

# Líneas Equipotenciales

---

A.M. Velasco (133384) J.P. Soler (133380) O.A. Botina (133268)  
Departamento de física, facultad de ciencias,  
Universidad Nacional de Colombia

## Resumen.

En esta experiencia se estudia la variación del potencial electrostático alrededor de electrodos de formas diversas dispuestos sobre un tanque electrolítico, y sometidos a una diferencia de potencial determinada. Las mediciones se realizan con la ayuda de un multímetro conectado adecuadamente, de modo tal que registre las diferencias de potencial para puntos  $(x,y)$  sobre la cubeta. Se elije un voltaje adecuado y se recorre la cubeta buscando lecturas idénticas, es posible con los datos de estas coordenadas determinar líneas en las que *todos* sus puntos registren el mismo valor de potencial. Posteriormente se estudian las propiedades de estas líneas.

## Introducción.

-El potencial eléctrico en un punto, es el trabajo que debe realizar una fuerza eléctrica para mover una carga positiva  $q$  desde el origen hasta un punto, por cada unidad de carga de prueba, lo cual se expresa matemáticamente así:

$$V = \frac{W}{q} \quad (1)$$

Donde  $W$  es el trabajo realizado por la fuerza eléctrica. Además, considerando una carga de prueba positiva que puede ser utilizada para hacer el mapa de un campo eléctrico. Para tal carga de prueba  $q_0$  localizada a una distancia  $r$  de una carga  $q$  la energía potencial electrostática entre las cargas es:

$$U = K \frac{q_0 q}{r} \quad (2)$$

Y por lo tanto, reemplazando (2) en (1) haciendo uso de la equivalencia (Trabajo-Energía), se tiene:

$$V = \frac{U}{q_0} = K \frac{q}{r} \quad (3)$$

En un campo eléctrico, el lugar conformado por puntos de igual potencial eléctrico se denomina superficie equipotencial, dichas superficies equipotenciales son siempre perpendiculares a las líneas de fuerza<sup>-1</sup>.

Dado el campo eléctrico, es posible hallar la función potencial eléctrico. Pero también se puede proceder en sentido contrario; partiendo del potencial eléctrico deducir el campo. Ya que el campo eléctrico es el gradiente cambiado de signo del potencial, es decir:

$$\vec{E} = -\nabla\varphi \quad (4)$$

Donde  $\vec{E}$  es el campo eléctrico y  $\varphi$  el potencial. El signo menos proviene a causa de que el campo eléctrico está dirigido de una región de potencial positivo hacia una región de potencial negativo, mientras que el vector  $\nabla\varphi$  se define de manera que se dirija en el sentido de  $\varphi$  creciente.<sup>2</sup> Por lo tanto, cuando se encuentra que  $\varphi$  es constante, significa que el campo eléctrico es nulo.

El campo eléctrico producido por un anillo únicamente posee una componente paralela su eje de simetría, ya que las componentes perpendiculares al eje Z (de simetría) correspondientes a dos elementos de carga  $dq$  diametralmente opuestos se anulan, por lo tanto, el campo producido paralelo al eje de simetría vale:

$$\vec{E} = \oint \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \vec{a} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{a^2 + z^2} \frac{z}{\sqrt{a^2 + z^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qz}{(a^2 + z^2)^{3/2}} \quad (5)$$

Donde  $a$  es el radio del anillo,  $z$  es la distancia del centro del anillo al punto donde se encuentra la carga de prueba  $q$  y  $\epsilon_0$  es la permitividad del vacío.<sup>3</sup>

En el caso de la presente práctica experimental, se estudia la intersección de las superficies equipotenciales con el plano sobre el que se ha hecho el experimento; por tal razón se habla de “Líneas Equipotenciales”, en vez de superficies. Es entonces una línea equipotencial la unión de los puntos de igual potencial eléctrico que se encuentran sobre el plano del tanque hidrolítico, del que se habla a continuación.

