

Institut für Experimentalphysik der Technischen Universität  
Graz

&

Institut für Physik der Universität Graz

# LABORÜBUNGEN 2: ELEKTRIZITÄT, MAGNETISMUS, OPTIK

Übungstitel: **Abbe Theorie**

Betreuer:

Gruppennummer: **41**

Name: **Tanja Maier, Johannes Winkler**

Kennzahl: **033 678**

Matrikelnummer: **11778750, 00760897**

Datum: **13.11.2020**

WS **20**

## Inhaltsverzeichnis

<b>Inhaltsverzeichnis</b>	<b>2</b>
<b>1 Aufgabenstellung</b>	<b>3</b>
<b>2 Voraussetzungen und Grundlagen</b>	<b>3</b>
<b>3 Geräteliste</b>	<b>4</b>
<b>4 Beschreibung der Versuchsanordnung</b>	<b>5</b>
<b>5 Versuchsdurchführung und Messwerte</b>	<b>6</b>
5.1 Beugungsordnungen und Auflösung . . . . .	6
5.2 Auflösevermögen und Numerische Apertur . . . . .	11
<b>6 Auswertung</b>	<b>13</b>
6.1 Beugungsordnungen und Auflösung . . . . .	13
6.2 Auflösevermögen und Numerische Apertur . . . . .	13
<b>7 Zusammenfassung und Diskussion</b>	<b>13</b>
<b>8 Literaturverzeichnis</b>	<b>14</b>

## 1 Aufgabenstellung

1. Qualitative Untersuchung des Zusammenhangs zwischen der Auflösung des Bildes eines Spaltgitters (Testobjekt) und der Anzahl der transmittierten Beugungsordnungen.
2. Quantitative Bestimmung des Auflösungsvermögens einer Linse in Abhängigkeit von ihrer numerischen Apertur ( $N_A$ ) für zwei unterschiedliche Wellenlängen der Beleuchtung.

## 2 Voraussetzungen und Grundlagen

Die Abbesche Theorie besagt, dass das Auflösungsvermögen eines Objekts maßgeblich durch die Wellenlänge des eingestrahlten Lichts begrenzt wird. Das Auflösungsvermögen ist dabei die Fähigkeit eines Instruments Objektdetails noch getrennt abilden zu können. Eine der Grundlage für diese Theorie bildet das Huygenssche Prinzip, wonach jeder Punkt einer Wellenfront der Ausgangspunkt einer neuen kugelförmigen Elementarwelle ist.

Licht trifft also auf ein Gitter, es bilden sich kugelförmige Wellen und es kann sowohl konstruktive als auch destruktive Interferenz beobachtet werden. Die Abbesche Theorie sagt hier, dass jedoch mindestens die Maxima nullter und erster Ordnung von einer Linse erfasst werden müssen, um überhaupt eine Auflösung zu erhalten. Außerdem kann die Linse (rein technisch) nicht unendlich groß gebaut (d.h. es können nie alle Maxima erfasst werden) und auch nicht beliebig nahe an das Gitter herangebracht werden. Der Zusammenhang zwischen Einfallswinkel  $\alpha$  des Lichts, das höchstens von der Linse erfasst werden kann und Brechzahl  $n$  des Mediums, in dem sich die Apertur befindet, ist durch die sogenannte numerische Apertur  $N_A$  (Auflösungsvermögen des Mikroskops) gegeben

$$N_A = n \cdot \sin(\alpha) \quad (1)$$

Betrachtet man nun zwei Punkte eines Gitters, die im Abstand  $x$  voneinander entfernt sind und ebenfalls jeweils eine kugelförmige Welle aussenden, so ergibt sich der Zusammenhang

$$\sin(\alpha) = \frac{\lambda}{x \cdot n} \quad (2)$$

bzw. durch Umformung

$$x = \frac{\lambda}{n \cdot \sin(\alpha)} = \frac{\lambda}{N_A} \quad (3)$$

wobei  $\alpha$  hier dem Winkel zwischen nullter und erster Ordnung der Maxima und  $\lambda$  der Wellenlänge des eingestrahlten Lichts entspricht.

