Tarea 03 Árboles y Grafos

Josue Peña Atencio - 8935601

7 de septiembre de 2018

1. Ejercicio 22-4: *Reachability*

Una forma intuitiva de resolver éste problema sería para todo nodo en V, calcular individualmente su min, haciendo un recorrido en DFS con todos los nodos en el grafo, actualizando el min del nodo raíz cada vez que vayamos encontrando sus hijos.

El problema de resolverlo de ésta forma es que por cada nodo, tendremos que recorrer en el peor de los casos, todos los arcos en el grafo, por lo cual la complejidad final sería $O((|V| + |E|) * |E|)$.

Una forma más barata para poder asignarle el $L(v)$ mínimo a cada nodo, sería primero calcular todos los componentes fuertemente conexos de todo el grafo G (haciendo uso, por ejemplo, del algoritmo de Tarjan para SCC's, el cual ya tiene complejidad $O(|V| + |E|)$). Ésto es ventajoso porque sabemos que cada nodo en el componente tendría el mismo $R(u)$.

En el cálculo de los SCC's, se calcula para cada nodo u un número en $S(u) = i$ tal que $i \in SCC = \{1..S\}$, siendo SCC el conjunto de etiquetas de componentes fuertemente conexos, y S la cantidad de SCC's.

Luego, ya que tenemos los SCC's, podríamos recorrerlos para encontrar el $L(u)$ mínimo de cada SCC, guardando éste valor dentro de un conjunto M, de tal forma que para cada $i \in SCC$ tenemos $M(i) = j$ con $j = L(v)$, siendo $L(v)$ mínimo en ese SCC.

Finalmente, solo tenemos que lanzar DFS's en para cada SCC i, y al hacerlo, asignamos $M(i)$ a cada $min(u)$ perteneciente al componente.

En ésta solución, el grafo lo recorreríamos varias veces para hacer diversas tareas. La complejidad final sería la suma de múltiplos de $|V|$ y $|E|$, los cuales siguen siendo perteneciendo al orden $O(|V| + |E|)$.