

Institut für Experimentalphysik der Technischen Universität Graz

&

Institut für Physik der Universität Graz

LABORÜBUNGEN 1: MECHANIK UND WÄRME

Übungstitel: Oberflächenspannung

Betreuer: Dr. Birgitte Schultze-Bernhardt

Gruppennummer:

--

Vorbereitung	Durchführung	Protokoll

Σ

Name: Johannes Winkler

Kennzahl: UF 786 874 Matrikelnummer: 00760897

Datum: 25.05.20 SS 2020

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	2
1 Aufgabenstellung	3
2 Grundlagen	3
3 Beschreibung der Versuchsanordnung	4
4 Geräteliste	5
5 Versuchsdurchführung und Messergebnisse	6
5.1 Abreißmethode	6
5.2 Kapillarenmethode	6
6 Auswertung	8
6.1 Abreißmethode: Berechnung	8
6.2 Abreißmethode: Größtunsicherheitsmethode	8
6.3 Kapillarenmethode: Berechnung der Innenradien	9
6.4 Kapillarenmethode: Berechnung der Oberflächenspannung	9
6.5 Kapillarenmethode: Größtunsicherheitsmethode	10
7 Zusammenfassung und Diskussion	12
8 Literaturverzeichnis	12

1 Aufgabenstellung

Bestimmung der Oberflächenspannung von Wasser und einer Seifenlösung:

- Mit der Bügelmethode nach Lenard bzw. mit einem Ring.
- Aus der Steighöhe einer Kapillare.

2 Grundlagen

Die Oberflächenspannung σ_0 einer Flüssigkeit ist als Quotient der am Rand der Flüssigkeit tangential zur Oberfläche angreifenden Kraft F_R und der Randlänge l_R definiert.

$$\sigma_0 = F_R / l_R \quad (1)$$

Dies wird bei der Messung der Oberflächenspannung nach Lenard (siehe Abb. 1) realisiert. Die Kraft F_{VR} wird mit einer Federwaage gemessen, die Randlänge l_{VR} ist durch die Geometrie des Bügels gegeben. Bei der Messung mit dem Ring wird anstelle von l_{VR} dessen Umfang eingesetzt. Da bei dieser Methode auf zwei Seiten der Flüssigkeitshaut neue Oberfläche geschaffen wird, ergibt sich für die Oberflächenspannung

$$\sigma_0 = \frac{F_{VR}}{2 \cdot l_{VR}} \quad (2)$$

Weiters kann die Oberflächenspannung auch über die Kapillaraszension (bzw. -depression) gemessen werden (siehe Abb. 2). Für eine vollständig die Innenwand der Kapillare benetzende Flüssigkeit ergibt sich für kleine Steighöhen h der Flüssigkeit

$$\sigma_0 = \frac{1}{2} \cdot r \cdot \rho \cdot g \cdot h \quad (3)$$

wobei r der Innenradius der Kapillare, ρ die Dichte der Flüssigkeit und $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ ist.

3 Beschreibung der Versuchsanordnung

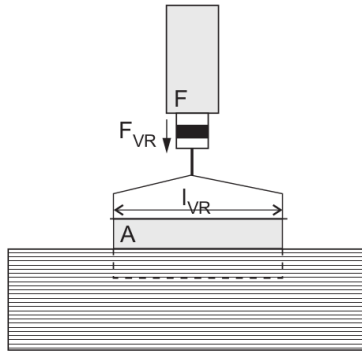


Abbildung 1: Zur Messung mit dem Lenardbügel. Wird der Bügel mit Länge l_{VR} aus dem Wasser gezogen, so bildet sich eine Lamelle A . Die dabei angreifende Kraft F_{VR} wird mit einer Federwaage F bestimmt.

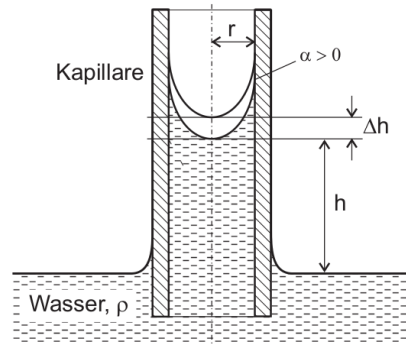


Abbildung 2: Zur Messung nach der Kapillarmethode. r Radius der Kapillare, h Steighöhe, ρ Dichte der Flüssigkeit. Für vollständig benetzende Flüssigkeiten ist der Randwinkel $\alpha = 0$.

