Tipos Básicos de Dados

TIPOS PONTO FLUTUANTE

Judson Santos Santiago

Introdução

- Computadores trabalham com diversos tipos de dados:
  - Texto (letras, números, pontuação, etc.)
  - Números (naturais, reais, complexos, etc.)
  - Áudio (wav, mp3, ogg, etc.)
  - Imagem (bmp, jpg, gif, png, tga, etc.)
  - Vídeo (avi, mpg, wmv, etc.)

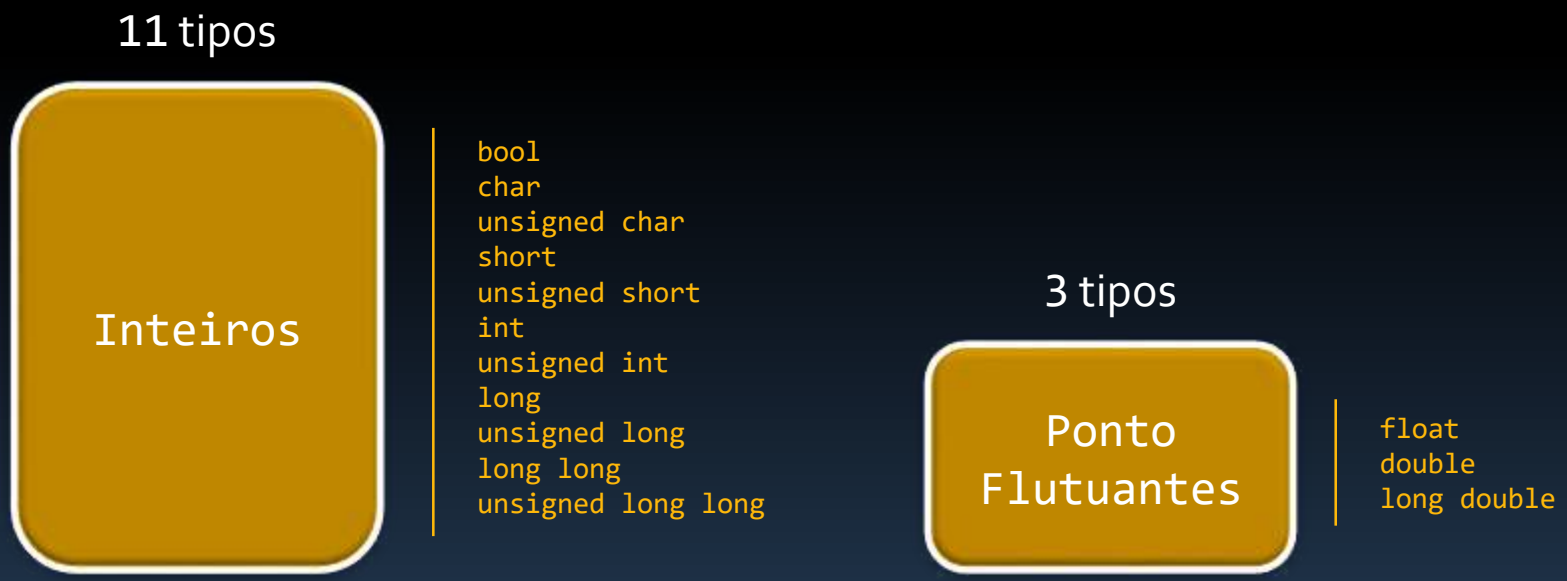
- Todos estes dados são representados pelo computador como um conjunto de bits

Introdução

- Os tipos básicos de dados se distinguem pela natureza dos valores armazenados:
  - Tipo Inteiro: números naturais positivos e negativos.
    Ex.: `30; -20; 0; -1; 390065`
  - Tipo Caractere: letras, símbolos, números, pontuação.
    Ex.: `a, x, k, {, ], !, $, 3, #`
  - Tipo Booleano: verdadeiro ou falso.
    Ex.: `true, false, 0, 1`
  - Tipo Ponto Flutuante: números reais positivos e negativos.
    Ex.: `1.25; -30.54; 0.003;` $2x10^{-8}$

