

Institut für Experimentalphysik der Technischen Universität Graz

&

Institut für Physik der Universität Graz

LABORÜBUNGEN 2: ELEKTRIZITÄT, MAGNETISMUS, OPTIK

Übungstitel: Dünne Linsen

Betreuer: Elena Steinwender

Gruppennummer:

41

| Vorbereitung | Durchführung | Protokoll |
|--------------|--------------|-----------|
| | | |

| |
|----------|
| Σ |
|----------|

Name: Tanja Maier, Johannes Winkler

Kennzahl: 033 678 Matrikelnummer: 11778750, 00760897

Datum: 09. Oktober 2020 WS 20

1 Aufgabenstellung

1. Justieren der optischen Anordnung mittels Laser und Lochblende.
2. Die Brennweite einer dünnen Sammellinse ist nach 2.1.1 10 mal für verschiedene Gegenstands- und Bildweiten zu messen.
Deren Unsicherheiten sind nach Größtunsicherheitsmethode zu bestimmen
– Das endgültige Messergebnis wird statistisch ermittelt.
3. Bestimmung der Brennweite durch grafische Auswertung der b^{-1} über g^{-1} Darstellung auf mm-Papier (oder mit einem Programm) gemäß Gleichung (1) mit Angabe der Unsicherheiten $\Delta(g^{-1})$ und $\Delta(b^{-1})$.
4. Für 5 verschiedene Gesamtabstände a (siehe Abb. 2) ist die Brennweite derselben Linse nach dem Bessel'schen Verfahren (Abschnitt 2.1.2) zu kontrollieren.
5. Es ist nach Abschnitt 2.2.1 die Brennweite der Zerstreuungslinse 10 mal für verschiedene Gegenstands- und Bildweiten zu messen. Das Messergebnis ist statistisch zu ermitteln.
6. Einige Linsenfehler/Unsicherheitsfaktoren sollten durch geeignetes Experimentieren dargestellt bzw. abgeschätzt werden.

2 Grundlagen und Versuchsaufbau

2.1 Sammellinse

2.1.1 Laplace'sche Methode

Durch Messen von g und b bei *scharfer* Abbildung kann die Brennweite f einer dünnen Sammellinse aus der Laplace'schen Abbildungsgleichung bestimmt werden:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} \quad (1)$$

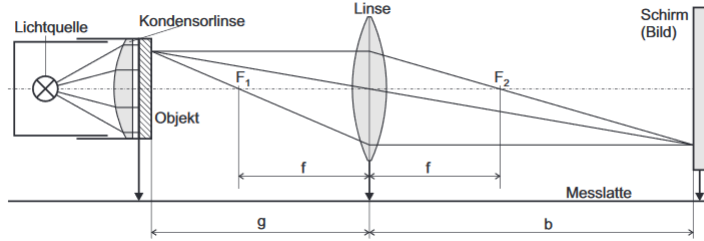


Abbildung 1: Schema des Aufbaues. Bildkonstruktion für einen Objektpunkt nach der geometrischen Optik. g Gegenstandsweite, b Bildweite, f Brennweite, F_1 , F_2 Brennpunkte.

2.1.2 Bessel'sches Verfahren

Hier wird der Grundsatz von der Umkehrbarkeit der Lichtwege ausgenutzt. Es gelingt unter der Voraussetzung $g + b > 4 \cdot f$ für zwei Gegenstands- bzw. Bildweiten je eine reelle Abbildung zu erhalten (Abb. 2). Die Brennweite steht mit der dazu notwendigen Verschiebung e und dem Gesamtabstand $g + b = a$ in folgendem Zusammenhang:

$$f = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{a^2 - e^2}{a} \right) \quad (2)$$

