

Institut für Experimentalphysik der Technischen Universität Graz

&

Institut für Physik der Universität Graz

LABORÜBUNGEN 2: ELEKTRIZITÄT, MAGNETISMUS, OPTIK

Übungstitel: Gitter, Prisma

Betreuer: Thomas Jauk

Gruppennummer: 41

Vorbereitung	Durchführung	Protokoll

Σ

Name: Tanja Maier, Johannes Winkler

Kennzahl: 033 678 Matrikelnummer: 11778750, 00760897

Datum: 09. Oktober 2020 WS 20

1 Aufgabenstellung

Gitter:

1. Bestimmung der Gitterkonstanten mittels Na-Dampflampe. Die Wellenlängen der gelben Na-Doppellinien sind 588.995 nm und 589.592 nm.
2. Bestimmung der Wellenlängen der gut sichtbaren Linien der Hg-Lampe. 5 Farben sollen dabei ausgewählt werden.
3. Berechnung des Auflösungsvermögens des Gitters.

Prisma:

1. Bestimmung des brechenden Winkels des Prismas durch Messung des Reflexionswinkels. Messung 5 mal links und 5 mal rechts.
2. Bestimmung des Brechungsindex/Dispersionskurve $n(\lambda)$ des Prismas für 5 sichtbare Linien einer Hg-Lampe nach der Methode der minimalen Ablenkung.

2 Grundlagen

2.1 Gitter

Ein ebenes Strichgitter besteht grundsätzlich aus Öffnungen, die Licht durchlassen und Balken, die kein Licht durchlassen. Öffnungen und Balken sind dabei in genau gleichen Abständen abwechselnd aufeinander folgend angeordnet. Fällt Licht auf ein solches Gitter, so wird es gebeugt und gemäß dem Huygens'schen Prinzip (Jeder Punkt einer Wellenfront ist Ausgangspunkt einer neuen Elementarwelle) gehen von jedem Punkt einer Öffnung Kugelwellen aus, die sich je nach der Richtung und der Wellenlänge verstärken (konstruktive Interferenz) oder abschwächen (destruktive Interferenz).

$$\sin(\phi) = \frac{z \cdot \lambda}{g} \quad (1)$$

Ein Maximum der Lichtintensität in der Richtung ϕ wird dann beobachtet, wenn ein Bündel parallelen Lichtes senkrecht auf das Gitter trifft und der Gangunterschied Δ zwischen zwei von benachbarten Gitteröffnungen ausgehenden Elementarwelle dabei ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge λ ist. Somit ergibt sich als Bedingung für das Helligkeitsmaximum der Wellenlänge λ

$$\Delta = g \cdot \sin(\phi) \quad (2)$$

$$z \cdot \lambda = g \cdot \sin(\phi) \quad (3)$$

wobei z die Ordnungszahl des Beugungsmaximums, λ die Wellenlänge des Lichts und g der Abstand zwischen zwei Gitteröffnungen (Gitterkonstante) ist.

Für unterschiedliche Wellenlängen (d.h. unterschiedliche Farben) des einfallenden Lichts ergibt sich also eine Abfolge an Beugungsmaxima, die man als Spektrum bezeichnet. Die Ordnungszahlen $z = 1, 2, 3, \dots$ entsprechen dabei den Spektren 1., 2., 3. Ordnung. Je höher die Ordnungszahl z ist desto größer ist der Einfallswinkel ϕ . Spektren verschiedener Ordnung können sich auch überdecken, da zum gleichen Winkel ϕ Beugungsmaxima verschiedener Ordnung für verschiedene Wellenlängen gehören.

Für die Auflösung eines Gitters gilt zusätzlich

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = z \cdot N = \frac{z \cdot D}{g} = \frac{b}{g} \quad (4)$$

2.2 Prisma

Der Brechungsindex n beschreibt, wie schnell sich Licht in einem bestimmten Medium bewegt. Dabei gilt die Beziehung

$$n = \frac{c}{u}$$

wobei c die Lichtgeschwindigkeit und u die Geschwindigkeit im jeweiligen Medium ist. Der Brechungsindex von Licht im Vakuum ist demnach 1.

Beim Übergang von einem Medium in das andere wird der Lichtstrahl gebrochen bzw. reflektiert, wenn die Medien unterschiedliche Brechungsindizes (also die Ausbreitungsgeschwindigkeit im jeweiligen Medium) besitzen.

Nach dem Fermat'schen Prinzip nimmt das Licht dabei immer den Weg mit der kürzesten Zeit (was nicht unbedingt immer der kürzeste Weg in der Distanz sein muss). Diese Beobachtung ist durch die Wellennatur des Lichts erklärbar.