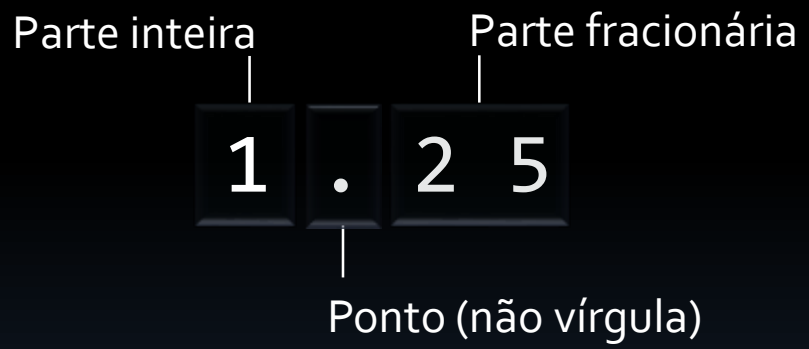
Introdução

- Os ponto flutuantes são o segundo maior grupo de tipos
  - Perdem apenas para o grupo dos tipos inteiros



Introdução

- Números em ponto flutuante tem uma parte fracionária



  - Representam os números reais
  - Utiliza-se ponto para indicar a parte fracionária
    - Ex.: `2.5`, `3.14159`, `0.442`

Introdução

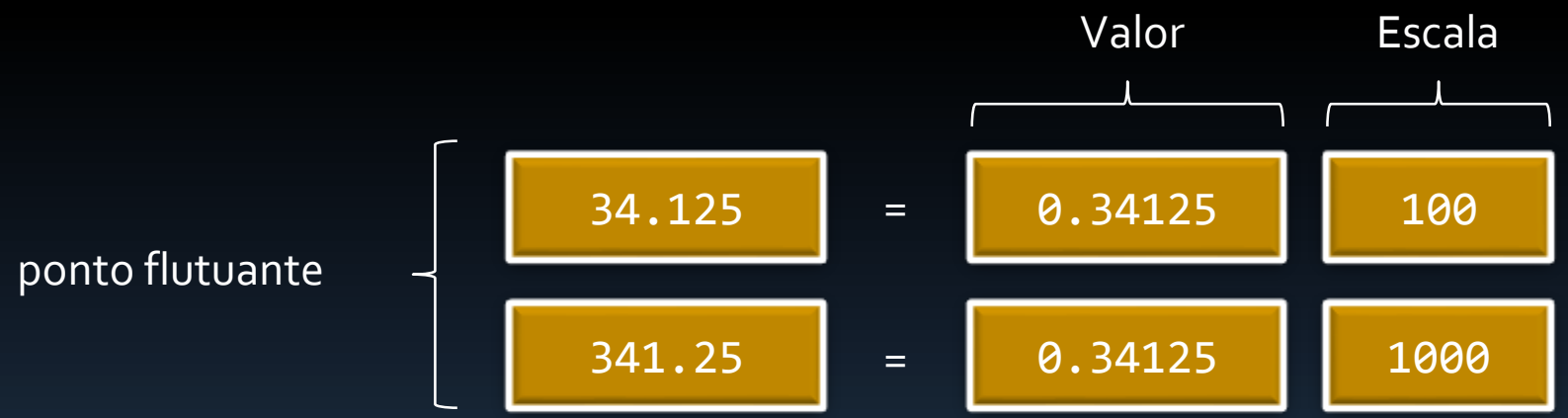
- Tipos ponto flutuantes fornecem uma faixa maior de valores
  - Alguns números muito grandes para os tipos inteiros podem ser armazenados em ponto flutuante

Ex.: 872838789825284736473, 3×10^{26}, 8×10^{300}

Tipos Inteiros	Bits	Faixa
short	16	-32.768 a 32.767
int	32	-2.147.483.648 a 2.147.483.647
long	32	-2.147.483.648 a 2.147.483.647
long long	64	-9.223.372.036.854.775.808 a 9.223.372.036.854.775.807