## Descripción del Equipo Experimental.

El montaje utilizado para la realización de la presente práctica experimental, es el mostrado en el esquema (Figura 1). Se utilizó un tanque hidrolítico de Plexiglás, fondo de vidrio transparente y agua como hidrolítico, una fuente de voltaje graduada para obtener de ella  $(3,0 \pm 0,2)V$ , un multímetro digital y unos electrodos metálicos de dos distintas formas, (dos barras de igual longitud y dos anillos de igual diámetro).

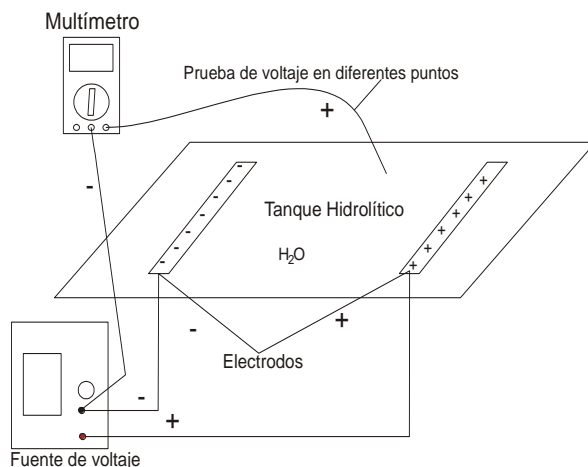


Figura 1, Muestra el montaje utilizado en la practica experimental

Se conecta la fuente de voltaje a dos de los cuatro electrodos. Inicialmente se utilizan dos barras (de  $(20,0 \pm 0,3)$  cm por  $(2,5 \pm 0,3)$  cm y dispuestas paralelamente a una distancia de  $(12,0 \pm 0,3)$  cm), posteriormente se cambia la configuración por un anillo (de  $(8,0 \pm 0,3)$  cm de diámetro) y una barra (de dimensiones como las anteriores), para luego hacerlo con los dos anillos (cada uno de  $(8,0 \pm 0,3)$  cm de diámetro). Un electrodo se conecta en el cable de carga eléctrica positiva y el otro al de carga eléctrica

negativa, y se colocan sobre el agua del tanque hidrolítico. El potencial eléctrico en el agua es medido con el multímetro; el cual se conecta de la siguiente manera:

Uno de los cables es conectado al cable de carga negativa de la fuente y el otro se deja libre para medir el potencial eléctrico en distintos puntos sobre el tanque.

Aquel cable libre se coloca sobre el agua y se anotan las coordenadas de los puntos que presentan un igual potencial eléctrico. Con el fin de conocer las coordenadas, se ha colocado papel milimetrado con un plano cartesiano debajo del tanque hidrolítico, papel que puede verse gracias al fondo de vidrio del tanque y se ubican los electrodos de forma simétrica respecto al eje de las ordenadas.

Con el fin de encontrar líneas equipotenciales sobre el plano dado por el tanque electrolítico a cierta distancia una de la otra, se establece un mínimo de potencial eléctrico para cada una de las configuraciones y se buscan puntos en los cuales se tenga este potencial, posteriormente se aumenta el potencial eléctrico buscado sobre el plano, lo cual permite encontrar una nueva línea equipotencial, se aumenta de nuevo el potencial eléctrico que se espera que marque el multímetro con el mismo patrón que se utilizó en la anterior línea, es decir, las líneas equipotenciales están separadas por el mismo intervalo de cambio de potencial eléctrico  $\Delta P$ .

## Análisis de resultados.

### Dos Barras

Al tomar el potencial en los puntos entre las barras, este no cambia mucho ya que el potencial de las dos barras es de  $(3,00 \pm 0,02)$  V por lo que se tomaron muestras de puntos del mismo potencial por línea, variando de una línea a otra el potencial con intervalos  $\Delta P$  de  $(0,20 \pm 0,02)$  V. Con esos datos (**Tabla 1**) se realiza la gráfica correspondiente a esta configuración (**Fig. 2**) donde se observa que las líneas situadas hacia el centro de la distancia entre las dos varillas son prácticamente paralelas a la línea de frontera que demarca el largo de la varilla y a partir de dicho punto comienzan a curvarse hacia el electrodo más cercano.

