F se premakne bližje prevodnemu pasu.

* **Polprevodnik tipa p (p-type)** (Knjiga, str. 133, Okvir 27; str. 139, Okvirji 10-13; str. 145, Okvirji 7-8): Nastane z dopiranjem osnovnega polprevodnika z atomi iz skupine III (npr. Ga, B), ki imajo en valenčni elektron manj. Ti dopantni atomi zlahka sprejmejo elektron iz valenčnega pasu osnovnega materiala, da zapolnijo svojo nepopolno vez. Pri tem v valenčnem pasu nastane gibljiva vrzel. Energijski nivoji, povezani s temi sprejemljivimi mesti za elektrone, se imenujejo

akceptorski nivoji E_a , ki ležijo tik **nad vrhom valenčnega pasu** (tipično $E_a - E_v \approx 0.01 - 0.05$ eV). Pri sobni temperaturi elektroni iz valenčnega pasu zlahka preskočijo na akceptorske nivoje, pri čemer v valenčnem pasu ostanejo proste vrzeli. V p-tipu polprevodnika so **vrzeli večinski nosilci naboja**, elektroni pa manjšinski. Fermijev nivo E_F se premakne bližje valenčnemu pasu.

- **Kaj so donorji in kaj akceptorji in kje se pojavijo?**
 - **Donorji (Donors):** So atomi nečistoč, ki imajo **več valenčnih elektronov** kot atomi osnovnega polprevodniškega materiala. Ko se vgradijo v kristalno mrežo, "donirajo" odvečne elektrone, ki postanejo prosti nosilci naboja (v prevodnem pasu). Donorji ustvarjajo polprevodnik tipa n. Pojavijo se kot dopanti, npr. elementi skupine V (As, P, Sb) v siliciju ali germaniju (skupina IV). Njihovi energijski nivoji (E_d) ležijo tik pod prevodnim pasom. (Knjiga, str. 133, Okvir 27; str. 138, Okvir 5)
 - **Akceptorji (Acceptors):** So atomi nečistoč, ki imajo **manj valenčnih elektronov** kot atomi osnovnega polprevodniškega materiala. Ko se vgradijo v kristalno mrežo, ustvarijo nepopolne vezi, ki lahko "sprejmejo" elektrone iz valenčnega pasu osnovnega materiala, pri čemer v valenčnem pasu nastanejo proste vrzeli. Akceptorji ustvarjajo polprevodnik tipa p. Pojavijo se kot dopanti, npr. elementi skupine III (B, Al, Ga, In) v siliciju ali germaniju. Njihovi energijski nivoji (E_a) ležijo tik nad valenčnim pasom. (Knjiga, str. 139, Okvir 12)
- **Kako izračunamo gostoti elektronov v prevodnem pasu in vrzeli v valenčnem pasu v čistem polprevodniku?** Gostota elektronov n_e v prevodnem pasu in gostota vrzeli n_h v valenčnem pasu se izračunata z integracijo produkta gostote stanj in Fermi-Diracove porazdelitvene funkcije čez ustrezni pas (Knjiga, str. 141-142, Okvirji 6-7, kjer se omenja princip, čeprav detajlni integrali niso izpeljani). Za **čisti (intrinzični) polprevodnik**:

$$n_e = \int_{E_c}^{\infty} g_c(E) f_{FD}(E) dE$$

$$n_h = \int_{-\infty}^{E_v} g_v(E) [1 - f_{FD}(E)] dE$$

kjer sta $g_c(E)$ in $g_v(E)$ gostoti stanj v prevodnem oziroma valenčnem pasu, E_c je dno prevodnega pasu in E_v vrh valenčnega pasu. $[1 - f_{FD}(E)]$ je verjetnost, da je stanje prazno (torej zasedeno z vrzeljo). Za intrinzični polprevodnik velja $n_e = n_h = n_i$. Koncentracija intrinzičnih nosilcev n_i je močno odvisna od temperature in energijske vrzeli E_g :

$$n_i \propto T^{3/2} e^{-E_g/(2k_B T)}$$

(Ta eksplicitna formula ni v tem delu knjige, ampak je standarden rezultat).

- **Kakšna pa je njegova Fermijeva energija?** V čistem (intrinzičnem) polprevodniku leži Fermijeva energija E_F približno na sredini energijske vrzeli med valenčnim in prevodnim pasom (Knjiga, str. 142, Okvir 8).

$$E_F \approx \frac{E_c + E_v}{2} = E_v + \frac{E_g}{2}$$

Če sta efektivni masi elektronov in vrzeli različni, je Fermijev nivo rahlo premaknjen s sredine, vendar je za večino praktičnih namenov ta aproksimacija dobra. Njegov položaj se tudi rahlo spreminja s temperaturo.

- **Opiši prevajanje električnega toka v polprevodniku!** Električni tok v polprevodniku je posledica gibanja obeh tipov nosilcev naboja: elektronov v prevodnem pasu in vrzeli v valenčnem pasu (Knjiga, str. 142-143, Okvirji 9-11). Ko na polprevodnik priključimo električno polje \vec{E} :

- **Elektroni** v prevodnem pasu (naboj $-e$) se gibljejo s povprečno driftno hitrostjo $\langle \vec{v}_e \rangle = -\mu_e \vec{E}$ (nasprotno smeri polja), kar ustvari elektronski tok $\vec{j}_e = -n_e e \langle \vec{v}_e \rangle = n_e e \mu_e \vec{E}$.
- **Vrzeli** v valenčnem pasu (efektivni naboj $+e$) se gibljejo s povprečno driftno hitrostjo $\langle \vec{v}_h \rangle = \mu_h \vec{E}$ (v smeri polja), kar ustvari vrzelski tok $\vec{j}_h = n_h e \langle \vec{v}_h \rangle = n_h e \mu_h \vec{E}$.

Skupna gostota toka \vec{j} je vsota obeh prispevkov:

$$\vec{j} = \vec{j}_e + \vec{j}_h = (n_e e \mu_e + n_h e \mu_h) \vec{E}$$

Specifična električna prevodnost σ polprevodnika je torej:

$$\sigma = e(n_e \mu_e + n_h \mu_h)$$

kjer sta μ_e in μ_h mobilnosti elektronov in vrzeli. Mobilnost je merilo, kako zlahka se nosilci gibljejo skozi kristal pod vplivom električnega polja, in je odvisna od sipanja na nečistočah in mrežnih nihanjih (fononih).

- **Kako lahko določimo prevladujoče nosilce električnega toka?**

Prevladujoče nosilce električnega toka (ali so to elektroni ali vrzeli, tj. ali je polprevodnik tipa n ali p) in njihovo koncentracijo lahko določimo z meritvijo **Hallovega efekta** (Knjiga, str. 148, Okvir 19). Če skozi pravokoten vzorec polprevodnika teče tok \vec{I} (npr. v smeri x) in je vzorec postavljen v magnetno polje \vec{B} , pravokotno na tok (npr. v smeri z), potem magnetna sila $\vec{F}_m = q(\vec{v}_d \times \vec{B})$ deluje na nosilce naboja in jih potiska proti eni strani vzorca (npr. v smeri y). Kopičenje naboja na tej strani ustvari prečno električno polje, imenovano **Halovo polje** \vec{E}_H , ki nasprotuje nadaljnjemu kopičenju. V ravnovesju je električna sila $q\vec{E}_H$ enaka magnetni sili. Izmerjena **Halova napetost** $V_H = E_H w$ (kjer je w širina vzorca) je:

$$V_H = \frac{IB}{nqd}$$

kjer je d debelina vzorca. Predznak Hallove napetosti je odvisen od predznaka naboja q prevladujočih nosilcev:

- Če so prevladujoči nosilci **elektroni** ($q = -e$), bo Hallova napetost enega predznaka.
- Če so prevladujoči nosilci **vrzeli** ($q = +e$), bo Hallova napetost nasprotnega predznaka.

Iz velikosti V_H in znanih I, B, d lahko izračunamo koncentracijo prevladujočih nosilcev n .

32. Stik p-n

- **Opiši, kaj se zgodi na stiku polprevodnikov tipa p in n!** Ko združimo polprevodnik tipa p (z obilico vrzeli) in polprevodnik tipa n (z obilico elektronov), nastane **p-n spoj** (Knjiga, str. 147, Okvirji 13-16).

1. **Difuzija:** Takoj po združitvi začnejo zaradi velikih koncentracijskih gradientov elektroni difundirati iz n-strani na p-stran, vrzeli pa iz p-strani na n-stran.

2. **Rekombinacija:** Ko elektroni preidejo na p-stran, tam rekombinirajo z vrzeli. Ko vrzeli preidejo na n-stran, rekombinirajo z elektroni.
3. **Nastanek osiromašenega območja (Depletion Region):** Zaradi te difuzije in rekombinacije v bližini spoja mobilni nosilci naboja izginejo. Na n-strani ostanejo pozitivno nabiti ionizirani donorski atomi (ki so izgubili elektron), na p-strani pa negativno nabiti ionizirani akceptorski atomi (ki so sprejeli elektron). To območje brez prostih nosilcev se imenuje osiromašeno območje ali področje prostorskega naboja.
4. **Nastanek notranjega električnega polja in potencialne bariere:** Fiksni pozitivni in negativni ioni v osiromašenem območju ustvarijo **notranje električno polje** \vec{E}_{int} , ki je usmerjeno od n-strani proti p-strani. To polje nasprotuje nadaljnji difuziji večinskih nosilcev. Povezano s tem poljem je tudi **notranja potencialna bariera (ali difuzijska napetost)** V_0 , ki jo morajo večinski nosilci premagati, da preidejo spoj.
5. **Ravnovesje:** V termičnem ravnovesju (brez zunanje napetosti) difuzijski tok večinskih nosilcev v eno smer uravnoteži driftni tok manjšinskih nosilcev (ki jih polje \vec{E}_{int} pospešuje) v nasprotno smer, tako da je neto tok skozi spoj enak nič.

