

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PANAMÁ  
FACULTAD DE INGENIERÍA DE SISTEMAS COMPUTACIONALES  
DEPARTAMENTO DE COMPUTACIÓN Y SIMULACIÓN DE SISTEMAS  
**ESTRUCTURAS DISCRETAS PARA LA COMPUTACIÓN**  
**PRÁCTICA 6 - RELACIONES Y DIGRAFOS**



Facilitador: Tomás J. Concepción Miranda

**Problema 1:** Sea  $A = \mathbb{Z}^+$ , el conjunto de todos los enteros positivos. Se define la siguiente relación  $R$  sobre  $A$ :

$$a R b \Leftrightarrow a|b$$

donde el símbolo “ $|$ ” quiere decir *divide enteramente*  $a$  (*i.e.* el residuo de la división  $\frac{b}{a}$  es 0). ¿Cuál de los siguientes pares ordenados pertenece a  $R$ ?

- |            |             |           |
|------------|-------------|-----------|
| a) (2, 3)  | b) (0, 8)   | c) (1, 3) |
| d) (6, 18) | e) (-6, 24) | f) (8, 0) |

**Problema 2:** Sea  $A = \mathbb{Z}$ , el conjunto de todos los enteros positivos, y  $R$  sobre  $A$ :

$$x R y \Leftrightarrow y^2 = x^3 - 5x + 8$$

*i.e.* ,  $x R y$  si  $x$  y  $y$  satisfacen la ecuación  $y^2 = x^3 - 5x + 8$  de una curva elíptica. ¿Cuál de los siguientes pares ordenados pertenece a  $R$ ?

- |   |            |                      |
|---|------------|----------------------|
| a) $(-\frac{5}{2}, \frac{1}{4}\sqrt{39}\sqrt{2})$ | b) (-2, 3) | c) $(-1, 2\sqrt{3})$ |
| d) $(0, \frac{1}{2}\sqrt{2})$                     | e) (1, 2)  | f) $(2, \sqrt{6})$   |

En los problemas del 3 al 6, encuentre el dominio y codominio de la relación  $R$ . Si  $A = B$ , encuentre también digrafo de  $R$ .

**Problema 3:**  $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $B = \{1, 2, 3\}$ ,  $R = \{(a, 1), (a, 2), (b, 1), (c, 2), (d, 1)\}$

**Problema 4:**  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{1, 4, 6, 8, 9\}$ ,  $a R b$  si y solo si  $b = a^2$

**Problema 5:**  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\} = B$ ,  $a R b$  si y solo si  $a \leq b$

**Problema 6:**  $A = \{1, 2, 3, 5, 8\} = B$ ,  $a R b$  si y solo si  $a + b \leq 9$

**Problema 7:** Sea  $A = \{a \in \mathbb{Z}^+ \mid a \leq 16\}$  y  $R$  una relación sobre  $A$  definida como  $a R b \Leftrightarrow a|b$  (vea problema 1). Encuentre  $R(A_\alpha)$  para cada uno de los siguientes casos:

- |                  |                     |                       |
|------------------|---------------------|-----------------------|
| a) $A_1 = \{2\}$ | b) $A_2 = \{4, 6\}$ | c) $A_3 = \{11, 13\}$ |
|------------------|---------------------|-----------------------|

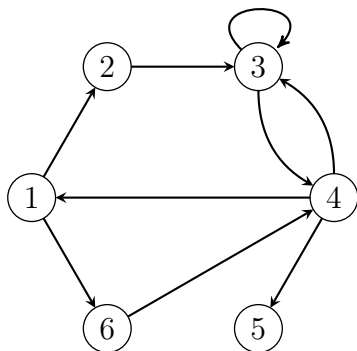


Figura 1

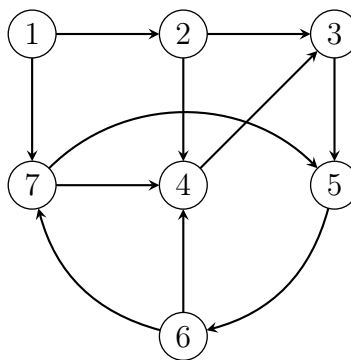


Figura 2

**Problema 8:** Sea  $R$  la relación definida en el problema 6. Encuentre  $R(A_\alpha)$  para cada uno de los siguientes casos:

a)  $A_1 = \{2\}$

b)  $A_3 = \{5, 8\}$

c)  $A_2 = \{3, 5, 8\}$

En los problemas 9 al 14, sea  $R$  la relación cuyo digrafo es dado en la figura 1.

**Problema 9:** Liste todas las trayectorias de longitud 1

**Problema 10:**

a) Liste todas las trayectorias de longitud 2 que inicien en el vértice 2

b) Liste todas las trayectorias de longitud 2

**Problema 11:**

a) Liste todas las trayectorias de longitud 3 que inicien en el vértice 3

b) Liste todas las trayectorias de longitud 3

**Problema 12:** Encuentre un ciclo que inicie en el vértice 2

**Problema 13:** Encuentre un ciclo que inicie en el vértice 4

**Problema 14:** Dibuje el digrafo de  $R^2$

En los problemas 15 al 18, sea  $R$  la relación cuyo digrafo es dado en la figura 2.

**Problema 15:** Si  $\pi_1 : 1, 2, 4, 3$  y  $\pi_3 : 3, 5, 6, 4$ , encuentre la composición  $\pi_1 \circ \pi_2$

**Problema 16:** Si  $\pi_1 : 3, 4, 5, 6$  y  $\pi_3 : 6, 7, 4, 3, 5$ , encuentre la composición  $\pi_1 \circ \pi_2$

**Problema 17:** Encuentre dos ciclos de longitud 3 en la relación  $R$

**Problema 18:** Encuentre un ciclo con la longitud máxima en la relación  $R$