Introdução

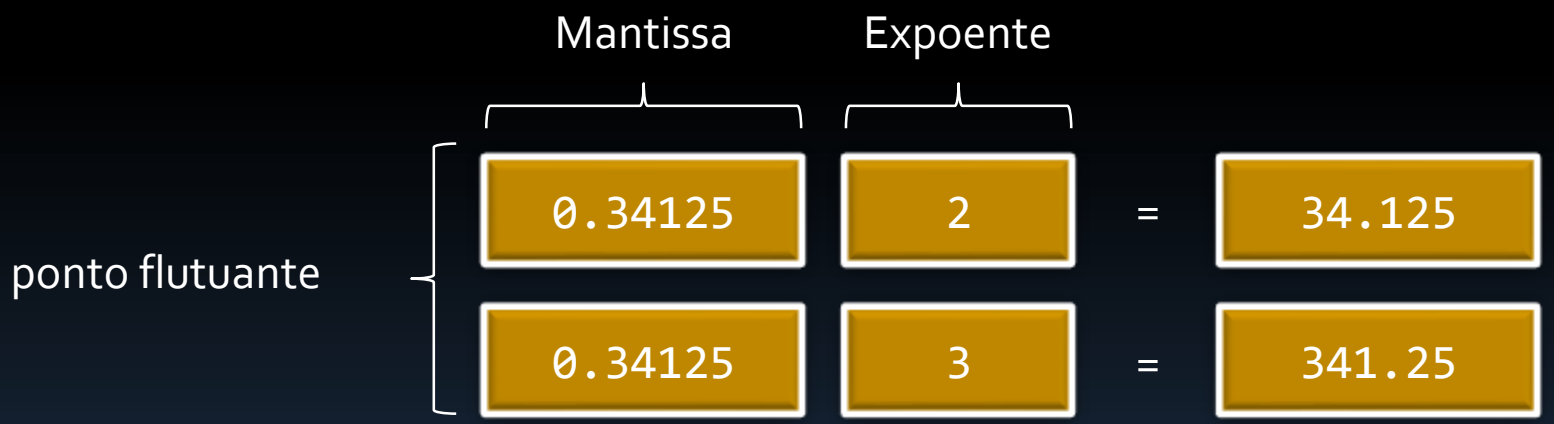
- O computador armazena um número real em duas partes
  - Um valor (mantissa)
  - Um fator de escala (expoente)



Os números `34.125` e `341.25` são idênticos,
a não ser pela posição da sua vírgula

Introdução

- O fator de escala não é armazenado na memória como um multiplicador, mas sim como um expoente



$0.34125 * 10^2 = 34.125$
$0.34125 * 10^3 = 341.25$

Tipos Ponto Flutuante

- A linguagem C++ tem três tipos ponto flutuante:
  - float
  - double
  - long double

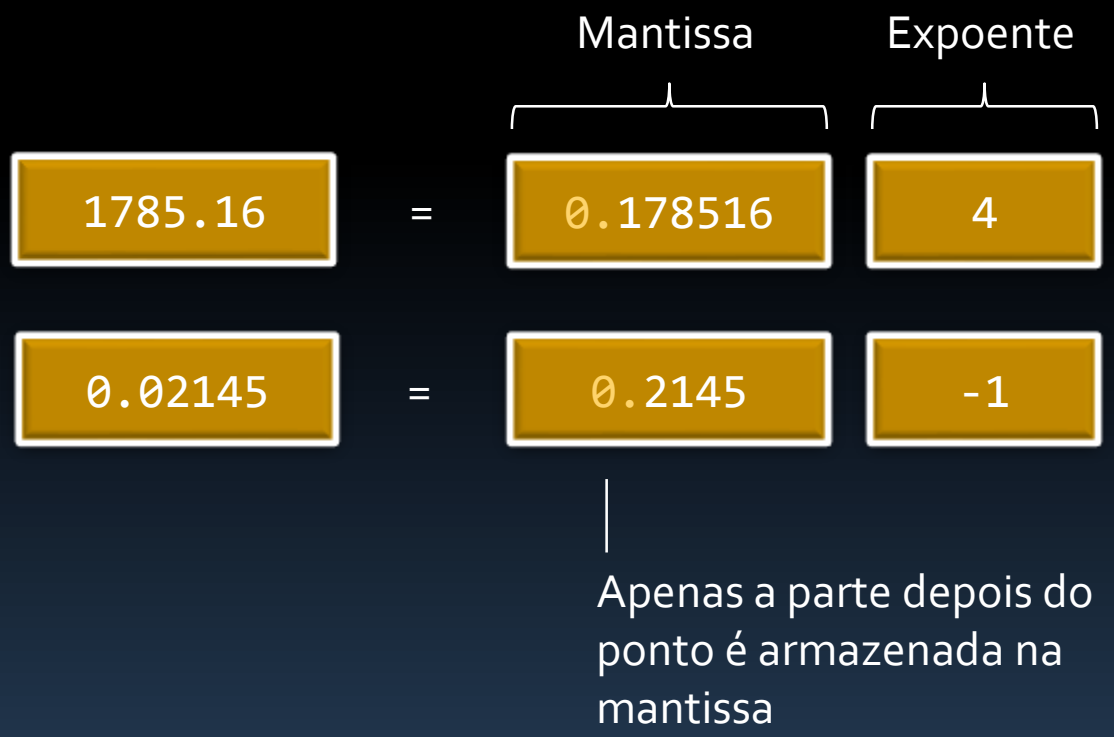
- A principal diferença entre os tipos está no:
  - Número de dígitos significativos para a mantissa
  - Valor máximo para o expoente

Tipos Ponto Flutuante

- O que são dígitos significativos ?
  - `143.06` tem 5 dígitos significativos
  - `4.50` tem 2 dígitos significativos

