

Institut für Experimentalphysik der Technischen Universität Graz

&

Institut für Physik der Universität Graz

LABORÜBUNGEN 1: MECHANIK UND WÄRME

Übungstitel: Kalorimetrie

Betreuer: _____

Gruppennummer:

--

Vorbereitung	Durchführung	Protokoll

Σ

Name: Johannes Winkler

Kennzahl: UF 786 874 Matrikelnummer: 00760897

Datum: .06.20 SS 2020

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	2
1 Aufgabenstellung	3
2 Grundlagen	3
3 Beschreibung der Versuchsanordnung	4
4 Geräteliste	7
5 Versuchsdurchführung und Messergebnisse	8
5.1 Wärmekapazität der Thermoskanne	8
5.2 Wärmekapazität der Gabeln	8
6 Auswertung	8
6.1 Wärmekapazität der Thermoskanne	8
6.2 Wärmekapazität der Proben	9
7 Zusammenfassung und Diskussion	10
8 Literaturverzeichnis	10

1 Aufgabenstellung

In diesem Versuch ist die Wärmekapazität C_{th} einer Thermoskanne bestimmen. Zusätzlich wird auch die spezifische Wärmekapazität zweier Nahrungsmittel c_{A1} und c_{A2} bestimmt.

2 Grundlagen

Um eine Temperaturerhöhung zu erreichen, muss einem Körper Wärme zugeführt werden. Die Größen Wärme und Temperatur sind proportional, es gilt

$$\Delta Q = c \cdot m \cdot \Delta T \quad (1)$$

Da die Experimente bei Normaldruck erfolgen, sind alle Wärmekapazitäten bei konstantem Atmosphärendruck zu verstehen. Bei Mischungen von Stoffen ist zusätzlich auszugehen, dass Wechselwirkungen vernachlässigt werden, es gilt daher

$$Q_{A+B} = Q_A + Q_B \quad (2)$$

Die Gesamtänderung der Wärme ist dann

$$\Delta Q_{A+B} = (c_A \cdot m_A + c_B \cdot m_B) \cdot \Delta T \quad (3)$$

Daraus lassen sich Wärmekapazitäten bestimmen. Werden zwei Stoffe A und B mit den Temperaturen T_A und T_B , so ergibt sich durch die Gesetze der Thermodynamik eine Mischtemperatur T_M . Sofern das System abgeschlossen ist (bzw. die Thermoskanne dicht ist), muss die Wärmeenergie erhalten bleiben.

$$E = c_A \cdot m_A \cdot T_A + c_B \cdot m_B \cdot T_B + C_{th} \cdot T_B \quad (4)$$

wobei der Index B in diesem Fall für Wasser steht. Da das Wasser sich Anfangs in der Thermoskanne befindet, kann man von $T_{th} = T_B$ ausgehen. Nach einiger Zeit gilt

$$E = c_A \cdot m_A \cdot T_M + c_B \cdot m_B \cdot T_M + C_{th} \cdot T_M \quad (5)$$

Nach der Energieerhaltung gilt

$$c_A \cdot m_A \cdot T_A + c_B \cdot m_B \cdot T_B + C_{th} \cdot T_B = c_A \cdot m_A \cdot T_M + c_B \cdot m_B \cdot T_M + C_{th} \cdot T_M \quad (6)$$

Durch Umformen ergibt sich

$$c_A = \frac{(c_B \cdot m_B + C_{th}) \cdot (T_M - T_B)}{m_A \cdot (T_A - T_M)} \quad (7)$$

Die Wärmekapazität der Thermoskanne kann man durch Umformung nach C_{th} berechnen.

$$C_{th} = \frac{c_A \cdot m_A \cdot (T_A - T_M) + c_B \cdot m_B \cdot (T_B - T_M)}{T_M - T_B} \quad (8)$$

3 Beschreibung der Versuchsanordnung



Abbildung 1: Thermoskanne (1/2 Liter Füllinhalt)