Der kleinstmögliche Abstand  $x_{\min}$  ist dann gegeben durch

$$x_{\min} = 0.61 \cdot \frac{\lambda}{N_A} \quad (4)$$

Außerdem kann für  $r \ll f$  und  $n = 1$  (also Luft bzw Vakuum) angenommen werden, dass

$$N_A \approx r/f \quad (5)$$

wobei  $f$  der Abstand zwischen Linse und Blende und  $r$  der Radius der Lochblende ist. (vgl. [1] [2] [3])

Zum ähnlichen Überlegungen kommt man aufgrund des Rayleigh-Kriteriums zur optischen Mikroskopie, welches besagt, dass zwei Punkte im Abstand  $x$  gerade dann noch auflösbar sind, wenn das Beugungsscheibchen des ersten Objekts auf das erste Minimum des Beugungsscheibchens des zweiten Objekts fällt. (vgl. [4] [5])

$$x = \frac{\frac{1.22}{2} \cdot \lambda}{N_A} \quad (6)$$

### 3 Geräteliste

Tabelle 1: Liste der verwendeten Geräte

Abk.	Bezeichnung	Typ	Gerätenummer	Unsicherheit
LA	Diodengepumpter Festkörperlaser THOR-Labs	Festkörperlaser $\lambda = 531.9 \text{ nm}$	LDS5	$\Delta\lambda = 0.05 \text{ nm}$
RL	Rote LED	$\lambda = 470 \text{ nm}$		$\Delta\lambda = 0.05 \text{ nm}$
BL	Blaue LED	$\lambda = 635 \text{ nm}$		$\Delta\lambda = 0.05 \text{ nm}$
TO	Testobjekt	1951 USAF Target		
L1	Abbildungslinse 1	$f_1 = 200 \text{ mm}$		$\Delta f_1 = 1 \text{ mm}$
L2	Abbildungslinse 2	$f_2 = 60 \text{ mm}$ , freier Durchmesser: 21.4 mm, achromatisches Linsenpaar		$\Delta f_2 = 1 \text{ mm}$
L3	Hilfslinse	$f_3 = 50 \text{ mm}$ , klappbar		$\Delta f_3 = 1 \text{ mm}$
B	Lochblenden und Irisblende	$d_1 = 2 \text{ mm}$ $d_2 = 3 \text{ mm}$ $d_3 = 6 \text{ mm}$		$\Delta d = 0.1 \text{ mm}$
F	Filterrad für LEDs			
K	Kamera			

## 4 Beschreibung der Versuchsanordnung

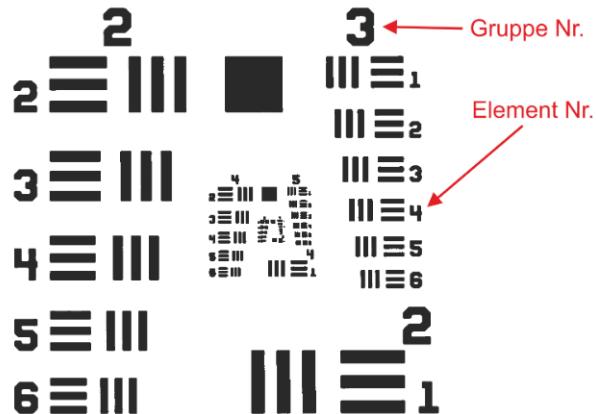


Abbildung 1: Das verwendete Testobjekt, USAF 1951. aus [6]

Als darzustellendes Objekt wird Grafik 2 verwendet. Diese dient zur Bestimmung des Auflösevermögens von optischen Geräten. Es gibt mehrere Gruppen, die jeweils 6 Elemente haben. Ein Element besteht jeweils aus 3 horizontalen und 3 vertikalen Linien. Die Auflösung kann dadurch bestimmt werden, dass man die entsprechende Gruppe und das entsprechende Element angibt, mit einem / getrennt. Das Auflösevermögen wird durch jenes Element (bzw. Gruppe) bestimmt, dass am kleinsten ist und wo man trotzdem noch die horizontalen von den vertikalen Linien unterscheiden kann. Das Auflösevermögen kann in Tabelle 2 abgelesen werden.

