

Práctica 7 - Propiedades de las relaciones y relaciones de equivalencia

Problema 1: Una relación J sobre C es simétrica cuando: por todos a y b elementos de C , si $a J b$, entonces debe ser que $b J a$.

Problema 2: Una relación Y sobre X es antisimétrica cuando: por toda a y b elementos de X , si $a \neq b$, entonces $a \not Y b$ o $b \not Y a$.

Problema 3: $R = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 4)\}$

- a) Reflexiva: No: Como $(1, 1) \notin R$, R no es reflexiva
- b) Irreflexiva: Si
- c) Simétrica: No: Como $(1, 2) \in R$ y $(2, 1) \notin R$, R no es simétrica
- d) Asimétrica: Si
- e) Antisimétrica: Si
- f) Transitiva: Si

Problema 4: $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$

- a) Reflexiva: No: Como $4 \not R 4$, R no es reflexiva
- b) Irreflexiva: No: Como $(1, 1) \in R$, R no es irreflexiva
- c) Simétrica: Si
- d) Asimétrica: No: Como $(1, 1) \in R$, R no es asimétrica
- e) Antisimétrica: Si
- f) Transitiva: Si

Problema 5: $R = \emptyset$

- a) Reflexiva: No: Como $(1, 1) \notin R$, R no es irreflexiva
- b) Irreflexiva: Si
- c) Simétrica: Si
- d) Asimétrica: Si
- e) Antisimétrica: Si
- f) Transitiva: Si

Problema 6: $R = \{(1, 2), (1, 3), (2, 4), (4, 4)\}$

- a) Reflexiva: No: Como $(1, 1) \notin R$, R no es reflexiva
- b) Irreflexiva: No: Como $(4, 4) \in R$, R no es irreflexiva
- c) Simétrica: No: Como $(1, 2) \in R$ y $(2, 1) \notin R$, R no es simétrica
- d) Asimétrica: No: Como $(4, 4) \in R$, R no es asimétrica
- e) Antisimétrica: Si
- f) Transitiva: No: Como $1 R 2$ y $2 R 4$ pero $1 \not R 4$, R no es transitiva

Problema 7: $R = A \times A$

- a) Reflexiva: Si
- b) Irreflexiva: No: Como $1 R 1$, R no es irreflexiva
- c) Simétrica: Si
- d) Asimétrica: No: Como $1 R 1$, R no es asimétrica
- e) Antisimétrica: No: Como $1 R 2$ y $2 R 1$, R no es antisimétrica
- f) Transitiva: Si

Problema 8: Figura 1

- a) Reflexiva: No: Como $2 \not R 2$, R no es reflexiva
- b) Irreflexiva: No: Como $1 R 1$, R no es irreflexiva
- c) Simétrica: No: Como $1 R 2$ y $2 \not R 1$, R no es simétrica
- d) Asimétrica: No: Como $1 R 1$, R no es asimétrica
- e) Antisimétrica: Si
- f) Transitiva: Si

Problema 9: Figura 2

- a) Reflexiva: No: Como $1 \not R 1$, R no es reflexiva
- b) Irreflexiva: Si
- c) Simétrica: No: Como $1 R 2$ y $2 \not R 1$, R no es simétrica
- d) Asimétrica: Si
- e) Antisimétrica: Si
- f) Transitiva: Si

Problema 10: $A = \mathbb{Z}^+$; $a R b \Leftrightarrow |a - b| \leq 2$

- a) Reflexiva: Si
- b) Irreflexiva: No: Como $1 R 1$, R no es irreflexiva
- c) Simétrica: Si
- d) Asimétrica: No: Como $1 R 1$, R no es asimétrica
- e) Antisimétrica: No: Como $2 R 1$ y $1 R 2$, R no es antisimétrica
- f) Transitiva: No: Como $4 R 3$ y $3 R 1$ pero $4 \not R 1$, R no es transitiva

Problema 11: $A = \mathbb{Z}^+$; $a R b \Leftrightarrow a + b$ es par.

- a) Reflexiva: Si
- b) Irreflexiva: No: Como $1 R 1$, R no es irreflexiva
- c) Simétrica: Si
- d) Asimétrica: No: Como $1 R 1$, R no es asimétrica
- e) Antisimétrica: No: Como $2 R 4$ y $4 R 2$, R no es antisimétrica
- f) Transitiva: Si

Problema 12: $A = \mathbb{R}$; $a R b \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 4$

- a) Reflexiva: No: Como $1 \not R 1$, R no es reflexiva
- b) Irreflexiva: No: Como $\sqrt{2} R \sqrt{2}$, R no es irreflexiva
- c) Simétrica: Si
- d) Asimétrica: No: Como $\sqrt{2} R \sqrt{2}$, R no es asimétrica
- e) Antisimétrica: No: Como $0 R 2$ y $2 R 0$, R no es antisimétrica
- f) Transitiva: Si

Problema 13: $A = \mathbb{Z}^+$; $a R b \Leftrightarrow MCD(a, b) = 1$

- a) Reflexiva: No: Como $2 \not R 2$, R no es reflexiva
- b) Irreflexiva: No: Como $1 R 1$, R no es irreflexiva
- c) Simétrica: Si
- d) Asimétrica: No: Como $2 R 2$, R no es asimétrica
- e) Antisimétrica: No: Como $4 R 9$ y $9 R 2$, R no es antisimétrica
- f) Transitiva: No: Como $4 R 5$ y $5 R 6$ pero $4 \not R 6$, R no es transitiva

Problema 14: $A = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ el conjunto de todos los pares ordenados de los números reales. $(a, b) R (c, d) \Leftrightarrow a = c$

- a) Reflexiva: Si
- b) Irreflexiva: No: Como $(1, 1) R (1, 1)$, R no es irreflexiva
- c) Simétrica: Si
- d) Asimétrica: No: Como $(1, 1) R (1, 1)$, R no es asimétrica
- e) Antisimétrica: No: Como $(1, 2) R (1, 3)$ y $(1, 3) R (1, 2)$, R no es antisimétrica
- f) Transitiva: Si

Problema 15: $A = \mathbb{Z}$; $a R b \Leftrightarrow a \equiv b \pmod{227}$

- a) Reflexiva: Si
- b) Irreflexiva: No: Como $1 R 1$, R no es irreflexiva
- c) Simétrica: Si
- d) Asimétrica: No: Como $1 R 1$, R no es asimétrica
- e) Antisimétrica: No: Como $1 R 228$ y $228 R 1$, R no es antisimétrica
- f) Transitiva: Si

Problema 16:

- a) $R = \{(a, b), (a, c), (a, d), (c, d)\}$
- b) $R = \{(a, a), (a, b), (a, c), (b, b), (b, d), (c, c), (c, d), (d, d)\}$

Problema 17: $A = \{a, b, c, d\}$, $R = \{(a, a), (b, a), (b, b), (c, c), (d, d), (d, c)\}$

- a) Reflexiva: Si
- b) Simétrica: No: Como $b R a$ y $a \not R b$, R no es simétrica
- c) Transitiva: Si

Problema 18: $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $R = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (3, 1), (2, 3), (3, 3), (4, 4), (3, 2), (5, 5)\}$

- a) Reflexiva: Si
- b) Simétrica: Si
- c) Transitiva: Si

Problema 19: $A = \mathbb{Z}$; $a R b \Leftrightarrow a \equiv b \pmod{227}$

- a) Reflexiva: Si
- b) Simétrica: Si
- c) Transitiva: Si