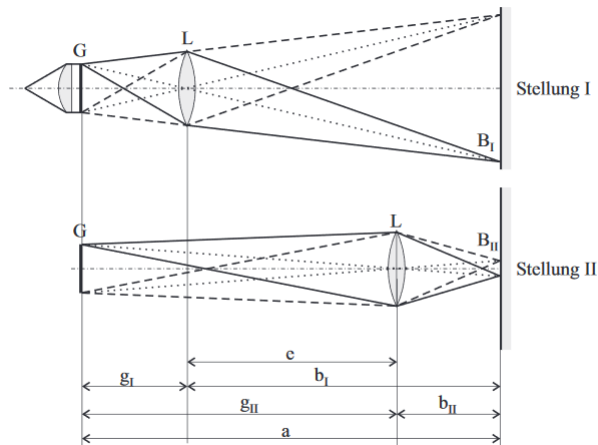


Abbildung 2: Die Bessel'sche Anordnung zur Messung der Brennweite. G Gegenstand, L Linse, B_I , B_{II} Abbildungen, e Verschiebung, a Gesamtabstand, g_I , g_{II} Gegenstandsweiten, b_I , b_{II} Bildweiten.

2.2 Zerstreungslinse

Mit einer Zerstreungslinse allein gelingt keine reelle Abbildung. Gegenstand und Bild liegen auf derselben Seite. Die Messung der Brennweite erfolgt in diesem Fall durch Kombination mit einer Sammellinse geeigneter Brennweite nach zwei Methoden:

2.2.1 Methode 1

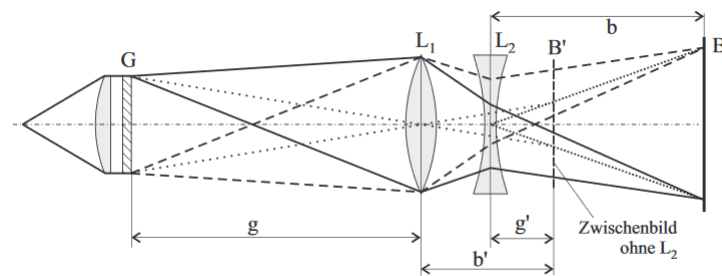


Abbildung 3: Kombination einer Sammellinse L_1 mit einer Zerstreungslinse L_2 . G Gegenstand, B' Bild mit L_1 ohne L_2 , B Bild mit L_1 und L_2 , g , g' Gegenstandsweite, b , b' Bildweite.

2.2.2 Methode 2

Verändert man den Abstand der Zerstreungslinse L_2 von B' derart, dass $g' = -f_2$ wird, so rückt das Bild B ins Unendliche, was mit einem auf *Unendlich* justierten Fernrohr festgestellt werden kann, und eine direkte Brennweitenbestimmung leicht ermöglicht.

3 Geräteliste

Tabelle 1: Liste der verwendeten Geräte

| Bezeichnung | Inventarnummer | Unsicherheit |
|-------------------|----------------|--------------|
| Sammellinse | V221 | |
| Zerstreuungslinse | | |
| Lampe | V/747/4 | |
| Gegenstand | F4 | |
| Schirm | V/539/32 | |
| Maßband | | ± 1 mm |

4 Durchführung und Messwerte

4.1 Brennweite der Sammellinse nach Laplace

Es werden 10 Messungen durchgeführt. Bei jeder Messung wird die Position die Gegenstands- und Bildweite, sowie die Position der Linse gemessen. Die Positionen werden relativ zu einem Fixpunkt gemessen. Die Messwerte sind in Tabelle 2 dargestellt.

Tabelle 2: Messwerte der Methode nach Laplace. G Gegenstandsposition, B Bildposition, L Linsenposition

| Nr. | G / cm | B / cm | L / cm |
|-----|----------|----------|----------|
| 1 | 160 | 15 | 136.2 |
| 2 | 160 | 20 | 135.7 |
| 3 | 160 | 25 | 135.2 |
| 4 | 160 | 30 | 134.5 |
| 5 | 160 | 35 | 134.9 |
| 6 | 160 | 40 | 134.0 |
| 7 | 160 | 45 | 133.9 |
| 8 | 160 | 50 | 133.6 |
| 9 | 160 | 55 | 132.9 |
| 10 | 160 | 60 | 131.9 |

4.2 Brennweite der Sammellinse nach Bessel

Hier wird bei gegebener Position von Gegenstand und Bild die Linse auf die Positionen L_1 und L_2 verschoben. Es wird für 5 Fälle gemessen.

