

Institut für Experimentalphysik der Technischen Universität  
Graz

&

Institut für Physik der Universität Graz

# **LABORÜBUNGEN 2: ELEKTRIZITÄT, MAGNETISMUS, OPTIK**

Übungstitel: Phase und Leistung

Betreuer:

Gruppennummer: 41

Name: Tanja Maier, Johannes Winkler

Kennzahl: 033 678

Matrikelnummer: 11778750, 00760897

Datum: 27.11.2020

WS 20

## Inhaltsverzeichnis

<b>Inhaltsverzeichnis</b>	<b>2</b>
<b>1 Aufgabenstellung</b>	<b>4</b>
<b>2 Voraussetzungen und Grundlagen</b>	<b>4</b>
2.1 Wechselstrom und Wechselspannung . . . . .	4
2.2 Messung von Gleichrichtwert und Effektivwert . . . . .	5
2.3 Wechselstromwiderstände und deren Leistung . . . . .	5
<b>3 Geräteliste</b>	<b>6</b>
<b>4 Beschreibung der Versuchsanordnung</b>	<b>7</b>
4.1 Untersuchung der Anzeige von unterschiedlichen Spannungsmess- instrumenten bei verschiedenen Kurvenformen . . . . .	7
4.2 Phasenlage von Strom und Spannung an einem Kondensator bzw. einer Spule . . . . .	7
4.3 Leistung einer RC- bzw RL-Schaltung . . . . .	8
<b>5 Versuchsdurchführung und Messwerte</b>	<b>9</b>
5.1 Untersuchung der Anzeige von unterschiedlichen Spannungsmess- instrumenten bei verschiedenen Kurvenformen . . . . .	9
5.2 Phasenlage von Strom und Spannung an einem Kondensator bzw. einer Spule . . . . .	12
5.3 Leistung einer RC- bzw RL-Schaltung . . . . .	13
<b>6 Auswertung</b>	<b>15</b>
6.1 Untersuchung der Anzeige von unterschiedlichen Spannungsmess- instrumenten bei verschiedenen Kurvenformen . . . . .	15
6.2 Phasenlage von Strom und Spannung an einem Kondensator bzw. einer Spule . . . . .	16
6.3 Leistung einer RC- bzw RL-Schaltung . . . . .	18
<b>7 Diskussion</b>	<b>20</b>
7.1 Untersuchung der Anzeige von unterschiedlichen Spannungsmess- instrumenten bei verschiedenen Kurvenformen . . . . .	20
7.2 Phasenlage von Strom und Spannung an einem Kondensator bzw. einer Spule . . . . .	20
7.3 Leistung einer RC- bzw RL-Schaltung . . . . .	21
<b>8 Zusammenfassung</b>	<b>21</b>
8.1 Untersuchung der Anzeige von unterschiedlichen Spannungsmess- instrumenten bei verschiedenen Kurvenformen . . . . .	21
8.2 Phasenlage von Strom und Spannung an einem Kondensator bzw. einer Spule . . . . .	21

8.3 Leistung einer RC- bzw RL-Schaltung . . . . .	21
<b>9 Literaturverzeichnis</b>	<b>22</b>

## 1 Aufgabenstellung

1. Untersuchung der Anzeige von unterschiedlichen Spannungsmessinstrumenten bei verschiedenen Kurvenformen.
2. Messtechnische Ermittlung der Phasenlage von Strom und Spannung an einem Kondensator.
3. Messtechnische Ermittlung der Phasenlage von Strom und Spannung an einer Spule.
4. Messtechnische Ermittlung der elektrischen Leistung in einer RC-Schaltung.
5. Messtechnische Ermittlung der elektrischen Leistung in einer RL-Schaltung.

## 2 Voraussetzungen und Grundlagen

### 2.1 Wechselstrom und Wechselspannung

Als Wechselstrom bezeichnet man jene Art von elektrischem Strom, bei der sich die Stärke und die Richtung periodisch ändern. Damit einhergehend ändert sich auch die Spannung und wird daher als Wechselspannung bezeichnet. Wichtige Größen sind hier der Scheitelwert (Maximalbetrag des Augenblickwertes bei einem Wechselsignal) und die sogenannten Effektivwerte  $I_{\text{eff}}$  und  $U_{\text{eff}}$ . Dies sind jene Werte, bei denen im Wechselstromkreis die gleiche Leistungsabgabe, wie beim Gleichstromkreis (also keine periodische Änderung von Stärke und Richtung des Stroms) mit denselben Werten erfolgt.

$$U_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{\tau} \cdot \int_0^{\tau} u^2(t) \cdot dt} \quad (1)$$

$$I_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{\tau} \cdot \int_0^{\tau} i^2(t) \cdot dt} \quad (2)$$

dabei ist  $u(t)$  der Augenblickswert der Spannung,  $i(t)$  der Augenblickswert des Stroms und  $\tau$  die Periodendauer des Signals. Zudem kann aus diesen Größen auch der Scheitelfaktor berechnet werden, der das Verhältnis von Scheitelwert zu Effektivwert (sowohl für Strom als auch für Spannung) darstellt.

$$f_s = \frac{U_s}{U_{\text{eff}}} \quad (3)$$

$$f_s = \frac{I_s}{I_{\text{eff}}} \quad (4)$$

Ähnlich zum Effektivwert lässt sich auch der Gleichrichtwert für Strom und Spannung als zeitliches Mittel berechnen

$$U_{\text{gl}} = \frac{1}{\tau} \cdot \int_0^{\tau} |u(t)| \cdot dt \quad (5)$$

$$I_{\text{gl}} = \frac{1}{\tau} \cdot \int_0^{\tau} |i(t)| \cdot dt \quad (6)$$

Der Formfaktor (Verhältnis von Effektivwert zu Gleichrichtwert) ergibt sich dann als

$$f_f = \frac{U_{\text{eff}}}{U_{\text{gl}}} \quad (7)$$

$$f_f = \frac{I_{\text{eff}}}{I_{\text{gl}}} \quad (8)$$

Wichtig zu beachten ist, dass Scheitelfaktor und Formfaktor vom zeitlichen Verlauf des Signals abhängen dementsprechend unterschiedliche Werte liefern. (vgl. [1], [2], [3], [4], [5])

## 2.2 Messung von Gleichrichtwert und Effektivwert

Um den Gleichrichtwert bestimmen zu können wird zunächst eine Gleichrichterschaltung aufgebaut und mithilfe dieser kann dann der Betrag der elektrischen Größe gebildet werden. Durch Einsetzen eines Tiefpassfilters erhält man auch das zeitliche Mittel.

