

Systèmes et Algorithmiques Répartis

Master 1
Informatique des Organisations - MIDO

Joyce EL HADDAD
elhaddad@lamsade.dauphine.fr

Chapitre 3 : Le Temps

- Introduction
- Environnement synchrone
- Horloge logique

Introduction

- Le temps est un concept fondamental des applications et des systèmes informatiques
- Dans un contexte réparti, la multiplicité des sites crée autant de référentiels possibles
- Les différentes notions associées au temps et leurs applications :
 - Le temps interne (*horloge, quatum*)
 - Le temps de l'environnement (*temps réel, synchrone*)
 - Le temps universel (<http://www.bipm.org/>)
 - Le temps logique (*ordre causal, horloge logique*)

Environnement synchrone

- Comparaison entre environnement asynchrone et synchrone
 - Afin d'illustrer le gain en complexité que fournit un environnement synchrone, nous allons étudier la **construction d'un arbre de plus courts chemins** sur un graphe de communication quelconque
 - La construction est initiée par un site qui deviendra la racine de l'arbre
 - Le chemin qui conduit de l'initiateur à un site quelconque doit être l'un des plus courts chemins possibles parmi ceux qui les relient

Environnement synchrone

- Arbre de plus courts chemins : environnement asynchrone
 - Principe : lorsqu'un site est rattaché à l'arbre, il propose à ses autres voisins de devenir ses fils. Il adjoint à sa proposition, la nouvelle distance à la racine qu'obtiendra le nœud sollicité
 - Dans un environnement asynchrone, la **première proposition de rattachement n'est pas nécessairement la meilleure** : à chaque rattachement de meilleure qualité, on réitère sa proposition aux voisins

Environnement synchrone

- Arbre de plus courts chemins : environnement asynchrone
 - Les variables d'un site S_i
 - ❖ voisins_i : sous-ensemble des sites voisins de S_i . Cette constante définit le graphe de communication
 - ❖ père_i : identité du site "père" dans l'arbre, initialisée pour l'initiateur à sa propre identité, et elle n'est pas initialisée pour les autres sites
 - ❖ distance_i : variable contenant la longueur du chemin allant du site jusqu'à la racine. Elle est initialisée à 0 pour l'initiateur et à l'infini ou à une constante supérieure ou égale au nombre de sites pour les autres sites

Environnement synchrone

- Arbre de plus courts chemins : environnement asynchrone
 - Algorithme d'un site S_i

Construire()

Début

Pour tout $j \in \text{voisins}_i \setminus \{\text{père}_i\}$

Envoyer_à (j , (cons, $\text{distance}_i + 1$));

Fin pour

Fin

Sur_réception_de (j , (cons, distance))

Début

Si ($\text{distance}_i > \text{distance}$) Alors

$\text{père}_i = j$;

$\text{distance}_i = \text{distance}$;

Construire();

Fsi

Fin

Environnement synchrone

- Arbre de plus courts chemins : environnement asynchrone
 - Complexité en nombre de messages dans le pire des cas
 - ❖ Bornons supérieurement Nbmess, le nombre de messages échangés (n étant le nombre de sites)
 - ❖ Le site initiateur appelle **Construire** exactement une fois; d'où un envoi **d'au plus** ($n-1$) messages,
 - ❖ A chaque appel à **Construire**, un site envoie **au plus** ($n-2$) messages (son père est exclu de l'envoi),
 - ❖ A chaque fois qu'un site appelle **Construire** sa distance décroît. La valeur maximale (différente de l'infini) que celle-ci peut prendre est ($n-1$), donc un site peut changer au plus ($n-1$) fois de valeurs Par conséquent, il appellera **au plus** ($n-1$) fois **Construire**.

$$\text{Nbmess} \leq (n-1) + (n-1)x(n-1)x(n-2) = \Theta(n^3)$$

Environnement synchrone

- Arbre de plus courts chemins : environnement asynchrone
 - Complexité en nombre de messages dans le pire des cas
 - ❖ Vérifions qu'il existe une exécution dont le nombre de messages échangés est de l'ordre de n^3
 - ❖ Notre scénario est basé sur un graphe de communication totalement maillé. Dans une clique, le résultat de l'algorithme est nécessairement un arbre de hauteur 1.
 - ❖ Le site initiateur, S_1 , envoie $(n-1)$ messages de construction à ses voisins
 - ❖ Supposons qu'à l'exception du message au site S_2 , tous les autres messages sont retardés. A la réception, S_2 prend comme père S_1 et envoie $(n-2)$ messages à ses voisins.