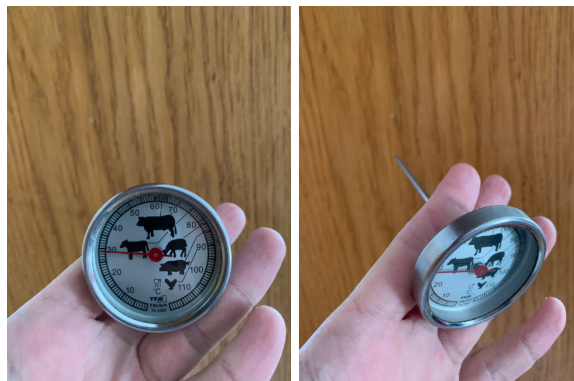


Abbildung 2: Thermometer



Abbildung 3: Wasserkocher (bis zu 1.5 Liter Inhalt)

Meine Vorgehensweise zur Berechnung von C_{th} :

- Für Wärmekapazität der Thermoskanne C_{th} wird Formel (8) benutzt
- in diesem Fall sind beide Stoffe Wasser, also $c_A = c_B = 4.2 \text{ kJ}/(\text{kg K})$
- ohne es Begründen zu können, vermute ich, dass für optimale Genauigkeit die Anfangstemperaturen T_A und T_B möglichst weit auseinander liegen sollten
- T_M wird gemessen (Unsicherheit berücksichtigt)
- Gemäß der Annahme in der Herleitung der Formel muss das Wasser mit dem Index B schon vorher einige Zeit in der Thermoskanne sein, damit diese ebenfalls die Temperatur T_B annimmt. Wasser mit dem Index A wird erst danach dazu gegeben
- Die genaue Wärmekapazität von Wasser wird in der Literatur recherchiert und später mit Quellenangabe eingefügt.

Vorgehensweise für die spezifische Wärmekapazität zweier Lebensmittel c_{A1} und c_{A2}

- Wasser mit Masse m_B in Thermoskanne füllen
- warten bis Thermoskanne Temperatur angleicht, Temperatur ist dann T_B
- Es ist m_B , T_B , c_B bekannt.
- m_A bekommt man durch Abwiegen des Lebensmittels, T_A mit Hilfe des Bratenthermometers (eventuell lege ich die Lebensmittel vorher in Wasser mit definierter Temperatur ein)
- C_{th} mit Unsicherheit ist aus Teil 1 bekannt
- T_M wird gemessen (inkl Unsicherheit)

- Berechnung von c_A nach Formel (7)
- Unsicherheitsanalyse

Im Versuch sollen zwei Gabeln untersucht werden. Die hochwertigere Gabel besteht aus Edelstahl. Jene mit geringerem Wert dürfte aus einer Legierung bestehen, die genaue Zusammensetzung ist aber unbekannt. Es wäre interessant, ob man anhand der gefundenen Wärmekapazität auf das Material



Abbildung 4: Die hochwertige Gabel (links) wird im folgenden als Gegenstand A1 bezeichnet. Rechts die weniger hochwertige Gabel, bezeichnet als A2.



Abbildung 5: Kühlschranktemperatur, um eine einheitliche Referenztemperatur zu erzeugen.

4 Geräteliste

Tabelle 1: Geräteliste

Gerät	Beschreibung
Küchenwaage	von Firma Soehnle, digitales Display, max. Gewicht 5 kg
iPhone XS max	Apple, (als Stoppuhr, Wecker)
Thermoskanne	0.5 Liter Inhalt
Bratenthermometer	Skala in °C
Wasserkocher	1.5 Liter Inhalt

5 Versuchsdurchführung und Messergebnisse

Die Wassertemperatur des Wassers B wird zwischen 80 und 90 Grad Celsius gehalten, da mögliche Phasenübergänge Verfälschungen ergeben würden.