Der Zusammenhang zwischen berechnetem Mittelwert und Scheitelwert der Wechselspannung ist gegeben durch

$$|\bar{U}| = \dots = \frac{2}{\pi} \cdot \hat{U}$$

Bei sinusförmigen Kurven kann hier außerdem noch ein Korrekturwert von  $K_{\text{sin}} = \frac{\pi}{2 \cdot \sqrt{2}} \approx 1.11$  miteinbezogen werden, der sich aus dem Verhältnis vom Mittelwert des Betrags zum tatsächlichen Effektivwert der Spannung ergibt. Diese Messung des Effektivwertes mithilfe des Mittelwerts funktioniert jedoch nur bei sinusförmigen Signalen.

Für beliebige Signale werden andere Methoden verwendet, wie z. B. die thermische Umformung, bei der ein Widerstand durch die Wechselgröße aufgeheizt wird. Die Temperatur, die erreicht wird, dient dann als Richtwert für einen zweiten Widerstand, der über einen Gleichstrom erhitzt wird. Beim Temperaturgleichstand wird dann auch die gleiche Leistung umgesetzt. Somit gilt  $U_{\text{eff}} = U_{\text{RMS}}$  bzw.  $I_{\text{eff}} = I_{\text{RMS}}$ . (vgl. [1], [3], [5])

## 2.3 Wechselstromwiderstände und deren Leistung

Hierbei wird unterschieden zwischen Wirkleistung, Blindleistung und Scheinleistung. Die Wirkleistung ist jener Teil der Leistung, der in mechanische Arbeit

umgewandelt wird. In einem Wechselstromkreis erfolgt hier eine Umwandlung von elektrischer in thermische Energie. Die Wirkleistung kann durch

$$P = U \cdot I \cdot \cos(\phi) \quad (9)$$

beschrieben werden, wobei  $U$  die Spannung und  $I$  der Strom ist.  $\phi$  ist die Phasenverschiebung. Man erkennt relativ leicht, dass die Leistung maximal wird, wenn die Phasenverschiebung gleich 0 ist ( $\cos(0) = 1$ ). (vgl. [1], [6])

Die Blindleistung wird zum Aufbau bzw. zum Abbau von elektromagnetischen Feldern benötigt und ergibt sich aus

$$Q = U \cdot I \cdot \sin(\phi) \quad (10)$$

wobei diese bei einer Phasenverschiebung von  $\frac{\pi}{2}$  maximal wird. (vgl. [1], [6])

Die Scheinleistung ist die Gesamtleistung, die sich aus Wirkleistung und Blindleistung ergibt. Sie ergibt sich durch vektorielle Addition von  $P$  und  $Q$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = U \cdot I \quad (11)$$

### 3 Geräteliste

Tabelle 1: Liste der verwendeten Geräte

Abk.	Gerätename	Modell/Wert	Unsicherheit
N	Netzgerät	Hameg HM8040-2	
FG	Funktionsgenerator	Hameg HM8030-3	
OS	Oszilloskop	DSO-X 2002A	2% (vgl. [8])
MM1	Multimeter (digital)	TTi 1604	0.5% + 4 digits (vgl. [1])
MM2	Multimeter	M4600	0.5% + 10 digits (vgl. [1])
MM3	Multimeter	Unigor 4n	1.5% (vgl. [1])
MM4-6	Multimeter (digital)	Fluke 175	1% + 3 digits
WM	Wattmeter	HM8115-2	
R	Widerstand	$R = 68.0 \, \Omega$	$\Delta R = 3.4 \, \Omega$
C1	Kondensator	$C_2 = 47 \, \mu\text{F}$	$\Delta C_1 = 10 \, \mu\text{F}$

Die Bezeichnungen MM1, MM2 und MM3 entsprechen den Geräten P1, P2 und P3 im Schaltplan von Aufgabe 1. In späteren Plänen ändern sich die Bezeichnungen im Schaltplan, sodass wir zum Zwecke der Eindeutigkeit diese Geräte mit MM1 bezeichnet haben. Das Messgerät MM4 (Fluke 175) liegt mehrfach vor, die weiteren Geräte werden als MM5 und MM6 bezeichnet.

Sämtliche Daten wurden nach den Versuch mit Python3.8 ausgewertet, wobei für Grafiken die Library `Matplotlib` verwendet wird.

## 4 Beschreibung der Versuchsanordnung

### 4.1 Untersuchung der Anzeige von unterschiedlichen Spannungsmessinstrumenten bei verschiedenen Kurvenformen

Der Hameg HM8030-3 Funktionsgenerator wird verwendet um verschiedene Spannungskurven zu erzeugen. Der Ausgangswiderstand des Funktionsgenerators beträgt  $50\ \Omega$ . Die Frequenz wird auf 50 Hz gestellt. Dann wird die Spannung einmal mit dem Oszilloskop gemessen (inkl. Spitze-Spitze-Wert und Effektivwert). Zusätzlich werden noch 3 weitere Messgeräte (TTi1604, M4600 und Unigor 4) zur Messung der Spannung parallel geschaltet. Die Messung der Effektivwerte soll verglichen werden.

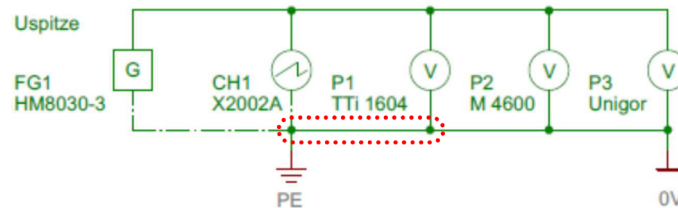


Abbildung 1: Versuchsaufbau, Aufgabe 1

### 4.2 Phasenlage von Strom und Spannung an einem Kondensator bzw. einer Spule

In diesem Versuch wird zweimal derselbe Versuchsaufbau verwendet, wobei der Kondensator für den dritten Versuch durch eine Spule ersetzt wird. Die Aufbauten sind in Grafiken 2 und 3 zu sehen. CH2 misst die betreffende Spannung an Kondensator bzw. Spule, während CH1 für die Berechnung des dazugehörigen Stromes herangezogen wird.

Für das Signal wird in beiden Fällen ein Transformator herangezogen. Als Bezugspunkt für die Messung der Spannung wird in beiden Fällen das Verbindungsstück zwischen dem Widerstand und dem zu vermessenden Bauteil definiert.