Potencial Eléctrico							
(1.30±0,02)V		(1.50±0,02)V		(1.70±0,02)V		(1.90±0,02)V	
x(±0,3)cm	y(±0,3)cm	x(±0,3)cm	y(±0,3)cm	x(±0,3)cm	y(±0,3)cm	x(±0,3)cm	y(±0,3)cm
11.0	-8.0	9.5	-11.0	6.5	-10.5	3.7	-12.0
11.0	-7.5	8.7	-7.0	6.0	-7.0	3.5	-9.2
10.5	-4.0	8.5	-4.0	6.0	-4.0	3.2	-6.5
10.5	-1.5	8.5	-2.0	5.7	-2.0	3.0	-3.0
10.0	0.0	8.0	0.0	5.5	0.0	3.0	0.0
10.0	1.5	8.0	2.0	6.0	2.0	3.0	2.0
10.0	4.0	8.0	4.0	5.5	5.0	3.0	5.0
10.5	8.0	8.0	7.0	5.7	8.0	3.0	9.0
10.5	11.0	8.5	11.0	6.0	10.5	3.0	11.7
(2.10±0,02)V		(2.30±0,02)V		(2.50±0,02)V		(2.70±0,02)V	
x(±0,3)cm	y(±0,3)cm	x(±0,3)cm	y(±0,3)cm	x(±0,3)cm	y(±0,3)cm	x(±0,3)cm	y(±0,3)cm
0.5	-12.0	-2.0	-12.0	-5.5	-12.0	-9.0	-13.0

0.3	-9.0	-2.0	-9.0	-5.0	-9.0	-8.5	-9.0
0.3	-6.0	-2.0	-6.0	-5.5	-6.0	-8.5	-6.0
0.2	-3.0	-2.2	-3.0	-6.0	-3.0	-9.0	-5.3
0.2	0.0	-2.5	0.0	-5.0	0.0	-8.2	0.0
0.2	3.0	-2.5	3.0	-5.0	3.0	-8.0	3.0
0.2	6.0	-2.5	6.0	-5.0	6.0	-8.7	6.0
0.2	9.0	-2.5	9.0	-4.7	9.0	-8.0	9.0
0.2	12.0	-2.5	12.0	-5.0	12.0	-9.0	12.0

Tabla 1, muestra los datos recolectados experimentalmente con la primera configuración de electrodos

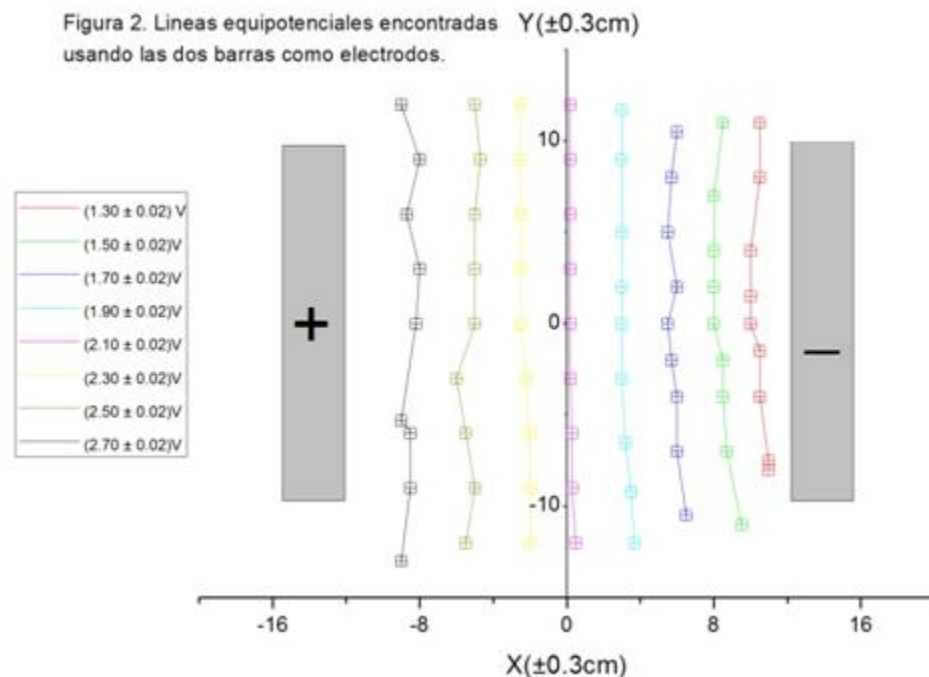


Fig 2. Muestra las líneas equipotenciales para la configuración de dos barras.

