**卡尔曼滤波入门**

**状态：**

Xk-1 --预测--> --估计--> --最优-->Xk

**主要操作：**

预测：使用上一状态的估计，做出对当前状态的估计

更新：利用对当前状态的观测值优化在预测阶段获得的估计值，以获得更精确的新值

**预测：**

= Fk + Bkuk （预测, F为状态变换模型， B为控制模型， u为控制向量）

Xk = FkXk-1 + Bkuk + wk （模型状态演化， wk~*N*(0,Qk)）

**更新：**

定义：

Zk = HkXk|k-1 + （为观测余量）

Zk = HkXk|k + vk （真实状态空间映射成观测空间，**H***k*是观测模型, vk~*N*(0,Rk)）

k|k  = k|k-1 +Kk  （反馈模型状态更新估计）

*卡尔曼滤波器是一个*[*最小均方误差*](https://zh.wikipedia.org/wiki/%E6%9C%80%E5%B0%8F%E5%9D%87%E6%96%B9%E8%AF%AF%E5%B7%AE)*估计器，其后验状态误差估计是：Xk - k|K。所以要近似求得最优Xk，则需要最小化这个矢量幅度平方的期望值：E[|Xk - k|K|2]，这等同于要求使后验误差估计协方差矩阵Pk|k的*[*迹(trace*](https://zh.wikipedia.org/wiki/%E8%BF%B9%E6%95%B0)*) 最小化。*

后验误差估计协方差矩阵，即：

Pk|k = cov(Xk - k|K) ， 扩展得到：

Pk|k = (1 – KkHk)Pk|k-1(1 - KkHk)T + KkRk ，即可以表示为

Pk|k = MPk|k-1M­T + Qk ，(这就是，预测估计协方差矩阵，的简化形式)

要使Pk|k的迹最小，则对上式的K求导(当[矩阵导数](https://zh.wikipedia.org/w/index.php?title=%E7%9F%A9%E9%98%B5%E5%AF%BC%E6%95%B0&action=edit&redlink=1)是0时得到其[迹](https://zh.wikipedia.org/wiki/%E8%BF%B9%E6%95%B0)的最小值)，得到：（推导最优卡尔曼增益）

Kk = Pk|k-1(HkPk|k-1 + Rk)-1 , 令Sk = HkPk|k-1 + Rk

简化为：Kk = Pk|k-1 ，两侧的右边都乘以Sk，得到：

Kk Sk = Pk|k-1

将Sk以及上式代入Pk|k的展开中得到：

Pk|k = (1 – KkHk) Pk|k-1

所以，要求得：Pk|k-1 , 由预测值的递推公式： = Fk + Bkuk 可知，

Pk|k-1 = cov(xk – xk|k-1) 展开后，得到：

Pk|k-1 = FkPk-1|k-1 + Qk (其中F、Q都是已知值)

即，只需要一个初始的Pk-1|k-1即可递归的推导出后续的Pk|k-1

参考：

https://zh.wikipedia.org/wiki/%E5%8D%A1%E5%B0%94%E6%9B%BC%E6%BB%A4%E6%B3%A2