5.1 Wärmekapazität der Thermoskanne

Zuerst wird $m_B = 500 \text{ g}$ heißes Wasser B in die Thermoskanne gegeben und diese dicht verschlossen. Für das Abwiegen wurde die Küchenwaage mit Tara-Funktion verwendet. Das Wasser wurde mit dem Wasserkocher erhitzt, jedoch (noch) nicht dessen Temperatur gemessen. Nach $t = 5$ Minuten ist davon auszugehen, dass das Wasser B und die Thermoskanne dieselbe Temperatur haben (im Folgenden als T_B bezeichnet). Die im Wasser gemessene Temperatur sind $T_B = 82 \text{ °C}$.

Nachdem T_B bekannt ist, wird $m_A = 500 \text{ g}$ Wasser mit der Temperatur $T_A = 54 \text{ °C}$ hinzu gegeben. Nach weiteren 5 Minuten unter Verschluss wird $T_M = 72 \text{ °C}$ gemessen.

5.2 Wärmekapazität der Gabeln

Beide Gabeln wurden über Nacht in Wasser eingetaucht im Kühlschrank gelagert. Dieser hat eine Temperatur von $T_{A1} = T_{A2} = 4 \text{ °C}$ (siehe Abbildung 5).

Nun wird wieder $m_B = 100 \text{ g}$ heißes Wasser in die Thermoskanne gefüllt und nach 5 Minuten die Temperatur gemessen. Diese ist $T_B = 85 \text{ °C}$. Es wird $m_{A1} = 87 \text{ g}$ von Probe A1 dazugegeben, die sich vorher in Wasser mit der Temperatur $T_{A1} = 4 \text{ °C}$ befunden hat. Daraus ergibt sich die Temperatur $T_{M1} = 83 \text{ °C}$.

Für die andere Probe wird erneut $m_B = 100 \text{ g}$ heißes Wasser in der Thermoskanne vorbereitet. Nach Temperaturangleichung gilt $T_B = 88 \text{ °C}$. Probe A2 mit Masse $m_{A2} = 39 \text{ g}$ wird in Wasser mit $T_{A2} = 4 \text{ °C}$ vorbereitet.

6 Auswertung

6.1 Wärmekapazität der Thermoskanne

Die Wärmekapazität der Thermoskanne kann durch folgende Formel berechnet werden

$$C_{th} = \frac{c_A \cdot m_A \cdot (T_A - T_M) + c_B \cdot m_B \cdot (T_B - T_M)}{T_M - T_B} \quad (9)$$

Nach Einsetzen aller Größen ergibt sich $C_{th} = 1145.45 \text{ J/K}$. Für die Unsicherheit setzen wir $T_{AM} := T_A - T_M$, $T_{MB} = T_M - T_B$ und berechnen die Unsicherheit von T_{AM} und T_{MB} mit der Annahme, dass die Temperaturdifferenz maximal um ein halbes Kelvin abweicht. Es gilt daher

$$C_{th} = \frac{c_A \cdot m_A \cdot T_{AM} - c_B \cdot m_B \cdot T_{MB}}{T_{MB}} = \frac{c_A \cdot m_A \cdot T_{AM}}{T_{MB}} - c_B \cdot m_B \quad (10)$$

Für die Unsicherheitsanalyse folgt

$$\Delta C_{th} = \frac{\Delta c_A \cdot m_A \cdot T_{AM}}{T_{MB}} + \frac{c_A \cdot \Delta m_A \cdot T_{AM}}{T_{MB}} + \frac{c_A \cdot m_A \cdot \Delta T_{AM}}{T_{MB}} + \frac{c_A \cdot m_A \cdot T_{AM} \cdot \Delta T_{MB}}{T_{MB}^2} + \Delta c_B \cdot m_B + c_B \cdot \Delta m_B$$

mit $\Delta c_A = \Delta c_B = 0.5 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$, $\Delta m_A = \Delta m_B = 1 \text{ g}$, $\Delta T_{AM|MB} = \frac{1}{2} \text{ K}$. Die Unsicherheit für die Wärmekapazität der Thermoskanne beträgt ca 350 J/K. Zur besseren Nachvollziehbarkeit ist im Anhang auch ein Python Skript, dass mit den gegebenen Werten die entsprechende Unsicherheit berechnet.