Ausgehend vom Fermat'schen Prinzip lässt sich auch leicht das Brechungsgesetz von Snellius herleiten

$$n_1 \cdot \sin(\alpha) = n_2 \cdot \sin(\beta)$$

Der Brechungswinkel hängt dabei nicht nur vom Einfallswinkel, sondern auch von der Wellenlänge des Lichts ab - mehrfarbiges Licht (also unterschiedliche Wellenlängen) wird bei der Brechung also immer in seine Bestandteile (spektral) zerlegt. Mithilfe eines Prismas kann man sowohl die Dispersion bestimmen als auch die spektralen Eigenschaften des Lichts untersuchen. Im Sonderfall des symmetrischen Strahlenganges gilt außerdem $\alpha_1 = \alpha_2$ bzw. $\beta_1 = \beta_2$ und damit

$$n = \frac{\sin\left(\frac{\gamma+\delta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right)} \quad (5)$$

Die Abhängigkeit $n(\lambda)$ des Brechungsindex eines Mediums von der Wellenlänge wird als Dispersionskurve bezeichnet.

3 Versuchsaufbau

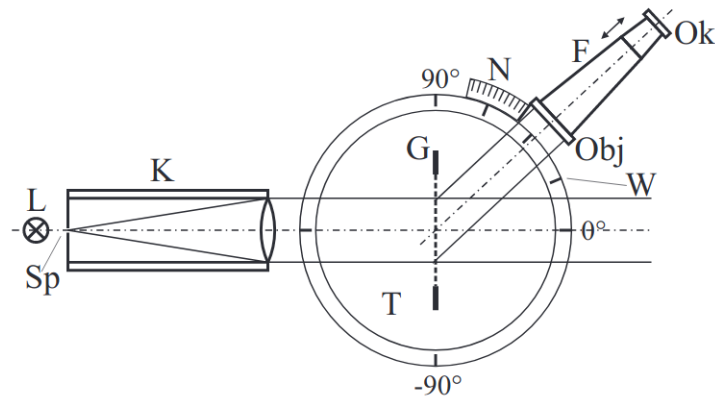


Abbildung 1: Aufbau zur Messung mit dem Gitter.

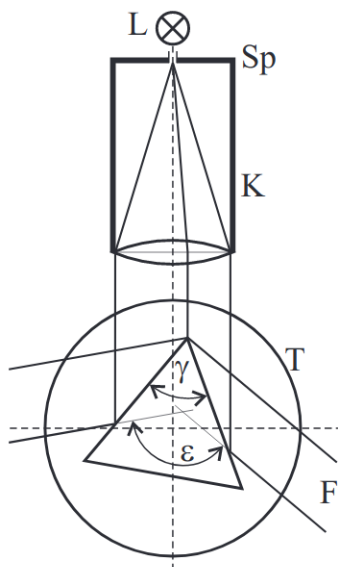


Abbildung 2: Vermessung des Prismas.

4 Geräteliste

Tabelle 1: Liste der verwendeten Geräte

Bezeichnung	Hersteller	Typ	Inv. Nr.	Unsicherheit
Na-Lampe	Philips	58230AH		
Hg-Lampe	Philips	40656085W		
Spektrometer			V/341	
Gitter				
Prisma				
Winkelmesser				$\pm 0.1^\circ$
Maßband				$\pm 1 \text{ mm}$

5 Durchführung und Messwerte

5.1 Gitter mit Na-Lampe

Zuerst wurde das Gitter in der Na-Lampe bestrahlt und währenddessen der Winkel der zwei Beugungsmaxima jeweils fünf Mal abgelesen. Nach jeder Messung wurde das Gitter kurz verschoben und die beschriebene Versuchsdurchführung wiederholt. Es wurden die inneren der beiden Linien verwendet. Die Ergebnisse sind in Tabelle 2 dargestellt.

Tabelle 2: Messwerte zur Bestimmung der Gitterkonstante mit Hilfe einer Na-Dampflampe

Nr.	L / °	R / °
1	172.6	87.7
2	172.8	87.7
3	172.7	87.7
4	172.8	87.7
5	172.7	87.7

5.2 Gitter mit Hg-Lampe

Das Gitter wurde mit der Hg-Hochdrucklampe bestrahlt. Währenddessen wurde aus dem Beugungsmaximum der Winkel von fünf verschiedenen Farben bestimmt. Die Messung wurde wieder links und rechts durchgeführt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 3 dargestellt.