33. Superprevodniki

- **Opiši princip delovanja usmerniške diode, solarne celice, LED in drugih polprevodniških naprav, ki jih poznaš!** Knjiga "Quick Modern Physics" v obravnavanih poglavjih (do poglavja 39) sicer ne opisuje podrobno principa delovanja vseh teh naprav, ampak postavlja temelje z razlago p-n spoja. Za diode in sorodne naprave so informacije v poglavju "Semiconductor Devices" (poglavje 38 v knjigi, str. 149).
 - **Usmerniška dioda (Rectifier Diode)** (Temelji na p-n spoju, Knjiga, str. 148, Okvirji 17-18; str. 149, Okvir 2): P-n spoj omogoča tok elektronov pretežno v eni smeri.
 - * **Prevajalna (forward) smer:** Ko je pozitivna napetost priključena na p-stran in negativna na n-stran, se zunanja napetost odšteje od notranje potencialne bariere V_0 . Bariera se zniža, kar omogoči večinskim nosilcem (vrzelim iz p, elektronom iz n) lahek prehod čez spoj in velik tok.

- * **Zapora (reverse) smer:** Ko je negativna napetost priključena na p-stran in pozitivna na n-stran, se zunanja napetost prišteje k notranji potencialni barieri. Bariera se zviša, kar močno zavre tok večinskih nosilcev. Teče le majhen zaporni tok zaradi manjšinskih nosilcev.

Dioda torej deluje kot enosmerni ventil za električni tok, kar se uporablja za usmerjanje izmenične napetosti v enosmerno.

- **Solarna celica (Photovoltaic Device)** (Knjiga, str. 150, Okvir 6): Solarna celica je p-n spoj, zasnovan tako, da absorbira svetlobo. Ko foton z energijo $hf \geq E_g$ vpade na polprevodnik (običajno v bližini osiromašenega območja), lahko ustvari par elektron-vrzel. Notranje električno polje p-n spoja loči te novonastale elektrone in vrzeli, preden rekombinirajo. Elektrone potisne na n-stran, vrzeli pa na p-stran. To kopičenje naboja ustvari napetost med priključki solarne celice in če je priključen zunanji porabnik, steče tok. Solarna celica torej pretvarja svetlobno energijo neposredno v električno.
- **Svetleča dioda (LED - Light-Emitting Diode)** (Knjiga, str. 150, Okvir 5): LED je p-n spoj, ki deluje v prevajalni smeri. Ko skozi spoj teče tok, elektroni iz prevodnega pasu n-strani rekombinirajo z vrzeli iz valenčnega pasu p-strani v bližini spoja. Pri tej rekombinaciji se sprosti energija, ki je približno enaka energijski vrzeli E_g . V nekaterih materialih (t.i. direktni polprevodniki, npr. GaAs) se ta energija pretežno sprosti v obliki fotona. Valovna dolžina (in s tem barva) emitirane svetlobe je določena z $hf \approx E_g$.
- **Drugi polprevodniške naprave** (Knjiga jih omenja, a ne razlaga podrobno principa delovanja v teh poglavjih):
 - * **Tranzistorji** (Bipolarni spojni tranzistorji - BJT, Tranzistorji na poljski efekt - FET, MOSFET) (Knjiga, str. 150-152, Okvirji 7-18): So ključni elementi za ojačanje električnih signalov in kot elektronska stikala. Sestavljeni so iz treh plasti polprevodnika (npr. pnp ali npn za BJT, ali pa imajo strukturo kanal-vrata-ponor-izvor za MOSFET). Majhen tok ali napetost na enem priključku (baza pri BJT, vrata pri FET) lahko kontrolira veliko večji tok med drugima dvema priključkoma.
 - * **Integrirana vezja (IC - Integrated Circuits)** (Knjiga, str. 153, Okvirji 19-21): So kompleksna vezja, ki vsebujejo na

tisoče ali milijarde tranzistorjev, diod, uporov in kondenzatorjev, izdelanih na enem samem čipu polprevodniškega materiala (običajno silicija). Omogočajo miniaturizacijo in visoko zmogljivost elektronskih naprav.

- **Kaj sta osnovni lastnosti superprevodnikov?** Superprevodniki so materiali, ki pri ohlajanju pod določeno kritično temperaturo T_c kažejo dve izjemni lastnosti (Knjiga, str. 153-154, Okvirji 1-6):

1. **Ničelna električna upornost (Zero Electrical Resistance):**

Pod T_c električna upornost materiala pade natančno na nič. To pomeni, da lahko električni tok teče skozi superprevodnik brez izgub energije. Ko je tok enkrat vzpostavljen v superprevodni zanki, lahko teče praktično v nedogled.

2. **Meissnerjev efekt (Meissner Effect):** Superprevodnik pod T_c aktivno izrine magnetno polje iz svoje notranjosti. Če superprevodnik ohladimo pod T_c v prisotnosti zunanega magnetnega polja, se magnetno polje izrine iz njegove notranjosti (popoln diamagnetizem, $B_{notranje} = 0$). To je več kot le posledica ničelne upornosti; je temeljna lastnost superprevodnega stanja. Meissnerjev efekt omogoča levitacijo magneta nad superprevodnikom.

- **Kaj je Meissnerjev efekt?** Meissnerjev efekt je pojav, pri katerem superprevodnik, ko preide v superprevodno stanje (tj. ko se ohladi pod kritično temperaturo T_c), aktivno izrine vse linije magnetnega polja iz svoje notranjosti (Knjiga, str. 154, Okvirji 4-6). Če material najprej postavimo v zunanje magnetno polje (pri $T > T_c$), tako da magnetno polje prodre vanj, in ga nato ohladimo pod T_c , bo material magnetno polje "potisnil" ven. Superprevodnik se obnaša kot **popoln diamagnet**. To razlikuje superprevodnik od hipotetičnega "popolnega prevodnika" (ki bi imel le ničelno upornost). Popolni prevodnik bi ohranil magnetno polje, ki je bilo prisotno ob prehodu v stanje brez upornosti (zaradi induciranih tokov, ki bi preprečili spremembo magnetnega pretoka). Meissnerjev efekt pa kaže, da je stanje z ničelnim magnetnim poljem v notranjosti termodinamsko stabilnejše stanje superprevodnika.
- **Kaj so Cooperjevi pari?** Cooperjevi pari so pari elektronov, ki so med seboj šibko vezani v superprevodnem stanju. Ta koncept je ključen v **BCS teoriji** superprevodnosti (Bardeen, Cooper, Schrieffer, 1957) (Knjiga, str. 155, Okvirji 9-10). Mehanizem vezave:

- Elektron, ki se giblje skozi kristalno mrežo, rahlo privlači pozitivne ione v mreži, kar povzroči lokalno deformacijo mreže (povečano gostoto pozitivnega naboja) za njim. Ta deformacija predstavlja efektivno pozitivno nabito območje.
- Drugi elektron lahko ta pozitivno nabita deformacija privlači.
- Ta posredna interakcija preko mrežnih nihanj (fononov) lahko premaga direktno Coulombovo odbojno silo med elektronoma in povzroči nastanek šibke vezane dvojice – Cooperjevega para.

Lastnosti Cooperjevih parov:

- Elektron v paru imata nasprotni gibalni količini in nasprotna spina (skupni spin para je nič).
 - Cooperjevi pari se obnašajo kot **bozoni** (ker imajo celoštevilski spin). To je ključno, saj bozoni niso podvrženi Paulijevemu izključitvenemu načelu na enak način kot fermioni. Veliko Cooperjevih parov lahko zaseda isto kvantno stanje.
 - Kolektivno, koherentno gibanje teh Cooperjevih parov brez sipanja na mreži vodi do ničelne električne upornosti. Za razbitje Cooperjevega para in s tem povzročitev upora je potrebna določena minimalna energija (energijska vrzel superprevodnika).
- **Kaj je visokotemperaturna superprevodnost?** Visokotemperaturna superprevodnost se nanaša na pojav superprevodnosti v materialih pri relativno "visokih" kritičnih temperaturah T_c , običajno nad vreliščem tekočega dušika (77 K) (Knjiga, str. 156, Okvirji 13-14).
- Klasični (konvencionalni) superprevodniki, ki jih pojasnjuje BCS teorija, imajo običajno zelo nizke T_c (nekaj Kelvinov), kar zahteva drago hlajenje s tekočim helijem (vrelišče 4.2 K).
 - Leta 1986 sta Bednorz in Müller odkrila superprevodnost v keramičnem materialu (oksidu lantana, barija in bakra) pri $T_c \approx 30$ K.
 - To je sprožilo intenzivne raziskave in kmalu so bili odkriti materiali (npr. $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ ali YBCO) s T_c nad 90 K.
 - Mehanizem visokotemperaturne superprevodnosti v teh materialih (pogosto kompleksnih bakrovih oksidih, imenovanih kuprati) še ni popolnoma pojasnjen in se verjetno razlikuje od klasičnega BCS mehanizma, čeprav se verjame, da Cooperjevi pari še vedno igrajo vlogo.

- Odkritje visokotemperaturnih superprevodnikov je obetalo lažje in cenejše aplikacije superprevodnosti (npr. v prenosu električne energije, magnetih za MRI, levitirajočih vlakih), vendar so ti materiali pogosto krhki in težavni za obdelavo.
- **Komentiraj primere uporabe superprevodnikov!** Knjiga eksplicitno ne našteva veliko primerov uporabe v tem poglavju, ampak nakazuje potencial. Splošni primeri uporabe superprevodnikov vključujejo:
 - **Močni elektromagneti:** Ker lahko superprevodne žice prenašajo velike tokove brez upora, lahko ustvarijo zelo močna magnetna polja. Uporaba:
 - * Naprave za **magnetno resonančno slikanje (MRI)** v medicini.
 - * Pospeševalniki delcev (npr. v CERN-u).
 - * Eksperimentalni fuzijski reaktorji (npr. tokamak) za magnetno zadrževanje plazme.
 - **Prenos električne energije brez izgub:** Superprevodni kabli bi lahko zmanjšali izgube pri prenosu električne energije na dolge razdalje.
 - **Magnetna levitacija (Maglev):** Vlaki, ki lebdiijo nad superprevodnimi tiri.
 - **Občutljivi detektorji magnetnega polja (SQUID - Superconducting Quantum Interference Device):** Uporabljajo se v medicini (npr. magnetoencefalografija) in znanstvenih raziskavah.
 - **Hitra digitalna vezja:** Josephsonovi spoji (temeljijo na tuneliranju Cooperjevih parov) bi lahko omogočili zelo hitra stikala.