Tipos Ponto Flutuante

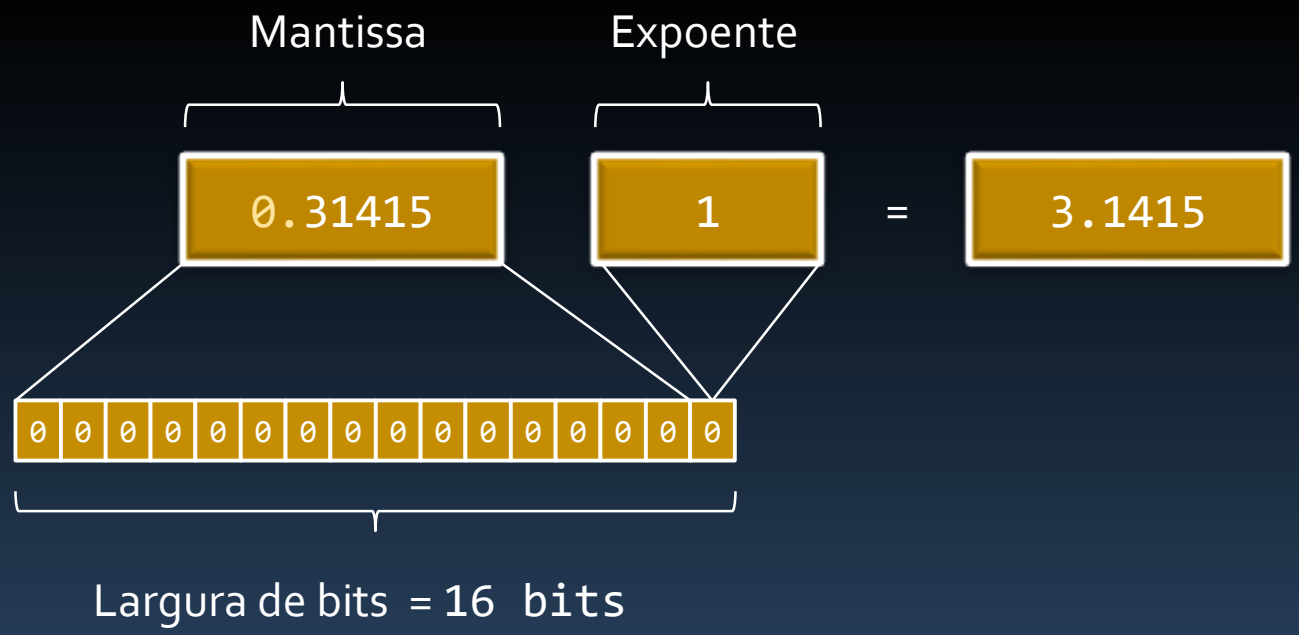
- Qual o valor do expoente?



Ele é obtido depois de isolar os dígitos significativos da mantissa

Tipos Ponto Flutuante

- Quanto maior a largura de bits usada para:
  - Mantissa: maior a precisão do número
  - Expoente: maior a magnitude do número



Tipos Ponto Flutuante

- Em C++, os ponto flutuantes têm as seguintes larguras:
  - float tem pelo menos 32 bits
  - double tem pelo menos 48 bits
    (e é pelo menos tão grande quanto float)
  - long double tem pelo menos o mesmo número de bits do double

Tipos Ponto Flutuante

- Na prática, normalmente os valores são:
  - float tem 32bits
  - double tem 64 bits
  - long double tem 64, 80, 96 ou 128 bits *
- Os valores específicos para uma plataforma podem ser encontrados no arquivo de cabeçalho cfloat

```
#include <cfloat>
```

Tipos Ponto Flutuante

```
#include <iostream>
#include <cfloat>
using namespace std;
int main()
{
        cout << "Número de Dígitos Significativos" << endl;
        cout << "float:       " << FLT_DIG << endl;
        cout << "double:      " << DBL_DIG << endl;
        cout << "long double: " << LDBL_DIG << endl;

        cout << "Valores Máximos do Expoente" << endl;
        cout << "float:       " << FLT_MAX_10_EXP << endl;
        cout << "double:      " << DBL_MAX_10_EXP << endl;
        cout << "long double: " << LDBL_MAX_10_EXP << endl;

        cout << "Número de Bits na Mantissa" << endl;
        cout << "float:       " << FLT_MANT_DIG << endl;
        cout << "double:      " << DBL_MANT_DIG << endl;
        cout << "long double: " << LDBL_MANT_DIG << endl;
}
```