Environnement synchrone

- Arbre de plus courts chemins : environnement asynchrone
 - Complexité en nombre de messages dans le pire des cas
 - ❖ Vérifions qu'il existe une exécution dont le nombre de messages échangés est de l'ordre de n^3
 - ❖ Supposons de même que tous les messages sont retardés excepté celui envoyé au site S_3
 - ❖ En itérant ce procédé, on construit un arbre (non stabilisé) qui n'est autre qu'un chemin qui parcourt les sites de S_1 à S_n
 - ❖ Intéressons-nous au site S_i : il est actuellement à une distance $(i-1)$ de la racine. Supposons qu'il reçoive successivement les messages de construction $i-2, i-3, \dots, 1$. Sa distance diminuera par pas de 1 jusqu'à la valeur finale 1

Environnement synchrone

- Arbre de plus courts chemins : environnement asynchrone
 - Complexité en nombre de messages dans le pire des cas
 - ❖ Vérifions qu'il existe une exécution dont le nombre de messages échangés est de l'ordre de n^3 :
 - ❖ Supposons un tel scénario pour chacun des sites S_i . L'arbre sera stabilisé.
 - ❖ L'initiateur envoie **exactement** $(n-1)$ messages
 - ❖ Un site S_i différent de l'initiateur appelle **exactement** $(i-1)$ fois **Construire** provoquant l'envoi de $(i-1) \times (n-2)$ messages

$$\begin{aligned} \text{Nbmess} &= (n-1) + (n-2) + 2 \times (n-2) + 3 \times (n-2) + \dots + (n-2) \times (n-2) + (n-1) \times (n-2) \\ &= (n-1) + (n-2) \cdot (1+2+3+\dots+(n-1)) \\ &= (n-1) + (n-2) \times \frac{1}{2} \times n \times (n-1) \\ &= \Theta(n^3) \end{aligned}$$

Environnement synchrone

- Définissons un environnement synchrone pour une application répartie
 - Hypothèse n°1 : l'application de chaque site travaille sous forme de **cycles numérotés**. Chaque cycle est initié par le battement d'une pulsation
 - Hypothèse n°2 : la primitive exécutée lors du battement de la pulsation est notée **Sur_pulsion(numéro)**. Son unique paramètre correspond au numéro de la pulsation courante. L'exécution de ce code est non bloquant (*pas d'appel à Attendre*) et doit se terminer avant le battement de la pulsation suivante

Environnement synchrone

- Définissons un environnement synchrone pour une application répartie
 - Hypothèse n°3 : durant l'exécution de `Sur_pulsion`, un site émet au plus un seul message vers chaque autre site
 - Hypothèse n°4 : un message émis lors de l'appel à `Sur_pulsion(p)` est reçu et traité par le site récepteur après l'exécution de `Sur_pulsion(p)` et avant le battement de la pulsation p+1
 - Hypothèse n°5 : il n'y a pas d'émission de message dans les primitives `Sur_réception_de()`

Environnement synchrone

- Définissons un environnement synchrone pour une application répartie
 - L'application travaille de manière synchrone :
 - ❖ Au début d'un cycle, tous les sites exécutent la primitive **Sur_pulsion** conduisant à des émissions de message. Ces messages sont ensuite reçus et traités par les différents sites. Puis une nouvelle pulsation est battue
 - ❖ Notons que si l'application se comporte comme indiqué, il est inutile que la même pulsation soit simultanément battue sur deux sites différents

Environnement synchrone

- Arbre de plus courts chemins : environnement synchrone
 - Principe : reprendre l'algorithme précédent en remarquant que, puisque l'environnement est synchrone, la première proposition de rattachement est nécessairement la meilleure :
 - ❖ Le site racine est rattaché à la pulsation 0, les sites à distance 1 le sont à la pulsation 1,...
 - ❖ Il suffit donc de comparer la distance du site à la valeur de la pulsation pour savoir quand proposer à ses voisins le rattachement à l'arbre

Environnement synchrone

- Arbre de plus courts chemins : environnement synchrone
 - Les variables d'un site S_i
 - ❖ voisins_i : sous-ensemble des sites voisins de S_i . Cette constante définit le graphe de communication.
 - ❖ père_i : identité du site "père" dans l'arbre, initialisée pour l'initiateur à sa propre identité, et elle n'est pas initialisée pour les autres sites.
 - ❖ distance_i : variable contenant la longueur du chemin allant du site jusqu'à la racine. Initialisée à 0 pour l'initiateur et à l'infini ou à une constante supérieure ou égale au nombre de sites pour les autres sites.
 - ❖ pulsation_i : indice de la pulsation courante, initialisée à 0.