4 Geräteliste

Da aufgrund der Corona-Situation keine physikalische Anwesenheit im Labor möglich ist, kann ich auch die genauen Serien- und Gerätenummern nicht angeben.

Da auch die Gebrauchsanleitung und Datenblätter der Werkzeuge nicht vorhanden sind, werden die Messfehler dieser Geräte geschätzt.

Tabelle 1: Geräteliste

Gerät	Gerätenummer
Lenardbügel	axxxx
Federwaage (± 1 mN)	bxxxx
Metallring	cxxxx
Flüssigkeitsgefäß	dxxxx
Schiebelehre (± 0.05 mm)	exxxx
Schnüre zur Aufhängung	keine Nummer
Kapillare	gxxxx
Mikrometerschraube	hxxxx
Kathetometer (± 1 mm)	ixxxx
Kapillare 1	jxxxx
Kapillare 2	kxxxx
Kapillare 3	lxxxx

5 Versuchsdurchführung und Messergebnisse

5.1 Abreißmethode

Zur besseren Reproduzierbarkeit wurde der Lenard-Bügel auf 10,035 cm gemessen. Der Durchmesser des Ringes beträgt 6 cm. Es werden jeweils 5 Messungen pro Flüssigkeit jeweils für Lenard-Bügel und Ring durchgeführt.

Tabelle 2: Messwerte aus der Abreißmethode: Lenard-Bügel

Nr.	Kraft bei Wasser / mN	Kraft bei Seifenlauge / mN
1	15,5	7,5
2	15	8
3	15	8
4	15	8
5	16	8

Tabelle 3: Messwerte aus der Abreißmethode: Ring

Nr.	Kraft bei Wasser / mN	Kraft bei Seifenlauge / mN
1	26	16
2	25	17
3	26	16
4	26	16
5	26,5	16

5.2 Kapillarenmethode

Bei der Kapillarenmethode kann der Innendurchmesser über den Außendurchmesser bestimmt werden. Für den Außendurchmesser der drei Kapillaren werden folgende Werte gemessen.

Tabelle 4: Messung der Außendurchmesser der Kapillaren und Angabe des Außenradius

Kapillaren	Durchmesser / mm	Außenradius / mm
1	1,77	0,885
2	1,55	0,775
3	1,56	0,780

Durch das Kathetometer werden die Innendurchmesser nun mit Hilfe einer dimensionslosen Skala bestimmt. Wir arbeiten über Proportionen.

Tabelle 5: Messung der Innendurchmesser der Kapillaren (dimensionslos)

Nr.	Beginn außen	Beginn innen	Ende innen	Ende außen	Außen- durchmesser	Innen- durchmesser
1	16	22	49	55	39	27
2	11	15	41	46	35	26
3	18	23	48	53	35	25

Für die Bestimmung der Wasserhöhe benötigen wir einen Referenzwert, der für alle 3 Messungen gleich bleibt. Dieser wird im Video als 4,66 cm angegeben.

Tabelle 6: Messwerte für die Wasserhöhe in der Kapillare, Wasserhöhe relativ zum Referenzwert von 4,66 cm

Nr.	gemessener Wert / cm	Höhe relativ / mm
1	5,30	6,4
2	5,63	9,7
3	5,30	6,4

6 Auswertung

6.1 Abreißmethode: Berechnung

Mit Hilfe der Formel

$$\sigma = \frac{F}{2 \cdot l}$$

kann man nun die Oberflächenspannung σ berechnen. Wir tun das in den folgenden Tabellen.

Tabelle 7: Berechnete Oberflächenspannung mit der Abreißmethode: Lenard-Bügel und $l = 10,035$ cm (gerundet auf 4 Nachkommastellen zur genaueren weiteren Verwendung)

Nr.	σ bei Wasser / mN m^{-1}	σ bei Seifenlauge / mN m^{-1}
1	77,2297	37,3692
2	74,7384	39,8605
3	74,7384	39,8605
4	74,7384	39,8605
5	79,7210	39,8605
$\bar{\sigma}$	76,2332	39,3622

Tabelle 8: Berechnete Oberflächenspannung mit der Abreißmethode: Ring und $l = 6 \cdot \pi \approx 0,1885$ cm (gerundet auf 4 Nachkommastellen zur genaueren weiteren Verwendung)