Tipos Ponto Flutuante

- A saída do programa (Linux/g++):

```
Número de Dígitos Significativos
float      : 6
double     : 15
long double: 18

Valores Máximos do Expoente
float      : 38
double     : 308
long double: 4932

Número de Bits na Mantissa
float      : 24
double     : 53
long double: 64
```

Tipos Ponto Flutuante

- A saída do programa (Windows/ Visual C++):

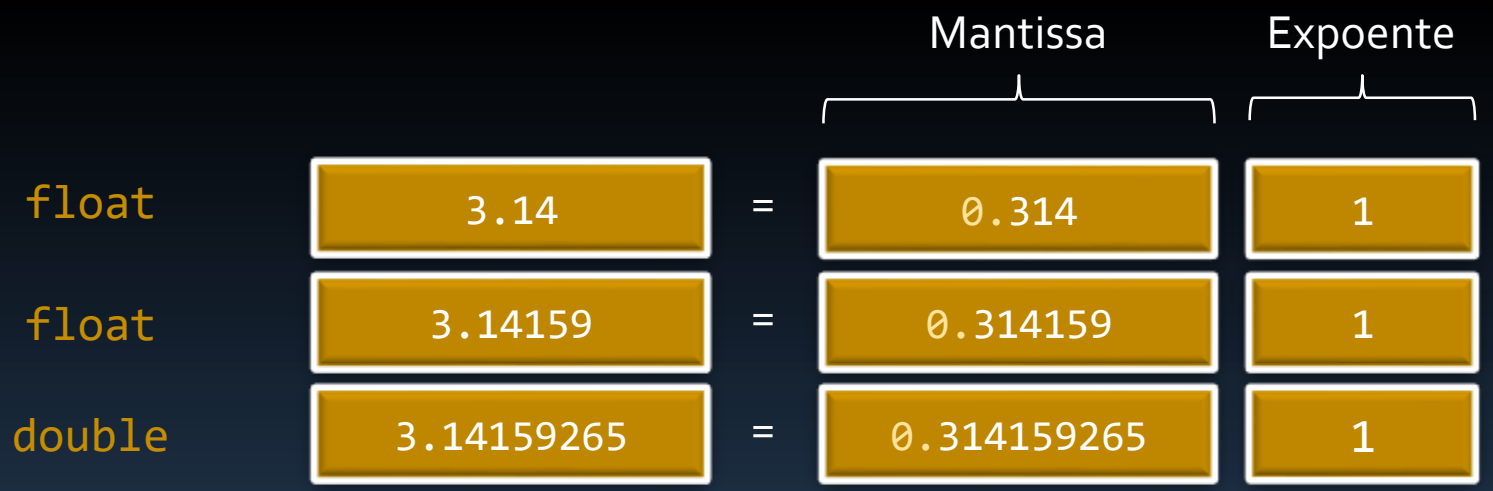
```
Número de Dígitos Significativos
float      : 6
double     : 15
long double: 15

Valores Máximos do Expoente
float      : 38
double     : 308
long double: 308

Número de Bits na Mantissa
float      : 24
double     : 53
long double: 53
```

Tipos Ponto Flutuante

- Estas informações ajudam a decidir qual tipo usar
  - Ex.: Calcular a área de um círculo ($A = \pi r^2$)
    - Em que tipo guardar o valor de π ?



