

Institut für Experimentalphysik der Technischen Universität Graz

&

Institut für Physik der Universität Graz

LABORÜBUNGEN 1: MECHANIK UND WÄRME

Übungstitel: Trägheitsmomente

Betreuer: _____

Gruppennummer:

--

Vorbereitung	Durchführung	Protokoll

Σ

Name: Johannes Winkler

Kennzahl: UF 786 874 Matrikelnummer: 00760897

Datum: 12.06.20 SS 2020

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	2
0 Experimentiervorschlag	3
1 Aufgabenstellung	4
2 Grundlagen	4
3 Beschreibung der Versuchsanordnung	6
4 Geräteliste	6
5 Versuchsdurchführung und Messergebnisse	7
6 Auswertung	8
7 Zusammenfassung und Diskussion	10
8 Literaturverzeichnis	10

0 Experimentiervorschlag

Das iPhone XS Max hat abgerundete Ecken, daher ist es relativ schwierig, das Trägheitsmoment von diesem analytisch zu bestimmen. Daher möchte ich mit Klebestreifen Batterien an das iPhone kleben und aufgrund der Änderung der gemessenen Periodendauer auf das Trägheitsmoment Rückschlüsse ziehen können. Als Versuchsaufbau nutze ich die Griffe einer Kiste zwischen denen ich das iPhone an einem Faden (aus Nylon) angeklebt drehen kann.



Abbildung 1: Versuchsaufbau

Bitte um Nachsicht, dass ich keine exakten Fotos des Aufbaus liefern kann. Das liegt daran, dass das Handy mein einziger Fotoapparat ist und ich nur schnell vom Nachbarn ein Handy geborgt hatte um dieses eine Foto zu machen. Jedenfalls habe ich das Handy sowohl oben als auch unten an den Griffen einer Kiste festgebunden. Auch wenn es auf dem Foto etwas schief aussieht, habe ich es geschafft, es zu balancieren. Die Orientierung des Handys ist mit dem Bildschirm auf die Seite. Das wird dann beim Versuch entsprechend berücksichtigt.

Die Auswertung erfolgt über die App phyphox.

1 Aufgabenstellung

Bestimmen sie für eine Drehschwingung Direktionsmoment D_r , Trägheitsmoment I , Dämpfung γ und Kennfrequenz ω_0 . Das schwingende Objekt ist ein iPhone XS Max.

Als Zuhilfenahme für die Bestimmung des Trägheitsmomentes I werden an das iPhone Batterien angeklebt, dessen Trägheitsmoment I' aufgrund deren geometrischen Beschaffenheit näherungsweise genauer bestimmt werden kann als derer des iPhones.

2 Grundlagen

Ein Körper führt eine Drehschwingung um die Achse aus, diese benötigt einige Größen, um sie genau beschreiben zu können. Zum einen gibt es den zurückgelegten Winkel φ , dieser gibt die momentane Auslenkung an. Bei der Translation gilt, dass Kraft gleich Masse mal Beschleunigung ist, analog gilt für Rotationen

$$T = I \cdot \ddot{\varphi} \quad (1)$$

wobei T das Drehmoment und I das Trägheitsmoment ist. Das Trägheitsmoment im Allgemeinen ist definiert als

$$I = \sum m_i \cdot r_i^2 \quad \text{oder} \quad I = \rho \cdot \int r_{\perp}^2 \cdot dV \quad (2)$$

In unserem Fall werden ein Smartphone (näherungsweise ein Quader) und Batterien (näherungsweise Zylinder) verwendet. Für diese gilt

$$I_{\text{Quad}} = \frac{1}{12} \cdot m \cdot (a^2 + b^2) \quad (3)$$

$$I_{\text{Zy}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 \quad (4)$$

wobei a, b die Abmessungen des Quaders (ausgenommen die Länge in Richtung der Drehachse) und r der Radius des Zylinders ist. Da die Batterien an Rand des Smartphones dazugeklebt werden, müssen diese gemäß Satz von Steiner um die Strecke der halben Smartphonelänge $b/2$ plus den Radius der Batterie r verschoben werden. Dann gilt für das Trägheitsmoment einer nach außen verschobenen Batterie

$$I' = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 + m \cdot \left(\frac{b}{2} + r \right)^2 \quad (5)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 + m \cdot \left(\frac{b^2}{4} + b \cdot r + r^2 \right) \quad (6)$$

$$= \frac{1}{4} \cdot m \cdot (2 \cdot r^2 + b^2 + 4 \cdot b \cdot r + 4 \cdot r^2) \quad (7)$$

$$= \frac{1}{4} \cdot m \cdot (6 \cdot r^2 + 4 \cdot b \cdot r + b^2) \quad (8)$$

Hier ist noch dazu zu sagen, dass wir die Länge des Smartphones groß im Vergleich zum Radius der Batterie ist. Daher wird beim Hinzufügen von 4 Batterien der unterschiedliche Abstand zur Drehachse vernachlässigt. Würde man das nicht so machen, dann würde der spätere Ansatz mit der Regression nicht so einfach funktionieren.

