

# CAYLEYOVSKÉ GRAFY

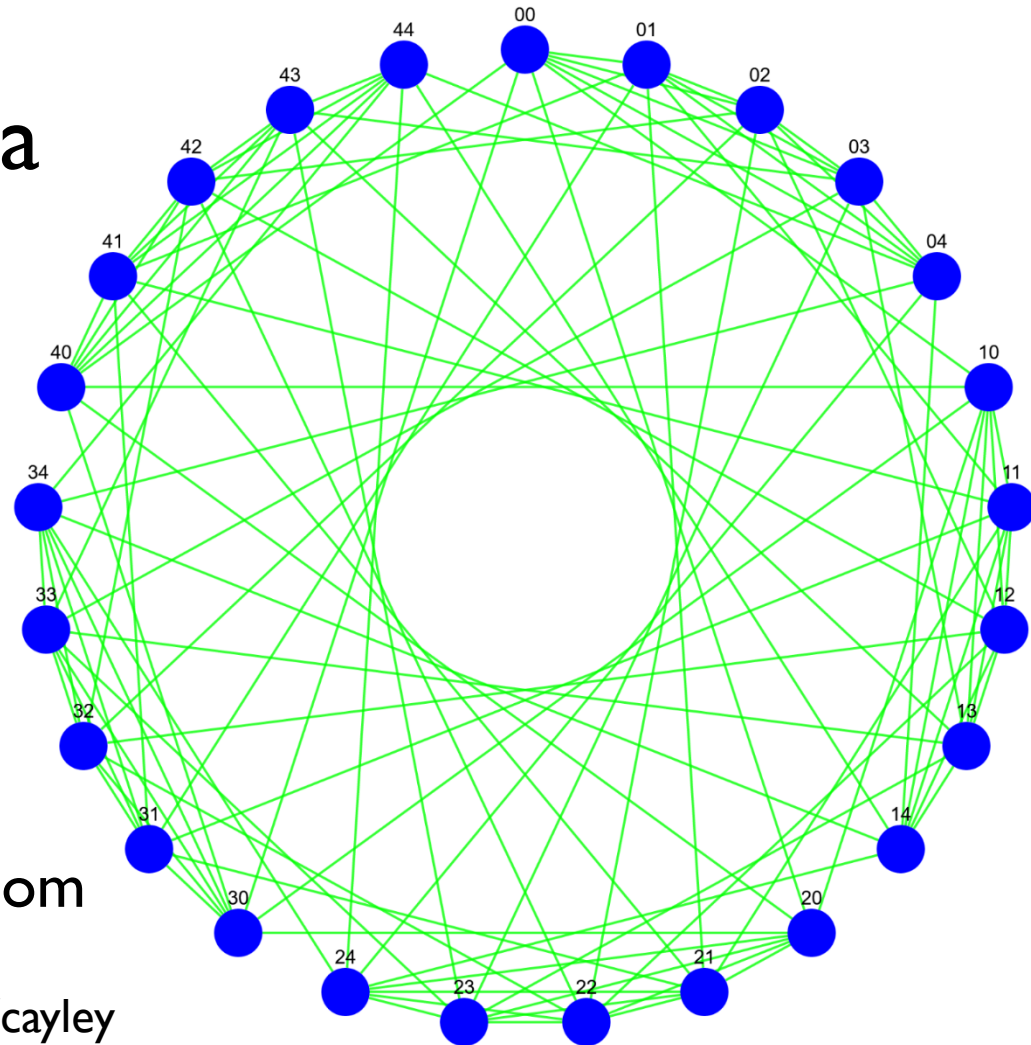
Problém stupňa  
a priemeru

Projekt 6

Jozef Zat'ko

jozefzatko.sk@gmail.com

<https://github.com/jozefzatko/cayley>