O `float` é bom para até 6 dígitos significativos e expoente até 38

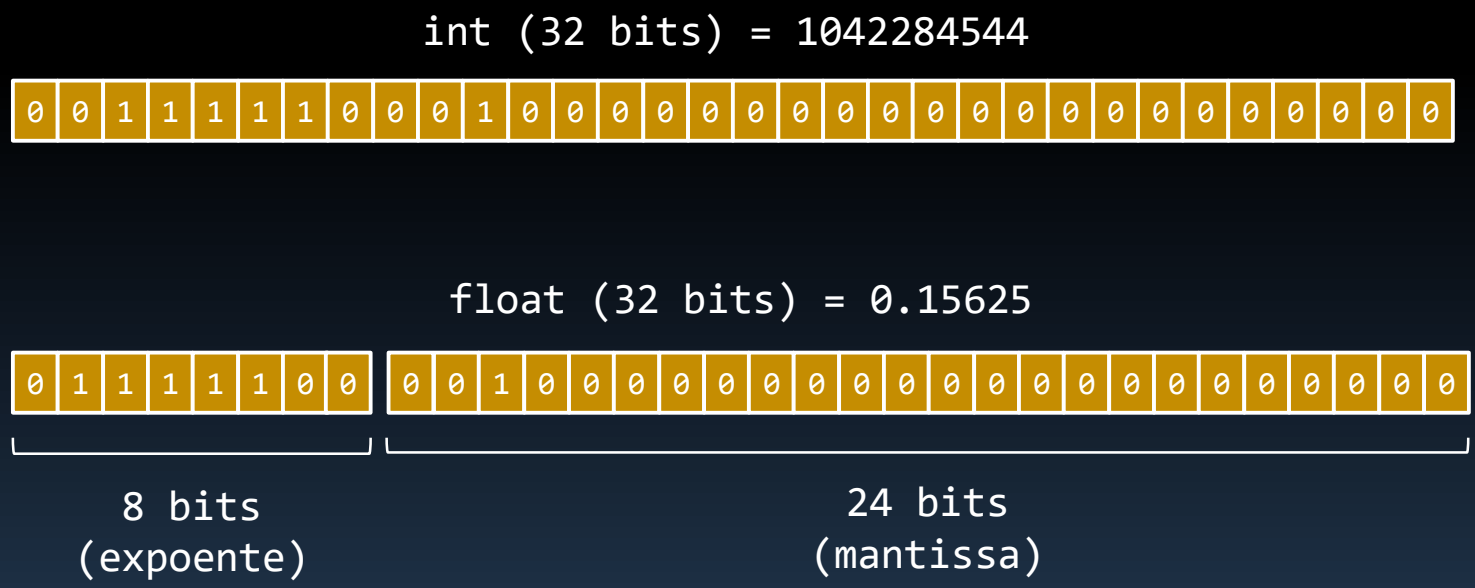
Tipos Ponto Flutuante

- E que tipo usar para os valores abaixo?
  - A massa da terra = 5.9722×10^{24} Kg
  - O número de átomos no universo = 3×10^{79}

O `double` é bom para até 15 dígitos significativos e expoente até 308

Tipos Ponto Flutuante

- Os tipos int e float ambos têm 32 bits, mas o computador representa-os de forma completamente diferente na memória



Representação do Ponto Flutuante

- A conversão de binário para ponto flutuante é dada por:

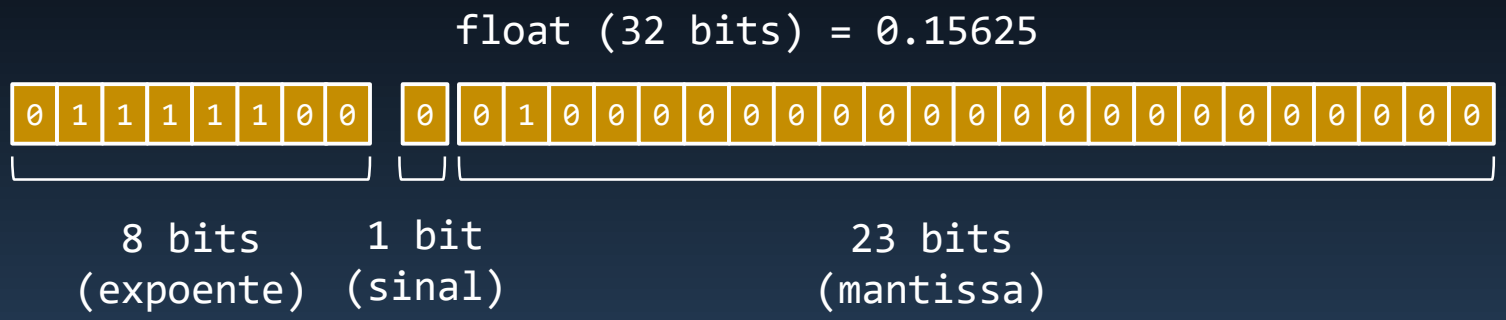
$v = s * 2^{(e-127)} * (1 + m)$

$v = (+1) * 2^{(124-127)} * (1 + 0.25)$

$v = 2^{-3} * 1.25 = 0.125 * 1.25 = 0.15625$

Os bits da mantissa representam um somatório de potências inversas de 2 decrescentes

$$(\frac{1}{2^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^5} + \frac{1}{2^6} + \frac{1}{2^7} + \frac{1}{2^8} + \frac{1}{2^9} + \frac{1}{2^{10}} + \frac{1}{2^{11}} + \frac{1}{2^{12}} + \frac{1}{2^{13}} + \frac{1}{2^{14}} + \cdots + \frac{1}{2^{23}})$$