Aplikacije so še vedno omejene s potrebo po hlajenju (čeprav visokotemperaturni superprevodniki to olajšajo) in s stroški ter lastnostmi materialov.

34. Lastnosti jeder

- **Kaj so osnovni gradniki jeder in katera števila karakterizirajo določeno jedro?** Osnovni gradniki jeder so (Knjiga, str. 157, Okvir 4):
 - **Protoni:** Pozitivno nabiti delci.

- **Nevtroni:** Električno nevtralni delci.

Protoni in nevtroni se skupaj imenujejo **nukleoni**. **Števila, ki karakterizirajo jedro** (Knjiga, str. 157, Okvir 4):

1. **Atomsko število (ali vrstno število) Z :** Število protonov v jedru. Določa kemijski element.
2. **Nevtronsko število N :** Število nevtronov v jedru.
3. **Masno število A :** Skupno število nukleonov (protonov + nevtronov) v jedru. $A = Z + N$.

Jedro (nuklid) se običajno zapiše kot A_ZX , kjer je X kemijski simbol elementa.

- **Kolikšna je velikost in kolikšna masa jeder?**

- **Velikost jeder** (Knjiga, str. 159, Okvirji 13-14): Jedra so približno kroglasta. Njihov radij r je odvisen od masnega števila A po približni formuli:

$$r \approx r_0 A^{1/3}$$

kjer je $r_0 \approx 1.2 \times 10^{-15} \text{ m} = 1.2 \text{ fm}$ (femtometra ali fermija). To pomeni, da je volumen jedra $V = \frac{4}{3}\pi r^3 \propto A$. Gostota jedrske snovi je zato približno konstantna, neodvisna od A , in je izjemno visoka (reda $2.3 \times 10^{17} \text{ kg/m}^3$) (Knjiga, str. 159, Okvir 16).

- **Masa jeder** (Knjiga, str. 158, Okvirji 8-10): Mase jeder so zelo majhne. Merijo se v **atomskih enotah mase (u)**, kjer je 1 u definirana kot 1/12 mase atoma ogljika ${}^{12}\text{C}$. $1 \text{ u} = 1.660540 \times 10^{-27} \text{ kg}$. Približne mase: Proton: $\approx 1.007276 \text{ u}$ Nevtron: $\approx 1.008665 \text{ u}$ Zaradi ekvivalence mase in energije ($E = mc^2$) se mase pogosto izražajo v energijskih enotah, običajno MeV/c^2 . $1 \text{ u} \approx 931.494 \text{ MeV}/c^2$. Pomembno je, da je masa jedra vedno **manjša** od vsote mas njegovih sestavnih prostih protonov in nevtronov. Ta razlika v masi (masni defekt) ustreza vezavni energiji jedra.

- **Kaj je vezavna energija jedra in kakšne so tipične vrednosti?**
Vezavna energija jedra E_b je energija, ki bi jo bilo treba dovesti jedru, da bi ga razstavili na njegove sestavne proste protone in nevtrone. Enakovredno je to energija, ki se sprosti, ko se prosti nukleoni združijo in tvorijo jedro (Knjiga, str. 160, Okvir 22). Izračuna se iz masnega defekta Δm :

$$E_b = \Delta m \cdot c^2 = [ZM_p + NM_n - M_{\text{jedro}}]c^2$$

kjer so M_p, M_n, M_{jedro} mase prostega protona, prostega nevtrona in jedra. Pogosteje se uporablja formula z atomskimi masami (Knjiga, str. 161, Okvir):

$$E_b(\text{v MeV}) = [ZM(^1H) + Nm_n - M(^A_ZX)] \times 931.494 \text{ MeV/u}$$

kjer je $M(^1H)$ masa vodikovega atoma in $M(^A_ZX)$ masa atoma z jedrom A_ZX . **Tipične vrednosti:** Bolj uporabna količina za primerjavo stabilnosti jeder je **vezavna energija na nukleon** E_b/A (Knjiga, str. 161, Okvir 23).

- Za lahka jedra E_b/A narašča z A .
- Doseže maksimum okoli $A \approx 60$ (železo, nikelj), kjer je $E_b/A \approx 8.7 - 8.8 \text{ MeV/nukleon}$. To so najstabilnejša jedra.
- Za težja jedra E_b/A počasi pada in je okoli 7.6 MeV/nukleon za uran.

Ta krivulja E_b/A v odvisnosti od A pojasnjuje, zakaj se energija sprošča pri jedrski fuziji (združevanje lahkih jeder) in jedrski fisiji (cepitev težkih jeder) (Knjiga, str. 161, Okvir 24).

- **Kaj velja za jedrsko silo in kakšen je jedrski potencial? Jedrska sila (močna interakcija)** je sila, ki veže nukleone (protone in nevtrone) skupaj v jedru (Knjiga, str. 160, Okvir 18). Njene glavne lastnosti so:

1. **Zelo močna:** Je veliko močnejša od elektrostatske (Coulombove) odbojne sile med protoni na kratkih razdaljah.
2. **Kratkega dosega:** Deluje le na razdaljah reda velikosti nekaj femtometrov ($\sim 10^{-15} \text{ m}$). Pri večjih razdaljah hitro pade proti nič.
3. **Nabojno neodvisna (približno):** Sila med dvema protonoma (p-p), dvema nevtronoma (n-n) in med protonom ter nevtronom (p-n) je približno enaka (če odštejemo Coulombovo silo za p-p).
4. **Nasičena:** Nukleon močno interagira le s svojimi neposrednimi sosedi v jedru, ne z vsemi nukleoni. To je razvidno iz približno konstantne vezavne energije na nukleon za $A > 20$ (Knjiga, str. 161, Okvir 25).
5. **Ima odbojno komponento pri zelo kratkih razdaljah:** Pri razdaljah manjših od $\approx 0.4 \text{ fm}$ postane sila odbojna, kar preprečuje, da bi se nukleoni zlili skupaj (Knjiga, str. 163, Okvir 5).

Jedrski potencial: Interakcijo med nukleoni lahko opišemo s potencialno energijo (jedrskim potencialom).

- Potencial med nevtronom in protonom (n-p) je privlačen in kratkega dosega (glej Slika 13.11a v knjigi, str. 163, Okvir 5).
- Potencial med dvema protonoma (p-p) je podoben n-p potencialu na kratkih razdaljah (privlačen), vendar ima dodan še pozitivni (odbojni) Coulombov potencialni prispevek na večjih razdaljah (glej Slika 13.11b v knjigi, str. 163, Okvir 6).

Jedrsko silo lahko modeliramo tudi kot **izmenjalno silo**, kjer si nukleoni izmenjujejo virtualne delce, imenovane **mezoni** (pioni) (Yukawin model) (Knjiga, str. 163-164, Okvirji 9-13). Masa izmenjanega delca določa doseg sile.

35. Fizikalni modeli jedra

- **Kaj so osnovne predpostavke kapljičnega modela jedra?** Kapljični model jedra obravnava jedro analogno kapljici nestisljive tekočine (Knjiga, str. 164-165, Okvirji 14-16). Osnovne predpostavke in analogije:
 1. **Nestisljivost in konstantna gostota:** Nukleoni so tesno pakirani, podobno kot molekule v kapljici. Gostota jedrske snovi je približno konstantna.
 2. **Kratkodožne, nasičene sile:** Nukleoni močno interagirajo le s svojimi neposrednimi sosedi, podobno kot molekule v kapljici, ki jih vežejo kratkodožne medmolekularne sile.
 3. **Površinska napetost:** Nukleoni na površini jedra imajo manj sosedov in so zato šibkeje vezani, kar vodi do efekta, podobnega površinski napetosti kapljice.

Ta model je uporaben za razlago splošnih trendov vezavne energije jedra (npr. **Weizsäckerjeva semiempirična masna formula**, ki vključuje volumski, površinski, Coulombov in simetrijski člen) in za kvalitativni opis jedrske fisije (kjer se jedro-”kapljica” deformira in razcepi).

- **Zapiši semiempirično masno formulo, do katere vodi te predpostavke!** Weizsäckerjeva semiempirična masna formula (ali formula

za vezavno energijo E_b) na podlagi kapljičnega modela je (Knjiga, str. 165, Okvir 16):

$$E_b = C_1 A - C_2 A^{2/3} - C_3 \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - C_4 \frac{(N-Z)^2}{A} \quad (+\text{paritveni člen } \delta)$$

kjer:

- $C_1 A$: **Volumski člen**, predstavlja privlak zaradi močne interakcije vsakega nukleona s sosedi v notranjosti. Sorazmeren z masnim številom A .
- $-C_2 A^{2/3}$: **Površinski člen**, zmanjšuje vezavo, ker imajo nukleoni na površini manj sosedov. Sorazmeren s površino jedra ($A^{2/3}$).
- $-C_3 \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}}$: **Coulombov (elektrostatski) člen**, zmanjšuje vezavo zaradi odboja med protoni. Sorazmeren z Z^2 in obratno sorazmeren z radijem jedra ($A^{1/3}$).
- $-C_4 \frac{(N-Z)^2}{A}$: **Simetrijski (ali asimetrijski) člen**, zmanjšuje vezavo, če število nevtronov N močno odstopa od števila protonov Z . Jedra so stabilnejša, če je $N \approx Z$ (še posebej za lahka jedra).
- δ : **Paritveni člen** (v knjigi ni eksplicitno v tej formuli, je pa pogosto dodan). Upošteva tendenco nukleonov, da tvorijo pare z nasprotnimi spini. Poveča vezavo za sodo-soda jedra, zmanjša za liho-liha jedra, za sodo-liha pa je približno nič.