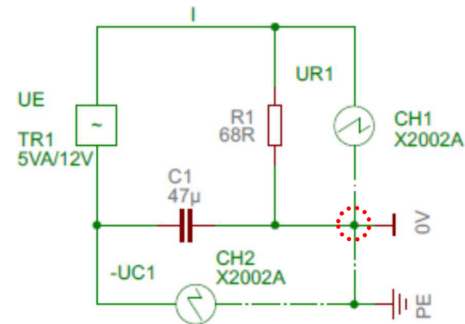


Abbildung 2: Versuchsaufbau, Aufgabe 2

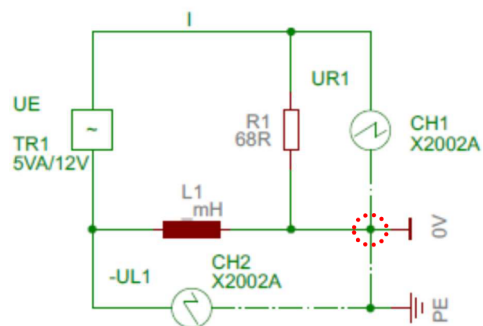


Abbildung 3: Versuchsaufbau, Aufgabe 3

### 4.3 Leistung einer RC- bzw RL-Schaltung

In diesem Kapitel ist die Leistung einer RC- bzw. RL-Schaltung zu bestimmen. Diese Schaltungen sind in den Grafiken 4 und 5 dargestellt. Der Aufbau ist im wesentlichen identisch, bis auf den Kondensator in 4 und der Spule in 5.



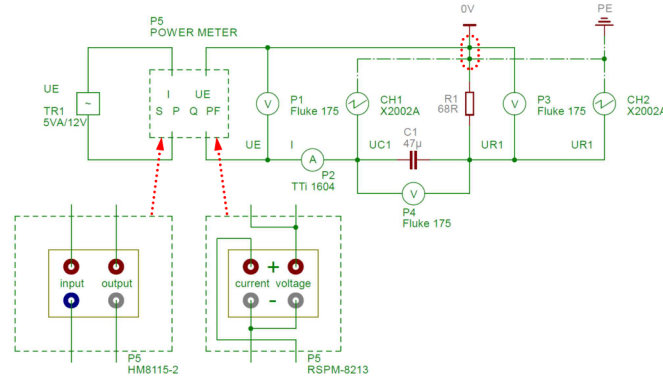


Abbildung 4: Versuchsaufbau, Aufgabe 4

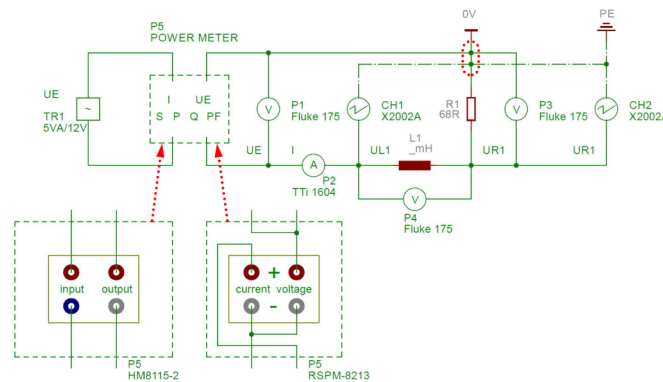


Abbildung 5: Versuchsaufbau, Aufgabe 5

## 5 Versuchsdurchführung und Messwerte

### 5.1 Untersuchung der Anzeige von unterschiedlichen Spannungsmessinstrumenten bei verschiedenen Kurvenformen

Abschnitt 4.1 beschreibt den Aufbau des Versuchs. Dieser wird nun mit einer Sinusspannung, einer Dreiecksspannung und einer Rechtecksspannung durchgeführt. Diese Kurven sollten jeweils dieselbe Frequenz und Amplitude haben, um die Ergebnisse besser vergleichen zu können. Das Oszilloskop zeichnet diese 3 Kurven. Sie sind in Grafiken 6, 7 und 8 dargestellt. Zusätzlich wurde der Effektivwert mit 3 verschiedenen Messgeräten gemessen und soll verglichen werden.