Nr.	σ bei Wasser / mN m^{-1}	σ bei Seifenlauge / mN m^{-1}
1	68,9655	42,4403
2	66,3130	45,0928
3	68,9655	42,4403
4	68,9655	42,4403
5	70,2918	42,4403
$\bar{\sigma}$	68,7003	42,9708

6.2 Abreißmethode: Größtunsicherheitsmethode

Wir setzen $\Delta l = 0,00005$ m aufgrund der Beschaffenheit der Schiebelehre. Beim Ring müssen wir diesen Wert noch mit π multiplizieren, da wir den Umfang nicht direkt messen, sondern berechnen. Wir haben keine Angaben über die Genauigkeit der Federwaage, daher nehmen wir die Spannweite der Daten an.

$$\begin{aligned}\Delta\sigma &= \left| \frac{\partial\sigma}{\partial F} \right| \cdot \Delta F + \left| \frac{\partial\sigma}{\partial l} \right| \cdot \Delta l \\ &= \frac{\Delta F}{2 \cdot l} + \frac{F}{2 \cdot l^2} \cdot \Delta l\end{aligned}$$

Wir erhalten nun folgende Unsicherheiten:

- Lenard-Bügel im Wasser $\bar{F} = 15,3$ mN. Die maximale Spannweite unter den Messwerten beträgt $\Delta F = 1$ mN.

$$\Delta\sigma = \frac{1}{2 \cdot 0,10035} + \frac{15,3}{2 \cdot 0,10035^2} \cdot 0,00005 = 5,0205 \text{ mN m}^{-1}$$

- Lenard-Bügel in Seifenlauge $\bar{F} = 7,9$ mN. Die maximale Spannweite unter den Messwerten beträgt $\Delta F = 0,5$ mN.

$$\Delta\sigma = \frac{0,5}{2 \cdot 0,10035} + \frac{7,9}{2 \cdot 0,10035^2} \cdot 0,00005 = 2,5109 \text{ mN m}^{-1}$$

- Ring im Wasser $\bar{F} = 25,9$ mN. Die maximale Spannweite unter den Messwerten beträgt $\Delta F = 1,5$ mN.

$$\Delta\sigma = \frac{1,5}{2 \cdot 0,1885} + \frac{25,9}{2 \cdot 0,1885^2} \cdot 0,00005 \cdot 3,1416 = 4,036 \text{ mN m}^{-1}$$

- Ring in Seifenlauge $\bar{F} = 16,2$ mN. Die maximale Spannweite unter den Messwerten beträgt $\Delta F = 1$ mN.

$$\Delta\sigma = \frac{1}{2 \cdot 0,1885} + \frac{16,2}{2 \cdot 0,1885^2} \cdot 0,00005 \cdot 3,1416 = 2,6883 \text{ mN m}^{-1}$$

6.3 Kapillarenmethode: Berechnung der Innenradien

Bei einem Außenradius von R und einem Innenradius von r gilt allgemein

$$\frac{R}{r} = \frac{\text{Außendurchmesser}}{\text{Innendurchmesser}}$$

wobei wir den Außen- bzw Innendurchmesser aus Tabelle 5 beziehen.

6.4 Kapillarenmethode: Berechnung der Oberflächenspannung

Die Formel für die Oberflächenspannung beträgt

$$\sigma = \frac{1}{2} \cdot r \cdot \rho \cdot g \cdot h$$

Tabelle 9: Auswertung der Radien der Kapillaren

Nr.	Außen- radius / mm	Außen- durchmesser	Innen- durchmesser	Innen- radius / mm
1	0,885	39	27	0,6127
2	0,775	35	26	0,5757
3	0,780	35	25	0,5571

Entsprechend ergeben sich folgende Werte

Tabelle 10: Berechnung der Oberflächenspannung bei der Kapillarenmethode

Nr.	Oberflächen- spannung / N m ⁻¹
1	19,1993
2	27,3418
3	17,4571
$\bar{\sigma}$	21,3327

Da sich die Ergebnisse von Kapillare 2 und 3 um den Faktor 1,56 unterscheiden, lässt sich darauf schließen, dass diese Methode sehr gut für Messfehler ist.