Konstante C_1, C_2, C_3, C_4 se določijo s prilagajanjem eksperimentalnim podatkom o vezavnih energijah.

- **Opiši lupinski model jedra!** Lupinski model jedra (ali model neodvisnih delcev) predpostavlja, da se vsak nukleon giblje neodvisno v povprečnem (efektivnem) potencialu, ki ga ustvarjajo vsi ostali nukleoni v jedru (Knjiga, str. 165-166, Okvirji 17-20; str. 168, Okvir 10). Ključne značilnosti:

1. **Kvantna stanja (orbitale):** Nukleoni (ločeno protoni in nevtroni) zasedajo diskretna kvantna stanja ali "orbitale" notraj tega povprečnega potenciala, podobno kot elektroni v atomu zasedajo atomske orbitale. Ta stanja imajo določene energije in vrtilne količine.
2. **Paulijevo izključitveno načelo:** Ker so protoni in nevtroni fermioni (spin $1/2$), velja Paulijevo izključitveno načelo: v vsakem kvantnem stanju sta lahko največ dva protona (z nasprotnima

spinoma) in neodvisno največ dva nevtrona (z nasprotnima spinoma).

3. **Lupine in magična števila:** Kvantna stanja se grupirajo v "lupine". Ko je lupina polno zasedena, je jedro posebej stabilno. To pojasnjuje obstoj **magičnih števil** protonov ali nevtronov (2, 8, 20, 28, 50, 82, 126), pri katerih imajo jedra izrazito večjo stabilnost in vezavno energijo. Za pravilno napoved magičnih števil je treba v model vključiti močno **spinsko-tirno sklopitev** za nukleone.
4. **Potencial:** Povprečni potencial je drugačen od Coulombovega potenciala v atomu; pogosto se modelira s potencialom končne globine, npr. sferična potencialna jama ali Woods-Saxonov potencial. Protoni čutijo tudi Coulombov odboj, zato so njihovi potencialni nivoji nekoliko višji od nevtronskih.

Lupinski model je uspešen pri razlagi magičnih števil, spinov in parnosti osnovnih stanj jeder, magnetnih dipolnih momentov in nekaterih vzbujenih stanj.

- **Kako ta model pojasni magična števila?** Lupinski model pojasni magična števila tako, da predpostavlja, da nukleoni zasedajo energijske lupine, podobno kot elektroni v atomu. Magična števila (2, 8, 20, 28, 50, 82, 126) ustrezajo številu protonov ali nevtronov, ki popolnoma zapolnijo določeno skupino energijskih nivojev (lupin). Ključno za pravilno reprodukcijo vseh magičnih števil je vključitev **močne spinsko-tirne sklopitve** v model (Knjiga, str. 168, Okvir 10). Ta sklopitev razcepi energijske nivoje, ki bi bili sicer degenerirani glede na orbitalno vrtilno količino l , na dva podnivoja, odvisno od tega, ali sta orbitalna (l) in spinska ($s = 1/2$) vrtilna količina nukleona sklopljeni v skupno vrtilno količino $j = l + 1/2$ ali $j = l - 1/2$. Velikost tega razcepa je dovolj velika, da spremeni zaporedje polnjenja nivojev in ustvari velike energijske vrzeli nad polno zasedenimi lupinami, ki ustrezajo magičnim številom. Jedra s polnimi lupinami so posebej stabilna.

36. Jedrski magnetizem

- **Kakšna sta vrtilna količina in magnetni moment jedra in kako je definiran jedrski magneton?**
 - **Jedrska vrtilna količina (jedrski spin) \vec{I} :** Jedro kot celota ima skupno vrtilno količino, imenovano jedrski spin \vec{I} . Ta je vektorska vsota orbitalnih in spinskih vrtilnih količin vseh nukleonov

(protonov in nevtronov) v jedru. Velikost jedrskega spina je kvantizirana: $|\vec{I}| = \sqrt{I(I+1)}\hbar$, kjer je I kvantno število jedrskega spina. I je lahko celo število (če je masno število A sodo) ali polovično število (če je A liho) (Knjiga, str. 169, Okvirji 3-4). Projekcija jedrskega spina na izbrano os (npr. z -os) je $I_z = m_I\hbar$, kjer $m_I = -I, -I+1, \dots, I$.

- **Jedrski magnetni moment $\vec{\mu}_I$:** Zaradi svojega spina in gibanja nabitih protonov ima jedro tudi magnetni dipolni moment $\vec{\mu}_I$. Ta je povezan z jedrskim spinom \vec{I} . Za razliko od elektrona, kjer je povezava enostavna, je za jedro razmerje med $\vec{\mu}_I$ in \vec{I} bolj zapleteno zaradi kompleksne notranje strukture. Velikost jedrskega magnetnega momenta se izraža v enotah **jedrskega magnetona** μ_N .
- **Jedrski magneton μ_N** (Knjiga, str. 169, Okvir 4): Definiran je kot:

$$\mu_N = \frac{e\hbar}{2m_p}$$

kjer je e osnovni naboj, \hbar reducirana Planckova konstanta in m_p masa protona. Njegova vrednost je $\mu_N \approx 5.05 \times 10^{-27}$ J/T. Jedrski magneton je približno 1836-krat manjši od Bohrovega magnetona μ_B (ki uporablja maso elektrona m_e), ker je masa protona veliko večja od mase elektrona. Zato so jedrski magnetni momenti veliko šibkejši od elektronskih magnetnih momentov. Nevtron, čeprav nima neto naboja, ima tudi magnetni moment (zaradi svoje kvarkovske strukture), ki je reda velikosti μ_N (Knjiga, str. 170, Okvir 5).

- **Kako določimo spin jedra znotraj lupinskega modela?** Lupinski model jedra lahko uporabimo za napoved spina osnovnega stanja jedra, še posebej za jedra blizu magičnih števil. Ključna pravila so:

1. **Paritveni efekt:** Identični nukleoni (dva protona ali dva nevtrona) v isti orbitali se običajno sklopijo tako, da je njuna skupna vrtilna količina enaka nič (spina sta antiparalelna).
2. **Sodo-soda jedra (Z sodo, N sodo):** Vsi protoni so parjeni in vsi nevtroni so parjeni. Skupni jedrski spin osnovnega stanja je zato vedno $I = 0$.
3. **Liho-A jedra (sodo-liha ali liho-soda):** Jedra z lihim masnim številom A imajo en neparni nukleon (ali proton ali nevtron), medtem ko so vsi ostali parjeni. Jedrski spin osnovnega stanja je po-

tem določen s skupno vrtilno količino ($j = l \pm s$) tega neparnega nukleona v najvišje zasedeni (delno polni) orbitali.

4. **Liho-liha jedra (Z liho, N liho):** Imajo en neparni proton in en neparni nevtron. Njihova spina se vektorsko seštejeta, kar lahko privede do več možnih vrednosti za I . Napoved spina je tu bolj zapletena.

Lupinski model z vključeno spinsko-tirno sklopitvijo določa zaporedje energijskih nivojev (j -orbital) in s tem, katera orbitala bo zasedena z neparnim nukleonom.

- **Komentiraj Zeemanov razcep energijskih energijskih nivojev v zunanjem magnetnem polju in eksperiment jedrske magnetne resonance (NMR)!**

- **Zeemanov razcep jedrskih energijskih nivojev** (Knjiga, str. 170, Okvir 7): Ko jedro z jedrskim spinom I in magnetnim momentom $\vec{\mu}_I$ postavimo v zunanje magnetno polje \vec{B} , je njegova potencialna energija $U = -\vec{\mu}_I \cdot \vec{B}$. Če polje \vec{B} usmerimo vzdolž osi z , je $U = -\mu_{Iz}B_z$. Projekcija jedrskega magnetnega momenta μ_{Iz} je povezana s projekcijo jedrskega spina $I_z = m_I\hbar$ preko $\mu_{Iz} = g_I m_I \mu_N$ (kjer je g_I jedrski g-faktor, ki je odvisen od jedra). Tako se prvotno degeneriran energijski nivo jedra razcepi na $2I+1$ ekvidistantnih podnivojev, ki ustrezajo različnim vrednostim m_I :

$$E_{m_I} = -g_I m_I \mu_N B$$

Razlika v energiji med sosednjima podnivojema ($\Delta m_I = 1$) je $\Delta E = |g_I| \mu_N B$.

- **Eksperiment jedrske magnetne resonance (NMR)** (Knjiga, str. 170-171, Okvirji 8-11): NMR je tehnika, ki izkorišča Zeemanov razcep jedrskih spinskih stanj.
 1. Vzorec, ki vsebuje jedra z neničelnim spinom (npr. protone ^1H), se postavi v močno, statično magnetno polje \vec{B}_0 . To povzroči razcep energijskih nivojev.
 2. Na vzorec se pravokotno na \vec{B}_0 aplicira šibko, oscilirajoče (radiofrekvenčno - RF) magnetno polje \vec{B}_1 .
 3. Ko frekvenca f RF polja ustreza energijski razliki med Zeemanovima podnivojema, tj. $hf = \Delta E = |g_I| \mu_N B_0$, pride do **resonančne absorpcije** energije iz RF polja. Jedra prehajajo med spinskimi stanji (špin flip). Ta frekvenca se imenuje Larmorjeva frekvenca.

4. Absorpcijo RF energije se detektira, kar da NMR signal.

NMR je izjemno uporabna tehnika za:

- * Določanje strukture molekul (kemični premik in spinsko-spinske sklopitve v NMR spektrih dajejo informacije o kemičnem okolju jeder).
- * Medicinsko slikanje (**MRI - Magnetic Resonance Imaging**), kjer se z gradientnimi magnetnimi polji prostorsko locira NMR signal (običajno od protonov v vodi) in tako ustvari slike notranjosti telesa. Velika prednost MRI je, da ne uporablja ionizirajočega sevanja (Knjiga, str. 171, Okvir 12).