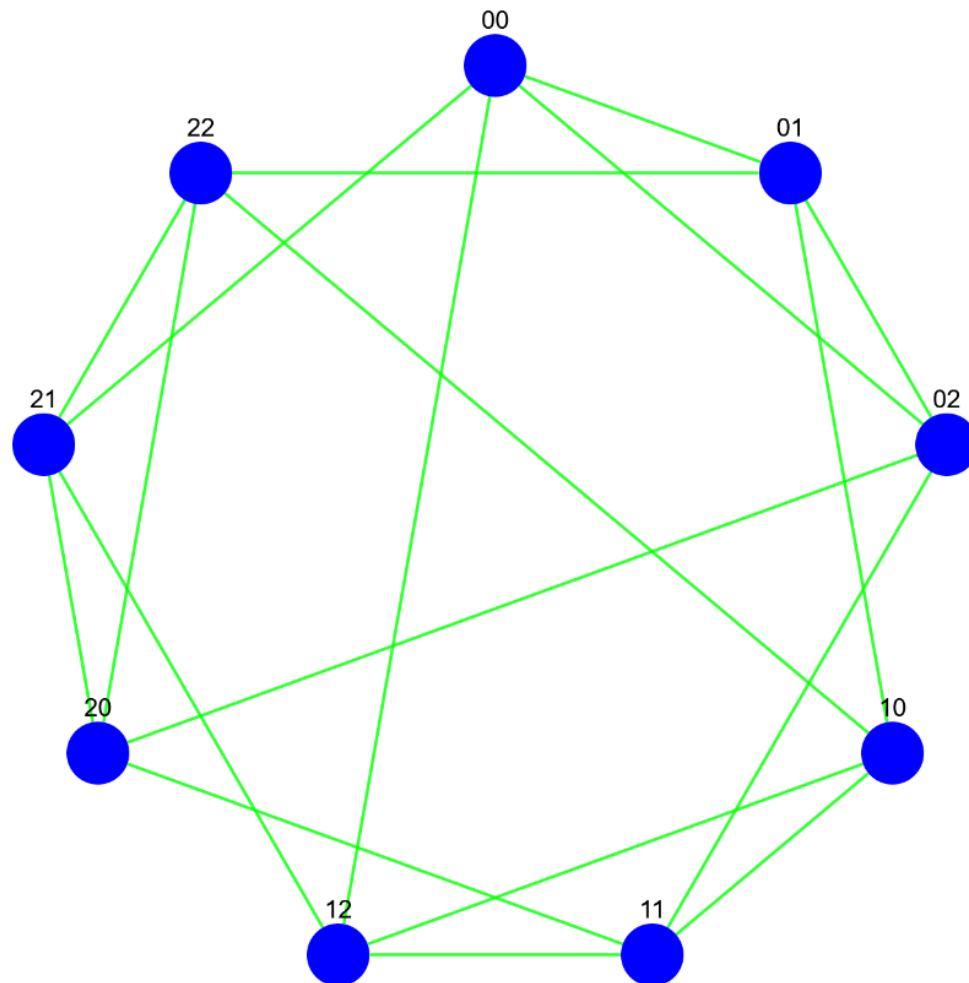


# Teoretická časť

Odvod'te analógiu Moorovskej hranice pre cayleyovské grafy grúp  $\mathbb{Z}_n \times \mathbb{Z}_n$ , pričom grafy majú stupeň  $d$  a priemer 2.