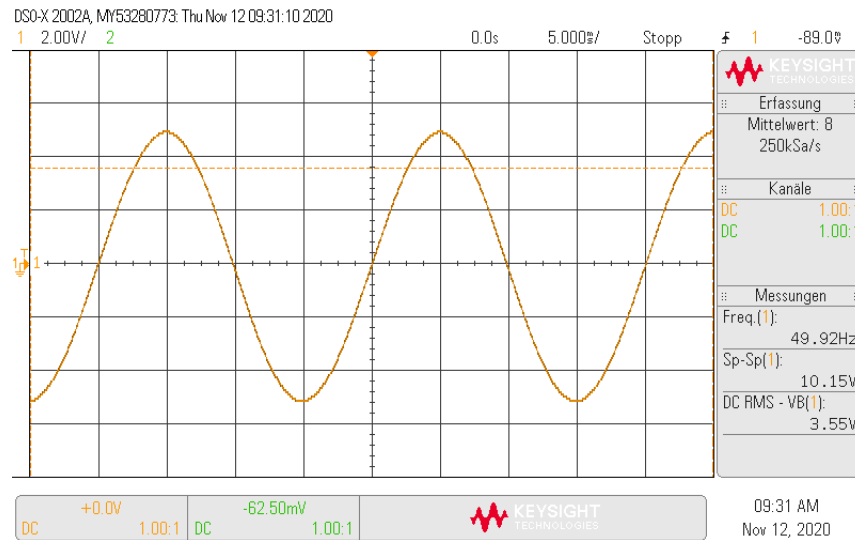


Abbildung 6: Sinusschwingung für Aufgabe 1

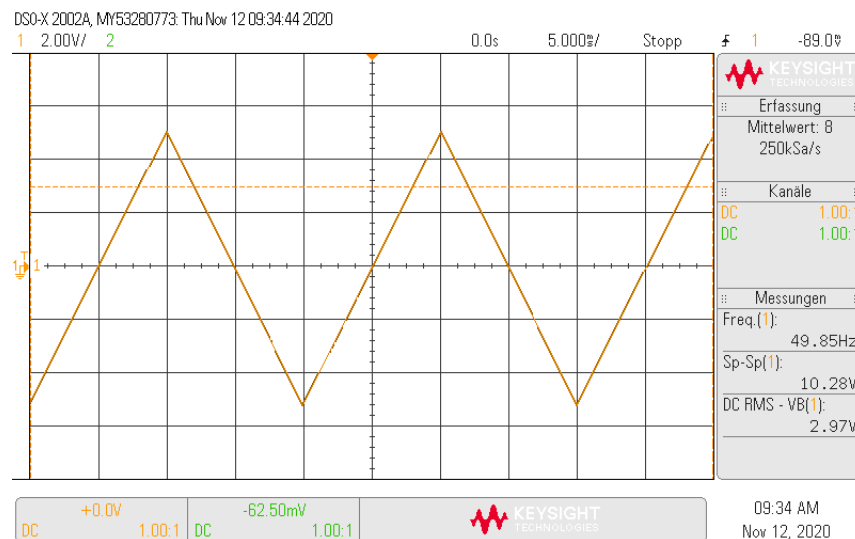


Abbildung 7: Dreiecksschwingung für Aufgabe 1

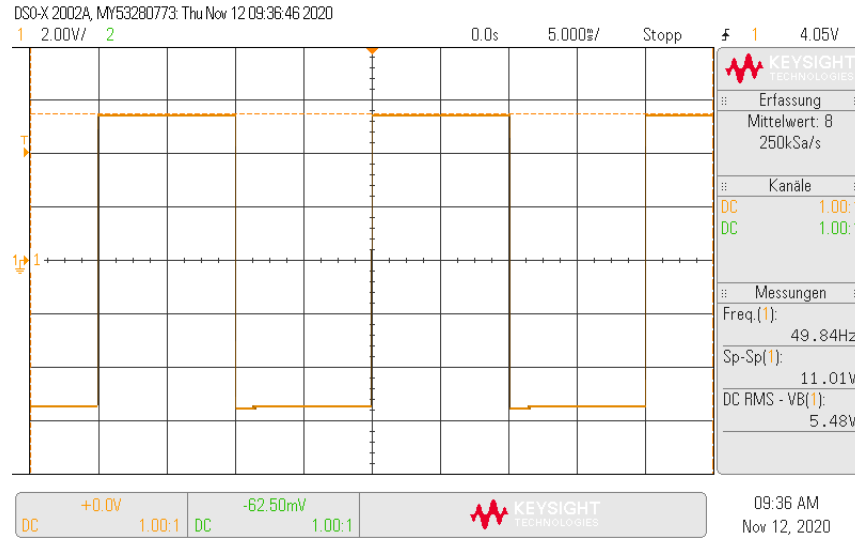


Abbildung 8: Rechtecksschwingung für Aufgabe 1

Die gemessenen Werte werden in Tabellen 2 und 3 zusammengefasst.

Tabelle 2: Gemessene Effektivwerte im Versuch 1 mit 3 verschiedenen Messgeräten.  $U_1$  ist MM1 (P1 laut Schaltplan),  $U_2$  ist MM2 (P2 laut Schaltplan) und  $U_3$  ist MM3 (P3 laut Schaltplan). Alle Unsicherheiten sind aus den Datenblättern entnommen und in der Geräteliste angegeben.

Schwingung	P1	P2	P3
	$U_{1,\text{eff}} / \text{V}$	$U_{2,\text{eff}} / \text{V}$	$U_{3,\text{eff}} / \text{V}$
Sinus	$3.532 \pm 0.022$	$3.535 \pm 0.028$	$3.31 \pm 0.05$
Dreieck	$2.965 \pm 0.019$	$2.863 \pm 0.024$	$2.66 \pm 0.04$
Rechteck	$5.500 \pm 0.032$	$6.003 \pm 0.040$	$5.91 \pm 0.09$

Tabelle 3: Messwerte bei Versuch 1 mit Oszilloskop. Alle Unsicherheiten sind in der Geräteliste angegeben.

Schwingung	$U_{ss} / \text{V}$	$U_{\text{eff}} / \text{V}$
Sinus	$10.15 \pm 0.20$	$3.55 \pm 0.07$
Dreieck	$10.28 \pm 0.21$	$2.97 \pm 0.06$
Rechteck	$11.01 \pm 0.22$	$5.48 \pm 0.11$

## 5.2 Phasenlage von Strom und Spannung an einem Kondensator bzw. einer Spule

In diesem Fall werden beide Versuchsaufbauten (Grafiken 2 und 3) vermessen und man erhält die jeweiligen Kurven. Diese sind in Grafiken 9 und 10 zu sehen. Gemäß der jeweiligen Versuchsaufbauten ist CH1 proportional zu dem Strom durch Spule bzw. Kondensator. Man erkennt in Grafik 9 deutlich, dass der Strom (CH1) der Spannung (CH2) vorausgeht. Bei der Spule in Grafik 10 ist es genau umgekehrt.

