Institut f. Experimentalphysik
Technische Universität Graz
Petersgasse 16, A-8010 Graz

Laborübungen: Mechanik und Wärme
15. Februar 2012

Bestimmung des Adiabatenexponent $\varkappa$

Stichworte zur Vorbereitung:

Gasgesetze, Arten der Zustandänderungen (isotherme, isochore, adiabatische), Gleichverteilungssatz und Freiheitsgrade, spezifische Wärme, Definition von c_p und c_V und ihr Zusammenhang, Berechnung von $\varkappa$ für verschiedene Gase und experimentelle Bestimmungsmethoden, Schwingungen.

Literatur

[1] Pohl, *Band I.*

[2] Gerthsen, *Experimentalphysik.*

[3] Westphal, *Physikalisches Praktikum.*

[4] Bergmann-Schaefer, *Lehrbuch für Experimentalphysik.*

[5] Bergmann-Schaefer-Kliefoth, *Physikalisches Praktikum.*

Bestimmung des Adiabatenexponent $\varkappa$ nach Rüchardt
(mit dem Präzisionsglasrohr)

1 Grundlagen

Komprimiert man ein in einem Kolben befindliches Gas, so gilt bei konstanter Temperatur das Boyle-Mariott'sche Gesetz:

$$pV = \text{const} \tag{1}$$

Da bei Kompression die Arbeit $p\Delta V$ geleistet wird, die dem Gas als Wärme zufließt, so muß man durch Kühlung dafür sorgen, daß der Vorgang isotherm verläuft. Geht die Kompression so schnell vor sich, daß kein Wärmeaustausch mit der Umgebung stattfindet, die Temperatur also ansteigt, so spricht man von einem adiabatischen Vorgang. Bei diesem gilt die Poisson'sche Zustandsgleichung:

$$pV^{\varkappa} = \text{const} \tag{2}$$

Dabei ist $\varkappa = c_p/c_V$ das Verhältnis der spezifischen Wärmen, das bei diesem Versuch bestimmt werden soll. Solch eine Zustandsänderung liegt auch in unserem Versuch vor. Die Stahlkugel passt genau in das Präzisionsglasrohr. Läßt man die Kugel ins Rohr fallen, so schwingt die Kugel auf dem durch das abgeschlossene Luftvolumen gebildeten Luftpolster auf und ab. Sie führt also harmonische Schwingungen aus, die wegen der Reibungsverluste gedämpft sind. Die dabei erfolgenden Kompressionen und Expansionen im 10-Liter-Gefäß erfolgen wegen der schlechten Wärmeleitung in Luft und Gas adiabatisch.
Es sei m die Masse der Kugel, F der Querschnitt des Präzisionsglasrohrs, V das Volumen der eingeschlossenen Luft, B der Luftdruck am Barometer, p der Druck in der Flasche und g die Erdbeschleunigung.

Die Kugel befindet sich im Gleichgewicht, wenn der Druck p in der Flasche gleich der Summe aus dem äußeren Luftdruck B und dem durch das Kugelgewicht hervorgerufenen Druck ist:

$$p = B + \frac{mg}{F} = p_0 \tag{3}$$

Schwingt die Kugel um dx aus ihrer Ruhelage, so wird sie durch die rücktreibende Kraft $dK = -D\,dx$ wieder in die Gegenrichtung beschleunigt. Sie führt um ihre Gleichgewichtslage Schwingungen aus. Die Gleichung für die Schwingungsdauer τ solcher harmonischer Schwingung lautet:

$$\tau = 2\pi\sqrt{m/D} \tag{4}$$

Nun ist

$$D = -\frac{dK}{dx} = -F\frac{dp}{dx} \tag{5}$$

und mit der Berechnung

$$\frac{dp}{dx} = F\frac{dp}{dV} \tag{6}$$

erhalten wir:

$$D = -F^2\frac{dp}{dV} \tag{7}$$

dp/dV erhalten wir durch Differentiation der Poisson'schen Gleichung an der Stelle p_0, V_0:

$$pV^{\varkappa} = \text{const} = p_0V_0^{\varkappa} \tag{8}$$

$$V_0^{\varkappa}dp + p_0\varkappa V_0^{\varkappa-1}dV = 0 \quad\longrightarrow\quad \frac{dp}{dV} = -\frac{\varkappa p_0}{V_0} \tag{9}$$