Como se puede ver en la figura 2, el potencial aumenta al acercarse a la barra con carga positiva, también llamada Ánodo, la línea de potencial  $(2.70 \pm 0.02)\text{V}$  tiene dos puntos que quiebran la curva, contando de arriba hacia abajo en la figura 2, se puede dar cuenta que son los puntos 3 y 6, sin embargo, la línea tiende a curvarse en los extremos como se espera. En la de potencial  $(2.50 \pm 0.02)\text{V}$  hay un punto que quiebra la línea aunque esta también se curva en los puntos extremos, las líneas de potencial  $(2.30 \pm 0.02)\text{V}$ ,  $(2.10 \pm 0.02)\text{V}$  y  $(1.90 \pm 0.02)\text{V}$  se acercan a ser paralelas ya que se encuentran en el centro de las dos barras y puede verse una simetría en la curvatura de las líneas equipotenciales, siendo la de  $(2.10 \pm 0.02)\text{V}$  la línea más recta y aquella que está próxima a la mitad de la distancia entre los electrodos. Las de potencial  $(1.70 \pm 0.02)\text{V}$ ,  $(1.50 \pm 0.02)\text{V}$  y  $(1.30 \pm 0.02)\text{V}$  se van curvando a medida que se acercan a la barra negativa.

Puede verse claramente que la distancia entre las líneas de potencial  $(2.70 \pm 0.02)\text{V}$  y  $(2.50 \pm 0.02)\text{V}$  es mayor que la distancia entre las líneas de potencial  $(1.50 \pm 0.02)\text{V}$  y  $(1.30 \pm 0.02)\text{V}$  a pesar que el intervalo  $\Delta P$  es el mismo, de lo cual puede decirse que no es lineal el aumento del potencial eléctrico con respecto a la distancia a uno de los electrodos.

## Barra y Anillo

Con la configuración de una barra y un anillo se puede notar que las líneas equipotenciales toman una mayor curvatura a medida que se acercan a los electrodos ya que el anillo, posee una figura circular que es mas demarcada que la barra que obviamente es recta, por lo tanto como puede observarse se diferencian las líneas que se acercan al anillo de que las cercanas a la barra y el potencial va aumentando a medida que se aleja del electrodo con carga negativa (la barra). Los datos de la tabla 2 son los tomados con esta configuración y con estos se traza la figura 3.

Potencial Eléctrico													
(1.50±0,02)V		(1.70±0,02)V		(1.90±0,02)V		(2.10±0,02)V		(2.30±0,02)V		(2.50±0,02)V		(2.70±0,02)V	
x(±0,3)cm	y(±0,3)cm	x(±0,3)cm	y(±0,3)cm	x(±0,3)cm	y(±0,3)cm	x(±0,3)cm	y(±0,3)cm	x(±0,3)cm	y(±0,3)cm	x(±0,3)cm	y(±0,3)cm	x(±0,3)cm	y(±0,3)cm
11.0	12.0	8.2	12.0	5.5	12.0	2.5	12.0	-0.2	12.0	-3.5	12.0	-6.0	12.0
10.2	9.0	8.0	9.0	5.8	9.0	3.0	9.0	0.5	9.0	-2.3	9.0	-5.2	9.0
10.2	6.0	8.0	6.0	5.8	6.0	3.4	6.0	0.8	6.0	-1.5	6.0	-4.0	-4.6
10.0	3.0	8.0	3.0	5.8	3.0	3.4	3.0	1.2	3.0	-1.0	3.0	-2.7	3.0
10.0	0.0	8.0	0.0	5.8	0.0	3.4	0.0	1.2	0.0	-0.5	0.0	-2.3	0.0
10.5	3.0	8.2	-3.0	5.8	-3.0	3.4	-3.0	1.2	-3.0	-0.8	-3.0	-2.8	-3.0
10.5	-6.0	8.2	-6.0	5.5	-6.0	3.0	-6.0	0.8	-6.0	-1.6	-6.0	-3.8	-6.0
10.8	-9.0	8.2	-9.0	5.7	-9.0	2.5	-9.0	0.0	-9.0	-3.0	-9.0	-5.8	-9.0
11.7	-12.0	8.5	-12.0	6.0	-12.0	2.3	-12.0	-0.8	-12.0	-4.3	-12.0	-8.0	-12.0

Tabla 2, muestra los datos recolectados con la configuración de barra y anillo.