Environnement synchrone

- Arbre de plus courts chemins : environnement synchrone
 - Algorithme d'un site S_i

Sur_pulsation(pulsion_i)

Début

Si (pulsation_i == distance_i) Alors
Pour tout $j \in \text{voisins}_i \setminus \{\text{père}_i\}$
Envoyer_à (j , (cons, distance_i+1));
Finpour

Fsi

Fin

Sur_réception_de (j , (cons, distance))

Début

Si (distance_i == $+\infty$) Alors
 $\text{père}_i = j;$
distance_i = distance;
Fsi

Fin

Environnement synchrone

- Arbre de plus courts chemins : environnement synchrone
 - Complexité en nombre de messages dans le pire des cas
 - ❖ Le calcul du nombre de messages échangés est simple : un site n'envoie qu'une proposition de construction à tous ses voisins excepté son père. Donc le pire des cas est atteint sur une clique où l'initiateur envoie $(n-1)$ messages et chaque autre site envoie $(n-2)$ messages
 - ❖ Ce qui nous donne :

$$\text{Nbmess} = (n-1) + (n-1)x(n-2) = (n-1)^2 \text{ messages}$$
 - ❖ Un gain d'un ordre de grandeur par rapport à l'algorithme asynchrone.

Horloge logique

- Considérons le cas d'un serveur traitant une requête à la fois et mettant en attente les requêtes arrivées en cours de traitement
- Choix de la prochaine requête à traiter
 - Choix 1 : traiter les requêtes dans l'ordre de réception. L'inconvénient est de favoriser les sites les plus "proches" du serveur
 - Choix 2 : traiter les requêtes selon l'ordre d'émission. L'inconvénient est l'écart éventuel entre les horloges physiques

Horloge logique

- Choix de la prochaine requête à traiter
 - Choix 3 : traiter les requêtes de la façon suivante
 - ❖ si la requête r_1 précède causalement r_2 , alors traiter d'abord r_1
 - ❖ sinon si la requête r_2 précède causalement r_1 , alors traiter d'abord r_2
 - ❖ sinon les traiter dans un ordre arbitraire (*l'ordre causal est un ordre partiel*)
 - ❖ Contrainte : transformation du réseau en un réseau FIFO
 - Définir un mécanisme qui permette d'adopter une telle politique sans contraindre le réseau à être FIFO
 - Les horloges logiques [Lamport 1978]

Horloge logique

- Les horloges logiques [Lamport 1978]
 - Chaque site gère une horloge logique, un compteur croissant initialisé à 0.
 - Chaque message est estampillé avec la valeur courante de l'horloge logique et on désire que :
$$m <_c m' \Rightarrow h_m < h_{m'} \quad (h_m \text{ étant l'estampille de } m)$$
 - La réciproque n'est pas nécessairement vérifiée puisque l'ordre causal est partiel et l'ordre sur les entiers est total
 - Au vu de la transitivité de l'ordre, il suffit de garantir la propriété précédente pour l'ordre immédiat

Horloge logique

- Les horloges logiques [Lamport 1978]
 - Ce qui conduit aux deux règles de mise à jour suivantes :
 - ❖ Règle d'émission : après chaque émission de messages, $h_i = h_i + 1$
 - ❖ Règle de réception : à la réception d'un message (m, h_m) , $h_i = \max(h_i, h_m + 1)$
 - Pour appliquer le principe des horloges logiques au serveur traitant une requête à la fois, il faut disposer d'un ordre total entre les messages
 - ❖ Comparaison des paires (*horloge, identité du site*)

$$(h, i) < (h', i') \Leftrightarrow (h < h') \text{ ou } (h = h' \text{ et } i < i')$$

Références

- P. Ramanathan, K.G. Shin, R.W. Butler, "Fault-tolerant Clock synchronization in Distributed Systems", IEEE Transactions on Computers vol C-39, pp. 514-524, 1990
- S. Toueg, "An all-pairs shortest-path distributed algorithm" Technical Report RC 8327, IBM T.J. Watson Research Center, Yorktown Heights, NY 10598, 1980
- B. Awerbuch, "Complexity of network synchronization", JACM 32, pp. 804-823, 1985
- L. Lamport, "Time, clocks, and the ordering of events in a distributed system", Communications of the ACM 21, pp. 558-564, 1978
- BIPM, "Bureau International des Poids et Mesures" <http://www.bipm.org/>