Tabelle 2: Auflösungsvermögen je nach Element und Gruppe mit der Einheit  $\text{mm}^{-1}$ .

Elem. Nr.	Gruppen Nr.									
	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
1	0.250	0.500	1.00	2.00	4.00	8.00	16.00	32.0	64.0	128.0
2	0.280	0.561	1.12	2.24	4.49	8.98	17.95	36.0	71.8	144.0
3	0.315	0.630	1.26	2.52	5.04	10.10	20.16	40.3	80.6	161.0
4	0.353	0.707	1.41	2.83	5.66	11.30	22.62	45.3	90.5	181.0
5	0.397	0.793	1.59	3.17	6.35	12.70	25.39	50.8	102.0	203.0
6	0.445	0.891	1.78	3.56	7.13	14.30	28.50	57.0	114.0	228.0

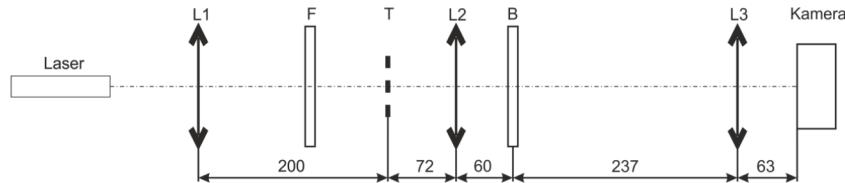


Abbildung 2: Aufbau (inkl. Abmessungen) des Versuchs;  $L_1: f_1 = 200 \text{ mm}$ ,  $F$ : Filterrad mit 2 LEDs, Graufilter und freiem Durchgang,  $T$ : Testobjekt;  $L_2: f_2 = 60 \text{ mm}$ ;  $B$ : Filterrad mit 3 Lochblenden, einer Irisblende und einer Drahtblende,  $L_3$  (einklappbar):  $f_3 = 50 \text{ mm}$ . Quelle: [6]

## 5 Versuchsdurchführung und Messwerte

### 5.1 Beugungsordnungen und Auflösung

Es soll der Zusammenhang zwischen Beugungsordnungen und Auflösung gezeigt werden.

Zuerst wurde die geöffnete Irisblende am Filterrand  $B$  in den Strahlengang gedreht und die Linse  $L_3$  aus dem Strahlengang rausgeklappt. Dann wurde das Objekt scharfgestellt, indem es mit einer roten LED-Lampe beleuchtet wurde. Danach wurden die drei vertikalen Balken des 3/4 gesucht und zentriert. Anschließend wurde noch die LED-Beleuchtung durch eine Laserbeleuchtung ersetzt und das Bild des Objektes, sowie das zugehörige Beugungsbild aufgenommen.

Mit Hilfe der Irisblende kann die Anzahl der Beugungsordnungen reduziert werden.

Die Aufnahmen von Tanja Maier sind hier als Abbildungen 3 bis 14 aufgelistet. Die Aufnahmen von Johannes Winkler sind hier als Abbildungen 15 bis 26 aufgelistet.

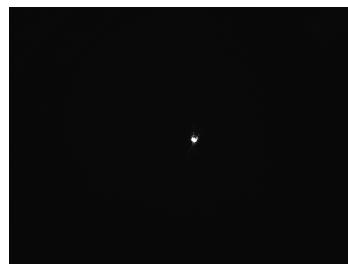


Abbildung 3: Aufnahme des Beugungsbildes 0. Ordnung. Aufgenommen von Tanja Maier.

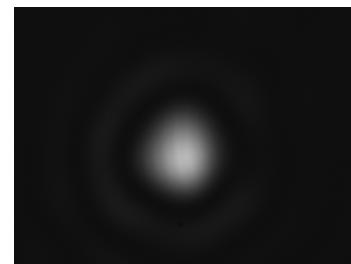


Abbildung 4: Aufnahme des Bildes 0. Ordnung. Aufgenommen von Tanja Maier.