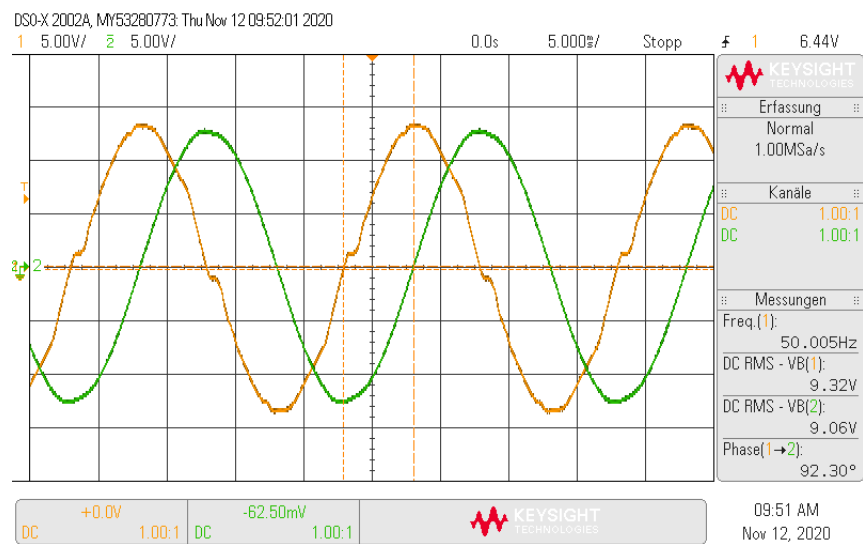


Abbildung 9: Kurve des Kondensators aus Aufgabe 2

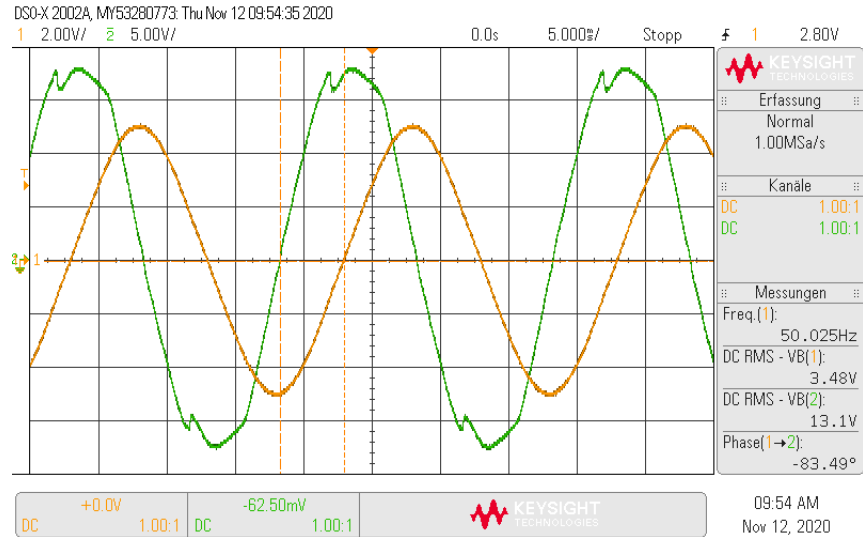


Abbildung 10: Kurve der Spule aus Aufgabe 3

### 5.3 Leistung einer RC- bzw RL-Schaltung

In diesem Teil werden die Daten für die Berechnung der Leistungsaufnahme einer RC- bzw RL-Schaltung gemessen. Für die Messung der Leistung sind sowohl die Eingangsspannung  $U_E$ , der Strom  $I$ , sowie die Phasenverschiebung nötig. Das Wattmeter wird zwischen Transformator und RC/RL-Schaltung geschaltet. Dadurch können die Größen in Tabelle 4 ermittelt werden. Diese Werte liefern die Leistungsaufnahme der Schaltung.

Tabelle 4: Werte des Wattmeters WM (P5 laut Schaltplan) für die RC bzw. RL Schaltung in den Versuchen 4 und 5

	$U_E$ / V	$I$ / A	$P$ / W	$Q$ / W	$S$ / W	$\cos(\phi)$
RC	13.3	0.137	1.342	1.22	1.812	0.74
RL	13.9	0.051	0.256	0.65	0.699	0.37

Zusätzlich befinden sich 3 Messgeräte vom Typ Fluke 175 (MM4, MM5 und MM6 laut Geräteliste, P1, P3, P4 laut Schaltplan) in der Schaltung zur Messung von Spannungen. Für die Messung des Stromes wird ein TTI 1604 (MM1 laut Geräteliste, P2 laut Schaltplan) verwendet. Diese Messungen wurden zusätzlich durchgeführt und in Tabelle 5 aufgelistet.

Tabelle 5: Händisch durchgeführte Messungen mit P1, P2, P3 und P4 laut Schaltplan. Messungen jeweils für RC und RL Schaltung.

	P1 $U_E / \text{V}$	P2 $I / \text{mA}$	P3 $U_{R1} / \text{V}$	P4 $U_{C1} / \text{V}$	P4 $U_{L1} / \text{V}$
RC	$13.24 \pm 0.16$	$136.7 \pm 1.1$	$9.19 \pm 0.12$	$8.97 \pm 0.12$	–
RL	$13.83 \pm 0.16$	$51.0 \pm 0.7$	$3.41 \pm 0.06$	–	$13.07 \pm 0.16$

Bei den Versuchsaufbauten in Grafik 4 und 5 wird jeweils mit dem Oszilloskop die Spannung an zwei Stellen gemessen. Diese Spannungen sind für die RC-Schaltung in Grafik 11, und für die RL-Schaltung in Grafik 12 dargestellt.