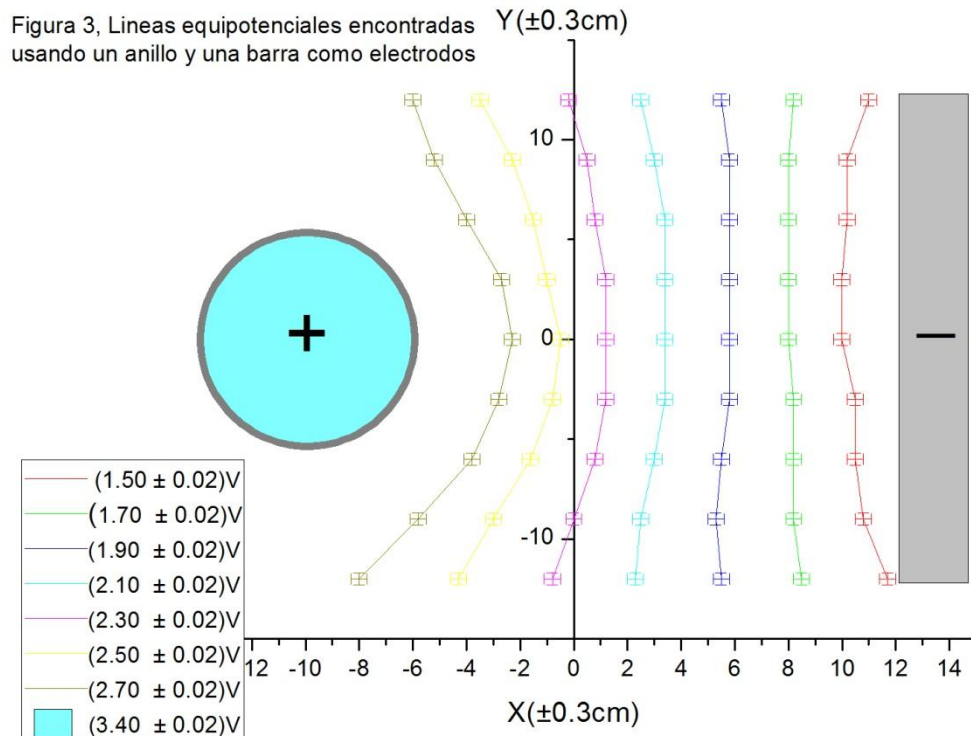


Figura 3. Muestra las líneas equipotenciales para la configuración de una barra y un anillo.

El comportamiento es el mismo que el descrito anteriormente, observando nuevamente una tendencia de las líneas equipotenciales a curvarse hacia el electrodo más cercano, también se

observa que las líneas arriba del cero en el eje  $Y$  son prácticamente simétricas a las que se encuentran bajo este, lo que puede deberse a que los objetos utilizados como electrodos se ubicaron de un modo que haya simetría con relación a dicho eje.

Las líneas con potencial  $(2,70 \pm 0,02)V$ ,  $(2,50 \pm 0,02)V$  y  $(2,30 \pm 0,02)V$  se observan que están bien afectadas por la forma del anillo dándoles una curvatura muy pronunciada mientras que las de potencial  $(2,10 \pm 0,02)V$ ,  $(1,90 \pm 0,02)V$  y  $(1,70 \pm 0,02)V$  empiezan a ser un poco más verticales pero no por completo ya que están afectadas por la forma de anillo y por la forma de la barra, la línea de potencial  $(1,50 \pm 0,02)V$  se observa que esta por completo afectada por la forma de la barra. Puede verse además, que a diferencia de la configuración de las dos barras como electrodos, la línea más recta y vertical no se encuentra en la mitad de la distancia entre los electrodos sino que se halla más cerca de la barra. Se encuentra que dentro del anillo el potencial es de  $(3,40 \pm 0,02)V$  en todos los puntos, lo que indica que el campo eléctrico en el interior del anillo es nulo lo cual es congruente con la ecuación (5) si se tiene en cuenta que en este caso la distancia  $z$  al centro del anillo es cero debido a que el experimento se realizó bidimensionalmente.