Tabelle 3: Messwerte zur Bestimmung der Wellenlängen einer Hg-Lampe

Farbe	L / °	R / °
Violett	159.2	104.1
Blau	161.7	101.8
Türkis	166.0	97.6
Grün	170.8	93.4
Gelb	173.5	90.9

5.3 Prisma

Das Prisma wurde von der Hg-Hochdrucklampe bestrahlt und der Reflexionswinkel jeweils fünf Mal links und fünf Mal rechts gemessen. Die Ergebnisse sind in Tabelle 4 dargestellt.

Tabelle 4: Messwerte des Prismas mit Hg-Lampe

Nr.	L / °	R / °
1	54.5	174.6
2	54.4	174.7
3	54.5	174.5
4	54.5	174.6
5	54.4	174.6

Dann wurde das Prisma durch Hin- und Herschwenken an der Stelle der minimalen Ablenkung (Umkehrung des Drehsinnes) platziert und die Ablenkung von fünf gut sichtbaren Farblinien gemessen. Dieser Vorgang wurde für genauere Ergebnisse an zwei einfallenden Strahlen (links und rechts) durchgeführt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 5 dargestellt.

Tabelle 5: Messwerte der Farblinien

Farbe	L / °	R / °
Violett	202.9	80.0
Indigo	202.5	80.9
Blaugrün	201.9	82.0
Grün	200.8	82.6
Gelb	199.8	83.0

6 Auswertung

6.1 Gitter

Für die Gitterkonstante gilt nach Größtfehlermethode

$$g = \frac{2 \cdot \lambda}{\sin(\phi)}$$

wobei $\phi = (42.51 \pm 0.20)^\circ$ ist. Für die Unsicherheit gilt

$$\Delta g = \frac{2 \cdot \Delta \lambda}{\sin(\phi)} + \frac{2 \cdot \lambda}{\sin^2(\phi)} \cdot \cos(\phi) \cdot \Delta \phi$$

sofern ϕ , $\Delta \phi$ ins Bogenmaß umgerechnet wird. Als Fehler der Wellenlänge der Na-Lampe nehmen wir $\Delta \lambda = 1 \text{ nm}$ an. Insgesamt ergibt sich daraus

$$g = (1.74 \pm 0.01) \mu\text{m}$$

Für die Wellenlänge der Farben gilt

$$\lambda = \frac{g \cdot \sin(\phi)}{2}$$

und dessen Unsicherheit ist

$$\Delta \lambda = \frac{\Delta g \cdot \sin(\phi)}{2} + \frac{g \cdot \cos(\phi) \cdot \Delta \phi}{2}$$

Tabelle 6: Auswertung der Wellenlängen mit der Hg-Lampe. λ Wellenlänge, $\Delta \lambda$ Fehler der Wellenlänge

Farbe	λ / nm	$\Delta \lambda / \text{nm}$
Violett	403.4	4.9
Blau	435.4	5.0
Türkis	490.2	5.2
Grün	545.3	5.4
Gelb	575.6	5.5

Die Auflösung des Gitters ist

$$\text{res} = \frac{b}{g}$$

mit der Unsicherheit

$$\Delta \text{res} = \frac{\Delta b}{g} + \frac{b}{g^2} \cdot \Delta g$$

Die Vermessung der Blende hat $b = 2.1$ cm ergeben, wobei beachtet werden musste, dass das Gitter nicht beschädigt wird. Deswegen ist die Messung ungenau mit $\Delta b = 0.3$ cm. Insgesamt ergibt sich für die Auflösung

$$\text{res} = (1.2 \pm 0.2) \cdot 10^4$$

6.2 Prisma

Zuerst wurde der brechende Winkel γ aus den Messungen des Reflexionswinkels berechnet. Hierbei handelt es sich um die Hälfte der Differenz der Werte aus Tabelle 4. Es ergibt sich

$$\gamma = \frac{\epsilon}{2} = 60.07^\circ$$

Wobei ϵ der Mittelwert der differenzierten Messungen aus Tabelle 4 ist. Zum Fehler von γ kann man sagen, dass jeder Wert aus Tabelle 4 die Unsicherheit $\pm 0.1^\circ$ hat. Die Differenz aus zwei Werten hat demnach die Unsicherheit $\pm 0.2^\circ$. Gemäß angewandter Statistik muss man bei einem Mittelwert die Standardabweichung der einzelnen Größe durch die Wurzel der Anzahl der gemittelten Werte dividieren. Es ergibt sich daher eine Unsicherheit von $\pm \frac{0.2^\circ}{\sqrt{5}} \approx \pm 0.09^\circ$. Insgesamt erhält man daher für γ

$$\gamma = (60.1 \pm 0.9)^\circ$$

Dann wurde der Brechungsindex der einzelnen Farben mithilfe von Formel (5) berechnet. Die Winkel δ wurden dabei in der Einheit Radianen eingesetzt. Die Fehlerrechnung erfolgt durch die Größtunsicherheitsmethode.

$$n = \frac{\sin\left(\frac{\gamma+\delta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right)}$$

$$\Delta n = \frac{\cos\left(\frac{\gamma+\delta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right)} \cdot \frac{\Delta\delta}{2} + \frac{\cos\left(\frac{\gamma+\delta}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\gamma}{2}\right) - \sin\left(\frac{\gamma+\delta}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\gamma}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right)} \cdot \frac{\Delta\gamma}{2}$$

Die Ergebnisse sind in Tabelle 7.