# Cayleyovské grafy

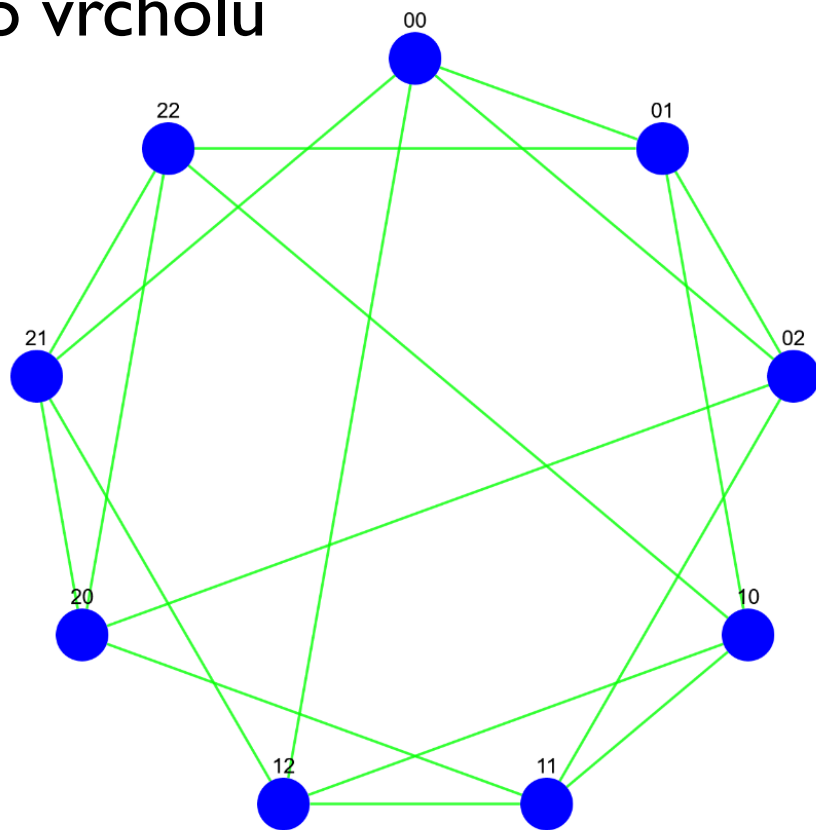
- $G = (\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3, \{ 01, 02, 12, 21 \})$



# Cayleyovské grafy

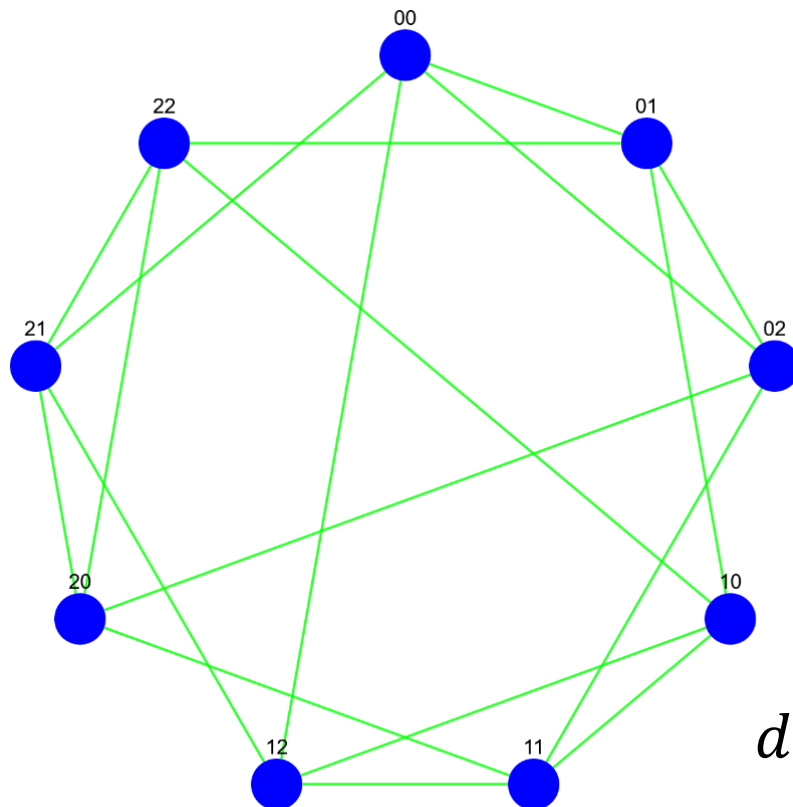
- vrcholovo-tranzitívne
- majú vysokú mieru symetrie
- na overenie priemeru stačí overiť všetky vzdialenosti z jedného vrcholu
- $d = |X|$