37. Radioaktivnost

- **Zapiši razpadni zakon in komentiraj pomen razpadne konstante!** Radioaktivni razpadni zakon opisuje, kako se število N nestabilnih (radioaktivnih) jeder v vzorcu spreminja s časom t . Če je N_0 število jeder ob času $t = 0$, potem je število jeder ob času t (Knjiga, str. 174, Okvir 8):

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

To pomeni, da število radioaktivnih jeder eksponentno upada s časom. Podobno velja za **aktivnost** $R(t)$ vzorca, ki je število razpadov na časovno enoto ($R = |\frac{dN}{dt}| = \lambda N$):

$$R(t) = R_0 e^{-\lambda t}$$

kjer je $R_0 = \lambda N_0$ začetna aktivnost. **Pomen razpadne konstante λ** (Knjiga, str. 173, Okvir 6; str. 184, Okvir 26):

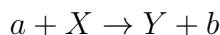
- λ je **verjetnost na časovno enoto, da posamezno jedro razpade**.
- Je konstanta, ki je značilna za določen radioaktivni izotop in ni odvisna od zunanjih pogojev, kot so temperatura, tlak ali kemijska vezava (z redkimi izjemami, kot je elektronska ujetja).
- Njena enota je recipročni čas (npr. s^{-1} , min^{-1} , yr^{-1}).
- Večja kot je λ , hitreje jedra razpadajo (krajši je življenjski čas).
- Povezana je z **razpolovnim časom** $T_{1/2}$ (čas, v katerem razpade polovica jeder) preko relacije:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \approx \frac{0.693}{\lambda}$$

(Knjiga, str. 175, Okvir 11; str. 184, Okvir 27).

38. Jedrske reakcije

- **Zapiši splošno jedrsko reakcijo in njeno energijsko bilanco!**
Splošna jedrska reakcija se lahko zapiše kot (Knjiga, str. 185, Okvir 2):



ali krajše $X(a, b)Y$. Kjer:

- a : vpadni delec (npr. proton, nevtron, α -delec).
- X : tarčno jedro.
- Y : nastalo (produktno) jedro.
- b : izhodni delec (ali delci).

Energijska bilanca (reakcijska energija Q) (Knjiga, str. 185-186, Okvirji 3-5): Reakcijska energija Q je definirana kot razlika med vsoto kinetičnih energij produktov in vsoto kinetičnih energij reaktantov:

$$Q = (K_Y + K_b) - (K_X + K_a)$$

Če tarčno jedro X miruje ($K_X = 0$), potem $Q = (K_Y + K_b) - K_a$. Q je lahko izražen tudi s spremembo mirovnih mas:

$$Q = (M_X + M_a - M_Y - M_b)c^2$$

kjer so M mirovne mase ustreznih delcev/jeder. Običajno se uporablja atomske mase in pretvorbeni faktor 931.494 MeV/u.

- Če je $Q > 0$: Reakcija je **eksotermna** (sprošča se energija, kinetična energija produktov je večja od kinetične energije reaktantov).
- Če je $Q < 0$: Reakcija je **endotermna** (potrebno je dovesti energijo, da reakcija steče). Vpadni delec a mora imeti minimalno kinetično energijo, imenovano **pragovna energija** K_{th} , da premaga energijski deficit $|Q|$ in zagotovi ohranitev gibalne količine. $K_{th} = |Q|(1 + M_a/M_X)$.

Pri vsaki jedrski reakciji se morajo ohranjati: masno število (število nukleonov), naboj (atomska število), energija, gibalna količina in vrtilna količina.

- **Kateri ohranitveni zakoni veljajo pri tem?** Pri jedrskih reakcijah veljajo naslednji ohranitveni zakoni (Knjiga, str. 185, Okvir 3):

1. **Ohranitev masnega števila (števila nukleonov A):** Vsota masnih števil reaktantov je enaka vsoti masnih števil produktov.
2. **Ohranitev naboja (ali atomskega števila Z):** Vsota nabojev (ali atomskih števil) reaktantov je enaka vsoti nabojev (ali atomskih števil) produktov.
3. **Ohranitev energije:** Skupna energija (vsota mirovnih energij in kinetičnih energij) se ohranja.
4. **Ohranitev gibalne količine:** Skupna gibalna količina se ohranja.
5. **Ohranitev vrtilne količine:** Skupna vrtilna količina (vključno z orbitalno in spinsko) se ohranja.

Obstajajo še drugi ohranitveni zakoni, ki veljajo za določene interakcije (npr. ohranitev barionskega števila, leptonskega števila, parnosti pri močnih in elektromagnetnih interakcijah).

- **Kako je definiran sipalni presek?** Sipalni presek σ je mera za verjetnost, da pride do določene jedrske reakcije (ali sipanja), ko vpadni delec interagira s tarčnim jedrom (Knjiga, str. 187, Okvirji 10-11). Predstavlja **efektivno površino**, ki jo mora vpadni delec "žadeti" na tarčnem jedru, da pride do reakcije. Če imamo snop N_0 vpadnih delcev, ki pada na tanko tarčo z n tarčnimi jedri na enoto volumna in debelino x , potem je število reakcij N_R sorazmerno z:

$$N_R = N_0(nx\sigma)$$

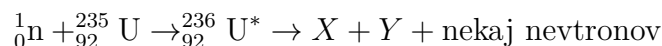
Faktor (nx) je število tarčnih jeder na enoto površine, $A_{\text{tarča}}$, ki jo pokriva snop. Torej je $nx\sigma$ skupna efektivna površina vseh tarčnih jeder za reakcijo, in $N_R/N_0 = (nx\sigma)/A_{\text{tarča}}$ je verjetnost interakcije. Bolj pogosto se uporablja izraz za hitrost reakcij R (število reakcij na sekundo), če je R_0 hitrost vpadnih delcev (delcev na sekundo):

$$\frac{R}{R_0} = n\sigma x \quad (\text{za tanko tarčo})$$

Sipalni presek σ ima enoto površine, običajno se izraža v **barnih (b)**, kjer je $1 \text{ b} = 10^{-28} \text{ m}^2$ (Knjiga, str. 188, Okvir 14). Sipalni presek je odvisen od tipa reakcije, energije vpadnega delca in vrste tarčnega jedra. Lahko je veliko večji ali manjši od geometrijskega preseka jedra (πr^2).

39. Razpad in zlivanje jeder

- **Kaj se zgodi pri tipičnem razcepu jedra?** Tipičen razcep jedra (jedrska fisija) je proces, pri katerem se **težko jedro** (npr. ^{235}U , ^{239}Pu) po absorpciji delca (običajno počasnega/termičnega nevtrona) razcepi na **dve (ali včasih več) lažji jedri**, imenovani fisijski fragmenti, pri čemer se sprosti **velika količina energije** in **nekaj nevtronov** (običajno 2-3) (Knjiga, str. 190, Okvirji 21-24). Primer:



kjer je ${}_{92}^{236}\text{U}^*$ vzbujeno vmesno jedro. X in Y sta fisijska fragmenta, ki sta običajno srednje teži jedri in sta pogosto radioaktivni (bogati z nevtroni) ter razpadata z β^- razpadom. Sproščena energija (reda 200 MeV na fisijo) izvira iz dejstva, da je vsota mirovnih mas produktov manjša od vsote mirovnih mas reaktantov (fisijski fragmenti so bolj vezani na nukleon kot začetno težko jedro). Ta energija se pojavi pretežno kot kinetična energija fisijskih fragmentov in nevtronov. Sproščeni nevtroni so ključni, ker lahko povzročijo nadaljnje fisije in s tem omogočijo **verižne reakcije**, ki so osnova za jedrske reaktorje in jedrsko orožje (Knjiga, str. 191, Okvir 26).

- **Opiši delovanje jedrskega reaktorja!** Jedrski reaktor je naprava, zasnovana za **kontrolirano verižno reakcijo jedrske fisije**, pri kateri se sprošča energija (Knjiga, str. 191-192, Okvirji 26-33). Glavne komponente in principi:

1. **Jedrsko gorivo:** Material, ki vsebuje fisibilna jedra, običajno ^{235}U . Naravni uran vsebuje le $\approx 0.7\%$ ^{235}U , večina je ^{238}U , ki težko fisira s termičnimi nevtroni. Zato je gorivo pogosto "obogatenož" ^{235}U (na nekaj odstotkov).
2. **Moderator:** Snov (npr. voda, težka voda, grafit), ki upočasnjuje hitre nevtrone, sproščene pri fisiji, na termične energije. Termični nevtroni imajo veliko večji sipalni presek za fisijo ^{235}U .
3. **Kontrolne palice:** Narejene iz materialov, ki močno absorbirajo nevtrone (npr. kadmij, bor). Z vstavljanjem ali izvlečenjem kontrolnih palic iz sredice reaktorja se uravnava število nevtronov, ki so na voljo za povzročanje nadaljnjih fisij, in s tem se kontrolira hitrost verižne reakcije (reprodukcijski faktor K). Cilj je ohranjati $K \approx 1$ za stabilno delovanje (kritično stanje).
4. **Hladilno sredstvo:** Tekočina ali plin (npr. voda, tekoči natrij, helij), ki kroži skozi sredico reaktorja in odvaja sproščeno toploto.

5. **Toplotni izmenjevalnik (običajno):** Toplota iz primarnega hladilnega kroga se prenese na sekundarni krog (npr. voda), kjer nastane para.
6. **Turbina in generator:** Para poganja turbino, ki je povezana z električnim generatorjem za proizvodnjo električne energije.
7. **Zaščitni ščit:** Debela plast materiala (npr. beton, svinec) okoli reaktorja, ki absorbira sevanje (nevtrone, γ -žarke) in ščiti okolico.

Ključni izzivi so varnost delovanja, ravnanje z radioaktivnimi odpadki in preprečevanje širjenja jedrskega orožja.

- **Kako poteka zlivanje jeder v zvezdah?** Zlivanje jeder (jedrska fuzija) je proces, pri katerem se **lahka jedra združujejo in tvorijo težja jedra**, pri čemer se sprošča energija (Knjiga, str. 193, Okvirji 1-3). To je glavni vir energije Sonca in drugih zvezd. Pogoji za fuzijo:
 - **Izjemno visoke temperature:** Reda $10^7 - 10^8$ K. Pri teh temperaturah imajo jedra dovolj kinetične energije, da premagajo medsebojno Coulombovo odbojno silo in se dovolj približajo, da začne delovati močna jedrska sila, ki jih veže skupaj.
 - **Visoka gostota delcev:** Potrebna za zadostno število trkov med jedri.