Tabelle 3: Messwerte der Methode nach Bessel. G Gegenstandsposition, B Bildposition, L_1 , L_2 Linsenpositionen

| Nr. | G / cm | B / cm | L_1 / cm | L_2 / cm |
|-----|----------|----------|------------|------------|
| 1 | 160 | 15 | 135.6 | 39.5 |
| 2 | 160 | 20 | 135.3 | 44.8 |
| 3 | 160 | 18 | 135.1 | 42.7 |
| 4 | 160 | 12 | 135.8 | 36.4 |
| 5 | 160 | 22 | 135.3 | 46.8 |
| 6 | 160 | 5 | 136.2 | 29.2 |
| 7 | 160 | 8 | 135.9 | 32.3 |
| 8 | 160 | 10 | 136.1 | 34.5 |
| 9 | 160 | 24 | 135.5 | 49.1 |
| 10 | 160 | 26 | 135.2 | 51.1 |

4.3 Brennweite der Zerstreuungslinse

Tabelle 4: Messwerte für die Zerstreuungslinse. G Gegenstandsposition, B' Bildposition nur für Sammellinse, B Bildposition, L_1 Position v. Sammellinse, L_2 Positin von Zerstreuungslinse

| Nr. | G / cm | B' / cm | B / cm | L_1 / cm | L_2 / cm |
|-----|----------|-----------|----------|------------|------------|
| 1 | 160 | 77 | 65 | 112 | 90 |
| 2 | 160 | 77 | 35.5 | 112 | 94.5 |
| 3 | 160 | 77 | 56.6 | 112 | 92 |
| 4 | 160 | 77 | 50 | 112 | 93 |
| 5 | 160 | 77 | 60.3 | 112 | 91 |
| 6 | 160 | 77 | 22.6 | 112 | 96 |
| 7 | 160 | 77 | 54.1 | 112 | 92.5 |
| 8 | 160 | 77 | 35.9 | 112 | 95 |
| 9 | 160 | 77 | 69.8 | 112 | 88 |
| 10 | 160 | 77 | 69.6 | 112 | 87.5 |

5 Auswertung

5.1 Laplace

Die Größtunsicherheitsmethode für die Brennweite nach Laplace aus Gleichung (1) ergibt

$$\Delta f = \left| \frac{\partial f}{\partial g} \right| \cdot \Delta g + \left| \frac{\partial f}{\partial b} \right| \cdot \Delta b = \left(\frac{1}{g} + \frac{1}{b} \right)^{-2} \cdot \left(\frac{\Delta g}{g^2} + \frac{\Delta b}{b^2} \right)$$

Mit diesen Erkenntnissen wird die Tabelle 2 ausgewertet.

Tabelle 5: Auswertung für die Laplace-Methode. $g = G - L$ Gegenstandsweite, $b = L - B$ Bildweite, f berechnete Brennweite, Δf Unsicherheit

| Nr. | g / cm | b / cm | f / cm | Δf / cm |
|-----|----------|----------|----------|-----------------|
| 1 | 23.8 | 121.2 | 19.89 | 0.44 |
| 2 | 24.3 | 115.7 | 20.08 | 0.43 |
| 3 | 24.8 | 110.2 | 20.24 | 0.42 |
| 4 | 25.5 | 104.5 | 20.5 | 0.41 |
| 5 | 25.1 | 99.9 | 20.06 | 0.41 |
| 6 | 26.0 | 94.0 | 20.37 | 0.4 |
| 7 | 26.1 | 88.9 | 20.18 | 0.39 |
| 8 | 26.4 | 83.6 | 20.06 | 0.38 |
| 9 | 27.1 | 77.9 | 20.11 | 0.37 |
| 10 | 28.1 | 71.9 | 20.2 | 0.36 |

5.2 Bessel

Die Größtunsicherheitsmethode für die Brennweite nach Bessel aus Gleichung (2) ergibt

$$\Delta f = \left| \frac{\partial f}{\partial a} \right| \cdot \Delta a + \left| \frac{\partial f}{\partial e} \right| \cdot \Delta e = \frac{1}{4 \cdot a^2} \cdot [(a^2 + e^2) \cdot \Delta a + 2 \cdot a \cdot e \cdot \Delta e]$$