- $G = (\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3, X)$
- $X = \{01, 02, 12, 21\}$

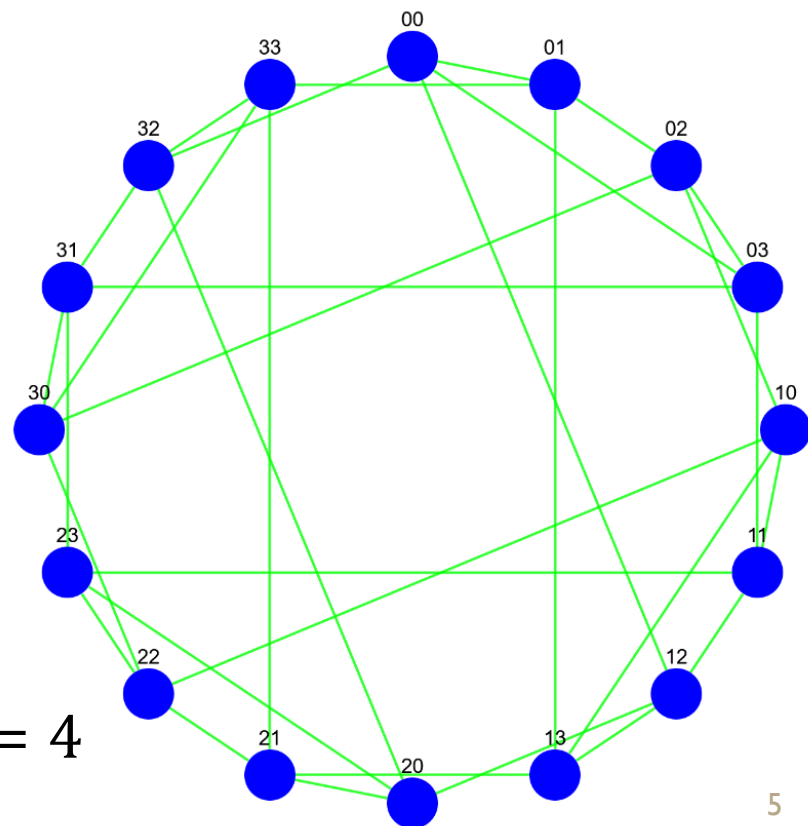


# Problém stupňa a priemeru

- Máme zadaný max. stupeň vrchola  $d$
- Chceme nájsť graf s čo najväčším počtom vrcholov, ale priemerom  $k$