### Dos Anillos

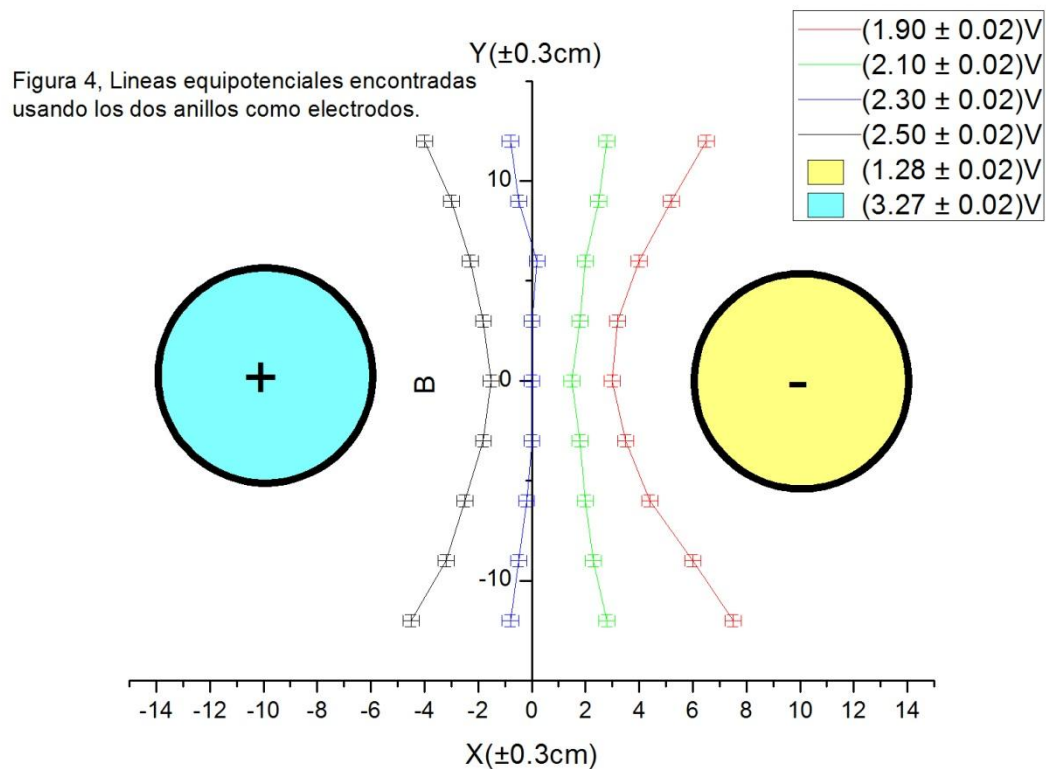
Con los dos anillos las medidas son un poco más sencillas de tomar ya que los electrodos en forma de círculo demarcan mucho la dirección que toman las líneas de potencial e igual que con los anteriores casos dichas líneas se curvan cuando se encuentran cerca de alguno de los dos electrodos, además, el potencial aumenta a medida que va acercándose al electrodo de carga positiva. Los datos se consignan en la **Tabla 3** y se utilizan para hacer la **figura 4**.