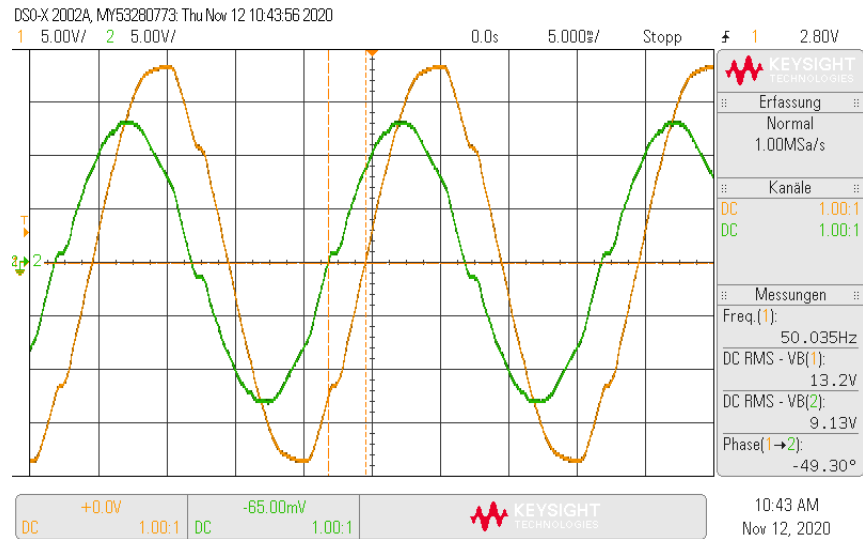


Abbildung 11: Spannungen in einer RC-Schaltung

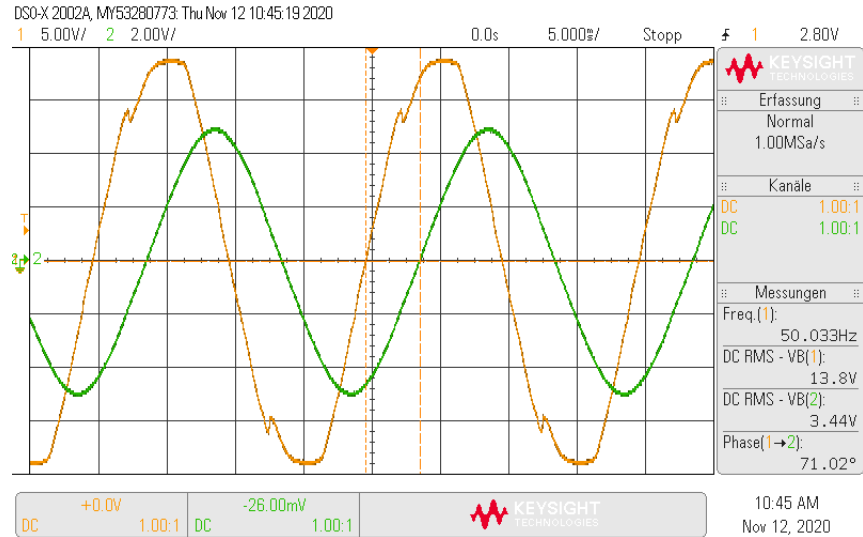


Abbildung 12: Spannungen in einer RL-Schaltung

## 6 Auswertung

### 6.1 Untersuchung der Anzeige von unterschiedlichen Spannungsmessinstrumenten bei verschiedenen Kurvenformen

Für die Effektivwerte wurde testweise eine numerische Integration durchgeführt. Hierfür wurde auf die Simpson-Formel zurückgegriffen. Diese findet sich im Python-Paket `scipy`. Im Falle der Sinus-Schwingung und der Dreiecksschwingung wurde über die eine Periode von 2 benachbarten Maxima integriert. Bei der Rechtecksschwingung wurde zwischen 2 steigenden Flanken des Rechtecks integriert. Daraus ergeben sich die Werte in Tabelle 6.

Tabelle 6: Effektivwerte berechnet durch numerische Integration.

Schwingung	$U_{\text{eff}} / \text{V}$
Sinus	3.557
Dreieck	2.983
Rechteck	5.487

Das Oszilloskop berechnet den Spitze-Tal Wert und den Effektivwert direkt. Durch Division durch den Scheitelfaktor kann man aus dem Scheitelwert den Effektivwert berechnen. Der Scheitelfaktor beträgt  $\sqrt{2}$  für Sinus,  $\sqrt{3}$  für Dreiecksverteilungen und 1 für die Rechtecksverteilung. Zusätzlich muss  $U_{ss}$  noch halbiert werden, damit man den Scheitelwert erhält.

Tabelle 7: Effektivwert mit Oszilloskop. Zum einen der gemessene Wert, zum anderen der berechnete Wert mit Hilfe des Scheitelfaktors.

Schwingung	$U_{ss} / \text{V}$	gemessen	berechnet
		$U_{\text{eff}} / \text{V}$	$U_{\text{eff}} / \text{V}$
Sinus	$10.15 \pm 0.20$	$3.55 \pm 0.07$	$3.59 \pm 0.07$
Dreieck	$10.28 \pm 0.21$	$2.97 \pm 0.06$	$2.96 \pm 0.06$
Rechteck	$11.01 \pm 0.22$	$5.48 \pm 0.11$	$5.51 \pm 0.11$

Tabelle 8: Gemessene Effektivwerte mit den Messgeräten P1 (MM1), P2 (MM2) und P3 (MM3) nach Grafik 1.

Schwingung	P1	P2	P3
	$U_{1,\text{eff}} / \text{V}$	$U_{2,\text{eff}} / \text{V}$	$U_{3,\text{eff}} / \text{V}$
Sinus	$3.532 \pm 0.022$	$3.535 \pm 0.028$	$3.31 \pm 0.05$
Dreieck	$2.965 \pm 0.019$	$2.863 \pm 0.024$	$2.66 \pm 0.04$
Rechteck	$5.500 \pm 0.032$	$6.003 \pm 0.040$	$5.91 \pm 0.09$

## 6.2 Phasenlage von Strom und Spannung an einem Kondensator bzw. einer Spule

Aus den Spannungskurven ergeben sich Werte für Scheitelspannung am Widerstand  $\hat{U}_R$ , Strom durch das jeweilige Bauteil  $\hat{I}$  (durch Berechnung mit Ohm'schen Gesetz), die Scheitelspannung durch Spule  $\hat{U}_L$  bzw.  $\hat{U}_C$  und die Phasenverschiebung  $\varphi$ . Das Vorzeichen von  $\varphi$  ist so gewählt, dass die Phasenverschiebung vom Strom zur Spannung gewählt wird, also positiv bei Kondensator und negativ bei Spule. Bei den Zeigerdiagrammen orientieren wir uns farblich an der Ausgabe des Oszilloskop (also orange für die Spannung am Widerstand und grün für die Spannung am jeweiligen Bauteil).

Diese Werte sind in Tabelle 9 zusammengefasst.

Tabelle 9: Werte für Aufgabe 2 und 3

	$\hat{U}_R / \text{V}$	$\hat{I} / \text{mA}$	$\hat{U}_C / \text{V}$	$\hat{U}_L / \text{V}$	$\varphi / ^\circ$
RC	13.47	19.8	12.86	–	92.30
RL	5.07	74.5	–	17.89	-83.94



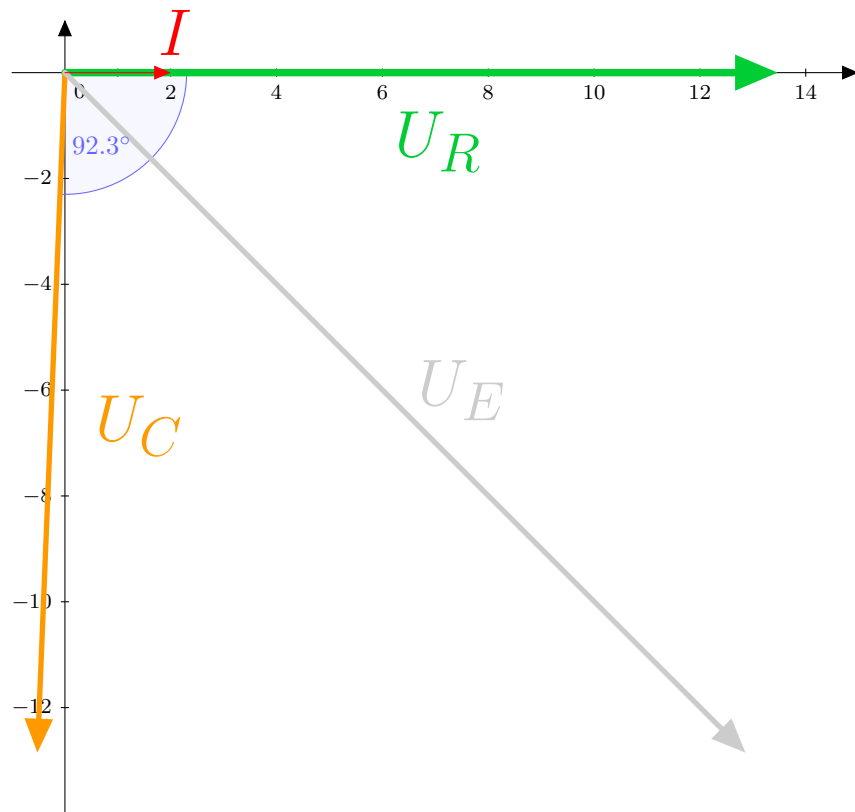


Abbildung 13: Zeigerdiagramm für Aufgabe 2. Die Achsenbeschriftung ist in Volt angegeben. Für den Strom (roter Pfeil) entspricht eine Achseneinheit 10 mA.