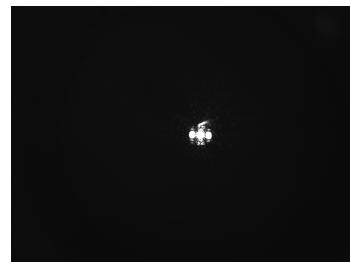


Abbildung 5: Aufnahme des Beugungsbildes 1. Ordnung. Aufgenommen von Tanja Maier.

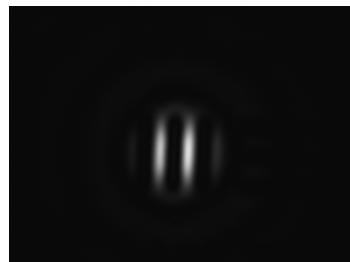


Abbildung 6: Aufnahme des Bildes 1. Ordnung. Aufgenommen von Tanja Maier.



Abbildung 7: Aufnahme des Beugungsbildes 3. Ordnung. Aufgenommen von Tanja Maier.

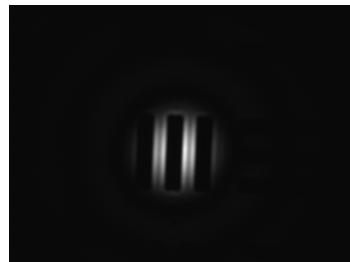


Abbildung 8: Aufnahme des Bildes 3. Ordnung. Aufgenommen von Tanja Maier.



Abbildung 9: Aufnahme des Beugungsbildes 5. Ordnung. Aufgenommen von Tanja Maier.



Abbildung 10: Aufnahme des Bildes 5. Ordnung. Aufgenommen von Tanja Maier.



Abbildung 11: Aufnahme des Beugungsbildes 7. Ordnung. Aufgenommen von Tanja Maier.



Abbildung 12: Aufnahme des Bildes 7. Ordnung. Aufgenommen von Tanja Maier.



Abbildung 13: Aufnahme des Beugungsbildes mit vollständig offener Irisblende. Aufgenommen von Tanja Maier.

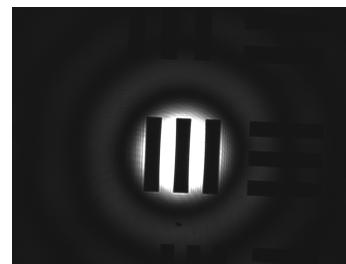


Abbildung 14: Aufnahme des Bildes 7. Ordnung mit vollständig offener Irisblende. Aufgenommen von Tanja Maier.



Abbildung 15: Aufnahme des Beugungsbildes 0. Ordnung. Aufgenommen von Johannes Winkler.



Abbildung 16: Aufnahme des Bildes 0. Ordnung. Aufgenommen von Johannes Winkler.



Abbildung 17: Aufnahme des Beugungsbildes 1. Ordnung. Aufgenommen von Johannes Winkler.



Abbildung 18: Aufnahme des Bildes 1. Ordnung. Aufgenommen von Johannes Winkler.



Abbildung 19: Aufnahme des Beugungsbildes 3. Ordnung. Aufgenommen von Johannes Winkler.



Abbildung 20: Aufnahme des Bildes 3. Ordnung. Aufgenommen von Johannes Winkler.

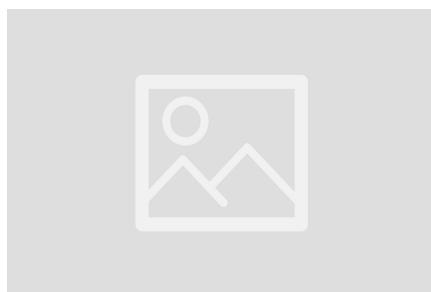


Abbildung 21: Aufnahme des Beugungsbildes 5. Ordnung. Aufgenommen von Johannes Winkler.

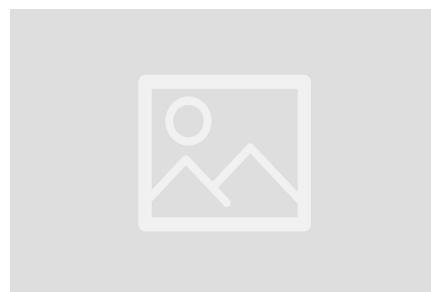


Abbildung 22: Aufnahme des Bildes 5. Ordnung. Aufgenommen von Johannes Winkler.