Tabelle 6: Auswertung für die Bessel-Methode. $a = G - B$ Gesamtabstand, $e = |L_1 - L_2|$ Verschiebung der Linse, f berechnete Brennweite, Δf Unsicherheit

| Nr. | a / cm | e / cm | f / cm | Δf / cm |
|-----|----------|----------|----------|-----------------|
| 1 | 145 | 96.1 | 20.33 | 0.41 |
| 2 | 140 | 90.5 | 20.37 | 0.41 |
| 3 | 142 | 92.4 | 20.47 | 0.41 |
| 4 | 148 | 99.4 | 20.31 | 0.42 |
| 5 | 138 | 88.5 | 20.31 | 0.4 |
| 6 | 155 | 107.0 | 20.28 | 0.43 |
| 7 | 152 | 103.6 | 20.35 | 0.42 |
| 8 | 150 | 101.6 | 20.3 | 0.42 |
| 9 | 136 | 86.4 | 20.28 | 0.4 |
| 10 | 134 | 84.1 | 20.3 | 0.4 |

5.3 Zerstreuungslinse

Die Brennweite berechnet sich in dem Fall analog zur Laplace Methode mit

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g'} + \frac{1}{b} \quad (3)$$

Tabelle 7: Auswertung für die Zerstreuungslinse. $g' = B' - L_2$, $b = L_2 - B$, f berechnete Brennweite, Δf Unsicherheit

| Nr. | g' / cm | b / cm | f / cm | $\Delta f / \text{cm}$ |
|-----|------------------|-----------------|-----------------|------------------------|
| 1 | -13 | 25 | -27.08 | 3.31 |
| 2 | -17.5 | 59.0 | -24.88 | 1.32 |
| 3 | -15 | 35.4 | -26.03 | 2.13 |
| 4 | -16 | 43 | -25.48 | 1.73 |
| 5 | -14 | 30.7 | -25.74 | 2.45 |
| 6 | -19 | 73.4 | -25.64 | 1.17 |
| 7 | -15.5 | 38.4 | -25.99 | 1.96 |
| 8 | -18 | 59.1 | -25.88 | 1.36 |
| 9 | -11 | 18.2 | -27.81 | 5.23 |
| 10 | -10.5 | 17.9 | -25.4 | 4.72 |

6 Zusammenfassung und Diskussion

Für die Brennweite nach der Laplace-Messung gilt durch Mittelung

$$f = (20.17 \pm 0.4) \text{ cm}$$

Für die Brennweite nach der Bessel-Messung gilt durch Mittelung

$$f = (20.33 \pm 0.41) \text{ cm}$$

Für die Zerstreuungslinse gilt durch Mittelung

$$f = (25.99 \pm 2.54) \text{ cm}$$

Die Methoden nach Laplace und Bessel ergeben unter Berücksichtigung der Unsicherheit dasselbe Ergebnis. Bei der Messung der Zerstreuungslinse werden zwei Linsenpositionen gemessen, was den höheren Fehler erklärt.

Die angenommene Unsicherheit setzt sich zusammen aus der Unsicherheit des Maßbandes ($\pm 0.1 \text{ cm}$), mit dem der jeweilige Linsenabstand gemessen wurde und der Unsicherheit die entsteht, wenn man ein Objekt scharf stellt (Schärfebereich), welche mit $\pm 0.2 \text{ cm}$ abgeschätzt wurde. Unbedingt zu beachten ist auch, dass bei der Ermittlung der Brennweite nach Bessel der Gegenstand und der Schirm relativ weit voneinander zu platzieren sind, um sichergehen zu können, dass auch immer ein Abstand von 4 Mal der Brennweite eingehalten werden kann, da sonst das Bessel'sche Verfahren nicht wirksam wäre.