V notranjosti zvezd, kot je Sonce, so te temperature dosežene, snov pa je v stanju **plazme** (popolnoma ioniziran plin jeder in elektronov). Glavni fuzijski cikel v Soncu je **proton-protonski (p-p) cikel**, ki v več korakih pretvarja štiri protone (^1H) v eno jedro helija (^4He) (Knjiga, str. 193, Okvir 2):

1. $^1\text{H} + ^1\text{H} \rightarrow ^2\text{H} + e^+ + \nu_e$ (nastane devterij, pozitron in elektronski nevtrino) (dvakrat)
2. $^1\text{H} + ^2\text{H} \rightarrow ^3\text{He} + \gamma$ (devterij s protonom tvori helij-3 in γ -žarek) (dvakrat)
3. $^3\text{He} + ^3\text{He} \rightarrow ^4\text{He} + ^1\text{H} + ^1\text{H}$ (dve jedri helija-3 se zlijeta v helij-4 in dva protona)

Neto rezultat: $4(^1\text{H}) \rightarrow ^4\text{He} + 2e^+ + 2\nu_e + 2\gamma + \text{energija}$ (26 MeV). V masivnejših zvezdah pri višjih temperaturah prevladuje **CNO cikel** (ogljik-dušik-kisik), kjer ti elementi delujejo kot katalizatorji za pretvorbo vodika v helij.

- **Kateri so kritični parametri zlivanja jeder v fuzijskem reaktorju?** Za doseganje neto energijskega izplena v fuzijskem reaktorju na Zemlji je treba izpolniti tri ključne pogoje, znane kot **Lawsonov kriterij** (Knjiga, str. 194, Okvirji 4-6):
 1. **Visoka temperatura plazme (T):** Potrebna za premagovanje Coulombove bariere. Za D-T (devterij-tricij) fuzijo je kritična temperatura vžiga okoli 4.5×10^7 K (≈ 4 keV). Za D-D fuzijo je še višja.
 2. **Visoka gostota ionov v plazmi (n):** Potrebna za zadostno število fuzijskih reakcij na časovno enoto. Izražena kot število ionov na cm^3 .
 3. **Zadosten čas zadrževanja energije (τ_E):** Plazmo je treba zadržati pri visokih temperaturah in gostotah dovolj dolgo, da se sprosti več energije, kot je bilo potrebno za segrevanje in zadrževanje plazme.

Lawsonov kriterij podaja minimalno vrednost produkta gostote in časa zadrževanja ($n\tau_E$) pri dani temperaturi za doseganje "break-even" (ko je proizvedena energija enaka vloženi) ali vžiga (ko se reakcija sama vzdržuje):

- Za D-T fuzijo: $n\tau_E \gtrsim 10^{14} \text{ s/cm}^3$.
- Za D-D fuzijo: $n\tau_E \gtrsim 10^{16} \text{ s/cm}^3$.

Dva glavna pristopa k doseganju teh pogojev sta:

- **Magnetno zadrževanje (Magnetic Confinement Fusion - MCF):** Uporaba močnih magnetnih polj (npr. v tokamakih, stellaratorjih) za zadrževanje redkejšje plazme ($n \sim 10^{14} \text{ cm}^{-3}$) za daljše čase ($\tau_E \sim 1$ s). (Knjiga, str. 195, Okvirji 8-9).
 - **Inercijsko zadrževanje (Inertial Confinement Fusion - ICF):** Uporaba močnih laserskih žarkov ali ionskih snopov za stiskanje in segrevanje majhnih pelet goriva do izjemno visokih gostot ($n \sim 10^{25} \text{ cm}^{-3}$) za zelo kratke čase ($\tau_E \sim 10^{-11} - 10^{-9}$ s). Zadrževanje zagotavlja vztrajnost stisnjene snovi. (Knjiga, str. 195, Okvirji 10-13).
- **Kaj je Lawsonov kriterij?** Lawsonov kriterij, ki ga je leta 1955 postavil John D. Lawson, določa minimalne pogoje, ki morajo biti izpolnjeni v fuzijskem reaktorju, da ta proizvede več energije, kot je porabi

za delovanje (t.i. "break-even" ali vžig). Kriterij povezuje **gostoto ionov plazme** (n), **čas zadrževanja energije** (τ_E) in **temperaturo plazme** (T). Za dano temperaturo T (ki mora biti nad kritično temperaturo vžiga), mora biti produkt gostote in časa zadrževanja **večji od določene vrednosti**, da je fuzija energijsko donosna (Knjiga, str. 194, Okvir 6):

$$n\tau_E \geq f(T)$$

kjer je $f(T)$ funkcija, ki je odvisna od temperature in tipa fuzijske reakcije. Pogosto se navajajo vrednosti za optimalne temperature:

- Za D-T (devterij-tricij) reakcijo: $n\tau_E \gtrsim 10^{14} \text{ s/cm}^3$ (pri $T \approx 1 - 2 \times 10^8 \text{ K}$).
- Za D-D (devterij-devterij) reakcijo: $n\tau_E \gtrsim 10^{16} \text{ s/cm}^3$ (pri višjih T).

Lawsonov kriterij je temeljni cilj pri razvoju fuzijskih reaktorjev.

40. Radioaktivno sevanje

- **Kaj povzroči radioaktivno sevanje v snovi?** Ko radioaktivno sevanje (α , β , γ , nevtroni) potuje skozi snov, interagira z atomi snovi in jim predaja svojo energijo. Glavni procesi so (Knjiga, str. 197, Okvirji 19-23):

1. Za nabite delce (α , β , protoni):

- **Ionizacija:** Nabiti delec lahko z elektrostatsko silo izbije elektron iz atoma v snovi, pri čemer nastane par ion-elektron. To je glavni mehanizem izgube energije za težke nabite delce.
- **Vzbujanje (Ekscitacija):** Nabiti delec lahko atomu preda dovolj energije, da elektron preskoči na višji energijski nivo, ne da bi bil popolnoma odstranjen. Atom se nato vrne v osnovno stanje z emisijo fotona.

Težki nabiti delci (α , protoni) imajo dobro definirano pot in doseg v snovi. Elektroni (β) zaradi majhne mase doživljajo večja sipanja (straggling) in njihova pot ni tako definirana. Pri visokih energijah lahko elektroni izgubljajo energijo tudi z **zaviralnim sevanjem (bremsstrahlung)** - emisijo fotonov ob zaviranju v električnem polju jeder.

2. **Za fotone (γ , rentgenski žarki):** Fotoni nimajo naboja in zato ne ionizirajo neposredno. Energijo predajajo snovi preko treh glavnih procesov:

- **Fotoelektrični pojav:** Foton vso svojo energijo preda vezanemu elektronu, ki je nato izbit iz atoma. Dominanten pri nizkih energijah fotonov.
- **Comptonovo sipanje:** Foton se sipa na (običajno šibko vezanem) elektronu in mu preda del svoje energije. Foton nadaljuje pot z manjšo energijo in spremenjeno smerjo. Dominanten pri srednjih energijah fotonov (reda MeV).
- **Tvorba parov (Pair Production):** Foton z energijo $E_\gamma > 2m_e c^2 \approx 1.022 \text{ MeV}$ lahko v bližini jedra (ki prevzame gibalno količino) izgine in se njegova energija pretvori v par elektron-pozitron. Dominanten pri visokih energijah fotonov.

Intenziteta snopa fotonov eksponentno pada s prehojeno potjo v snovi ($I(x) = I_0 e^{-\mu x}$), kjer je μ linearni absorpcijski koeficient.

3. **Za nevtrone:** Nevtroni nimajo naboja in interagirajo pretežno z jedri preko močne jedrske sile.

- **Hitri nevtroni:** Izgubljajo energijo pretežno z elastičnimi trki z jedri (najbolj učinkovito z lahkimi jedri, kot je vodik - moderacija).
- **Počasni (termični) nevtroni:** Imajo velik sipalni presek za **zajetje nevtronov** s strani jeder, pri čemer pogosto sledi emisija γ -žarka (npr. (n, γ) reakcija). Lahko povzročijo tudi jedrske reakcije, kot je fisija.

Posledice teh interakcij v snovi so lahko: segrevanje snovi, tvorba defektov v kristalni mreži (npr. barvni centri), kemijske spremembe in v bioloških sistemih poškodbe celic.

- **Kako ga detektiramo?** Detekcija radioaktivnega sevanja temelji na opazovanju učinkov, ki jih sevanje povzroči v detektorskem materialu (Knjiga, str. 199-200, Okvirji 32-37). Nekateri pogosti tipi detektorjev:

1. **Ionska celica (Ionization Chamber):** Sevanje ionizira plin med dvema elektrodama. Nastali ioni in elektroni se zbirajo na elektrodah pod vplivom električnega polja, kar ustvari merljiv električni tok ali pulz.

- **Proporcionalni števec:** Podobno kot ionska celica, a pri višji napetosti, tako da primarni elektroni pospešijo in pov-

zročijo sekundarno ionizacijo (plazovna pomnožitev). Velikost pulza je sorazmerna z energijo vpadnega delca.

- **Geiger-Müllerjev števec (Geiger Counter):** Deluje pri še višji napetosti. Vsak vpadni delec, ki povzroči ionizacijo, sproži popolno plazovno razelektritev v plinu, kar ustvari velik, standardiziran pulz. Zelo občutljiv, a ne more meriti energije sevanja.