6.2 Wärmekapazität der Proben

$$c_A = \frac{(c_B \cdot m_B + C_{th}) \cdot (T_M - T_B)}{m_A \cdot (T_A - T_M)} \quad (11)$$

Auch hier setzen wir $T_{AM} := T_A - T_M$, $T_{MB} = T_M - T_B$ Es gilt

$$c_A = \frac{(c_B \cdot m_B + C_{th}) \cdot T_{MB}}{m_A \cdot T_{AM}} \quad (12)$$

Für die Unsicherheit gilt

$$\Delta c_A = \frac{(c_B \cdot m_B + C_{th}) \cdot \Delta T_{MB}}{m_A \cdot T_{AM}} + \frac{\Delta C_{th} \cdot T_{MB}}{m_A \cdot T_{AM}} + \frac{(\Delta c_B \cdot m_B) \cdot T_{MB}}{m_A \cdot T_{AM}} + \frac{(c_B \cdot \Delta m_B) \cdot T_{MB}}{m_A \cdot T_{AM}} + \frac{(c_B \cdot m_B + C_{th}) \cdot T_{MB} \cdot \Delta m_A}{m_A^2 \cdot T_{AM}} + \frac{(c_B \cdot m_B + C_{th}) \cdot T_{MB} \cdot \Delta T_{AM}}{m_A \cdot T_{AM}^2}$$

Auch hier ist der Rechenweg zur Übersichtlichkeit in Python berechnet.

7 Zusammenfassung und Diskussion

Für die Wärmekapazität gilt

$$C_{th} = (1145.45 \pm 349.76) \text{ J/K} \quad (13)$$

Zusätzlich gilt für die Proben

$$c_{A1} = (455.54 \pm 225.02) \text{ J/(kg K)} \quad (14)$$

$$c_{A2} = (483.61 \pm 391.72) \text{ J/(kg K)} \quad (15)$$

Da beide Werte ähnlich sind, kann man davon ausgehen, dass die Löffel ungefähr dieselbe Wärmekapazität haben und dass sie dadurch aus einem ähnlichen Material sind, also vermutlich sind beide aus Edelstahl.

Es zeigt sich, dass die Unsicherheitsanalyse mit der Größtfehlermethode sehr große Unsicherheiten liefert.

Beim Versuch wurde zusätzlich darauf geachtet, möglichst gleiche Bedingungen zu schaffen. Daher wurden bei beiden Gabeln $m_B = 100 \text{ g}$ verwendet.

Wenn man die Thermoskanne näherungsweise als Zylinder mit Innenradius $r = 3 \text{ cm}$ und einer Höhe von $h = 26 \text{ cm}$ annimmt, dann ergibt sich eine Oberfläche von $O = 447.68 \text{ cm}^2$. Bei einer Wandstärke von 2 mm ergibt sich für das Volumen des Materials $V = 8.95 \text{ cm}^3$. Für Eisen mit der Dichte $\rho_{\text{Eisen}} = 7874 \text{ kg/m}^3$ erhält man als Masse $m = 70.50 \text{ g}$ und der Wärmekapazität $c_{\text{Eisen}} = 449 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$. Daraus ergibt sich eine Wärmekapazität für die Thermoskanne $C = 31.65 \text{ J/K}$. Der berechnete Wert weicht leider sehr weit davon ab, was mit dem ungenauen Thermometer erklärt werden kann. Für die Dichte und die Wärmekapazität von Eisen wurde Wikipedia (vgl. [3]) konsultiert.