Die Drehschwingung (ohne Berücksichtigung der Dämpfung) ist gegeben als

$$\varphi(t) = \varphi_0 \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) \quad (9)$$

wobei die Frequenz

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{D_r}{I}} \quad (10)$$

ist. Wegen $\omega_0 = 2 \cdot \pi / t$ folgt für die Periodendauer

$$t = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{I}{D_r}}$$

Ändert man nun das Trägheitsmoment des Smartphones durch Hinzufügen von n Batterien von I zu $I + n \cdot I'$ (I' ist das Trägheitsmoment einer Batterie), dann ändert sich auch die Periodendauer. Es folgt bei Betrachtung von t in Abhängigkeit von der Anzahl der hinzugefügten Batterien n .

$$\begin{aligned} t(n) &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{I + n \cdot I'}{D_r}} \\ t^2(n) &= 4 \cdot \pi^2 \cdot \frac{I + n \cdot I'}{D_r} \\ t^2(n) &= \underbrace{\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot I}{D_r}}_{=d} + n \cdot \underbrace{\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot I'}{D_r}}_{=k} \end{aligned}$$

Das kann man durch Regression wiederum als Gerade modellieren, sodass $t = d + k \cdot n$ gilt. Das Direktionsmoment erhält man dann aus

$$D_r = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot I'}{k} \quad (11)$$

Division von k und d liefert

$$\frac{d}{k} = \frac{I}{I'} \quad (12)$$

Wie bereits gesagt, sei I' aufgrund der Geometrie von Batterien leicht(er) zu bestimmen und daher kann für das Trägheitsmoment des iPhones ein Wert abgeleitet werden.

Es wird noch die Dämpfung benötigt. Aus der elementaren Gleichung $A_t = A_0 \cdot e^{-\gamma \cdot t}$ folgt

$$\gamma = \frac{\ln(A_0) - \ln(A_t)}{t} \quad (13)$$

Kurzusammenfassung der Theorie: Bei Durchführung erhält man eine Periodendauer $t(0)$, $t(2)$ und $t(4)$ (abhängig von Anzahl der angeklebten Batterien). Daraus ermittelt man Regressionsgerade $t(n) = d + k \cdot n$. Zusätzlich lassen sich die Amplituden messen (=maximale Eindrehung).

Zusätzlich berechnet man das Trägheitsmoment einer Batterie I' aufgrund geometrischer Überlegungen und der Annahme, dass die Dichte homogen ist mit

$$I' = \frac{1}{4} \cdot m \cdot (6 \cdot r^2 + 4 \cdot b \cdot r + b^2). \quad (14)$$

Aus I' , k und d erhält man

$$D_r = \frac{4 \cdot \pi \cdot I'}{k} \quad (15)$$

$$I = \frac{d}{k} \cdot I' \quad (16)$$

und aus der Amplitude erhält man

$$\gamma = \frac{\ln(A_0) - \ln(A_t)}{t} \quad (17)$$

Schließlich erhält man auch noch

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{D_r}{I}} \quad (18)$$

3 Beschreibung der Versuchsanordnung

Für die Abmessungen der benutzten Batterien wird darauf vertraut, dass sich der Hersteller Duracell an die offiziellen Spezifikationen ([4]) hält. Trotzdem wird im Sinne der Fehlerrechnung ein Messfehler von 0.1 mm angenommen. Dieselben Annahmen werden beim Apple iPhone XS Max getroffen (vgl. [3]).

4 Geräteliste

Tabelle 1: Geräteliste

Gerät	Beschreibung
Küchenwaage	von Firma Soehnle, digitales Display, max. Gewicht 5 kg
iPhone XS max	Apple, (77.4 mm x 157.5 mm x 7.7 mm, Masse: 208 g)
Faden	Farbe: weiß, Material: Nylon
4 AAA Batterien	Hersteller Duracell, h: 44.5 mm, r: 5.25 mm, Masse: 11 g
Lineal	Geodreieck Aristo
Schiebelehre	kein Hersteller erkennbar