Somit wird:

$$D = -F^2\frac{dp}{dV} = +\frac{F^2\varkappa p_0}{V_0} \tag{10}$$

Eingesetzt in den Ausdruck für die Schwingungszeit erhalten wir:

$$\tau^2 = 4\pi^2\frac{mV_0}{F^2\varkappa p_0} \tag{11}$$

bzw.

$$\varkappa = 4\pi^2\frac{mV_0}{F^2p_0\tau^2} \tag{12}$$

2 Aufgaben Teil 1

1. Bestimmen Sie $\varkappa$, indem Sie zehnmal die Schwingungszeit für $10\,\tau$ messen, wobei:
   $m = 16.73 \pm 0.05$ g
   $V_0 = 0.011$ m^3
   $d = 16.015 \pm 0.002$ mm
   $p_0 = B + (mg)/F$
2. Unsicherheitsanalyse!

Bestimmung des Adiabatenexponent $\varkappa$ nach Clement-Desormes

3 Grundlagen

Für eine adiabatische Zustandsänderung gilt das Poisson'sche Gesetz:

$$pV^{\varkappa} = \text{const} \tag{13}$$

Daraus folgt, daß $\varkappa$ aus den Anfangs- und Endzustandsgrößen einer Zustandsänderung berechnet werden kann.

4 Versuch

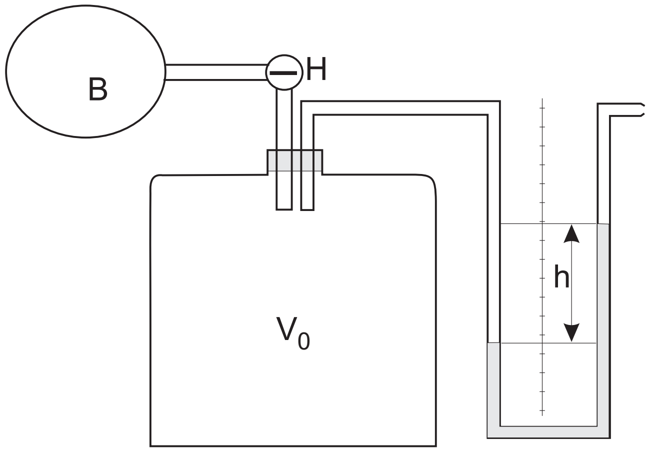

Abbildung 1: Anordnung zur $\varkappa$-Bestimmung nach Clement-Desormes. Über den Hahn H kann das Vorratsgefäß entweder aufgepumpt (Blasbalg B) oder auf Labordruck gebracht werden. Der Überdruck wird über ein U-Rohrmanometer angezeigt.

1. Schritt
Man pumpt Luft in die Flasche und erzeugt einen Überdruck, der durch das angeschlossene Manometer angezeigt wird. Man hat dann die Zustandsgrößen V_0 das Gefäßvolumen, $b + h_1$, mit b dem Luftdruck, h_1 dem vom Manometer angezeigten Überdruck, und T_0 die Zimmertemperatur. Das vom Manometer hinzukommende Volumen ist so klein, daß man es nicht zu berücksichtigen braucht. Dieser Zustand entspricht der Abb. 2 mit dem Kolben in der unteren Stellung (nach dem Einpumpen Beruhigung des Überdruckes h_1 abwarten).

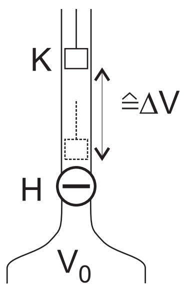

Abbildung 2: Detailansicht des Hahns H in der Anordnung nach Clement-Desormes.