2. **Polprevodniški detektorji (Semiconductor Diode Detectors):** Sevanje ustvari pare elektron-vrzel v osiromašenem območju polprevodniškega spoja (običajno p-n ali p-i-n dioda, delujoča v zaporni smeri). Ti nosilci se zberejo in ustvarijo električni pulz. Imajo zelo dobro energijsko ločljivost.
3. **Scintilacijski števec (Scintillation Counter):** Sevanje vpade na scintilacijski material (npr. NaI(Tl) kristal, plastični scintilator), ki ob prehodu sevanja oddaja kratke svetlobne bliske (scintilacije). Te bliske nato zazna **fotopomnoževalka (PMT - Photomultiplier Tube)**, ki jih pretvori v električne pulze. Število fotonov (in s tem višina pulza) je pogosto sorazmerno z energijo vpadnega sevanja.
4. **Sledilni detektorji (Track Detectors):** Vizualizirajo poti nabitih delcev.
 - **Fotografska emulzija:** Ionizacija povzroči spremembe, ki se po razvijanju pokažejo kot sled.
 - **Meglična celica (Cloud Chamber):** Ionizacija povzroči kondenzacijo v prenasičeni pari, kar naredi sledi vidne.
 - **Mehurčna celica (Bubble Chamber):** Ionizacija povzroči nastanek mehurčkov v pregreti tekočini.
 - **Žična celica (Wire Chamber), Driftna celica (Drift Chamber), Iskrilna celica (Spark Chamber):** Naprednejši detektorji, ki uporabljajo plinsko ionizacijo in elektronsko odčitavanje za rekonstrukcijo sledi delcev.
5. **Detekcija nevtronov:** Ker nevtroni ne ionizirajo neposredno, jih detektiramo posredno:
 - **Hitri nevtroni:** Zaznavanje odbojnih protonov, ki jih hitri nevtroni izbijejo iz vodikove snovi (npr. v ionski celici, polnjeni s H_2).
 - **Počasni nevtroni:** Uporaba jedrskih reakcij, ki jih sprožijo počasni nevtroni in pri katerih nastanejo nabiti delci, ki jih je

mogoče detektirati (npr. reakcija $^{10}\text{B}(n, \alpha)^7\text{Li}$ v detektorjih, polnjenih s BF_3).

- **Opiši osnove delovanja detektorjev delcev, ki jih poznaš!** (Odgovor je v veliki meri že vsebovan v prejšnjem vprašanju. Tukaj bom le povzel princip za nekaj tipov.)
 - **Geiger-Müllerjev števec:** Plinska ionizacija in plazovna pomnožitev pri visoki napetosti, ki da velik, standarden pulz za vsak zaznan delec. Namenjen štetju delcev, ne merjenju energije.
 - **Scintilacijski števec s fotopomnoževalko:** Sevanje vzbudi scintilator, ta odda svetlobo. Fotopomnoževalka pretvori svetlobo v elektrone, jih pomnoži in da električni pulz, katerega višina je lahko sorazmerna z energijo vpadnega sevanja.
 - **Polprevodniški detektor:** Sevanje ustvari pare elektron-vrzel v polprevodniku. Električno polje loči nosilce in ustvari merljiv pulz. Zelo dobra energijska ločljivost.
 - **Meglična/Mehurčna celica:** Omogoča vizualizacijo sledi nabitih delcev preko kondenzacije/vretja vzdolž poti ionizacije. Uporabno v magnetnem polju za določanje gibalne količine in naboja.
- **Naštej in opiši nekaj primerov uporabe radioaktivnega sevanja!** Knjiga omenja naslednje primere (str. 200-203, Okvirji 38-14):
 1. **Sledenje (Tracing)** (Knjiga, str. 201, Okvirji 5-7): Radioaktivni izotopi (radioizotopi) se uporabljajo kot sledilci za spremljanje poteka kemijskih ali bioloških procesov.
 - **Medicina:** Npr. ^{131}I za ocenjevanje delovanja ščitnice; ^{24}Na za preverjanje pretoka krvi.
 - **Kmetijstvo:** Sledenje absorpcije gnojil s strani rastlin.
 - **Industrija:** Merjenje obrabe strojnih delov (npr. radioaktivni batni obročki, aktivnost se meri v olju).
 2. **Nevtronska aktivacijska analiza (NAA)** (Knjiga, str. 202, Okvirji 8-11): Nedestruktivna metoda za določanje elementarne sestave vzorca. Vzorec se obseva z nevtroni, pri čemer nekatera jedra zajamejo nevtrone in postanejo radioaktivna. Z merjenjem karakterističnega γ -sevanja, ki ga oddajajo ti aktivirani izotopi, se lahko identificirajo in kvantificirajo prisotni elementi, tudi v zelo majhnih količinah. Uporaba: analiza onesnaževalcev, arheologija, forenzika, preverjanje pristnosti umetnin.

3. **Radioterapija (Radiation Therapy)** (Knjiga, str. 203, Okvir 12): Uporaba ionizirajočega sevanja za uničevanje rakavih celic. Rakave celice se običajno delijo hitreje kot zdrave celice in so zato bolj občutljive na poškodbe zaradi sevanja. Sevanje se lahko usmeri na tumor z zunanjimi viri (npr. ^{60}Co , linearni pospeševalniki) ali pa se majhni radioaktivni "izviri" (semena) implantirajo neposredno v tumor (brahiterapija).
4. **Konzerviranje hrane (Food Preservation)** (Knjiga, str. 203, Okvirji 13-14): Obsevanje hrane z γ -žarki, elektronskimi snopi ali rentgenskimi žarki uniči mikroorganizme (bakterije, plesni), ki povzročajo kvarjenje, in lahko upočasni zorenje. Po obsevanju se hrana običajno zapre v embalažo, da se prepreči ponovna kontaminacija, kar podaljša rok uporabnosti. Sama hrana ne postane radioaktivna.

41. Fundamentalne sile in klasifikacija delcev

- **Katere so osnovne sile v naravi?** V naravi poznamo štiri osnovne (fundamentalne) sile ali interakcije (Knjiga, str. 204, Okvirji 18-19):
 1. **Močna sila (Strong force):** Veže kvarke skupaj v protone in nevtrone ter posredno veže protone in nevtrone v jedra. Je najmočnejša sila, a ima zelo kratek doseg ($\sim 10^{-15}$ m).
 2. **Elektromagnetna sila (Electromagnetic force):** Deluje med električno nabitimi delci. Veže elektrone in jedra v atome ter atome v molekule. Je dolgega dosega (pada z $1/r^2$) in je približno 100-krat šibkejša od močne sile (na relevantnih razdaljah).
 3. **Šibka sila (Weak force):** Odgovorna za nekatere jedrske procese, kot je β -razpad, in za razpade težjih kvarkov in leptonov. Ima izjemno kratek doseg ($\sim 10^{-18}$ m) in je veliko šibkejša od elektromagnetne sile (približno 10^{-6} -krat moči močne sile).
 4. **Gravitacijska sila (Gravitational force):** Deluje med vsemi delci z maso (ali energijo). Je dolgega dosega, vendar je na nivoju osnovnih delcev daleč najšibkejša (približno 10^{-43} -krat moči močne sile) in je v fiziki delcev običajno zanemarljiva.

V kvantni teoriji polja se sile prenašajo z izmenjavo **nosilnih (mediatorskih) delcev polja** (bozonov) (Knjiga, str. 204, Okvir 20):

- Močna sila: **gluoni** (8 tipov).

- Elektromagnetna sila: **fotoni** (γ).
 - Šibka sila: **W^+ , W^- in Z^0 bozoni**.
 - Gravitacijska sila: hipotetični **gravitoni** (še niso bili detektirani).
- **Kaj jih prenaša?** Kot je navedeno zgoraj, vsako fundamentalno silo prenašajo ustrezni nosilni delci polja (kvanti polja), ki so vsi bozoni:
 - Močna sila: **gluoni** (g)
 - Elektromagnetna sila: **fotoni** (γ)
 - Šibka sila: **W^+ , W^- in Z^0 bozoni**
 - Gravitacijska sila: **gravitoni** (hipotetični)

(Knjiga, str. 204, Okvir 21).

- **Na katere skupine delimo delce?** Osnovne delce (in tudi sestavljene) lahko delimo na več načinov. Standardni model fizike delcev deli **elementarne (fundamentalne) delce** na (Knjiga, str. 204, Okvir 17; str. 212, Okvir 16):

1. **Kvarki (Quarks):** So fermioni (spin $1/2$), ki čutijo močno silo. Obstaja šest "okusov" kvarkov, razporejenih v tri generacije:

- Prva generacija: gor (up, u), dol (down, d)
- Druga generacija: čar (charm, c), čudni (strange, s)
- Tretja generacija: vrh (top, t), dno (bottom, b)

Kvarki imajo tudi lastnost, imenovano "barva" (rdeča, zelena, modra), ki je naboj močne interakcije. Kvarki so vedno zaprti (confined) znotraj hadronov.

2. **Leptoni (Leptons):** So fermioni (spin $1/2$), ki **ne** čutijo močne sile. Obstaja šest "okusov" leptonov, prav tako v treh generacijah:

- Prva generacija: elektron (e^-), elektronski nevtrino (ν_e)
- Druga generacija: mion (μ^-), mionski nevtrino (ν_μ)
- Tretja generacija: tau (τ^-), tau nevtrino (ν_τ)

Vsak od teh 12 fermionov (6 kvarkov in 6 leptonov) ima tudi svoj antidelec.

3. **Nosilci sil (Gauge Bosons):** So bozoni (spin 1, razen gravitona, ki bi imel spin 2), ki prenašajo fundamentalne sile (glej prejšnje vprašanje).

4. **Higgsov bozon (Higgs Boson):** Je skalarni bozon (spin 0), povezan s Higgsovim poljem, ki daje maso osnovnim delcem. (Knjiga, str. 217, Okvir 15 - odkrit po izdaji te knjige).

Delce lahko delimo tudi glede na to, ali čutijo močno silo:

- **Hadroni (Hadrons):** Delci, sestavljeni iz kvarkov, ki čutijo močno silo. Delijo se naprej na:

- * **Barioni (Baryons):** Sestavljeni iz treh kvarkov (qqq) ali treh antikvarkov ($\bar{q}\bar{q}\bar{q}$). So fermioni (npr. protoni (uud), nevtroni (udd), Λ^0 (uds), Ω^- (sss)). Imajo barionsko število $B=1$ (ali -1 za antibarione).