Tabelle 7: Berechnung des Brechungsindex: n Brechungsindex, Δn Fehler des Brechungsindex

Farbe	n	Δn
Violett	1.743	0.001
Indigo	1.738	0.001
Blaugrün	1.730	0.001
Grün	1.723	0.001
Gelb	1.717	0.001

Mit den gegebenen Werten für n und λ kann eine Dispersionskurve gezeichnet werden.

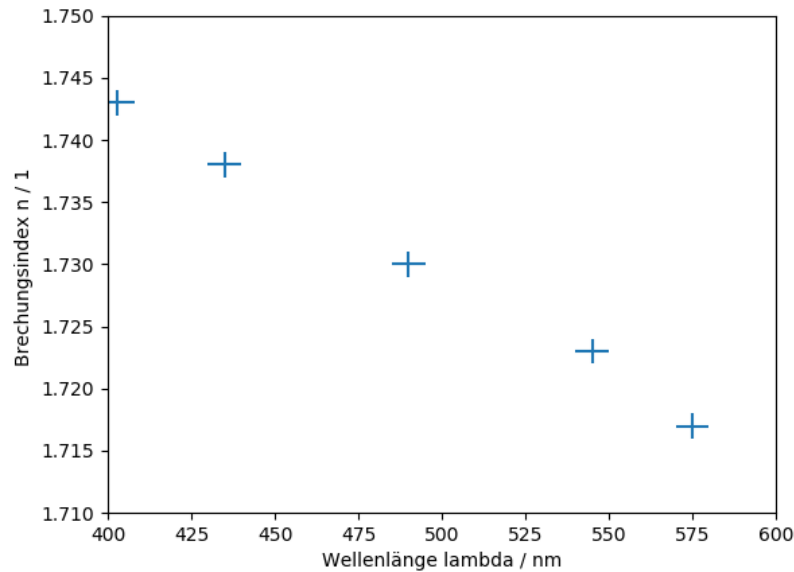


Abbildung 3: Dispersionskurve: Brechungsindex in Abhängigkeit der Wellenlänge

7 Diskussion

Die gemessenen Wellenlängen liegen verglichen mit den Literaturwerten [1] in einem akzeptablen Bereich. Da es sich beim Prisma um ein gleichschenkliges Dreieck handelt, passt der berechnete Wert gut zum aufgrund der Geometrie erwarteten Wert von 60° . Auch der Brechungsindex des Prismas stimmt sehr gut mit den gefundenen Literaturwerten [2] überein. Da sich der Brechungsindex in einem Bereich um 1.7 befindet lässt sich sogar sagen, dass das Prisma vermutlich aus Flintglas bzw. Schwerflintglas hergestellt wurde.

8 Zusammenfassung

Für die Gitterkonstante ergibt sich

$$g = (1.74 \pm 0.01) \mu\text{m}$$

Für die Wellenlängen der Hg-Lampe gilt zusammenfassend

Tabelle 8: Auswertung der Wellenlängen mit der Hg-Lampe

Farbe	λ / nm	$\Delta\lambda$ / nm
Violett	403.4	4.9
Blau	435.4	5.0
Türkis	490.2	5.2
Grün	545.3	5.4
Gelb	575.6	5.5

Für das Auflösungsvermögen des Gitters gilt

$$\text{res} = (1.2 \pm 0.2) \cdot 10^4$$

Der Winkel des Prismas ist

$$\gamma = (60.1 \pm 0.9)^\circ$$

Für die Brechungsindizes gilt zusammenfassend

Tabelle 9: Zusammenfassung der Brechungsindizes

Farbe	n	Δn
Violett	1.743	0.001
Indigo	1.738	0.001
Blaugrün	1.730	0.001
Grün	1.723	0.001
Gelb	1.717	0.001

9 Literaturverzeichnis

[1] <https://www.tabelle.info/farben.htm>, 11.10.2020 19:52 Uhr

[2] https://de.wikipedia.org/wiki/Optisches_Glas, 11.10.2020 19:55 Uhr