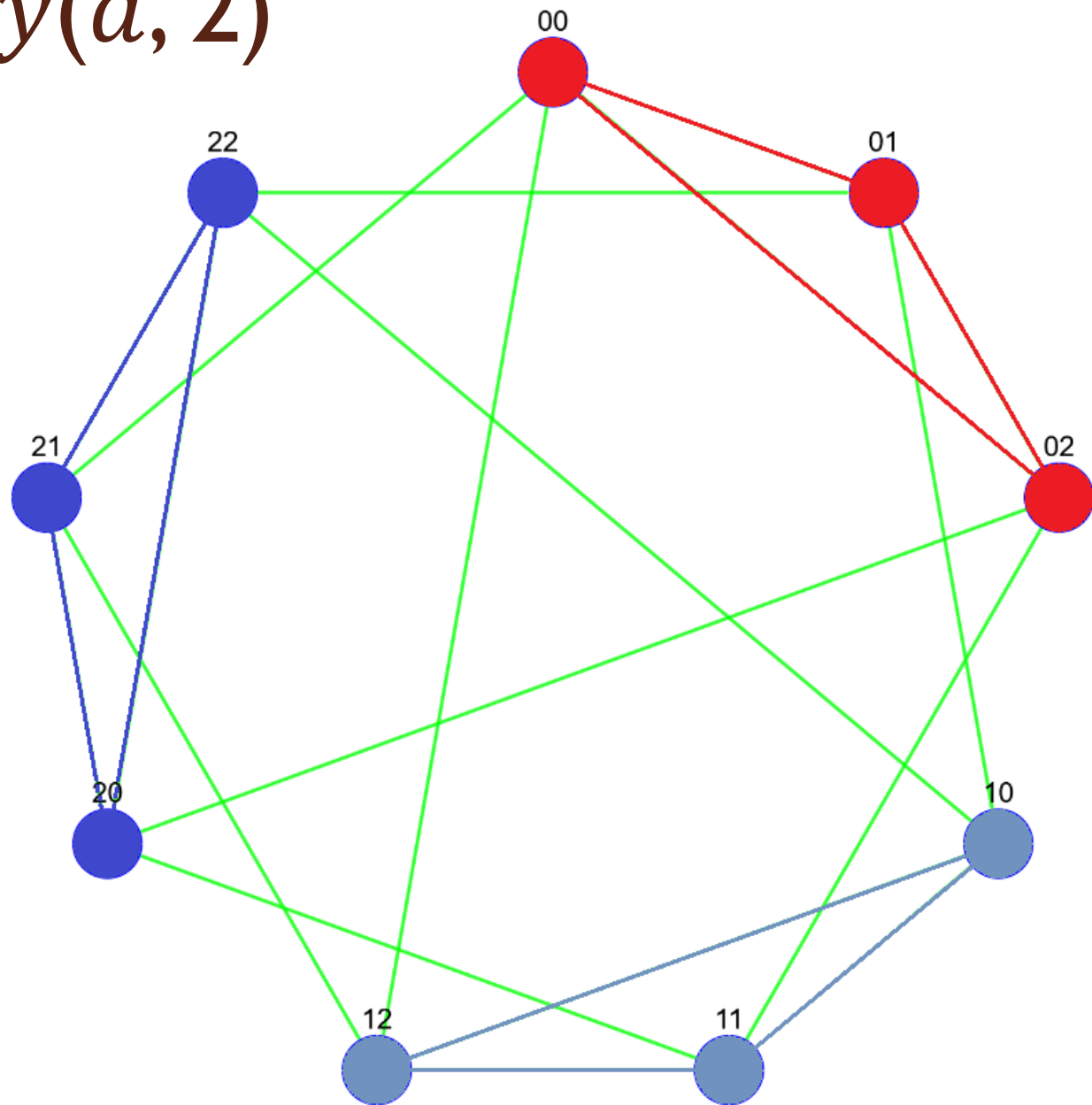
$$d = 4$$



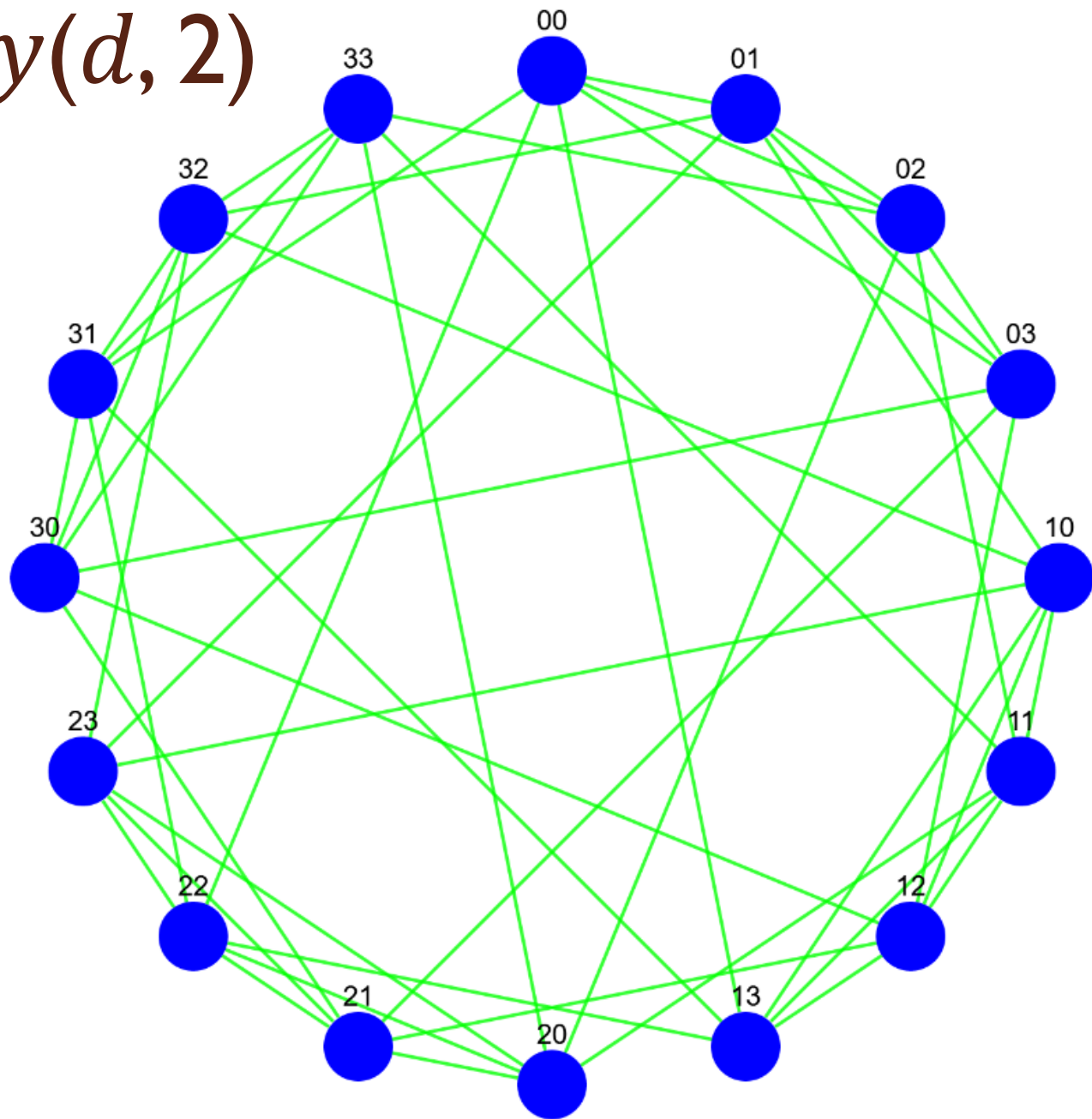
# Problém stupňa a priemeru

- Moorovská hranica:
  - $MH(d, 2) = d^2 + 1$
- Pre cayleyovské grafy  $(\mathbb{Z}_n \times \mathbb{Z}_n, X)$ 
  - $Cay(d, 2) = ?$