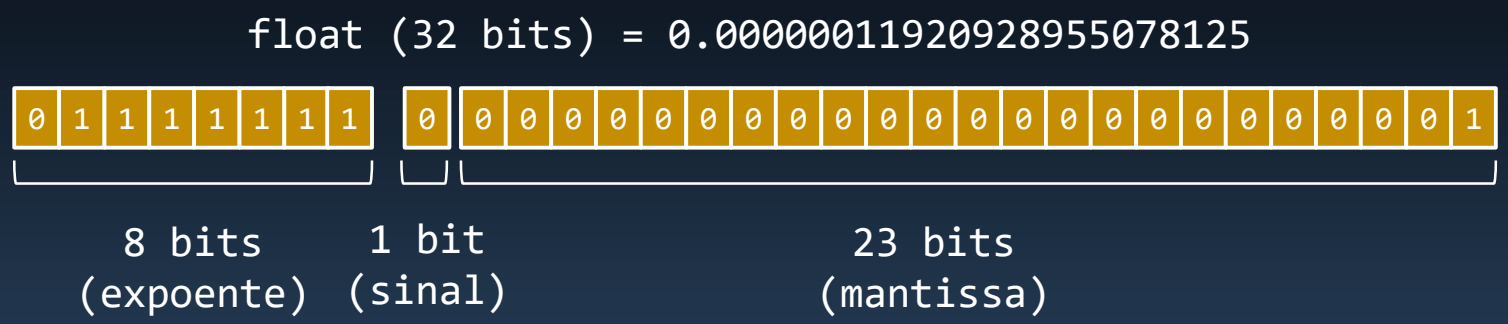


Representação do Ponto Flutuante

- Nem todo número real possui uma representação exata
  - O somatório não consegue gerar todos os números possíveis

$$\left(\frac{1}{2^1}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^4}+\frac{1}{2^5}+\frac{1}{2^6}+\frac{1}{2^7}+\frac{1}{2^8}+\frac{1}{2^9}+\frac{1}{2^{10}}+\frac{1}{2^{11}}+\frac{1}{2^{12}}+\frac{1}{2^{13}}+\frac{1}{2^{14}}+\cdots+\frac{1}{2^{23}}\right)$$

$1/2^{23}$ = 0.00000011920928955078125 = FLT_EPSILON
$1/2^{22}$ = 0.00000023841857910156250



Representação do Ponto Flutuante

```
#include <iostream>
using namespace std;

int main()
{
	float f = 6.1;
	cout << "f = " << f << endl;

	// exibe números com 8 casas depois de vírgula
	cout.setf(ios_base::fixed, ios_base::floatfield);
	cout.precision(8);

	cout << "f = " << f << endl;

	return 0;
}
```

Representação do Ponto Flutuante

- A saída do programa:

```
f = 6.1
f = 6.09999990
```

- Nem todo número real possui uma representação exata em formato ponto flutuante
- A exibição padrão sempre arredonda o valor ponto flutuante, eliminando os zeros à direita

Constantes Ponto Flutuante

- Uma constante ponto flutuante pode ser representada de duas formas:
  - Usando a notação decimal padrão

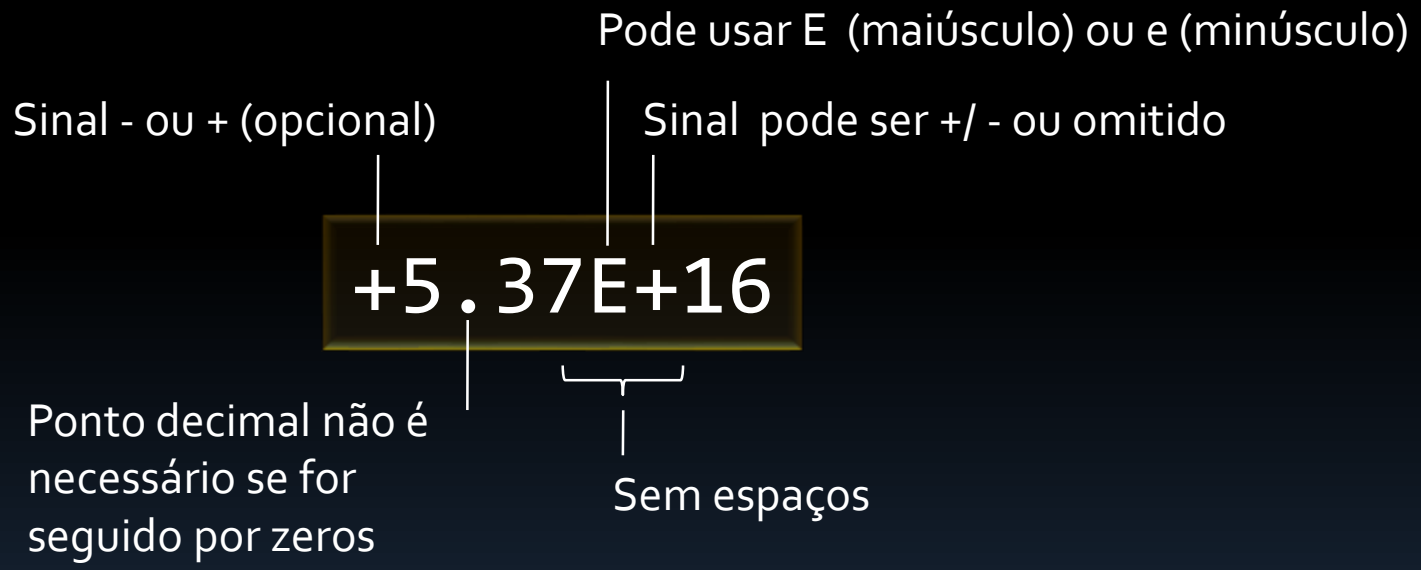
```
12.34       // ponto flutuante
939001.32   // ponto flutuante
0.00023     // ponto flutuante
8.0         // também ponto flutuante
```