Abbildung 23: Aufnahme des Beugungsbildes 7. Ordnung. Aufgenommen von Johannes Winkler.



Abbildung 24: Aufnahme des Bildes 7. Ordnung. Aufgenommen von Johannes Winkler.



Abbildung 25: Aufnahme des Beugungsbildes mit vollständig offener Irisblende. Aufgenommen von Johannes Winkler.



Abbildung 26: Aufnahme des Bildes 7. Ordnung mit vollständig offener Irisblende. Aufgenommen von Johannes Winkler.

## 5.2 Auflösevermögen und Numerische Apertur

Hier wurden beide LEDs als Lichtquellen verwendet und die numerische Apertur mit 3 Lochblenden variiert. Dann wurden jene Elemente gesucht, bei denen die horizontalen und vertikalen Balken nicht mehr unterscheidbar sind. Von den gefundenen Elementen wurden wieder die Bilder aufgenommen, sowie die eingestellten Lochblenden und die Farbe der LED-Lampe notiert.

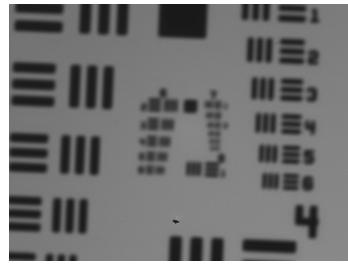


Abbildung 27: Bild des Objektes bei Beleuchtung mit blauem LED mit einem Blendendurchmesser  $d_1 = (2.0 \pm 0.1)$  mm. Aufgenommen von Tanja Maier.

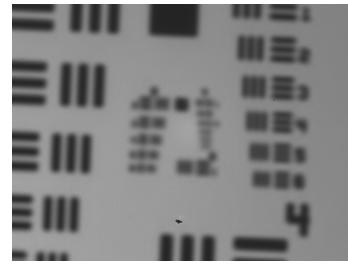


Abbildung 28: Bild des Objektes bei Beleuchtung mit rotem LED mit einem Blendendurchmesser  $d_1 = (2.0 \pm 0.1)$  mm. Aufgenommen von Tanja Maier.

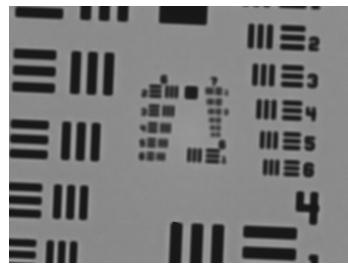


Abbildung 29: Bild des Objektes bei Beleuchtung mit blauem LED mit einem Blendendurchmesser  $d_2 = (3.0 \pm 0.1)$  mm. Aufgenommen von Tanja Maier.

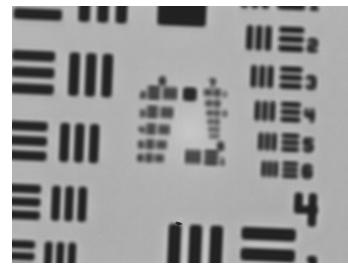


Abbildung 30: Bild des Objektes bei Beleuchtung mit rotem LED mit einem Blendendurchmesser  $d_2 = (3.0 \pm 0.1)$  mm. Aufgenommen von Tanja Maier.

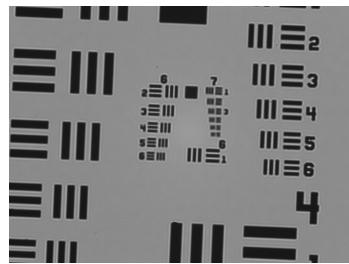


Abbildung 31: Bild des Objektes bei Beleuchtung mit blauem LED mit einem Blendendurchmesse  $d_3 = (6.0 \pm 0.1)$  mm. Aufgenommen von Tanja Maier.