- * **Mezoni (Mesons):** Sestavljeni iz enega kvarka in enega antikvarka ($q\bar{q}$). So bozoni (npr. pioni (π^+ : $u\bar{d}$), kaoni (K^+ : $u\bar{s}$)). Imajo barionsko število $B=0$.

(Knjiga, str. 209-211, Okvirji 1-12)

- **Kaj so nevtrinske oscilacije?** Knjiga "Quick Modern Physics" v teh poglavjih eksplicitno ne omenja nevtrinskih oscilacij. Nevtrinske oscilacije so kvantnomehanski pojav, pri katerem nevtrino enega "okusa" (npr. elektronski nevtrino ν_e , ki nastane pri β -razpadu) med potovanjem spontano spremeni svoj okus v drug tip nevtrina (npr. mionski ν_μ ali tau ν_τ) in nazaj. Ta pojav je mogoč le, če imajo nevtrini **neničelne, a različne mase**. V Standardnem modelu so bili nevtrini prvotno predpostavljeni kot brezmasni. Odkritje nevtrinskih oscilacij (za kar sta Takaaki Kajita in Arthur B. McDonald prejela Nobelovo nagrado leta 2015) je bil pomemben dokaz, da imajo nevtrini maso in da Standardni model ni popoln. Problem sončnih nevtrinov (opazovano manjše število elektronskih nevtrinov s Sonca, kot je bilo teoretično napovedano) je bil eden prvih namigov na nevtrinske oscilacije.
- **Kaj so antidelci?** Za vsak tip osnovnega delca obstaja ustrezen **antidelec**. Antidelec ima **enako maso in enak spin** kot delec, vendar **nasproten naboj** in nasprotne druge aditivne kvantne števila (kot so leptonsko število, barionsko število, čudnost, čar, itd.) (Knjiga, str. 205, Okvir 24; str. 207, Okvir 10). Primeri:
 - Antidelec elektrona (e^-) je **pozitron** (e^+).
 - Antidelec protona (p) je antiproton (\bar{p}).
 - Antidelec nevtrona (n) je antinevtron (\bar{n}) (čeprav je nevtron nevtralen, ima kvarkovsko strukturo in s tem različen antidelec).

Nekateri popolnoma nevtralni delci, kot je foton (γ) ali nevtralni pion (π^0), so sami sebi antidelci (Knjiga, str. 208, Okvir 11). Ko se delec sreča s svojim antidelcem, lahko **anihilirata** (izničita), pri čemer se njuna mirovna masa (in kinetična energija) pretvori v druge oblike energije, običajno v fotone ali druge delce (Knjiga, str. 208, Okvir 15). Obratno, iz dovolj velike energije (npr. visokoenergijskega fotona) lahko nastane par delec-antidelec (**tvorba para**) (Knjiga, str. 205, Okvir 26). Diracova teorija je prva napovedala obstoj antidelcev (specifično pozitrona) kot "lukenj" v morju negativnih energijskih stanj (Knjiga, str. 205-207, Okvirji 22-8).

42. Kvarki

- **Katere okuse kvarkov poznamo?** Poznamo šest "okusov" (flavors) kvarkov, ki so razvrščeni v tri generacije (Knjiga, str. 211-212, Okvirji 8-16):

- **Prva generacija:**

- * gor (up, u)
- * dol (down, d)

- **Druga generacija:**

- * čar (charm, c)
- * čudni (strange, s)

- **Tretja generacija:**

- * vrh (top, t)
- * dno (bottom, b) (včasih imenovan tudi beauty)

Kvarki u in d tvorijo protone (uud) in nevtrone (udd), ki sestavljajo običajno snov. Ostali kvarki so težji in nestabilni ter nastajajo v visokoenergijskih trkih. Vsak kvark ima tudi svoj antikvark ($\bar{u}, \bar{d}, \bar{c}, \bar{s}, \bar{t}, \bar{b}$).

- **Kako so sestavljeni barioni in kako mezoni?** Hadroni so delci, sestavljeni iz kvarkov. Delijo se na:

- **Barioni (Baryons):** So sestavljeni iz **treh kvarkov** (qqq) ali treh antikvarkov (za antibarione, $\bar{q}\bar{q}\bar{q}$). Primeri:

- * Proton (p): uud
- * Nevtron (n): udd
- * Lambda (Λ^0): uds

* Omega minus (Ω^-): sss

Barioni so fermioni (imajo polovičen spin) in imajo barionsko število $B = 1$ (antikvariki imajo $B = -1/3$, kvarki $B = 1/3$). (Knjiga, str. 211, Okvir 10).

– **Mezoni (Mesons):** So sestavljeni iz **enega kvarka in enega antikvarka** ($q\bar{q}$). Primeri:

* Pion (π^+): $u\bar{d}$

* Kaon (K^0): $d\bar{s}$

* J/ψ : $c\bar{c}$

Mezoni so bozoni (imajo celoštevilski spin) in imajo barionsko število $B = 0$. (Knjiga, str. 211, Okvir 10).

- **Kaj je barvni naboj kvarkov?** Barvni naboj (ali samo "barva") je lastnost kvarkov (in gluonov), ki je povezana z **močno interakcijo**. To ni dejanska vizualna barva, ampak fizikalna lastnost, podobna električnemu naboju za elektromagnetno interakcijo (Knjiga, str. 213, Okvirji 18-20).

- Obstajajo **tri osnovne "barve"** za kvarke: običajno imenovane **rdeča (R), zelena (G) in modra (B)**.
- Obstajajo tudi **tri "antibarve"** za antikvarke: **antirdeča (\bar{R}), antizelena (\bar{G}) in antimodra (\bar{B})**.
- **Gluoni**, ki prenašajo močno silo, tudi nosijo barvni naboj (kombinacijo barve in antibarve, npr. "rdeče-antizelena").

Koncept barvnega naboja je bil uveden, da bi rešili problem z Paulije-
vim izključitvenim načelom pri nekaterih barionih (kot je Ω^- (sss) ali Δ^{++} (uuu)), kjer bi sicer imeli tri identične kvarke v istem kvantnem stanju. Če ima vsak od teh kvarkov drugačno barvo (npr. en rdeč, en zelen, en moder), potem niso več v popolnoma identičnem stanju in Paulijevo načelo ni kršeno. Temeljno pravilo kvantne kromodinamike (QCD - teorije močne interakcije) je, da morajo biti vsi opazljivi hadroni **"barvno nevtralni" ali "beli"** (Knjiga, str. 213, Okvir 21). To se doseže na dva načina:

- **Barioni (qqq):** Vsebujejo po en kvark vsake od treh barv (R+G+B = "belo").
- **Mezoni ($q\bar{q}$):** Vsebujejo kvark ene barve in antikvark ustrezne antibarve (npr. R+ \bar{R} = "belo").

Ta zahteva po barvni nevtralnosti je povezana s pojavom **zaprtja kvarkov (quark confinement)**, ki pravi, da kvarkov (in gluonov) ni mogoče opazovati kot prostih delcev, ampak so vedno vezani znotraj hadronov.

- **Opiši Standardni model!** Standardni model fizike osnovnih delcev je teoretični okvir, ki opisuje vse znane osnovne delce in tri od štirih fundamentalnih interakcij med njimi: **močno, šibko in elektromagnetno interakcijo**. Ne vključuje gravitacije (Knjiga, str. 214-216, Okvirji 1-11). Glavne komponente Standardnega modela so:

1. **Osnovni fermioni (gradniki snovi, spin 1/2):**

- **6 kvarkov** (up, down, charm, strange, top, bottom) v treh barvah.
- **6 leptonov** (elektron, mion, tau; in njihovi ustrezni nevtrini: elektronski, mionski, tau nevtrino).
- Vsak od teh 12 fermionov ima svoj antidelec.

2. **Nosilci sil (merilni bozoni, spin 1):**

- **Foton (γ):** Prenaša elektromagnetno silo. Je brezmasen.
- **8 gluonov (g):** Prenašajo močno silo med kvarki. So brezmasni, a nosijo barvni naboj (kar vodi do samointerakcije in zaprtja).
- **W^+ , W^- in Z^0 bozoni:** Prenašajo šibko silo. So zelo masivni.

3. **Higgsov bozon (spin 0):** Povezan s Higgsovim poljem, ki permeira ves prostor. Interakcija delcev s tem poljem jim daje maso (preko mehanizma spontane zlomitve simetrije). Standardni model je predvidel obstoj Higgsovega bozona, ki je bil eksperimentalno potrjen leta 2012 v CERN-u (po izdaji te knjige).

Teorije, ki opisujejo interakcije:

- **Kvantna elektrodinamika (QED):** Teorija elektromagnetne interakcije.
- **Elektrošibka teorija (Glashow-Salam-Weinberg):** Združuje elektromagnetno in šibko interakcijo v enotno elektrošibko silo. Pri visokih energijah sta sili enotni, pri nizkih energijah pa se simetrija zlomi (zaradi Higgsovega mehanizma), kar povzroči, da so W in Z bozoni masivni, foton pa ostane brezmasen.

- **Kvantna kromodinamika (QCD):** Teorija močne interakcije med kvarki in gluoni.

Standardni model je izjemno uspešen in se ujema z veliko večino eksperimentalnih podatkov v fiziki delcev. Vendar pa ima nekaj omejitev in odprtih vprašanj (Knjiga, str. 216, Okvir 11):

- Ne vključuje gravitacije.
- Ne pojasni izvora mas delcev (Higgsov mehanizem pojasni, kako dobijo maso, ne pa, zakaj imajo specifične vrednosti mas).
- Ne pojasni, zakaj obstajajo tri generacije kvarkov in leptonov.
- Ne pojasni temne snovi in temne energije, ki prevladujeta v vesolju.
- Vsebuje veliko prostih parametrov (npr. mase delcev, sklopitvene konstante), ki jih je treba določiti eksperimentalno.

Fiziki iščejo teorije "onkraj Standardnega modela" (npr. supersimetrija, teorija strun), da bi odgovorili na ta vprašanja in dosegli popolnejše razumevanje narave.