2. Schritt
Wird der Hahn kurzzeitig geöffnet, so gleicht sich der Druck adiabatisch aus, indem Luft ausströmt und gegen den äußeren Luftdruck Arbeit leistet. Dies lässt sich in Abb. 2 besser erkennen: Der adiabatische Druckausgleich kann nämlich auch so erfolgen, daß man den Kolben plötzlich so weit nach oben verschiebt, bis innen und außen gleicher Druck herrscht. Man hat dann ein um ΔV vergrößertes Volumen. Dabei nimmt die Temperatur ab ($V_0 + \Delta V$, b, $T_0 - \Delta T$).

3. Schritt
Der Hahn wir sofort wieder geschlossen. Dies entspricht vollkommen Abb. 2, denn das Volumen ΔV ist bei der Versuchsdurchführung in die Außenluft abgelassen. Man hat nach dem Schließen des Hahnes wieder V_0. (V_0, b, $T_0 - \Delta T$)

4. Schritt
Nach einiger Zeit nimmt die Luft im Gefäß wieder Raumtemperatur an, dabei steigt aber der Druck. (V_0, $b + h_2$, T_0) Zwischen Schritt 1 und 2 findet eine adiabatische, zwischen Schritt 3 und 4 eine isochore Zustandsänderung statt.

4.1 Zu Punkt 2

Adiabatische Entspannung: Aus Gl. 2

$$(b + h_1)V_0^{\varkappa} = b(V_0 + \Delta V)^{\varkappa}$$

$$(1 + x)^{\alpha} = 1 + \alpha x + \left\lfloor \frac{\alpha^2}{2}x^2 + \frac{\alpha^3}{3!}x^3 + \cdots \right.$$

Für $x \ll 1$ kann die Reihe ohne großen Fehler an der gezeichneten Stelle abgebrochen werden.

$$(b + h_1)V_0^{\varkappa} = bV_0^{\varkappa}(1 + \varkappa\frac{\Delta V}{V_0}) \qquad \longrightarrow \qquad \frac{h_1}{b} = \varkappa\frac{\Delta V}{V_0} \tag{14}$$

$$\begin{aligned}
TV^{\varkappa-1} &= \text{const} \longrightarrow \\
(T_0 - \Delta T)(V_0 + \Delta V)^{\varkappa-1} &= T_0V_0^{\varkappa-1} \\
(T_0 - \Delta T)V_0^{\varkappa-1}(1 + \frac{\Delta V}{V_0})^{\varkappa-1} &= T_0V_0^{\varkappa-1} \\
T_0V_0^{\varkappa-2}\Delta V(\varkappa - 1) - \Delta TV_0^{\varkappa-1} + \underbrace{\Delta T\Delta V(\varkappa - 1)V_0^{\varkappa-2}}_{\ll} &= 0
\end{aligned}$$

$$\frac{\Delta T}{T_0} = (\varkappa - 1)\frac{\Delta V}{V_0} \tag{15}$$

4.2 Zu Punkt 4

Isochore Erwärmung

$$pV = RT \ , \ V = \text{const} \longrightarrow \frac{p}{T} = \text{const}$$

$$\frac{b}{T_0 - \Delta T} = \frac{b + h_2}{T_0} \tag{16}$$

Durch die Versuchsführung wird sichergestellt, daß h_1 und $h_2 \ll b$ sind. Gl. 14 in Gl. 15 eingesetzt, und das Ergebnis in Gl. 16 eingesetzt gibt

$$\varkappa = \frac{h_1}{h_1 - h_2} \tag{17}$$

5 Aufgaben Teil 2

Führen Sie den Versuch einige Male durch, und berechnen Sie daraus jeweils den für Luft bekannten Wert von $\varkappa_{\text{Luft}} = 1.4$. Dabei sieht man, daß der Versuch eine gewisse Übung im Öffnen und Schließen des Hahnes erfordert. Gelangt man zu reproduzierbaren Werten, so führt man den Versuch fünfmal aus, und trägt die Werte in eine Tabelle ein. Berechnen Sie daraus den Mittelwert.
Unsicherheitsanalyse. Überprüfen Sie die Methode nach Clement-Desormes auf systematische Fehler.