  - Usando a notação exponencial

```
2.52e+8     // pode usar e ou E, + é opcional
8.33E-4     // expoente pode ser negativo
7E5         // o mesmo que 7.0E+05
-18.32e13   // pode ter + ou - na frente
```

Constantes Ponto Flutuante

- A notação E:



  - A forma `mE+n` significa mova o ponto decimal n casas para a direita, e `mE-n` significa mova o ponto decimal n casas para a esquerda

Constantes Ponto Flutuante

- A notação E garante que um número será representado como ponto flutuante

```
70.0      // valor ponto flutuante
70        // valor inteiro
70E       // ponto flutuante igual a 70.0
```

- O sinal da frente se aplica a mantissa, o sinal no expoente se aplica ao fator de escala

```
-8.33E4    // é igual a -83300
 8.33E-4   // é igual a  0.000833
-8.33E-4   // é igual a -0.000833
```

Constantes Ponto Flutuante

- Por padrão as constantes ponto flutuante são armazenadas em um double (8 bytes)

```
float a = 7.0;    // constante double e variável float
```

- É possível indicar o tipo das constantes:

```
float flt = 7.0f;         // constante float e variável float
double dbl = 7.0;         // constante double e variável double
long double ldb = 7.0l;   // constante long double e variável long double
```

Precisão do Ponto Flutuante

```
#include <iostream>
using namespace std;

int main()
{
	// exibe números sempre com 6 casas depois da vírgula
	cout.setf(ios_base::fixed, ios_base::floatfield);

	float  fltvar = 10.0 / 3.0;	// bom para até 6 dígitos
	double dblvar = 10.0 / 3.0;	// bom para até 15 dígitos
	float  milhao = 1.0e6;

	cout << "float var = " << fltvar;
	cout << ", vezes um milhao = " << milhao * fltvar << endl;
	cout << "double var = " << dblvar;
	cout << ", vezes um milhao = " << milhao * dblvar << endl;
}
```

Precisão do Ponto Flutuante

- A saída do programa:

```
float var  = 3.333333, vezes um milhao = 3333333.250000
double var = 3.333333, vezes um milhao = 3333333.333333
```

- A função setf() fixa o número de casas decimais mostradas após a vírgula
- A variável tipo float garante a precisão para 6 dígitos, a variável double garante a precisão para 15 dígitos

Precisão do Ponto Flutuante

```
#include <iostream>
using namespace std;

int main()
{
	float a = 2.34E+8;
	float b = a + 1.0f;

	cout << "a = " << a << endl;
	cout << "b - a = " << b - a << endl;

	return 0;
}
```

Precisão do Ponto Flutuante

- A saída do programa:

```
a = 2.34e+8
b – a = 0
```

- O valor armazenado em b possui mais de 6 dígitos significativos e é perdido no armazenamento
- É preciso sempre observar a precisão das constantes e dos resultados das operações matemáticas

Comparação com Inteiros

- Vantagens:
  - Eles podem representar valores entre dois números inteiros
  - Devido ao fator de escala, podem representar uma faixa de valores maior que os tipos inteiros

- Desvantagens:
  - Operações com pontos-flutuantes são mais lentas (que operações com inteiros)*
  - Pontos-flutuantes perdem precisão

Resumo

- Os tipos básicos de dados tipo ponto flutuante são:
  - float
  - double
  - long double
- Valores ponto flutuante são armazenados em
  - Uma mantissa
  - Um expoente
- O arquivo cfloat deve ser consultado para saber os tamanhos de cada tipo em uma plataforma específica