Potencial Eléctrico							
$(1,90 \pm 0,02)V$		$(2,10 \pm 0,02)V$		$(2,30 \pm 0,02)V$		$(2,50 \pm 0,02)V$	
$x(\pm 0,3)cm$	$y(\pm 0,3)cm$	$x(\pm 0,3)cm$	$y(\pm 0,3)cm$	$x(\pm 0,3)cm$	$y(\pm 0,3)cm$	$x(\pm 0,3)cm$	$y(\pm 0,3)cm$
6.5	12.0	2.8	12.0	-0.8	2.0	-4.0	12.0
5.2	9.0	2.5	9.0	-0.5	9.0	-3.0	9.0
4.0	6.0	2.0	6.0	0.2	6.0	-2.3	6.0
3.2	3.0	1.8	3.0	0.0	3.0	-1.8	3.0
3.0	0.0	1.5	0.0	0.0	0.0	-1.5	0.0
3.5	-3.0	1.8	-3.0	0.0	-3.0	-1.8	-3.0
4.4	-6.0	2.0	-6.0	-0.2	-6.0	-2.5	-6.0
6.0	-9.0	2.3	-9.0	-0.5	-9.0	-3.2	-9.0
7.5	-12.0	2.8	-12.0	-0.8	-12.0	-4.5	-12.0

Tabla 3, muestra los datos recolectados con la configuración de los dos anillos.

Dentro del anillo con carga positiva el potencial es constante de  $(3,27 \pm 0,02)V$  y dentro del anillo con carga negativa es de  $(1,28 \pm 0,02)V$ . Como se vio anteriormente, se puede observar que al ser constante el potencial eléctrico el campo eléctrico es nulo y nuevamente se hace uso de la ecuación (5) para comprobar teóricamente este resultado experimental, en el que se observa un constante potencial eléctrico al interior de ambos anillos sin importar si están cargados positiva o negativamente, ya que en este caso, también se midió el potencial a una distancia  $z$  al eje de

simetría igual a cero ya que se está experimentando (como en las demás configuraciones) únicamente sobre el plano  $xy$ .



**Figura 4.** Configuración con los dos anillos.

La primera línea de potencial  $(2,50 \pm 0,02)V$  se curva siguiendo muy bien la forma circular del electrodo, la de potencial  $(2,30 \pm 0,02)V$  está más lejana y con cuatro puntos en el medio casi verticales pero también siguen la curvatura acercándose al electrodo positivo, la línea de potencial  $(2,10 \pm 0,02)V$  está más cerca la electrodo negativo por lo tanto se curva acercándose a este y la última línea de potencial  $(1,90 \pm 0,02)V$  está completamente afectada por el electrodo negativo con su curvatura acercándose hacia este.

Se puede ver que la simetría vertical no se encuentra en el origen ya que hay una línea curvada hacia el electrodo positivo sobre el eje de las ordenadas a pesar de que los electrodos fueron colocados a la misma distancia de éste.

## Conclusiones

1. El potencial eléctrico aumenta a medida que se acerca al electrodo cargado positivamente y va disminuyendo en dirección al electrodo con carga negativa.
2. Dos líneas equipotenciales nunca se cruzan, ya que no puede haber un punto que posea a la vez dos potenciales distintos.

3. Las líneas equipotenciales tienden a curvarse según la forma del electrodo que se encuentra más cerca.
4. El potencial eléctrico al interior de un anillo uniformemente cargado es constante y el campo eléctrico nulo, sin importar si está cargado positiva o negativamente.
5. En las líneas equipotenciales existe una simetría con respecto al eje horizontal, sin embargo no se puede afirmar lo mismo verticalmente incluso cuando los electrodos tienen la misma forma, la línea totalmente vertical parece estar siempre más cerca al electrodo cargado negativamente

## Bibliografía

[1] [http://es.wikipedia.org/wiki/Potencial\\_el%C3%A9ctrico](http://es.wikipedia.org/wiki/Potencial_el%C3%A9ctrico)

[2] Berkeley Physics course-volumen 2, Electricidad y magnetismo, Segunda edición, “deducción del campo a partir del potencial” pg. 47

[3] [http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/electromagnet/campo\\_electrico/anillo/anillo.htm#Campo%20el%C3%A9ctrico%20producido%20por%20el%20anillo%20en%20un%20punto%20de%20su%20eje%20de%20simetr%C3%ADa](http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/electromagnet/campo_electrico/anillo/anillo.htm#Campo%20el%C3%A9ctrico%20producido%20por%20el%20anillo%20en%20un%20punto%20de%20su%20eje%20de%20simetr%C3%ADa)