A Python Skript

```
#Messen nach Laplace

#G Gegenstandsposition
#B Bildposition
#L Linsenposition

#G, B fix, L messen, alles in cm

G = [160, 160, 160, 160, 160, 160, 160, 160, 160, 160]
B = [15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60]
L = [136.2, 135.7, 135.2, 134.5, 134.9, 134.0, 133.9,
     133.6, 132.9, 131.9]

#unsicherheit fuer laengenmessung in cm
delta_l = 0.3
delta_b = 0.3*2
delta_g = 0.3*2

file = open("laplace_messwerte.tex", "w")
file.write("\\begin{tabular}{c|rrr}\\n")
file.write("Nr. & $G$ / cm & $B$ / cm & $L$ / cm \\\n")
file.write("\\hline\\n")

for i in range(10):
    file.write(str(i+1) + " & " + str(round(G[i],2)) +
               " & " + str(round(B[i],2)) + " & " + str(round(L[i],2)))
    if i != 9:
        file.write("\\\\n")
        file.write("\\n")
file.write("\\end{tabular}\\n")
file.close()

g = [0] * 10
b = [0] * 10
f = [0] * 10
delta_f = [0] * 10

for i in range(10):
    g[i] = G[i] - L[i]
```

```

b[i] = L[i] - B[i]
f[i] = 1/(1/g[i] + 1/b[i])
delta_f[i] = (1/g[i] + 1/b[i])**-2 * (delta_g/g[i]
    )**2 + delta_b/b[i]**2)

file = open("laplace_auswertung.tex", "w")
file.write("\\begin{tabular}{c|rrrr}\\n")
file.write("Nr. & $g$ / cm & $b$ / cm & $f$ / cm & $\\Delta f$ / cm \\n")
file.write("\\hline\\n")

for i in range(10):
    file.write(str(i+1) + " & " + str(round(g[i],2)) +
        " & " + str(round(b[i],2)) + " & " + str(round(f[i],2)) +
        " & " + str(round(delta_f[i],2)))
    if i != 9:
        file.write("\\n")
    file.write("\\n")
file.write("\\end{tabular}\\n")
file.close()

file = open("laplace_ergebnis.tex", "w")
file.write("\\begin{align*}\\n")
file.write("f = (" + str(round(sum(f)/10,2)) + " \\pm "
    + str(round(sum(delta_f)/10,2)) + ")~\\text{cm}\\n")
file.write("\\end{align*}\\n")

```

Listing 1: Laplace Auswertung

```

#Messen nach Bessel

#G Gegenstandsposition
#B Bildposition
#L Linsenposition

#G fix, L1, L2 messen, alles in cm

G = [160, 160, 160, 160, 160, 160, 160, 160, 160, 160]
L1 =
    [135.6, 135.3, 135.1, 135.8, 135.3, 136.2, 135.9, 136.1, 135.5, 135.2]

L2 =

```

```
[39.5,44.8,42.7,36.4,46.8,29.2,32.3,34.5,49.1,51.1]
B = [15,20,18,12,22,5,8,10,24,26]
```

```
#unsicherheit fuer laengenmessung in cm
delta_l = 0.3
delta_a = 0.3*2
delta_e = 0.3*2

file = open("bessel_messwerte.tex", "w")
file.write("\\begin{tabular}{c|rrrr}\\n")
file.write("Nr. & $G$ / cm & $B$ / cm & $L_1$ / cm & \\n")
file.write("$L_2$ / cm \\n")
file.write("\\hline\\n")

for i in range(10):
    file.write(str(i+1) + " & " + str(round(G[i],2)) + \\n")
    file.write(str(round(B[i],2)) + " & " + str(round(L1[i],2)) + \\n")
    file.write(str(round(L2[i],2)) + " & " + str(round(L2[i],2)) + \\n")
    if i != 9:
        file.write("\\n")
    file.write("\\n")
file.write("\\end{tabular}\\n")
file.close()

a = [0] * 10
e = [0] * 10
f = [0] * 10
delta_f = [0] * 10

for i in range(10):
    a[i] = G[i] - B[i]
    e[i] = abs(L1[i] - L2[i])
    f[i] = 0.25 * (a[i]**2 - e[i]**2)/a[i]
    delta_f[i] = 0.25/a[i]**2 * ( (a[i]**2 + e[i]**2) \\n")
    file.write(str(delta_f[i]) + " & " + str(delta_f[i]) + \\n")
    file.write("\\n")
file.write("\\hline\\n")

for i in range(10):
    file.write(str(i+1) + " & " + str(round(a[i],2)) + \\n")
    file.write(str(round(e[i],2)) + " & " + str(round(f[i],2)) + \\n")
    file.write(str(round(delta_f[i],2)) + " & " + str(round(delta_f[i],2)) + \\n")
    file.write("\\n")
file.write("\\hline\\n")
```

```

    ],2)) + " & " + str(round(delta_f[i],2))
    if i != 9:
        file.write("\\\\")
    file.write("\n")
file.write("\\end{tabular}\n")
file.close()

file = open("bessel_ergebnis.tex", "w")
file.write("\\begin{align*}\n")
file.write("f = (" + str(round(sum(f)/10,2)) + " \pm "
    + str(round(sum(delta_f)/10,2)) + ")~\\text{cm}\n")
file.write("\\end{align*}\n")