6.5 Kapillarenmethode: Größtunsicherheitsmethode

Wir haben die Größen r und h gemessen, während $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ und $\rho = 998,2067 \text{ kg/m}^3$ als konstant angenommen werden (nach [3]). Die Messunsicherheit der Mikrometerschraube können wir theoretisch mit $\Delta d = 1 \text{ }\mu\text{m}$ annehmen. Entsprechend wäre die theoretische Messunsicherheit beim Radius halbiert. Da wir allerdings beim Ablesen der Skala und beim berechnen der Schlussrechnung weitere Ungenauigkeiten haben, schätzen wir die Ungenauigkeit des Radius auf $\Delta r = 0,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$.

Beim Kathetometer nehmen wir einen größeren Messunsicherheit an, um auch ggf Ablesefehler zu kompensieren. Dieser sei in unserem Fall $\Delta h = 10^{-3} \text{ m}$.

$$\begin{aligned}
 \Delta\sigma &= \left| \frac{\partial\sigma}{\partial r} \right| \cdot \Delta r + \left| \frac{\partial\sigma}{\partial h} \right| \cdot \Delta h \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \Delta r \cdot \rho \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot r \cdot \rho \cdot g \cdot \Delta h \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot g \cdot (\Delta r \cdot h + \Delta h \cdot r) \\
 &= \frac{1}{2} \cdot 998,2067 \cdot 9,81 \cdot (0,5 \cdot 10^{-4} \cdot h + 10^{-3} \cdot r)
 \end{aligned}$$

Für r und h geben wir die maximalen Werte an. Für die Abweichung gilt

dann

$$\begin{aligned}\Delta\sigma &= \frac{1}{2} \cdot 998,2067 \cdot 9,81 \cdot (0,5 \cdot 10^{-4} \cdot 0,0097 + 10^{-3} \cdot 0,0006127) \\ &\approx 5,3735 \text{ mN m}^{-1}\end{aligned}$$

7 Zusammenfassung und Diskussion

Die Oberflächenspannung wird in der Literatur [1] und [2] besprochen. Eine genaue Tabelle ist Wikipedia zu entnehmen, wo für Wasser bei 20 °C eine Oberflächenspannung von $\sigma = 72,75 \text{ mN m}^{-1}$ angegeben ist (siehe [4]). Dadurch zeigt sich, dass die Kapillaren nicht so genaue Ergebnisse liefern, wie man durch die Abreissmethode erreichen kann.

Zusammenfassend lassen sich folgende Messergebnisse feststellen

Lenard-Bügel mit Wasser bzw. Seifenlauge

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{Wasser}} &= (76,2332 \pm 5,03) \text{ mN m}^{-1} \\ \sigma_{\text{Seife}} &= (39,3622 \pm 2,52) \text{ mN m}^{-1}\end{aligned}$$

Ring mit Wasser bzw. Seifenlauge

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{Wasser}} &= (68,7003 \pm 4,04) \text{ mN m}^{-1} \\ \sigma_{\text{Seife}} &= (42,9708 \pm 2,69) \text{ mN m}^{-1}\end{aligned}$$

Für den Versuch mit den Kapillaren ergibt sich

$$\sigma_{\text{Wasser}} = (21,3327 \pm 5,38) \text{ mN m}^{-1}$$

Wie zu erwarten gibt es für die Methode mit den Kapillaren die größte Abweichung. Es zeigt sich, dass die Abreissmethode genauer ist, und hier sollte gemäß meiner Vermutung die Methode mit dem Bügel genauer sein. Die hohe Abweichung bei der Kombination aus Wasser und Lenard-Bügel ließe sich durch einen Ausreiser erklären. Zusätzlich konnte ich die Genauigkeiten der Messinstrumente nur schätzen, da deren Genauigkeit aus dem Video nicht hervorging.

Ein weiteres aufgetretenes Problem ist, dass mein 10 Jahre alter Laptop einen schlechten Bildschirm mit niedriger Auflösung hat und ich die genauen Messwerte am Bildschirm nur schwer erkennen konnte.

8 Literaturverzeichnis

- [1] W. Demtröder, *Experimentalphysik 1: Mechanik und Wärme*, Springer-Spektrum, 8. Auflage, 2018.
- [2] D. Giancoli, *Physik*, Pearson, 4. Auflage, 2019.
- [3] https://de.wikipedia.org/wiki/Eigenschaften_des_Wassers (Stand: 25. Mai 2020)
- [4] <https://de.wikipedia.org/wiki/Oberflächenspannung> (Stand: 25. Mai 2020)