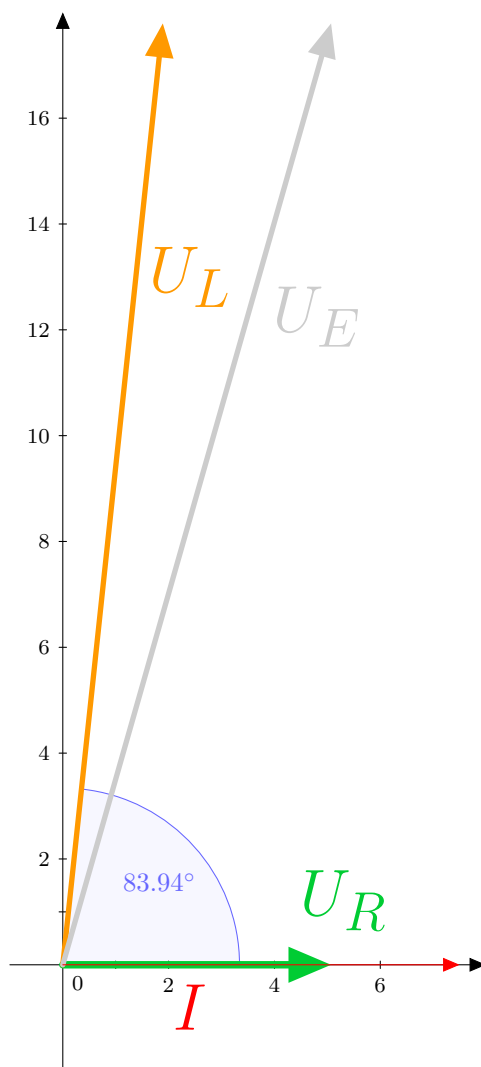


Abbildung 14: Zeigerdiagramm für Aufgabe 3. Die Achsenbeschriftung ist in Volt angegeben. Für den Strom (schwarzer Pfeil) entspricht eine Achseneinheit 10 mA.

### 6.3 Leistung einer RC- bzw RL-Schaltung

Versuch 4 soll die Leistung einer RC-Schaltung bestimmen. Dieser Versuch ist ähnlich zu Versuch 2, wo auch schon eine RC-Schaltung gegeben war.

Versuch 5 soll die Leistung einer RL-Schaltung bestimmen. Dieser Versuch ist ähnlich zu Versuch 3, wo auch schon eine RL-Schaltung gegeben war.

Im folgenden beziehen sich alle Größen mit dem Index 4 auf RC-Schaltung

mit Kondensator und alle Größen mit Index 5 auf die RL-Schaltung mit der Induktivität.

Im vorherigen Abschnitt wurden Phasenverschiebungen mit dem griechischen Buchstaben  $\varphi$  bezeichnet. Diese Verschiebungen bezogen sich auf Strom und Spannung des Kondensators bzw. der Induktivität. Im folgenden wird die Phasenverschiebung der Eingangsspannung und des Gesamtstromes berechnet. Um den Unterschied zu verdeutlichen wird hier für die Phasenverschiebung der Buchstabe  $\psi$  verwendet.

Die Phasenverschiebung kann theoretisch und praktisch berechnet werden. Gemäß der Formel für die Impedanz ergibt sich nach der Theorie (vgl. [7])

$$Z_4 = R + Z_{C_1} = R - \frac{i}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_1}$$

$$Z_5 = R + Z_L = R + i \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L$$

Für die Phasenverschiebung beim Kondensator aus Aufgabe 4 ( $\psi_4$ ) gilt daher

$$\begin{aligned} \tan(\psi_4) &= \frac{\Im(Z_4)}{\Re(Z_4)} \\ &= \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \left( \frac{1}{f \cdot R \cdot C_1} \pm \frac{\Delta f \cdot R \cdot C_1 + f \cdot \Delta R \cdot C_1 + f \cdot R \cdot \Delta C_1}{(f \cdot R \cdot C_1)^2} \right) \quad (12) \end{aligned}$$

Für die Phasenverschiebung bei der Spule aus Aufgabe 5 ( $\psi_5$ ) gilt nach der Theorie

$$\begin{aligned} \tan(\psi_5) &= \frac{\Im(Z_5)}{\Re(Z_5)} \\ &= 2 \cdot \pi \cdot \left( \frac{f \cdot L}{R} \pm \frac{\Delta f \cdot L \cdot R + f \cdot \Delta L \cdot R + f \cdot L \cdot \Delta R}{R^2} \right) \quad (13) \end{aligned}$$

Für Aufgabe 4 ergibt sich bei bekanntem Widerstand von  $R = (68.0 \pm 3.4) \Omega$  und bei bekannter Kapazität  $C_1 = (47 \pm 10) \mu\text{F}$  ein theoretischer Wert

$$\psi_4 = (44 \pm 8)^\circ$$

die sich der Strom vor der Spannung eines Kondensators befindet. Dabei wurde allerdings von einem idealen Kondensator ausgegangen

Da für die Spule keine Induktivität gegeben ist, muss man die Induktivität der Spule aus den Daten berechnen. Es gilt nach dem Ohm'schen Gesetz

$$Z_L = \frac{U_L}{I_L} \pm \frac{\Delta U_L \cdot I_L + U_L \cdot \Delta I_L}{I_L^2}$$

Die Impedanz einer Induktivität ist gegeben als  $Z_L = i \cdot \omega \cdot L$ . Insgesamt folgt dann

$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \left( \frac{U_L}{f \cdot I_L} \pm \frac{\Delta U_L \cdot f \cdot I_L + U_L \cdot f \cdot \Delta I_L + U_L \cdot I_L \cdot \Delta f}{f^2 \cdot I_L^2} \right) \\ L &= (815.7 \pm 135.1) \text{ mH} \end{aligned}$$

In (13) eingesetzt ergibt das für die Phasenverschiebung

$$\psi_5 = (-75 \pm 4)^\circ$$

Insgesamt kann nun die benötigte Leistung der RC- und RL-Schaltung berechnet werden.