```

Listing 2: Bessel Auswertung

```

#Messen der Zerstreuungslinse

#G Gegenstandsposition
#B Bildposition
#B1 Bildposition der Sammellinse
#L1 Linsenposition Sammellinse
#L2 Linsenposition Zerstreuungslinse

#G, B fix, L messen, alles in cm

G = [160, 160, 160, 160, 160, 160, 160, 160, 160, 160]
B = [65, 35.5, 56.6, 50, 60.3, 22.6, 54.1, 35.9, 69.8,
    69.6]
B1 = [77, 77, 77, 77, 77, 77, 77, 77, 77, 77]
L1 = [112, 112, 112, 112, 112, 112, 112, 112, 112, 112]
L2 = [90, 94.5, 92, 93, 91, 96, 92.5, 95, 88, 87.5]

#unsicherheit fuer laengenmessung in cm
delta_l = 0.3
delta_b = 0.3*2
delta_g = 0.3*2

file = open("zerstreuungslinse_messwerte.tex", "w")
file.write("\\begin{tabular}{c|rrrrr}\n")
file.write("Nr. & $G$ / cm & $B^{\prime}$ / cm & $B$ / cm & $L_1$ / cm & $L_2$ / cm \\\n")

```

```

file.write("\hline\n")

for i in range(10):
    file.write(str(i+1) + " & " + str(round(G[i],2)) +
        " & " + str(round(B1[i],2)) + " & " + str(round(B[
i],2)) + " & " + str(round(L1[i],2)) + " & " + str(
round(L2[i],2)))
    if i != 9:
        file.write("\\\\")
    file.write("\n")
file.write("\\end{tabular}\n")
file.close()

g1 = [0] * 10
b = [0] * 10
f = [0] * 10
delta_f = [0] * 10

for i in range(10):
    g1[i] = B1[i] - L2[i]
    b[i] = L2[i] - B[i]
    f[i] = 1/(1/g1[i] + 1/b[i])
    delta_f[i] = (1/g1[i] + 1/b[i])**-2 * (delta_g/g1[
i]**2 + delta_b/b[i]**2)

file = open("zerstreuungslinse_auswertung.tex", "w")
file.write("\\begin{tabular}{c|rrrr}\n")
file.write("Nr. & $g^{\prime}$ / cm & $b$ / cm & $f$ /
cm & $\Delta f$ / cm \\\n")
file.write("\hline\n")

for i in range(10):
    file.write(str(i+1) + " & " + str(round(g1[i],2))
+ " & " + str(round(b[i],2)) + " & " + str(round(f[
i],2)) + " & " + str(round(delta_f[i],2)))
    if i != 9:
        file.write("\\\\")
    file.write("\n")
file.write("\\end{tabular}\n")
file.close()

file = open("zerstreuungslinse_ergebnis.tex", "w")
file.write("\\begin{align*}\n")

```

```
file.write("f = (" + str(round(abs(sum(f))/10,2)) + "  
    \pm " + str(round(sum(delta_f)/10,2)) + ")~\\text{  
    cm}\\\\\\")  
file.write("\\end{align*}\\n")
```

Listing 3: Zerstreuungslinse Auswertung