$Cay(d, 2)$



$Cay(d, 2)$





# $Cay(d, 2)$

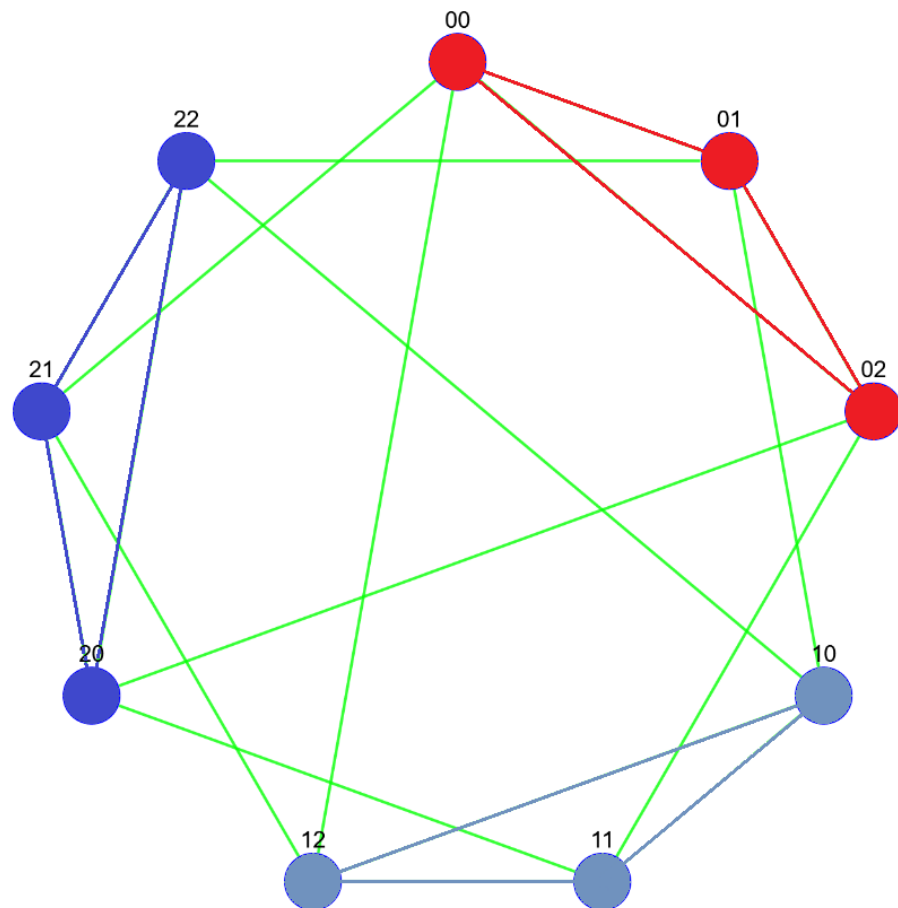
- $d = 2(n - 1)$

- $n = \frac{d+2}{2}$

- $|V| = n^2$

- $|V| = \frac{(d+2)^2}{4}$

- $Cay(d, 2) = \frac{d^2 + 4d + 4}{4} = \frac{d^2}{4} + d + 1$



# Praktická časť

Napište program, ktorý pre dané číslo  $n$  ( $2 \leq n \leq 10$ ), nájde najmenšie  $d = d(n)$  také, že existuje cayleyovský graf grupy  $\mathbb{Z}_n \times \mathbb{Z}_n$  priemeru 2 a stupňa  $d$ .

$$d = 2(n - 1)$$

# Algoritmus

- Vstup  $n \rightarrow d = 2(n - 1)$
- Nájdeme všetky generujúce množiny  $X$ 
  - $X \subset Z_n \times Z_n$
  - $|X| = d$
- Zostrojíme graf pomocou  $Z_n \times Z_n$  a  $X$
- Overíme priemer grafu – Dijkstrov algoritmus
- Ak priemer nie je 2, skúsime inú gen. množinu
- Ak nájdeme graf s priemerom 2, tak vykonáme algoritmus pre  $d - 1$
- Ak taký graf nie je, tak skončíme

# Výsledky

n	$ V  = n*n$	$2*(n-1)$	d	X
2	4	2	2	(01) (10)
3	9	4	4	(01) (10) (02) (20)
4	16	6	5	(02) (10) (11) (30) (33)
5	25	8	8	(01) (02) (10) (20) (04) (03) (40) (30)
6	36	10	9	(03) (10) (11) (20) (22) (50) (55) (40) (44)
7	49	12	12	(01) (02) (03) (10) (20) (30) (06) (05) (04) (60) (50) (40)
8	64	14	12	(01) (03) (10) (22) (32) (04) (40) (07) (05) (70) (66) (56)
9	81	16	?	?
10	100	18	?	?

# Technologie

- Java EE
- JAX-RS (Jersey + Jackson)
- Apache Tomcat
- cytoscape.js
- Maven, Log4j, JUnit

# CAYLEYOVSKÉ GRAFY

Problém stupňa  
a priemeru

Projekt 6

Jozef Zat'ko

jozefzatko.sk@gmail.com

<https://github.com/jozefzatko/cayley>