8 Literaturverzeichnis

- [1] W. Demtröder, *Experimentalphysik 1: Mechanik und Wärme*, Springer-Spektrum, 8. Auflage, 2018.
- [2] D. Giancoli, *Physik*, Pearson, 4. Auflage, 2019.
- [3] <https://de.wikipedia.org/wiki/Eisen> (Stand: 2. Juli 2020)

Anhang: Python Skript

```
from math import pi

def get_c_A(m_A, m_B, T_A, T_B, T_M, C_th):
    global c
    return (c*m_B + C_th) * (T_M - T_B) / (m_A * (T_A - T_M))

def get_delta_c_A(m_A, m_B, T_A, T_B, T_M, C_th, Delta_C_th, c_A):
    global c_B
    global Delta_c
    global delta_m
    global delta_T
    res = 0

    res += Delta_C_th * abs(T_M - T_B) / (m_A * abs(T_A - T_M)) #
    C_th
    res += c_B * delta_m * abs(T_M - T_B) / (m_A * abs(T_A - T_M))
    # m_B
    res += (c_B * m_B + C_th) * delta_T / (m_A * abs(T_A - T_M)) #
    T_MB
    res += (c_B * m_B + C_th) * abs(T_M - T_B) * delta_T / (m_A *
    abs(T_A - T_M) ** 2) # T_AM
    res += (c_B * m_B + C_th) * abs(T_M - T_B) * delta_m / (m_A ** 2 *
    abs(T_A - T_M)) # m_A
    res += Delta_c * m_B * abs(T_M - T_B) / (m_A * abs(T_A - T_M))

    return res

c = 4200 # J / (kg K)
Delta_c = 0.5

c_A = c
c_B = c

m_A = 0.5
m_B = 0.5

T_A = 54
T_B = 82
T_M = 71

delta_m = 1/1000 # 1g
delta_T = 1/2 # 1K
```

```
C_th = (c_A*m_A*(T_A-T_M) + c_B*m_B*(T_B-T_M)) / (T_M-T_B)

print("Kapazitaet Thermoskanne: " + str(C_th))

Delta_C_th = 0
Delta_C_th += c*delta_m*abs(T_A-T_M)/abs(T_M-T_B) #m_A
Delta_C_th += c*delta_m #m_B
Delta_C_th += c*delta_T*m_A/abs(T_M-T_B) #T_AM
Delta_C_th += c*delta_T* m_A*abs(T_A-T_B)/abs(T_M-T_B)**2
Delta_C_th += Delta_c*m_B + Delta_c*m_A*abs(T_A-T_M)/abs(
    T_B-T_M)

print("Unsicherheit: " + str(Delta_C_th))

m_A1 = 87/1000
m_A2 = 39/1000
m_B = 100/1000

T_A1 = 4
T_A2 = 4

T_B1 = 85
T_B2 = 88

T_M1 = 83
T_M2 = 87

c_A1 = get_c_A(m_A1,m_B,T_A1,T_B1,T_M1,C_th)
c_A1_delta = get_delta_c_A(m_A1,m_B,T_A1,T_B1,T_M1,C_th,
    Delta_C_th, c_A1)

print("Kapazitaet A1: " + str(c_A1))
print("Unsicherheit A1: " + str(c_A1_delta))

c_A2 = get_c_A(m_A2,m_B,T_A2,T_B2,T_M2,C_th)
c_A2_delta = get_delta_c_A(m_A1,m_B,T_A2,T_B2,T_M1,C_th,
    Delta_C_th, c_A2)
```

```
print("Kapazitaet A2: " + str(c_A2))
print("Unsicherheit A2: " + str(c_A2_delta))

print("")
print("")
print("")

r = 2.5/100
h = 26.0/100
wandstaerke = 2.0/10000
oberflaeche = 2*r*pi*h + 2*r**2*pi
volumen = oberflaeche*wandstaerke
dichte = 7874 # wikipedia # si-einheiten
masse = volumen * dichte
c_eisen = 449 # wikipedia # si-einheiten
wkap_eisen = masse * c_eisen

print("Oberflaeche der Thermoskanne: " + str(oberflaeche
    *10000) + " cm^2")
print("Volumen des Materials der Thermoskanne: " + str(
    volumen*1000000) + " cm^3")
print("Masse der Thermoskanne: " + str(masse*1000) + " g"
    )
print("Theoretische Kapazitaet der Thermoskanne: " + str(
    wkap_eisen))
```