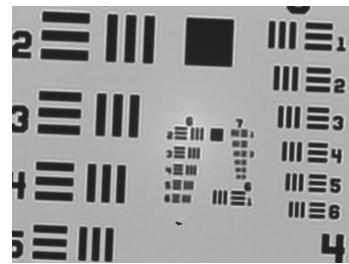


Abbildung 32: Bild des Objektes bei Beleuchtung mit rotem LED mit einem Blendendurchmesse  $d_3 = (6.0 \pm 0.1)$  mm. Aufgenommen von Tanja Maier.

## 6 Auswertung

### 6.1 Beugungsordnungen und Auflösung

Dieser Versuch läuft qualitativ ab. Hierbei zeigt sich in der Abbe-Theorie, dass in der 0. Beugungsordnung keine Information über die Struktur des Bildes übertragen wird. Um eine genauere Struktur zu erhalten, benötigt man also höhere Beugungsordnungen.

### 6.2 Auflösevermögen und Numerische Apertur

Der Fehler wird nach der Größtfehlermethode berechnet und es gilt

$$x_b = \frac{1}{a_{i,j}}$$

$$\Delta x_b = \frac{1}{a_{i,j}^2} \cdot \Delta a_{i,j}$$

wobei  $a_{i,j}$  aus Tabelle 2 genommen genommen wird.

Tabelle 3: Gemessene Auflösungsvermögen für das blaue LED.  $d$  Linsendurchmesser,  $\Delta d = \pm 0.1$  mm,  $E_b$  gefundenes Element für blaues Licht,  $x_b$  Auflösungsvermögen vom blauen Licht (s. Tabelle 2),  $\Delta x_b$  Unsicherheit zum Auflösungsvermögen.

$d$ / mm	$E_b$	$x_b$ / mm	$\Delta x_b$ / mm
2	6/1	...	..
3	6/3	...	..
6	7/1	...	..

Tabelle 4: Gemessene Auflösungsvermögen für das rote LED.  $d$  Linsendurchmesser,  $\Delta d = \pm 0.1$  mm,  $E_r$  gefundenes Element für rotes Licht,  $x_r$  Auflösungsvermögen vom roten Licht (s. Tabelle 2),  $\Delta x_r$  Unsicherheit zum Auflösungsvermögen.

$d$ / mm	$E_r$	$x_r$ / mm	$\Delta x_r$ / mm
2	4/4	...	..
3	5/6	...	..
6	6/6	...	..

## 7 Zusammenfassung und Diskussion

Es zeigt sich hier deutlich, dass ein Zusammenhang zwischen der Schärfe des Bildes und der Anzahl der Beugungsordnungen gilt. Und zwar wird das Bild mit der Anzahl der verwendeten Beugungsordnungen schärfer.

Im zweiten Teil zeigt sich, dass das Bild bei rotem LED besser aufgelöst ist. Dies liegt an der höheren Wellenlänge vom roten Licht.

Zusätzlich muss auch der Durchmesser der Blende berücksichtigt werden. Bei höheren Durchmesser wird die Unsicherheit geringer. Das liegt daran, dass bei einem größeren Durchmesser mehrere Beugungsmaxima genutzt werden können.

## 8 Literaturverzeichnis

- [1] <https://www.youtube.com/watch?v=oFJCEGcwUiQ>, 07.11.2020, 00:15 Uhr
- [2] <https://www.spektrum.de/lexikon/physik/abbesche-theorie/13>,  
07.11.2020, 00:17 Uhr
- [3] [https://www.univie.ac.at/mikroskopie/1\\_grundlagen/optik/opt\\_instrumente/7\\_abbe.htm](https://www.univie.ac.at/mikroskopie/1_grundlagen/optik/opt_instrumente/7_abbe.htm), 07.11.2020, 00:24 Uhr
- [4] [https://physik.cosmos-indirekt.de/Physik-Schule/  
Rayleigh-Kriterium](https://physik.cosmos-indirekt.de/Physik-Schule/Rayleigh-Kriterium), 07.11.2020, 00:26 Uhr
- [5] <https://www.youtube.com/watch?v=PZaUY45ce8k>, 07.11.2020, 00:27 Uhr
- [6] Unterlagen aus Moodle, H. Ditlbacher, bereitgestellt von der KF Universität Graz