Tabelle 10: Berechnete Leistung für die Versuche 4 und 5

	$U_E / \text{V}$	$I / \text{mA}$	$P / \text{W}$	$Q / \text{W}$	$S / \text{W}$
RC	$13.24 \pm 0.16$	$136.7 \pm 1.1$	$1.28 \pm 0.08$	$1.28 \pm 0.07$	$1.81 \pm 0.04$
RL	$13.83 \pm 0.16$	$51.0 \pm 0.7$	$0.18 \pm 0.06$	$0.68 \pm 0.08$	$0.70 \pm 0.02$

## 7 Diskussion

### 7.1 Untersuchung der Anzeige von unterschiedlichen Spannungsmessinstrumenten bei verschiedenen Kurvenformen

Generell ist zu sagen, dass die meisten Messgeräte für Sinus-Schwingungen ausgelegt sind und alle anderen Schwingungen durch Sinus-Schwingungen approximieren. Durch diverse Faktoren lassen sich bekannte Funktionsverläufe ineinander umrechnen. Das funktioniert, sofern es keine größeren Verzerrungen oder Abweichungen von der gewünschten Form gibt. Zusätzlich gelten diese Faktoren nur für definierte Signale mit einer gewissen Regelmäßigkeit. Bei sich mehrmals ändernden oder überlagerten Signalen sollte man auf numerische Integration zurückgreifen.

Wir konnten beobachten, dass das Ergebnis der numerischen Integration den Effektivwert genauer bestimmt, als der Weg über den Scheitelwert. Die Simpson-Formel für die numerische Integration liefert nach den Erkenntnissen der numerischen Analysis hervorragende Werte, insbesondere für Sinusschwingungen. Es liegt daher der Schluss nahe, dass das Oszilloskop intern ebenfalls eine numerische Integration durchführt.

Es sollte zusätzlich noch kritisch hinterfragt werden, ob sich die Messgeräte bei gleichzeitiger Messung gegenseitig beeinflussen. Bei der Spannungsmessung sollte ein Messgerät über einen sehr hohen Innenwiderstand verfügen. Durch die parallelen Messungen werden diese Innenwiderstände parallel geschaltet, was eine Senkung des Gesamtwiderstandes zur Folge hat. Es wäre daher besser, die Messungen nacheinander anstatt parallel durchzuführen.

### 7.2 Phasenlage von Strom und Spannung an einem Kondensator bzw. einer Spule

Die Theorie besagt, dass die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung bei Kondensatoren exakt  $90^\circ$  ist. Es wurden allerdings knapp über diesen Betrag gemessen. Rein rechnerisch hätte ein Zusatzwiderstand die Phase verkleinert.

Das Messergebnis wurde durch Verzerrungen im Signal hervorgerufen. Es ist bei Rauschen relativ schwierig, zwei Punkte derselben Phase zu finden. Bei den Maximas ist aufgrund der flachen Steigung und des Rauschens der exakte Extrempunkt zu finden. Alternativ kann man die Nulldurchgänge beobachten, aber auch hier kann es Verzerrungen geben. Zusätzlich wird die Periodendauer zur Umrechnung benötigt. Diese kann ebenfalls fehlerbehaftet sein, sodass sich ein Wert über  $90^\circ$  ergibt.

Bei der Induktivität gibt es eine Phasenverschiebung in die andere Richtung um ca.  $83.49^\circ$ . Die Abweichung von den theoretisch vorhergesagten  $90^\circ$  werden durch den Wicklungswiderstand hervorgerufen.

### 7.3 Leistung einer RC- bzw. RL-Schaltung

Die Leistung wird einmal durch ein Wattmeter gemessen und einmal durch manuelles Messen der Phasenverschiebung, des Stromes und der Spannung. Grundsätzlich sollte man dasselbe Ergebnis erhalten. Das Problem ist allerdings, dass hier von sämtlichen Messgeräten verschiedene Innenwiderstände überlagert werden. Da jedes Messgerät die Messgröße geringfügig belastet, wäre hier zu klären, ob man bei einzelnen Messungen ein genaueres Messergebnis erhält.

## 8 Zusammenfassung

### 8.1 Untersuchung der Anzeige von unterschiedlichen Spannungsmessinstrumenten bei verschiedenen Kurvenformen

Die hierbei untersuchten Kurvenformen waren eine Sinusspannung, eine Dreiecksspannung und eine Rechteckspannung mit jeweils der gleichen Frequenz und Amplitude. Der Effektivwert wurde dann zum einen mit dem Oszilloskop gemessen bzw. mithilfe des Scheitelwertes berechnet und zum anderen mit drei verschiedenen Messgeräten bestimmt.

Tabelle 7 enthält die Gegenüberstellung der gemessenen und berechneten Werte des Oszilloskops. Tabelle 8 enthält die Gegenüberstellung dreier zusätzlich verwendeter Messgeräte.

### 8.2 Phasenlage von Strom und Spannung an einem Kondensator bzw. einer Spule

Die Zeigerdiagramme sind in Grafiken 13 und 14 zu sehen.

### 8.3 Leistung einer RC- bzw. RL-Schaltung

Die Phasenverschiebung für die RC-Schaltung beträgt  $\psi_4 = (44 \pm 8)^\circ$ . Die Phasenverschiebung bei der Spule beträgt  $\psi_5 = (-75 \pm 4)^\circ$ . Für beide Berechnungen dient die Formel für die Impedanz als Grundlage.

Mithilfe der errechneten Phasenverschiebungen konnte die benötigte Leistung für die RC- bzw. die RL-Schaltung berechnet werden. Diese sind in Tabelle 10 zusammengefasst.

## 9 Literaturverzeichnis

- [1] Moodle-Unterlagen zum Versuch, bereitgestellt von der Karl-Franzens-Universität Graz.
- [2] <https://www.spektrum.de/lexikon/physik/wechselstrom/15456>
- [3] <https://www.leifiphysik.de/elektrizitaetslehre/wechselstromtechnik/grundwissen/effektivwerte-von-wechselstrom-und-spannung>
- [4] <https://www.lernhelfer.de/schuelerlexikon/physik-abitur/artikel/wechselspannung-und-wechselstrom>
- [5] <https://www.chemie-schule.de/KnowHow/Gleichrichtwert>
- [6] <https://www.emf.ethz.ch/emf-info/themen/physik/verknuepfung-von-elektrischen-und-magnetischen-feldern/wirkleistung-blindleistung-scheinleistung/>
- [7] W. Demtröder: *Experimentalphysik 2 - Elektrizität und Optik*, 7. Auflage, 2017.
- [8] <https://www.keysight.com/at/de/assets/7018-02733/data-sheets/5990-6618.pdf>